Problema da “Consistência do jogo Campo Minado”

Prova de NP-Completude

GUSTAVO BENFICA, GUSTAVO BORIN, LUCAS GABRIEL, MARIA LUIZA, VINICIUS GOMES

Temas

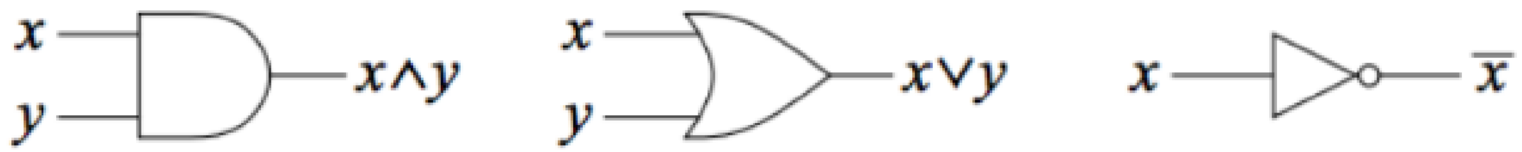
Introdução

Este trabalho foca na análise da conjectura de que o jogo Campo Minado tem complexidade NP-Completa. Dentro do universo das Ciências da Computação, problemas NP-Completo representam um desafio significativo devido à dificuldade em encontrar soluções eficientes. O estudo examina a estrutura do Campo Minado e investiga se sua resolução eficiente é possível, o que permanece um dos maiores enigmas da computação teórica.

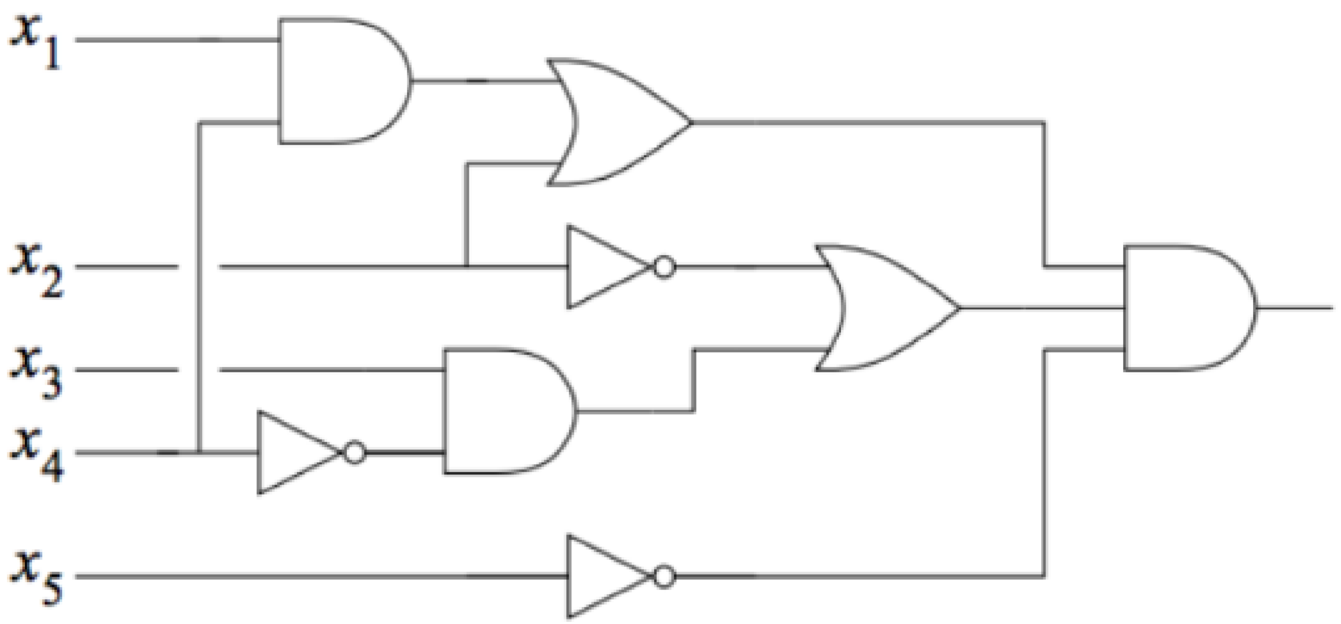
Problema da “Satisfatibilidade do Circuito” ou “Circuit-SAT”:

O problema envolve determinar se é possível encontrar uma atribuição de valores booleanos para as variáveis de entrada de um circuito booleano, composto por portas lógicas AND, OR e NOT, de modo que a saída seja verdadeira. Em resumo, pergunta-se se existe uma configuração de entradas que faça com que a saída do circuito seja verdadeira.

