

---

# TP1 - Analyse spectrale

---

*Rédigé par*

Maria Clara VALLE et Abbass ZAHRAMAN

*Enseignant*

Sebastien BOURGUIGNON

Nantes, 2024

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Détection d'oscillations</b>	<b>2</b>
2.1	Signal x1 . . . . .	2
2.2	Signal x2 . . . . .	5
2.3	Signal x3 . . . . .	7
2.4	Signal x4 . . . . .	9
2.5	Avantages et limites de chaque méthode . . . . .	11
<b>3</b>	<b>Détection d'exoplanètes par analyse spectrale de série temporelle</b>	<b>11</b>
3.1	Fenêtre d'observation . . . . .	12
3.2	Périodogramme du signal . . . . .	12
3.3	Méthode Clean . . . . .	13
<b>4</b>	<b>Annexes</b>	<b>16</b>
4.1	Exercice 1 . . . . .	16
4.2	Exercice 2 . . . . .	21

# 1 Introduction

Le but de ce rapport est de répondre aux questions des exercices proposés dans le premier TP du cours ARSIG, qui vise à comprendre l'analyse spectrale de différents signaux. Dans la première partie, nous allons détecter des oscillations dans quatre signaux inconnus en utilisant différentes méthodes. Dans le deuxième exercice, on étudiera un problème de détection d'oscillations dans des signaux principalement observés en astrophysique, avec pour objectif principal l'étude de signaux acquis par fenêtrage cyclique.

## 2 Détection d'oscillations

Pour cette première partie, le but est d'étudier quatre signaux différents. Chaque signal sera tracé dans le domaine temporel, puis dans le domaine fréquentiel, en utilisant différentes méthodes. Sur l'axe des fréquences, nous travaillerons toujours avec la fréquence normalisée  $\lambda \in [0, 1]$ . Les périodogrammes standard, fenêtré, de Welch, ainsi que les méthodes de modélisation auto-régressive (AR) et MUSIC seront étudiés. Aussi, les périodogrammes sont parfois tracés sur une échelle logarithmique, ce qui permet une meilleure visualisation des lobes secondaires, car cela compresse les pics et réduit l'écart entre le plus haut pic et le plus bas, rendant ainsi les dynamiques des amplitudes plus faibles.

### 2.1 Signal x1

Le signal X1 dans le domaine temporel peut être visualisé dans la Figure 1. Le nombre d'échantillons dans le temps  $N$  montre que le signal n'est pas continu, mais constitué d'un vecteur contenant 100 valeurs qui forment l'allure du signal. Le nombre de point dans la fréquence  $Nf$  a été définie comme  $Nf = 4 * 2^{(\text{nextpow2}(N))}$ , dans ce cas  $Nf = 512$ .

On peut observer qu'il ressemble à une somme de sinusoides, mais il est difficile d'identifier ses fréquences principales. Cela souligne la nécessité de travailler dans le domaine fréquentiel.

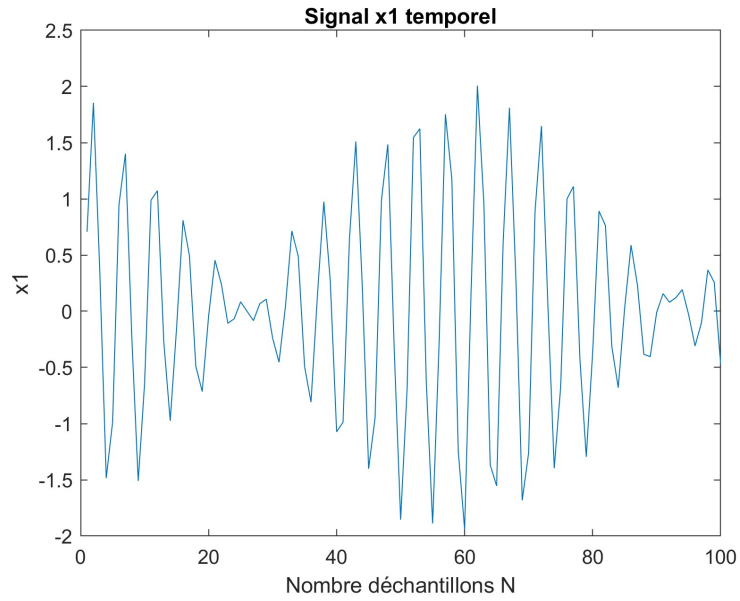


FIGURE 1 – Signal X1 dans le temps

Si on regarde maintenant dans le domaine fréquentiel, on peut tracer les différents périodogrammes, comme dans les Figures 2a, 2b, 2c.

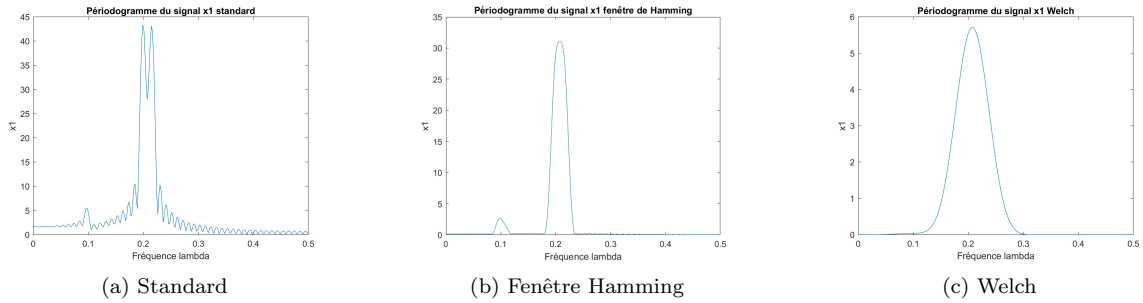


FIGURE 2 – Périodogrammes signal x1

Pour mieux visualiser les pics secondaires, on peut tracer les périodogramme dans l'échelle logarithme, cf Figure 3a, 3b et 3c

