

표면 레이아웃 입력을 이용한 육면체 메시 생성*

한상준, 진방달, 강윤구⁰, 김명수
서울대학교 컴퓨터공학부

sjhan, chenfangda, yunku2002@3map.snu.ac.kr, mskim@snu.ac.kr

Hexahedral Mesh Generation Using Boundary Layout Input

Sangjun Han, Chen Fangda, Yunku Kang⁰, Myung-Soo Kim
Seoul National University Dept. of Computer Science and Engineering

요약

본 논문에서는 임의의 삼각형 메시 모델로부터 유한 요소 해석을 위한 육면체 볼륨 메시지를 생성하는 상호 작용성 방법을 소개한다. 사용자가 레이아웃을 먼저 입력하면 삼각형 메시지를 자동으로 사각형 메시로 변환하고 이를 표면으로 하는 육면체 메시지를 부울 합 연산을 통해 생성한다.

1. 서론

주로 설계 과정을 거쳐 제작된 물체의 물리적 시뮬레이션을 수행하기 위한 유한 요소 해석법은 대상이 되는 물체를 이름 그대로 유한한 요소(셀)로 이루어진 메시 모델로의 표현이 필요하다. 3차원의 경우 각 셀 또한 3차원 볼륨인 메시 모델은 해석의 정확도나 시간 비용을 좌우하는데, 정의와 생성이 단순한 사면체 메시가 일반적으로 쓰이지만 육면체 메시가 상대적으로 정확하다. Benzley et al.[1]은 정적 선형 해석의 경우 굽힘이나 비틀림 상황에서 사면체 메시가 변위와 응력 계산에 10~70%의 오차를 보여 오차가 30% 미만인 육면체 메시가 우수함을 보였다. 특히 내부에 있는 대부분의 정점의 valence가 6인, 다시 말해서 한 정점에 연결된 다른 정점의 수가 6인 육면체가 이상적일 것이다.

이러한 조건을 만족하는 정규 육면체 메시지를 생성하기 위한 연구는 10년 가까이 있어 왔다. 본래 곡면을 정규 사각형 메시로 표현하기 위한 방법인 PolyCube가 볼륨으로 확장되기도 했으며[2,3] 볼륨 전체를 먼저 매개화한 뒤 육면체 메시지를 생성하는 방식[4,5]은 입력으로 사면체 메시가 필요하다.

본 논문에서는 사면체 메시 없이 삼각형 메시에서 사용자의 입력을 통해 사각형 메시지를 생성한 뒤 이를 바탕으로 육면체 메시지를 생성하는 방법을 제안한다. Kang & Kim[6]은 사용자가 삼각형 메시 위로 사각형 패치의 레이아웃, 즉 패치 사이의 경계 곡선을 인터페이스를 통해 입력하고 삼각형 메시지를 근사하는 사각형 메시지를 자동으로 생성하는 방법을 소개하였다.

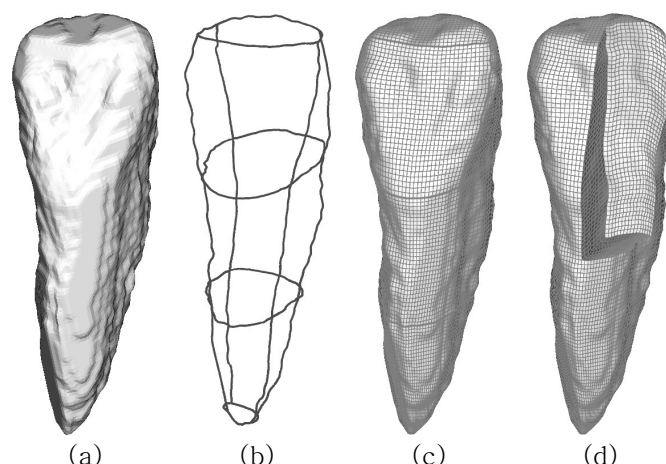


그림 1 삼각형 메시에서 육면체 메시지를 생성하는 과정

육면체 볼륨 메시의 표면이 될 사각형 메시지를 이와 같이 상호 작용을 통해 결정함으로써 주곡률이나 특징 곡선을 더 효과적으로 표현하는 메시지를 얻을 수 있다. 이 사각형 메시에 Elber et al.[7]이 제안하는 곡면의 부울 합을 적용하여 내부의 볼륨 메시지를 생성한다. 이 부울 합 연산은 곡선으로부터 곡면을 정의하는 부울 합을 확장한 것으로, 여섯 개의 맞닿은 경계 곡면만으로부터 내부의 볼륨을 유일하게 정의한다.