Circuito Booleano



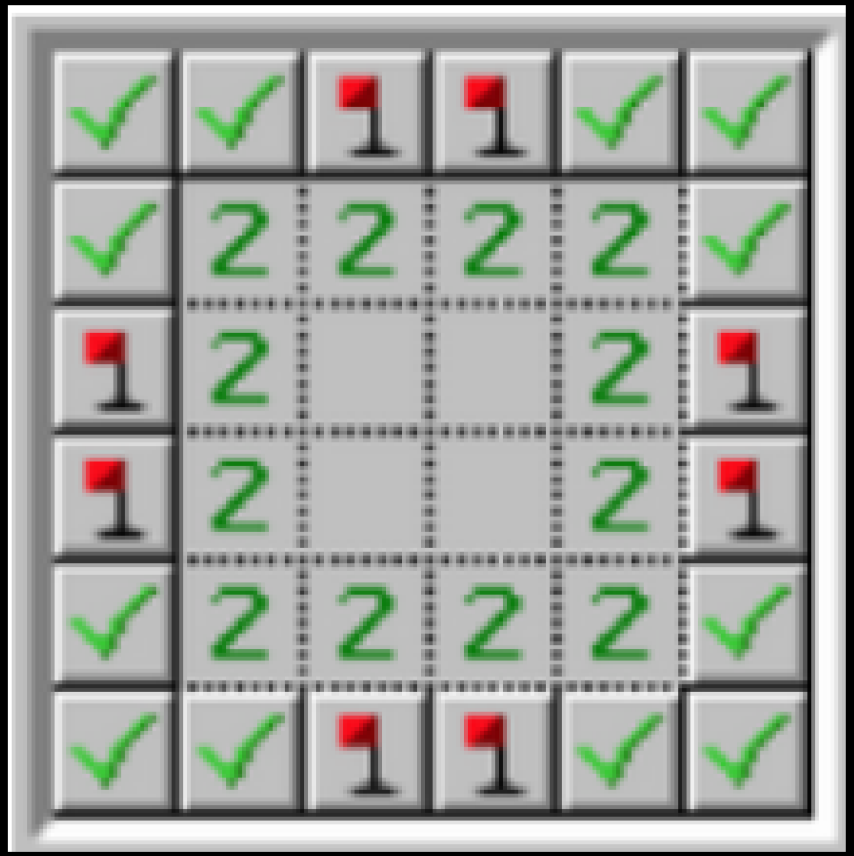
An AND gate, an OR gate, and a NOT gate.



A boolean circuit. Inputs enter from the left, and the output leaves to the right.

Problema da "Consistência do jogo Campo Minado":

Para verificar a consistência de um tabuleiro de Campo Minado, onde múltiplas configurações de minas são possíveis, é necessário desenvolver um algoritmo eficiente que determine se o tabuleiro ainda seria consistente se um determinado quadrado fosse uma mina. Isso envolve verificar se há uma configuração possível de minas e quadrados seguros que não resulte em contradição. O algoritmo precisa analisar cada quadrado do tabuleiro para determinar sua consistência em tempo polinomial.



Tabuleiro Consistente

Tabuleiro Inconsistente

Provando que o problema da “Consistência do jogo Campo Minado” é NP-completo:

Para provarmos que um problema é NP-completo precisamos de dois passos:

1- Demonstrar que o problema pertence à classe NP: Mostrar que uma solução proposta para o problema pode ser verificada em tempo polinomial.