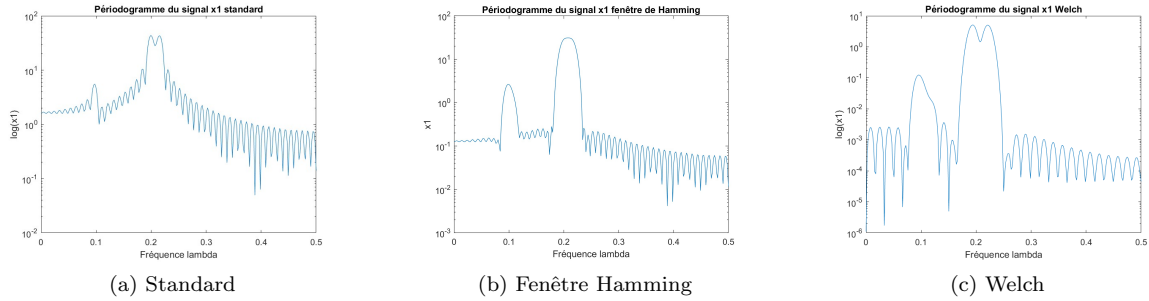


FIGURE 3 – Périodogrammes signal x1 dans l'échelle logarithme

Lorsqu'on observe la Figure 3a, on peut distinguer deux pics proches de 0.2 - 0.199 et 0.214 - mais après la fenêtrage de hamming ils sont masqués, à cause de l'augmentation du lobe principal pour un facteur de 2. Quand on utilise le periodogramme de Welch, par contre (cf. Figure 3c), on peut régler les paramètres de la taille de segment du signal ( $N_{win}$ ) et aussi le nombre de points recouvrants entre deux segments ( $N_{overlap}$ ) pour arriver à mieux visualiser les fréquences proches. Après plusieurs essais, on a arrivé à un réglage de  $N_{win} = 60$  et  $N_{overlap} = 1$ , qui permet de conserver les fréquences de 0.199 et 0.214 observés dans la Figure 3a.

Pourtant, dans tous les periodogrammes, la fréquence proche de 0.1 reste ambiguë et on peut penser qu'à une fréquence principale en cette valeur.

Dans les figures 4a et 4b, on voit bien que les modèles tracés indiquent qu'on a réellement deux fréquences significatives en 0.199 et 0.214 et que le pic proche de 0.1 c'était causé par l'interférence entre les lobes secondaires. Pour choisir l'ordre du modèle de AR, on l'a varié jusqu'à que la courbe était constante, obtenue avec  $P = 6$ .

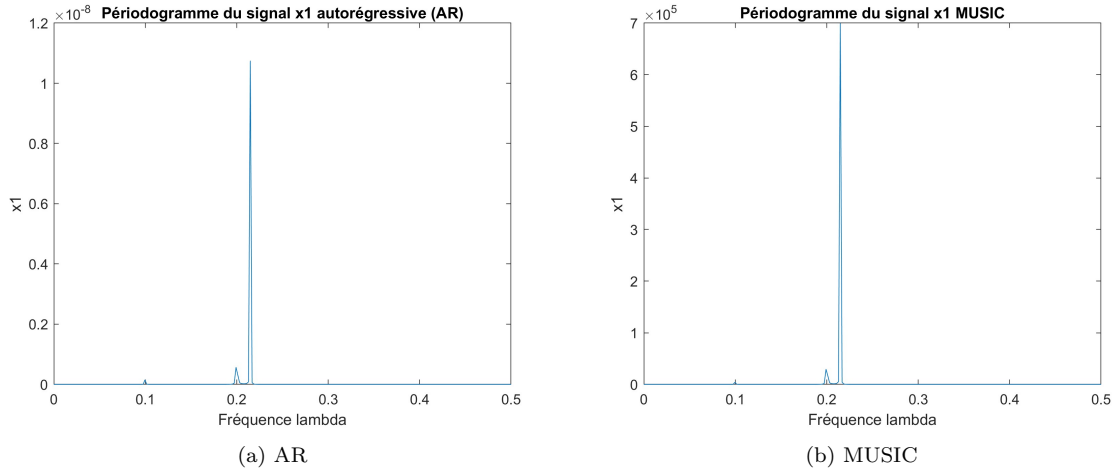


FIGURE 4 – Méthodes AR et MUSIC dans le signal x1

Le modèle AR, donne le spectre  $S$  définie comme  $S_{AR} = \sigma^2 / \text{abs}(\text{fft}(a, N_f))$ , puisque considère le signal  $x_1$  étudié comme la sortie d'un système de fonction transfert qui a comme racines les coefficients de la auto-régression du signal (a) multiplié pour le bruit blanc (de puissance  $\sigma^2$ ).

La conclusion est que les fréquences du signal  $x_1$  sont  $\lambda_1 = 0.199$  et  $\lambda_2 = 0.215$  ou  $f_1 = 101,89$  Hz et  $f_2 = 110,08$  Hz.

## 2.2 Signal x2

Le même processus a été effectué pour le signal  $x_2$ . Pour éviter beaucoup de répétitions à niveau des explications, pour les signaux  $x_2$ ,  $x_3$  et  $x_4$  juste les principales images seront insères avec des commentaires plus pertinents.

Le signal  $x_2$  dans le temps (cf. Figure 5).