2. 입력 메시의 사각형 메시 변환

먼저 볼륨 메시의 표면을 이를 사각형 메시지를 사용자의 입력을 바탕으로 생성한다. valence가 4인 정점을 정규 정점이라고 했을 때, 모든 내부 정점이 정규인 사각형 패치를 소수 이어붙인 꼴의 사각형 메시가 좋다. 따라서 그림 1(a)와 1(b)에서와 같이 대상 삼각형 메시 위로 사용자가 사각형 패치 사이의 경계를 모델의 특성이 반영 되게끔 마우스 등으로 스케치하여 입력한다.

패치 경계 레이아웃이 정해지면 이를 토대로 사각형 메시지를 자동으로 생성해야 하는데, 어떤 패치가 대상 메시의 어떤 정점들을 근사할지를 판단해야 한다. 이를 위해 경계 곡선들만으로 정의되는 쿤스 패치를 생성한다. (쿤스 패치를 확장한 부울 합의 개념이 3절에서 소개된다.) 쿤스 패치들은 대상 삼각형 메시지를 잘 근사하지는 못하지만 경계 곡선들을 적당히 보간하기 때문에 정점들을 분배하기에 아주 적합하다. 각 정점을 가장 가까운 쿤스 패치에 할당하면 된다.

* 구두발표논문

* 본 연구는 서울대학교 융·복합 연구 지원 사업으로 수행되었음.

이렇게 각 패치가 근사할 정점들이 결정되면 쿤스 패치들은 전부 폐기하고 실제로 사각형 메시를 생성해야 한다. 이는 각 패치를 경계 곡선의 끝점들을 연결한 하나의 사각형으로 초기화한 뒤 두 개의 사각형으로 반복적으로 쪼개나가며 이루어진다. 사각형의 개수가 늘어날수록 입력 메시를 더욱 정확히 근사하므로 이를 근사 오차가 충분히 작아질 때까지 반복한다. 단, 새로 생겨나는 정점들과 더불어 기존의 정점들의 위치를 결정하는 것이 관건이다.

이는 각 상태의 사각형 메시를 토대로 입력 메시를 매개화함으로써 이루어진다. 각 정규 패치의 격자를 일종의 2차원 매개화로 취급하여 패치에 배정된 정점들로부터 패치까지의 수선의 발을 찾은 뒤 그 발의 매개 변수를 정점의 매개 변수로 간주한다. 새로 위치를 결정해야 하는 정점들 또한 매개 변수가 있으니 필요한 매개 변수를 포함하는 삼각형을 찾아 세 꼭짓점을 보간한다. 앞서 쿤스 패치까지의 거리를 제거나 정규 패치까지의 수선의 발을 계산하는 작업은 Kang et al.[8]의 사각형 메시를 위한 BVH 자료 구조를 이용하여 가속화할 수 있다.

3. 부울 합에 의한 육면체 볼륨 메시

이 절에서는 사각형 메시로부터 볼륨을 정의하기 위해 쓰이는 곡면의 부울 합 개념을 설명한다. 서로 맞닿아 있는 여섯 개의 곡면을 $S_1(u,w)$, $S_2(v,w)$, $S_3(u,w)$, $S_4(v,w)$, $S_5(u,v)$ 와 $S_6(u,v)$ 라고 하자. 이들의 배치를 정육면체와 같이 생각하면 S_1 부터 S_4 까지가 옆면을 이루고 S_5 와 S_6 가 윗면과 아랫면이다. C_{ij} 는 S_i 와 S_j 가 만나는 곡선을 가리키며 이 곡선들이 만나는 점은 P_1, \dots, P_8 이다. 모든 매개 변수의 구간은 $[0,1]$ 로 간주할 수 있다.