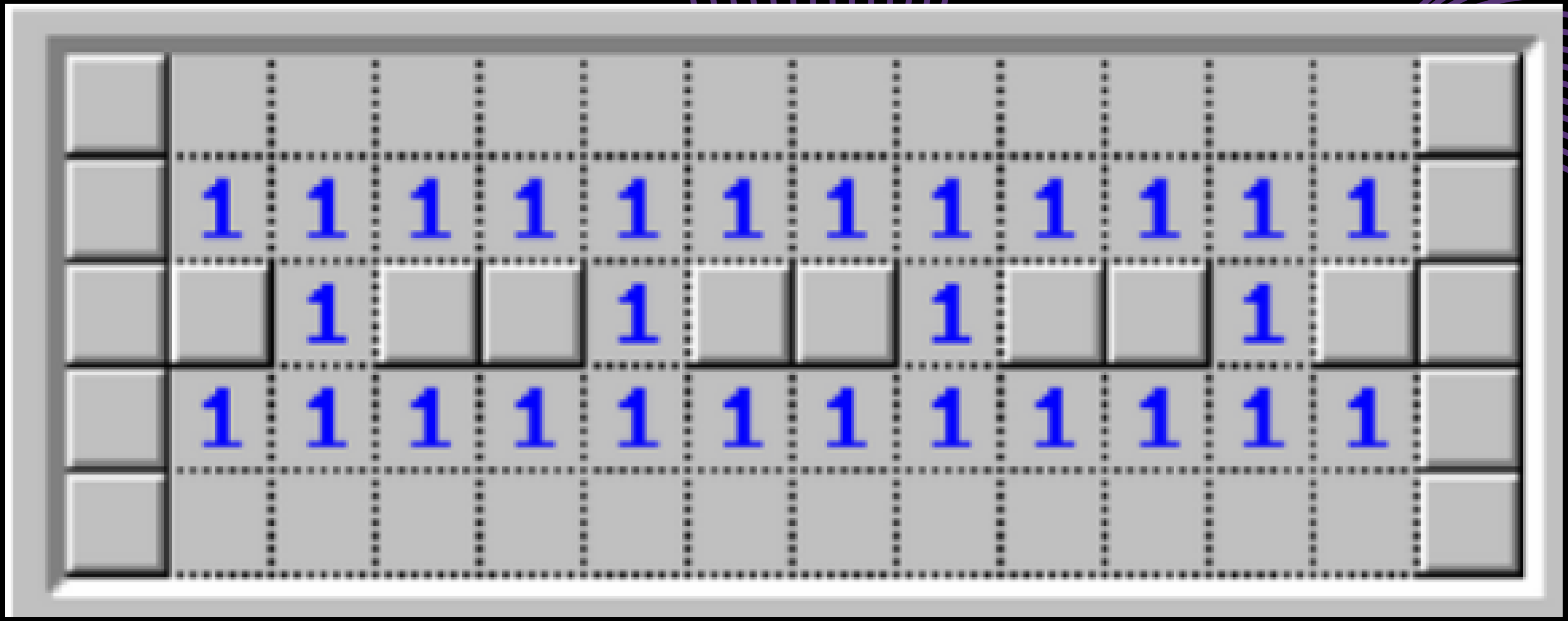
2- Reduzir um problema NP-completo para o problema em questão; neste caso, reduzir o problema da “satisfatibilidade do circuito”, o qual já é sabido ser NP-completo, para o problema da “consistência do jogo Campo Minado”.

Passo 1 – Demonstrando que a Consistência do Campo Minado está em NP:

O algoritmo proposto verifica a consistência de um tabuleiro totalmente revelado do Campo Minado, examinando cada número no tabuleiro para garantir que corresponda exatamente ao número de minas vizinhas. Como cada quadrado tem no máximo 8 quadrados adjacentes a serem verificados, o tempo de execução é no máximo $8t \cdot n$, onde t é o tempo necessário para verificar um quadrado adjacente e n é o número total de quadrados. Isso demonstra que o algoritmo opera em tempo polinomial, indicando que o problema está em NP.

Passo 2 - Reduzindo Circuit-SAT ao problema da Consistência do Campo Minado:

O Campo Minado é relacionado aos circuitos porque a disposição das minas e as informações de um lado do tabuleiro afetam as informações do outro lado, semelhante ao funcionamento dos circuitos. Isso permite aplicar conceitos de teoria dos circuitos na resolução de problemas de consistência no Campo Minado.