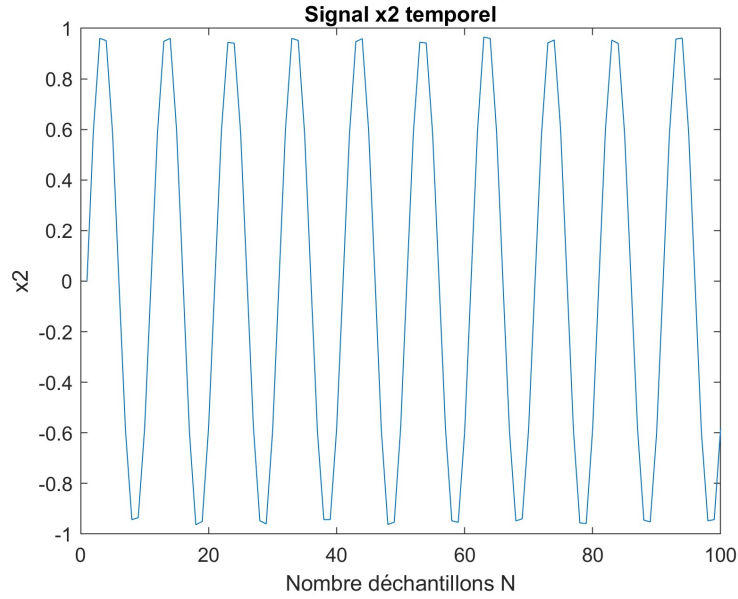


FIGURE 5 – Signal X2 dans le temps

Dans les périodogrammes de las Figures 6a, 6b et 6c, on peut voir comme dans le cas du signal  $x_2$ , le périodogramme standard n'est plus le meilleur option parmi les périodogrammes, puisque dans ce cas il masque une fréquence important en 0.173, que peut être visualisé dans les périodogrammes avec la fenêtre de Hamming et de Welch.

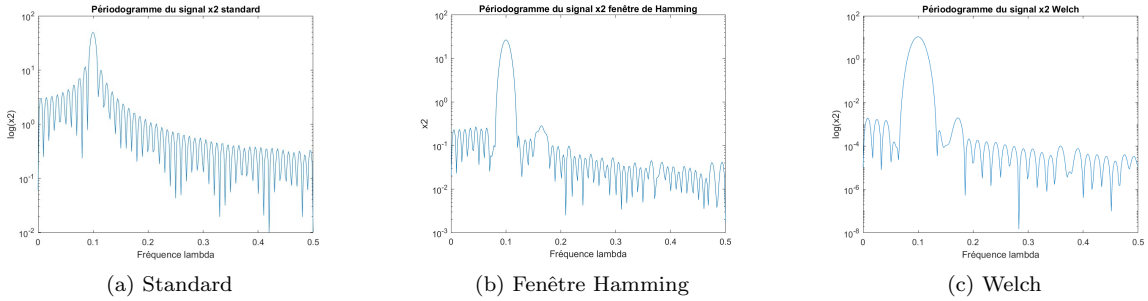


FIGURE 6 – Périodogrammes signal  $x_2$  dans l'échelle logarithme

Pour tracer les modèles obtenus pour les méthodes AR ou MUSIC (cf. Figure 7a et 7b), cette fois ci l'ordre a été fixé en  $P = 7$ . Encore un fois, le méthode MUSIC est plus "claire" pour la détection des oscillations, mais les deux méthodes montrent les deux fréquences présentes (0.099 et 1.642), même se

ses intensités sont beaucoup différentes.

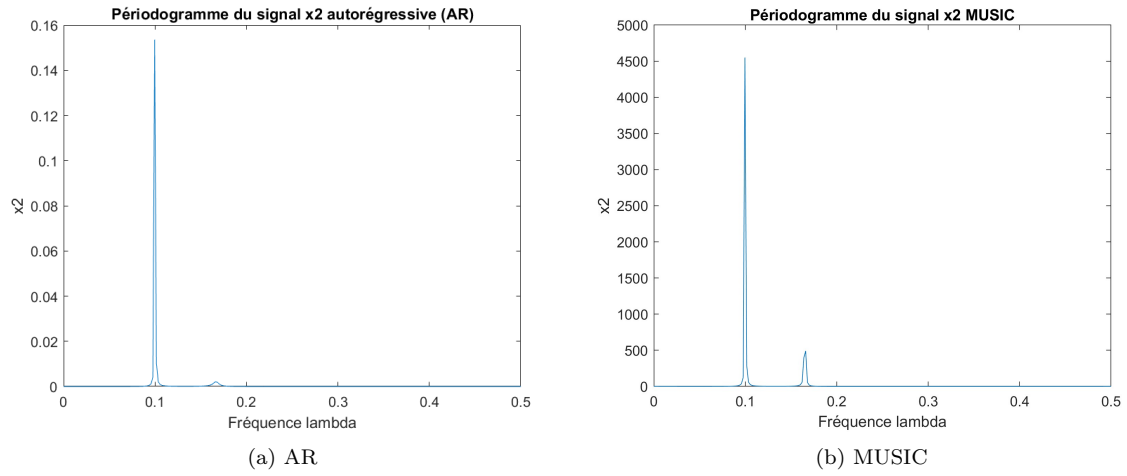


FIGURE 7 – Méthodes AR et MUSIC dans le signal x2

La conclusion est que les fréquences du signal x1 sont  $\lambda_1 = 0.100$  et  $\lambda_2 = 0.166$  ou  $f_1 = 51,2$  Hz et  $f_2 = 84,992$  Hz.

### 2.3 Signal x3

Le signal x3 avait une différente taille,  $N = 300$  ( $N_f = 2048$ ). Son spectre dans le temps peut être visualiser dans la Figure 8. On note que il est un signal avec beaucoup de bruit.