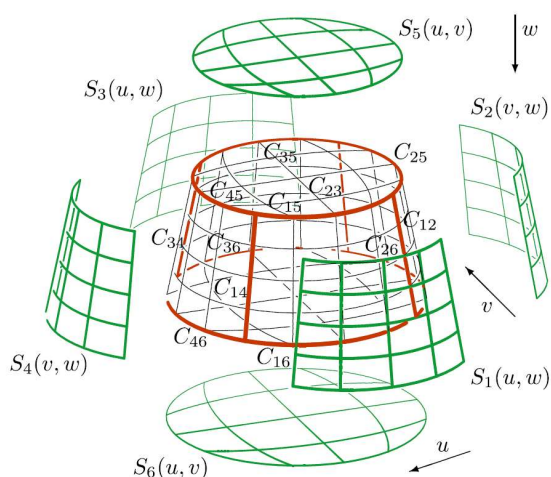


그림 2 여섯 개의 곡면으로 볼륨을 정의하는 부울 합

곡선 혹은 곡면 A 와 B 의 선형 보간을 아래와 같이 표기하고

$$Lin(A, B, u) = (1-u)A + uB$$

$TriLin(\{P_i\})$ 를 P_1, \dots, P_8 의 삼중선형 보간이라고 하면 S_1, \dots, S_6 의 부울 합은 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} V(u,v,w) = & Lin(S_1(u,w), S_3(u,w), v) \\ & + Lin(S_2(v,w), S_4(v,w), u) \\ & + Lin(S_5(u,v), S_6(u,v), w) \\ & - Lin(Lin(C_{15}, C_{16}, w), Lin(C_{35}, C_{36}, w), v) \\ & - Lin(Lin(C_{12}, C_{23}, v), Lin(C_{14}, C_{34}, v), u) \\ & - Lin(Lin(C_{25}, C_{45}, u), Lin(C_{26}, C_{46}, u), w) \\ & + TriLin(\{P_i\}) \end{aligned}$$

이 볼륨에서 u , v 나 w 를 0이나 1로 설정한 경계 곡면들은 입력 곡면들과 일치하기 때문에 이들을 보간한 것으로 볼 수 있고, 이 부울 합을 2절에서 구한 표면 사각형 메시에 적용하여 그림 1(d)에서와 같이 육면체 볼륨 메시를 생성한다. 물론 사각형 메시가 그림 2와 같이 마주 보는 세 쌍으로 구성되어 있어야 한다.

4. 결론

본 논문에서는 유한 요소 해석을 위한 정규 육면체 메시를 삼각형 메시로부터 생성하기 위한 방법으로 사용자가 표면 사각형 메시의 레이아웃을 결정한 뒤 육면체 메시를 자동으로 생성하는 방식을 제시하였다. 이는 사면체 볼륨 메시를 필요로 하지 않고 입력 메시의 특징을 훌륭하게 표현할 수 있으며 자동 생성의 과정이 매우 간단하다는 장점이 있다.

참고문헌

- [1] S. E. Benzley, E. Perry, K. Merkley, B. Clark and G. Sjaardama, A Comparison of All Hexagonal and All Tetrahedral Finite Element Meshes for Elastic and Elasto-plastic Analysis, *Proceedings of the 4th International Meshing Roundtable*, pp.179-191, 1995.
- [2] X. Li, X. Guo, H. Wang, Y. He, X. Gu and H. Qin, Harmonic Volumetric Mapping for Solid Modeling Applications, *Proceedings of the 2007 ACM Symposium on Solid and Physical Modeling*, pp.109-120, 2007.
- [3] J. Gregson, A. Sheffer and E. Zhang, All-Hex Mesh Generation via Volumetric PolyCube Deformation, *Computer Graphics Forum*, 30(5):1407-1416, 2011.
- [4] M. Nieser, U. Reitebuch and K. Polthier, CubeCover-Parameterization of 3D Volumes, *Computer Graphics Forum*, 30(5):1397-1406, 2011.
- [5] Y. Li, Y. Liu, W. Xu, W. Wang and B. Guo, All-Hex Meshing using Singularity-Restricted Field, *ACM Transactions on Graphics*, 31(6):177:1-177:11, 2012.
- [6] 강윤구, 김명수, 경계 곡선 입력을 이용한 점 구름의 쿼드 메시 재건, *HCI KOREA 2017 학술대회 논문집*, pp.27-30, 2017.
- [7] G. Elber, Y.-J. Kim and M.-S. Kim, Volumetric Boolean sum, *Computer Aided Geometric Design*, 29:532-540, 2012.
- [8] 강윤구, 장준영, 김명수, 빠른 기하 연산을 위한 변형 가능한 쿼드 메시, *한국컴퓨터그래픽스학회 2015년 학술대회 논문집*, pp.73-74, 2015.