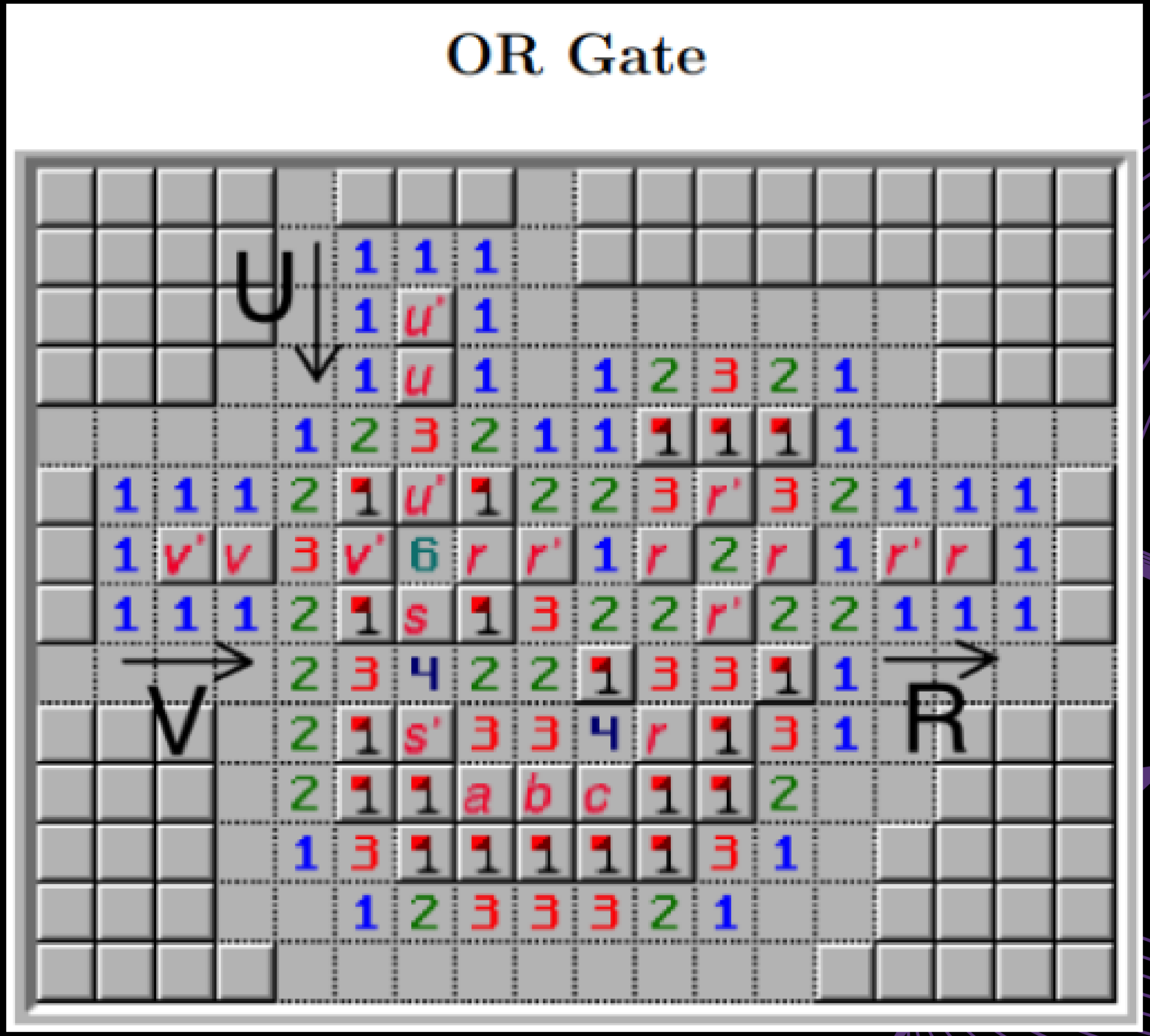
Funcionamento de um fio

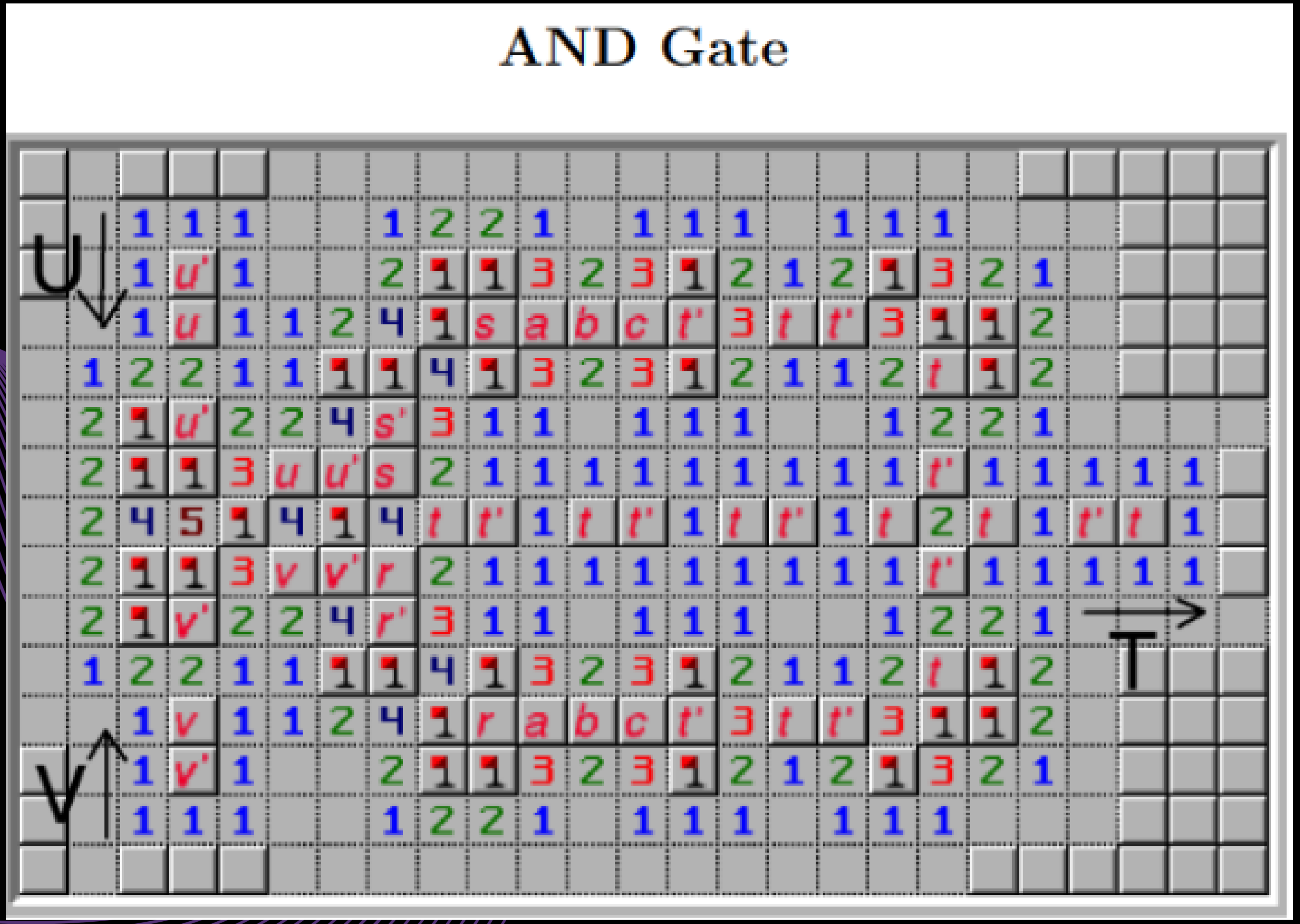
Neste caso no quadrado (3,2) havia uma mina, o que permitiu carregar uma certa informação ao longo do "Fio".

Este caso é o contrário, o quadrado (3,2) estava livre, o que permitiu carregar outra informação ao longo do "Fio".