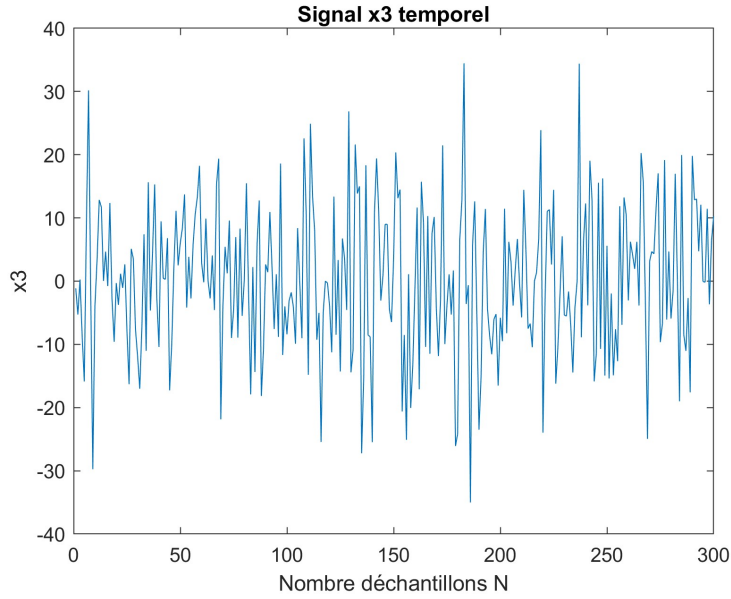


FIGURE 8 – Signal X3 dans le temps

Comme attendue, les périodogrammes standard et avec la fenêtre de Hamming se montrent pas adaptés, mais le périodogramme de Welch arrive à réduire l'influence du bruit, ce qui permet d'observer les fréquences principales en 0.199 et 0.337. Ici nous avons gardé le même  $N_{win}$  et  $N_{overlap}$  de le signal  $x_1$ .

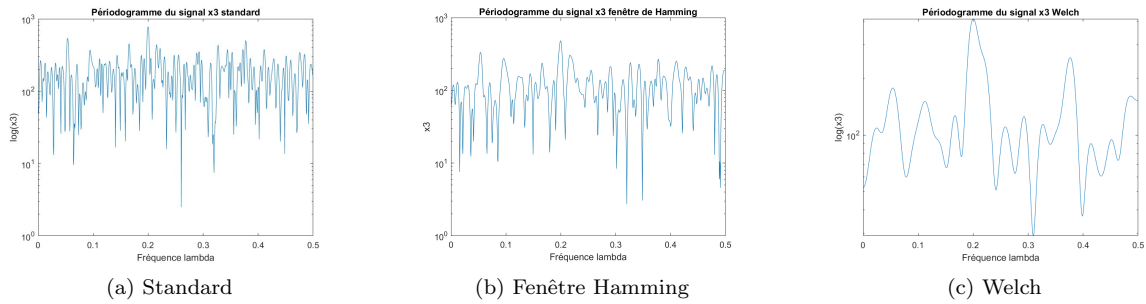


FIGURE 9 – Périodogrammes signal x3 dans l'échelle logarithme

On observe dans la méthode AR (cf. Figure 10a), que le résultat c'est moins convenant que par rapport au signaux  $x_1$  et  $x_3$ . Cela devient de l'augmentation de la taille du signal, puisque la méthode est plus adapté aux signaux courts et avec fréquences proches. La méthode MUSIC dans la Figure 10b

s'est avéré le plus adapté.

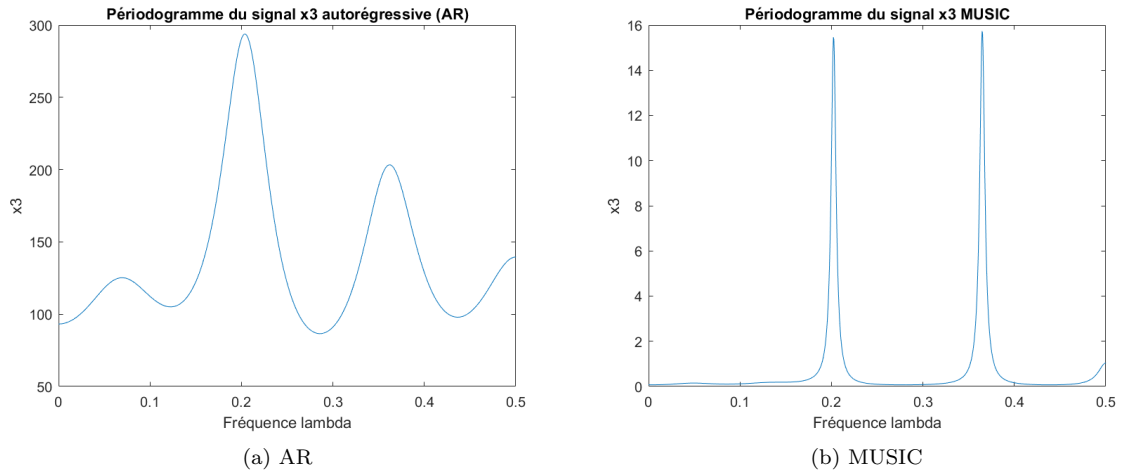


FIGURE 10 – Méthodes AR et MUSIC dans le signal x3

La conclusion est que les fréquences du signal x1 sont  $\lambda_1 = 0.202$  et  $\lambda_2 = 0.364$  ou  $f_1 = 413,696$  Hz et  $f_2 = 745,472$  Hz.

## 2.4 Signal x4

Le signal x4 a aussi  $N = 100$ . Le signal dans le temps peut être visualisé dans la Figure 11.

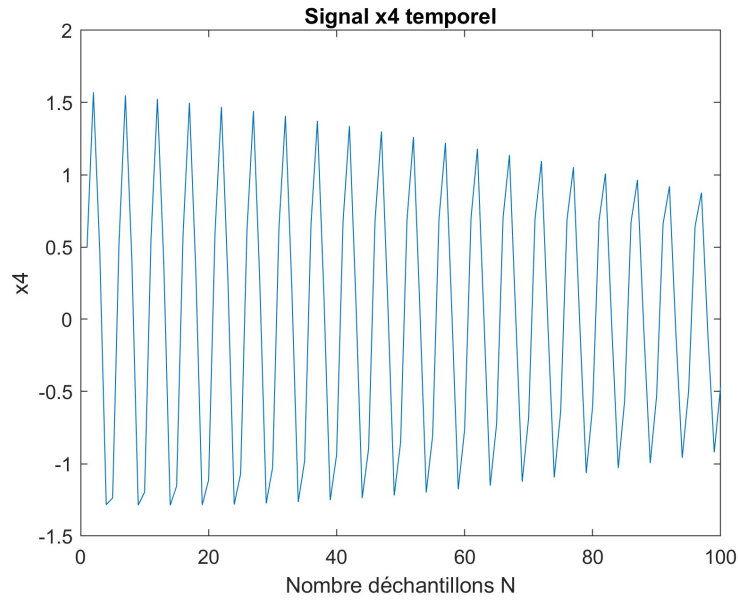


FIGURE 11 – Signal X3 dans le temps

Dans les Figures 12a, 12b et 12c, on voit que les trois représentations sont très proches, mais que avec la Fenêtre de Hamming on a une influence des lobes secondaires plus petite et une perte de résolution plus petite si comparé au périodogramme Welch.

