

## LEZIONE 1 (19/02/25)

### Def. ERRORE ASSOLUTO

$$E_a = |\text{valore esatto} - \text{valore approssimato}|$$

misura la differenza tra il valore esatto e il valore approssimato. (misura in termini di unità fisiche)

### Def. ERRORE RELATIVO

$$\epsilon_r = \frac{E_a}{|\text{valore esatto}|}$$

misura quanto è grande è' errore rispetto al valore esatto. (se è "piccolo" l'approssimazione è affidabile)

### NUMERO DI CONDIZIONAMENTO

Def. Un modello  $f(x)$  si dice BEN CONDIZIONATO se vale una relazione del tipo

$$\frac{\|f(x + \delta x) - f(x)\|}{\|f(x)\|} \leq K \frac{\|\delta x\|}{\|x\|} \quad \begin{array}{l} f(x) \neq 0 \\ x \neq 0 \\ K \in \mathbb{R}^+ \end{array}$$

con  $K$  "piccolo".

$K$  è detto NUMERO DI CONDIZIONAMENTO.

Questo numero serve a misurare quanto un piccolo errore nei dati in ingresso può influenzare il risultato finale.

Un problema è ben condizionato se piccoli errori nei dati producono solo piccoli errori nel risultato.

### ANALISI FORMULA:

- $x$  è il dato iniziale del problema
- $f(x)$  è la funzione che rappresenta il problema da risolvere
- $\delta x$  è una piccola variazione (errore) nel dato iniziale
- $f(x + \delta x) - f(x)$  è la variazione corrispondente nella soluzione
- $K$  è il numero di condizionamento del problema

- $\frac{\|f(x + \delta x) - f(x)\|}{\|f(x)\|}$ : e' l'ERRORE RELATIVO sul risultato, misura quanto cambia il risultato rispetto a quello originale.
- $K \frac{\|\delta x\|}{\|x\|}$ : moltiplicazione tra il numero di condizionamento e l'ERRORE RELATIVO sui dati iniziali.

La formula ci dice che:

e' errore relativo nella soluzione è al massimo ammesso di un fattore  $K$  rispetto all'errore relativo sui dati.

- => se  $K$  e' "piccolo", il problema e' BEN CONDIZIONATO;
- => se  $K$  e' "grande", il problema e' MAL CONDIZIONATO.

Una prima fonte di errore e':

### ERRORI DI RAPPRESENTAZIONE

Def. I NUMERI MACCHINA sono i numeri rappresentati esattamente in un calcolatore.

Def. L'insieme dei numeri macchina e' chiamato SISTEMA FLOATING POINT.

MatLab esegue tutti i calcoli in doppia precisione e rappresenta i numeri utilizzando 64 bit. Distribuiti così:

Dato un numero  $x$ :

$$x = s \cdot \left( \frac{d_1}{B} + \frac{d_2}{B^2} + \dots + \frac{d_t}{B^t} \right) \cdot B^p$$

- $s$ : segno (1 bit)
- $mantissa$  (52 bit)
- $B$ : base
- $p$ : esponente (11 bit)

$$p \in [-1022, 1023] \quad 0 \leq d_i \leq B-1 \quad i = -t \dots t$$

Questo ci dice che non tutti i numeri sono rappresentabili, ovvero: esiste un numero reale oltre il quale il calcolatore non rappresenta più né un numero e nell'intervallo che riesce a rappresentare ci sono dei buchi.

**OSS.** Il massimo numero rappresentabile è memorizzato in Matlab nella variabile **REALMAX**.  
(il minimo non deve essere memorizzato: -REALMAX)

**OSS.** Il minimo numero maggiore di zero memorizzato è nella variabile **REALMIN**.  
(il più piccolo numero maggiore di zero)