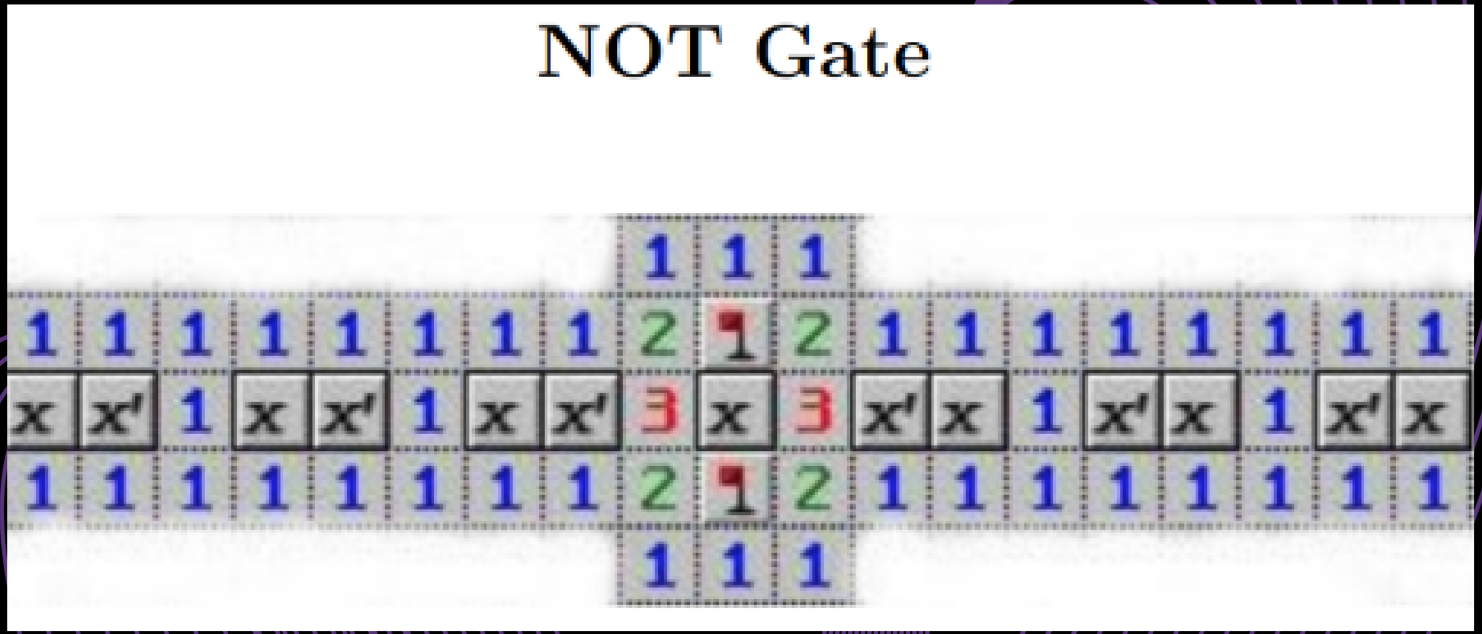
Para provar que o Campo Minado é NP-completo, é necessário mostrar que ele pode ser reduzido a um problema conhecido NP-completo, como o SAT. Enquanto a forma mais simples de representação usa X para "Verdadeiro" (minas) e X' para "Falso" (sem minas), a NP-completude requer uma representação mais versátil, similar aos circuitos, que usam portas lógicas para processar entradas e gerar saídas booleanas.