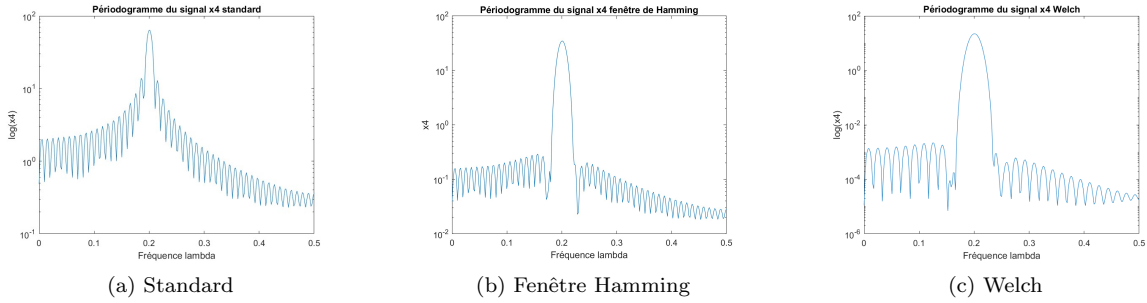


FIGURE 12 – Périodogrammes signal x3 dans l'échelle logarithme

Par rapport à les deux dernières méthodes, elles donnent des résultats similaires, cf. Figures 13a et 13a et l'ordre choisi c'était  $P = 2$ .

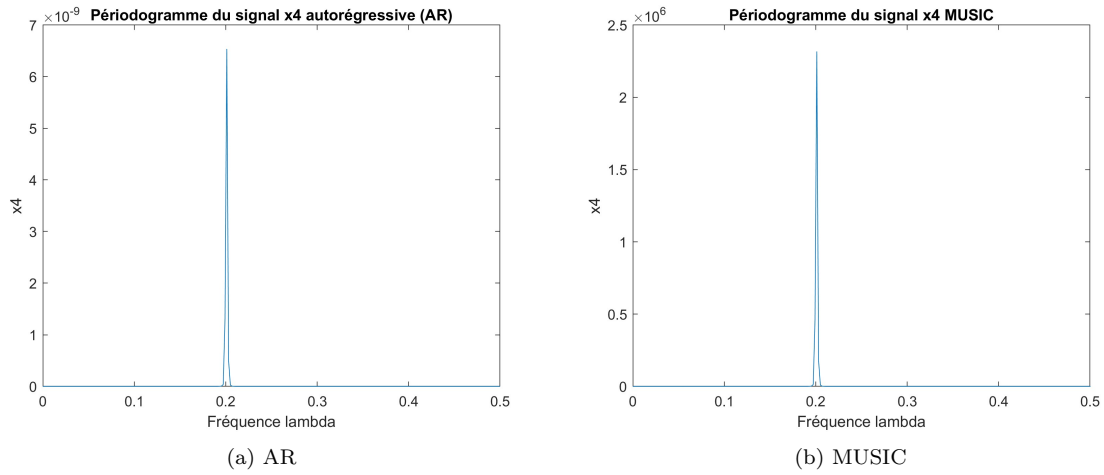


FIGURE 13 – Méthodes AR et MUSIC dans le signal x4

La conclusion est que le fréquences du signal x1 est  $\lambda = 0.201$  ou  $f = 102,9$  Hz.

## 2.5 Avantages et limites de chaque méthode

Méthode	Avantage	Limite
Périodogramme standard	- Fréquences proches (moins perte résolution)	- Fréquences de intensités très différentes (lobes secondaires importants)
Périodogramme fenêtré	- Fréquences de intensités très différentes (moins influence des lobes secondaires)	- Fréquences proches (perte de résolution)
Périodogramme de Welch	- Signal bruyant (réduction du bruit)	- Fréquences proches (perte de résolution)
Modélisation AR	-Signal court - Fréquences proches (meilleur résolution)	- Signal long
Modélisation MUSIC	- Signal court et long - Fréquences proches et loin	- Complexité numérique

TABLE 1 – Avantages et limites de chaque méthode

## 3 Détection d'exoplanètes par analyse spectrale de série temporelle

La détection d'exoplanètes repose souvent sur l'analyse des variations temporelles de la vitesse radiale d'une étoile. Ces variations peuvent révéler la présence d'une planète en orbite. Cependant, les observations terrestres sont limitées par l'alternance jour/nuit, créant des lacunes dans les données.

Dans ce rapport, nous analyserons des données d'observation issues de cinq nuits consécutives (fichier `astro2022.mat`), où la vitesse apparente de l'étoile a été échantillonnée toutes les 36 minutes. L'objectif est d'identifier des composantes périodiques qui pourraient signaler la présence d'une exoplanète.

### 3.1 Fenêtre d'observation

L'allure du courbe 14 la Transformé de Fourier de la fenêtre utilisé. Elle est composée de une répétition de 5 de fenêtres rectangulaires, qui marquent le jour et la nuit d'observation. On sait que la Transformé de Fourier d'un fenêtre rectangulaire est un sinus cardinal et que un signal périodique dans le temps forme des composantes harmoniques aux fréquences, c'est qui justifie s'allure.

