

Appello 15-07-2022

Esercizio 2

2a) Descrivere la formula dei trapezi composta per approssimare un integrale definito.

Sia $f(x)$ una funzione continua su $[a, b]$, e suddividiamo l'intervallo in m sotto intervalli equispaziati di ampiezza $h = \frac{b-a}{m}$. Definiamo i nodi $x_k = a + kh$ per $k = 0, 1, \dots, m$.

La formula è:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{H}{2} \cdot \left[f(x_0) + 2 \sum_{i=1}^{m-1} f(x_i) + f(x_m) \right]$$

2b) Implementare in Matlab la formula per approssimare l'integrale:

$$\int_{-1}^1 1 + \frac{e^{-x^2}}{2} dx$$

```
a = -1;
b = 1;
m = 100;
x = linspace(a, b, m+1);

f = @(x) 1 + (exp(-x.^2))/2;

H = (b-a)/m;

somma = 0;
for i = [2:m]
    somma = somma + f(x(i));
end

trap_comp = H/2 * ( f(x(1)) + 2 * somma + f(x(end)) );
disp(trap_comp)
```

2c) Approssimare l'integrale con il comando `quad`:

```
I_ref = integral(f,a,b);
```

2d) Costruire una tabella con il decadimento dell'errore (rispetto al risultato ottenuto in 2c) della formula dei trapezi composta all'aumentare dei sottointervalli di decomposizione.

```
m_new = [10:10:1000];
trap_new = zeros(size(m_new));
errore = zeros(size(m_new));

for i = [2:length(m_new)]
    M = m_new(i);
    H = (b-a)/M;
    x_new = linspace(a,b,M+1);
```

```
somma_new = 0;
for j = 2:M
    somma_new = somma_new + f(x_new(j));
end

T = H/2 * ( f(x_new(1)) + 2 * somma_new + f(x_new(end)) );

trap_new(i) = T;
errore(i) = abs(T - I_ref);
end

plot(m_new, errore)
grid on
```