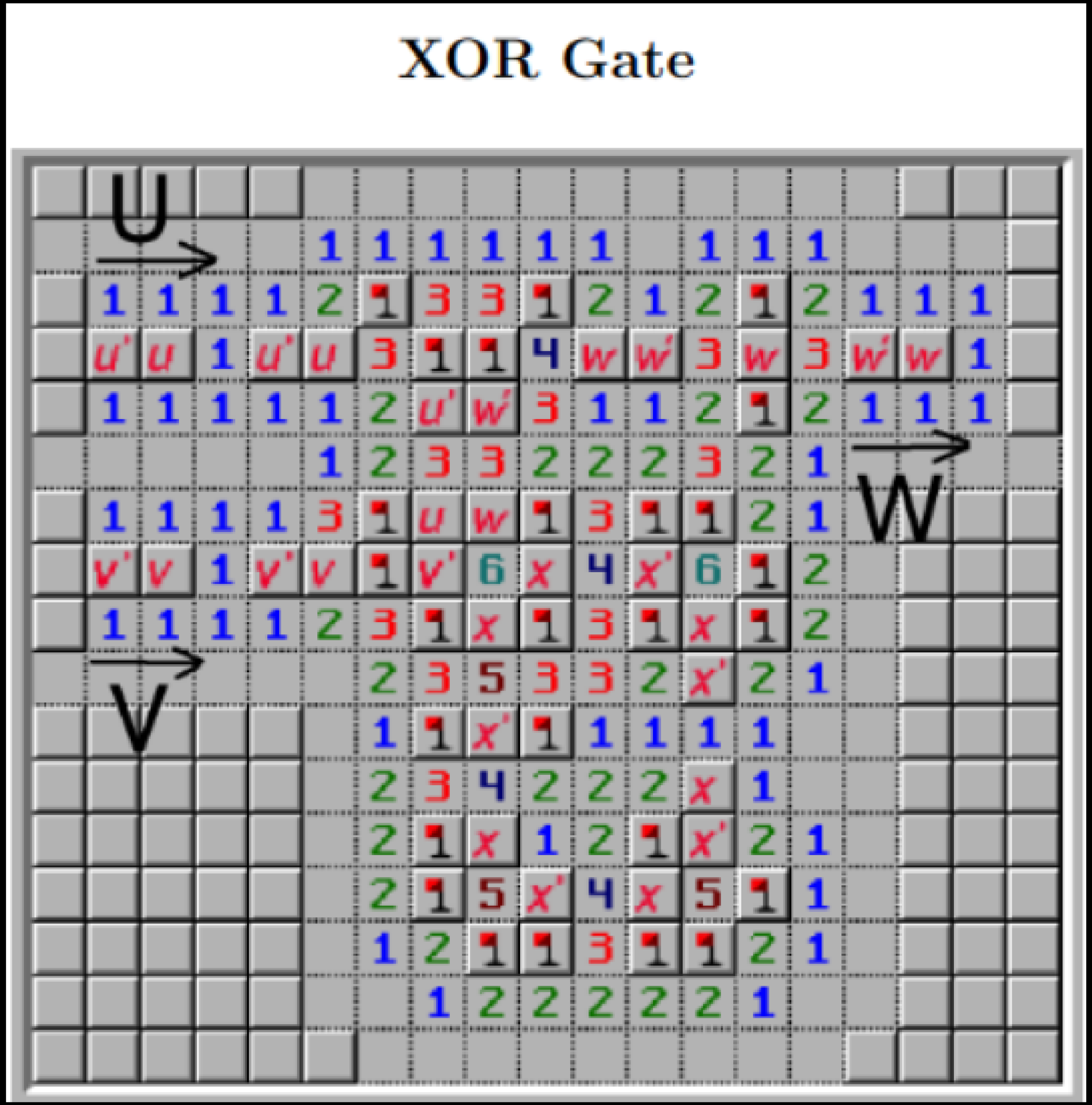
Provando que o problema pertence a classe NP-Difícil.
(Dividindo o raciocínio para uma melhor compreensão):





Provando que o problema pertence a classe NP-Difícil. (Dividindo o raciocínio para uma melhor compreensão):





A abordagem proposta estabelece uma conexão entre o Campo Minado e os circuitos booleanos, construindo uma grade de Campo Minado correspondente ao circuito. Ao associar uma mina a um valor específico, cria-se uma relação entre a consistência do Campo Minado e a satisfatibilidade do circuito. Se um algoritmo polinomial para verificar a consistência do Campo Minado existir, pode-se resolver o problema da satisfatibilidade do circuito através dele. Dessa forma, conclui-se que a Consistência do Campo Minado é NP-Difícil e, portanto, NP-Completo, evidenciando sua complexidade.