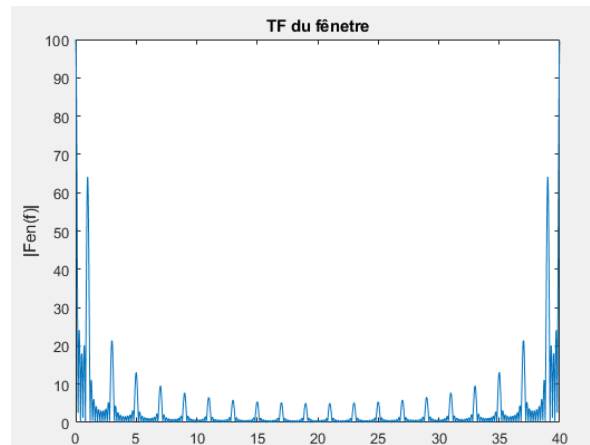


FIGURE 14 – Transformée de Fourier de la fenêtre

### 3.2 Périodogramme du signal

On remarque bien que le signal est bruité dans la Figure 15, ça veut dire que l'information portée par ce signal n'est pas isolée et souffre avec l'influence de la fenêtre utilisé. On peut bien observer le même format de la fenêtre observé dans la Figure 14 plusieurs fois dans le signal. Dans ce qui suit, il est évident de chercher des solutions pour réduire ces pics parasites.

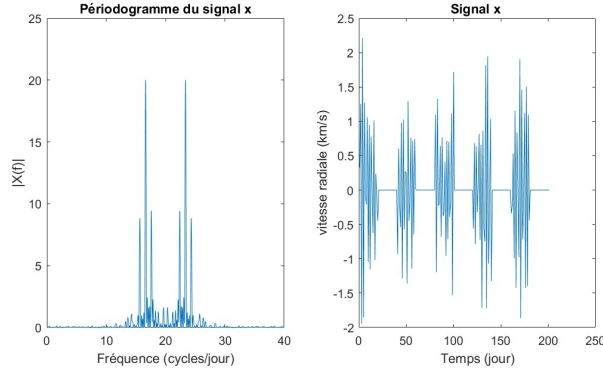


FIGURE 15 – Périodogramme du signal x

### 3.3 Méthode Clean

Pour réduire ces parasites, alors, et essayer de retrouver le signal total à partir du signal disponible, on utilise un algorithme d'éliminations itératives des pics qui se base sur la localisation de la fréquence de la composante de la plus grande amplitude puis estimer le sinusöide correspondant à cette fréquence puis le faire soustraire. Ça veut dire qu'après chaque itération on va remarquer la disparition d'un pic principale avec ces pics parasites et ainsi de suite jusqu'à ce qu'il ne reste rien de significatif 17.

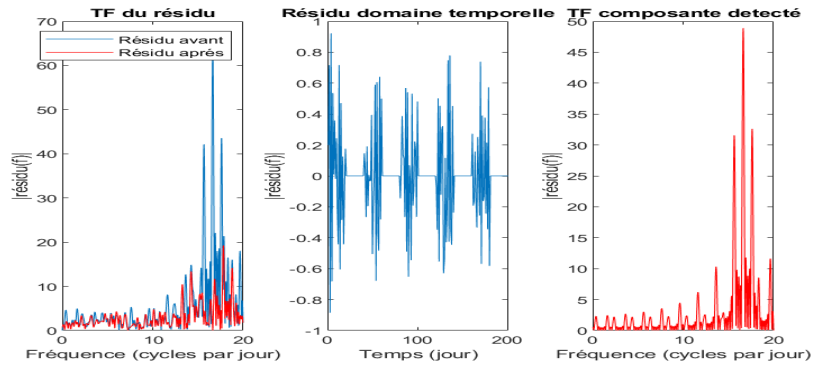


FIGURE 16 – itération 1

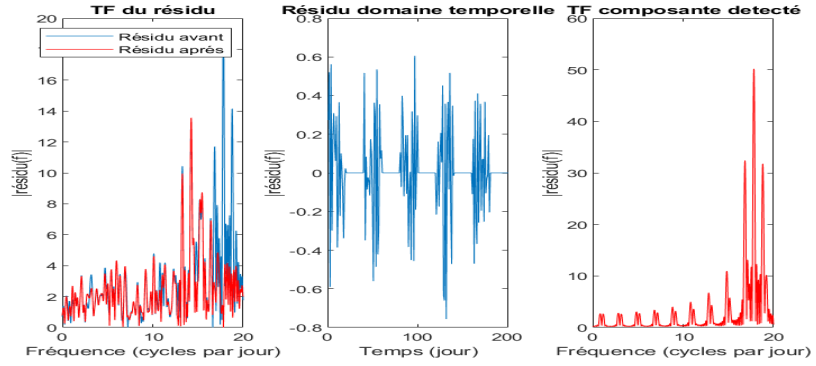


FIGURE 17 – itération 2

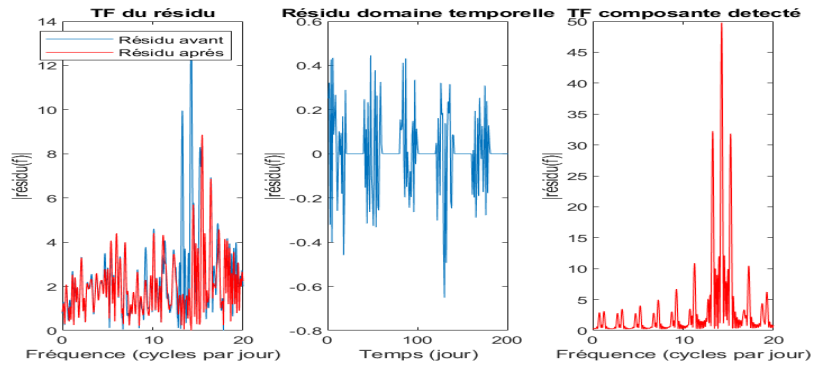


FIGURE 18 – itération 3

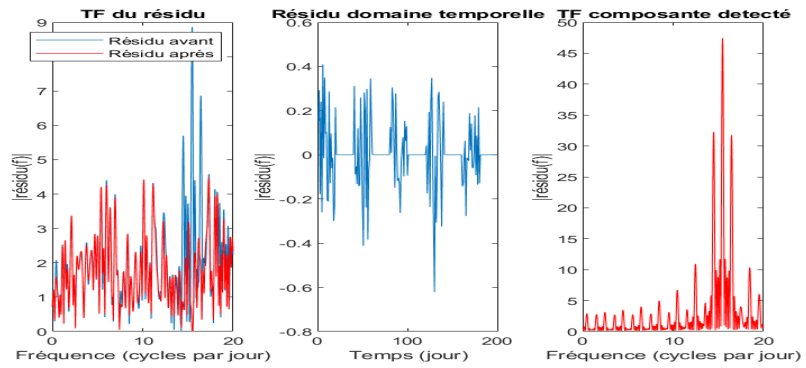


FIGURE 19 – itération 4

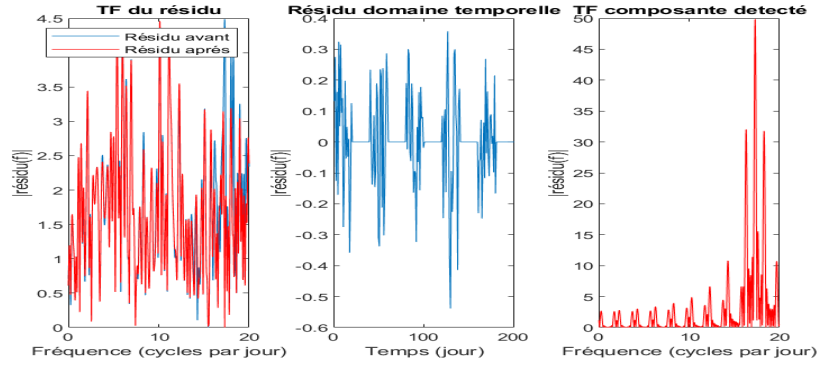


FIGURE 20 – itération 5

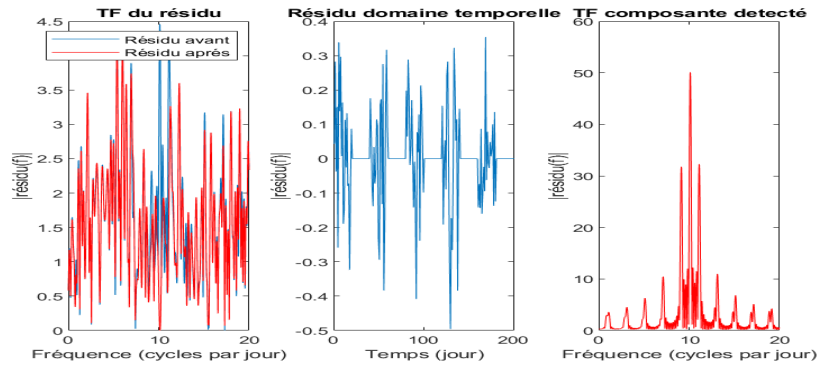


FIGURE 21 – itération 6

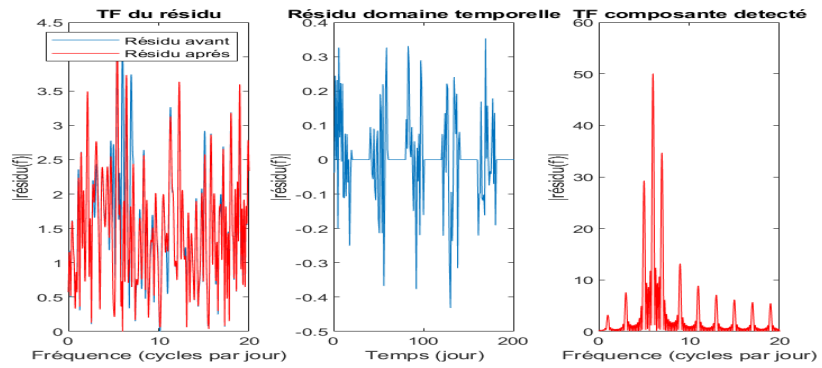


FIGURE 22 – itération 7



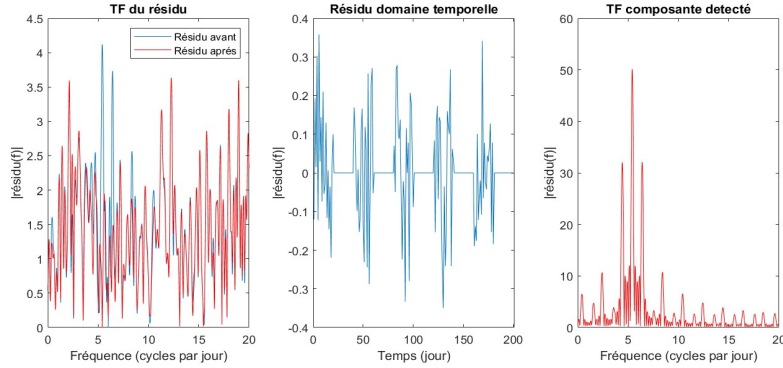


FIGURE 23 – itération 8

A partir de l'observation de les figures 16 à 23, on observe que a chaque itération, on retire la composante détecté multiplié pour la même fenêtre de la figure 14. On peut observer que le spectre de la fenêtre est resté à peu près stable dans la même plage fréquentielle (15 Hz - 19 Hz) jusqu'à la cinquième itération. Cependant, à partir de l'itération 6 (fig21), le centre du spectre s'est déplacé vers une fréquence différente (10 Hz) et que la différence entre les résidus avant et après suppression commencent a être peu significatives (voire les valeurs dans l'axe y qui restent à peu près a même intensité de 4.5).

Il en résulte qu'après 5 itérations on retire l'influence des 5 cycles de fenêtre rectangulaire qu'on a ajouté au début (les composantes estimés sont les composantes harmoniques de la fenêtre périodique) et il est possible de reconstituer le signal total à partir du signal disponible, ou d'inférer que des informations supplémentaires sont présentes derrière le signal observable.

## 4 Annexes

### 4.1 Exercice 1

```
close all
```

```
Fs = 1;
```

```
N_options = {100, 100, 300, 100};
```

```

x_signals = {x1, x2, x3, x4};

for k = 1:4

    N = N_options{k};

    Nf = 4*2^nextpow2(N); %Nf>>N

    axefreq = 0:Fs/Nf:(Nf-1)/Nf*Fs;

    %Temps

    x = x_signals{k};

    figure()

    plot(x)

    title(['Signal x', num2str(k), ' temporel'])

    xlabel('Nombre d chantillons N')

    ylabel(['x', num2str(k)])

    %P riogramme standard

    TF_x = 1/N*abs(fft(x, Nf)).^2;

    figure()

    plot(axefreq, abs(TF_x))

    set(gca, 'yscale', 'log') %Pour tracer dans l'echelle log

```

```

set(gca,'xlim',[0,Fs/2]) %Restringe l'affichage      premi re
moti

title(['P riogramme du signal x', num2str(k), ' standard'])

xlabel('Fr quence lambda')

ylabel(['log(x',num2str(k), ')'])

%P riogramme fen tr

figure()

w = hamming(N);

TF_x_h = 1/N*abs(fft(x.*w, Nf)).^2;

plot(axefreq, abs(TF_x_h))

set(gca,'yscale','log')

set(gca,'xlim',[0,Fs/2])

title(['P riogramme du signal x', num2str(k), ' fen tre de
Hamming'] )

xlabel('Fr quence lambda')

ylabel(['x',num2str(k)])

%P riogramme Welch

Nwin = 60; %60

```

```

Noverlap = 2; %2

periodoWelch = pwelch(x,Nwin,Noverlap,Nf,Fs,'twosided');

figure()

plot(axefreq, abs(periodoWelch))

set(gca,'yscale','log')

set(gca,'xlim',[0,Fs/2])

title(['P riogramme du signal x', num2str(k), ' Welch'])

xlabel('Fr quence lambda')

ylabel(['log(x',num2str(k),')'])

%Mod lisation AR

P = 7;

[a,sigma2] = arcov(x,P);

S_AR = sigma2./abs((fft(a,Nf))).^2;

figure()

plot(axefreq, S_AR);

%set(gca,'yscale','log');

set(gca,'xlim',[0,Fs/2])

title(['P riogramme du signal x',num2str(k), ' autor gressive
      (AR)'])

```

```

xlabel('Fr quence lambda')

ylabel(['x',num2str(k)])

%Mod lisation MUSIC

S_MUSIC = pmusic(x,P,axefreq,Fs);

figure()

plot(axefreq, S_MUSIC);

%set(gca,'yscale','log');

set(gca,'xlim',[0,Fs/2])

title(['P riodogramme du signal x',num2str(k), ' MUSIC'])

xlabel('Fr quence lambda')

ylabel(['x',num2str(k)])

end

%Pour sauvgader les figures comme .jpg
-----

% % Encontra todos os handles de figuras abertas

```

```

% figHandles = findall(0, 'Type', 'figure');

%

% % Loop para salvar cada figura como JPEG

% for i = 1:length(figHandles)

%     % Torna a figura atual ativa

%     figure(figHandles(i));

%

%     % Define o nome do arquivo para cada figura

%     filename = ['figure_' num2str(i) '.jpg'];

%

%     % Salva a figura como JPEG (usando o m todo 'print' para melhor
%     qualidade)

%     print(figHandles(i), filename, '-djpeg', '-r300'); % '-r300'
%     define a resolu  o (300 dpi)

% end

```

## 4.2 Exercice 2

```

% execrice 2

close all;

Nf = 4096;    N = 201;

axefreq = 0:Fe/Nf:(Nf-1)/Nf*Fe;

%fen tre

figure()

```

```

fenetre_tf = fft(fen,Nf);

plot(axefreq,abs(fenetre_tf))

title(' TF du f netre ')

xlabel('Fr quence Fe')

ylabel('|Fen(f)|')


%periodogramme signal

figure()

subplot 121


p_x = 1/N*abs(fft(x,Nf)).^2;

plot(axefreq,abs(p_x))

title(' P riodogramme du signal x ')

xlabel('Fr quence (cycles/jour)')

ylabel('|X(f)|')

subplot 122

plot(x)

title('Signal x ')

xlabel('Temps (jour)')

ylabel('vitesse radiale (km/s)')

```

```

%methode Clean

periodogramme = 1/N*(abs(fft(x, Nf))).^2;

residu = x;

k = 0;

while(k<8)

    TF_residu = fft(residu, Nf);

    [max_y, id_max] = max(periodogramme);

    frequence_max = axefreq(id_max);

    [amp_est, phi_est] = estim_amp_phase(residu, t, frequence_max);

    contribution_estime = sin(2*pi*frequence_max*t+phi_est).*fen ;

    residu = residu - amp_est.*contribution_estime;

    TF_residu_new = fft(residu, Nf);

    periodogramme = 1/N*(abs(TF_residu_new)).^2;

    %r sidu avant et apres

    figure();

    subplot(131);

    plot(axefreq, abs(TF_residu));

    set(gca, 'xlim', [0, Fe/2]);

    hold on

```



```

plot(axefreq,abs(TF_residu_new), '-r');

title('TF du r sidu');

legend('R sidu avant','R sidu apr s')

xlabel('Fr quence (cycles par jour)'), ylabel('|r sidu(f)|')

hold off


%R sidu domaine temporelle

subplot(132);

plot(residu);

title('R sidu domaine temporelle')

xlabel('Temps (jour)'), ylabel('|r sidu(f)|')


%composant detect e

subplot(133);

plot(axefreq,abs(fft(contribution_estime,Nf)), '-r');

set(gca,'xlim',[0,Fe/2]);

title('TF composante detect ');

xlabel('Fr quence (cycles par jour)'), ylabel('|r sidu(f)|')

k = k + 1;

end

```