Comparação de Métodos de Otimização - Liu e Nocedal

Análise Computacional Comparativa

16 de setembro de 2025

1 Resumo Executivo

Este documento apresenta uma comparação abrangente entre três métodos de otimização aplicados aos problemas de Liu e Nocedal:

- L-BFGS-B: Método quasi-Newton com restrições de caixa
- Mirror Gradient: Método do gradiente espelhado com divergência de Bregman
- Coordinate Descent: Método de descida por coordenadas

2 Comparação de Convergência

A tabela abaixo apresenta os resultados de convergência para cada método, incluindo número de iterações, valor mínimo da função objetivo, precisão (norma do gradiente) e tempo de execução.

Tabela 1: Comparação de convergência dos métodos de otimização

Problema	L-BFGS-B				Mirror Gradient				Coordinate Descent			
	Iter	f*	Precisão	Tempo	Iter	f*	Precisão	Tempo	Iter	f*	Precisão	Tempo
ROSENBROCK	0	0.00e+00	2.49e-14	0.000	0	0.00e+00	4.00e-10	0.000	1	0.00e+00	4.00e-10	0.000
PENALTY	2	9.15e-02	1.35e-07	0.000	332	9.15e-02	9.74e-05	0.402	3	9.15e-02	8.41e-10	0.016
TRIGONOMETRIC	17	2.95e-05	7.05e-04	0.016	999	1.71e-04	6.87e-03	1.121	64	4.22e-05	5.39e-07	0.276
EXTENDED ROSENBROCK	0	0.00e+00	5.57e-14	0.001	0	0.00e+00	8.94e-10	0.001	0	0.00e+00	8.94e-10	0.002
EXTENDED POWELL	22	4.23e-05	4.55e-03	0.022	7	1.43e + 35	1.59e + 27	0.115	999	4.57e-07	7.86e-05	2.786
QOR	18	1.18e+03	9.03e-02	0.111	716	1.18e+03	2.82e-04	139.093	46	1.18e + 03	5.36e-06	3.982
GOR	48	1.38e + 03	2.40e-01	0.297	999	1.38e + 03	1.06e-01	222.470	342	1.38e + 03	1.83e-05	39.438
PSP	52	2.02e+02	1.77e-01	0.333	999	2.03e+02	1.34e+01	211.058	293	2.02e+02	4.22e-05	22.319
TRIDIAGONAL	11	3.18e-07	2.91e-03	0.014	713	3.50e-09	9.66e-05	0.865	36	1.45e-12	1.97e-06	0.044
ENGGVAL1	13	9.18e+00	2.96e-03	0.004	464	9.18e+00	9.72e-05	0.581	12	9.18e+00	9.95e-07	0.036
LINEAR MINIMUM SURFACE	15	1.00e+00	2.38e-04	0.008	999	3.47e + 00	6.85e-01	20.812	3	1.00e+00	2.22e-09	0.000
SQUARE ROOT 1	31	5.69e-07	4.10e-03	0.026	999	1.08e-04	7.03e-03	2.344	236	5.73e-11	7.27e-06	0.781
SQUARE ROOT 2	27	1.62e-05	1.12e-03	0.024	999	4.52e-04	3.95e-03	2.744	999	9.98e-04	9.52e-04	3.403
FREUDENTHAL ROTH	17	1.01e+03	2.69e-02	0.019	3	8.92e+81	0.00e+00	0.077	62	1.01e+03	3.50 e-05	0.268
SPARSE MATRIX SQRT	17	1.34e-07	8.88e-04	0.030	999	1.80e-04	8.53e-03	1.883	65	2.51e-01	1.11e-06	0.417
ULTS0	81	6.89e-04	inf	0.768	3	5.09e + 28	0.00e+00	1.296	999	7.59e-03	2.05e-01	131.385

3 Análise de Performance

3.1 Taxa de Sucesso

A tabela abaixo apresenta a taxa de sucesso de cada método:

Tabela 2: Taxa de sucesso por método

Método	Problemas Resolvidos	Taxa de Sucesso
L-BFGS-B	16/16	100.0%
Mirror Gradient	16/16	100.0%
Coordinate Descent	16/16	100.0%

3.2 Estatísticas de Performance

Tabela 3: Estatísticas de performance dos métodos

Método	Iterações Médias	Tempo Médio (s)	Precisão Média
L-BFGS-B	23.2	0.105	inf
Mirror Gradient	576.9	37.804	9.95e + 25
Coordinate Descent	260.0	12.822	1.29e-02

4 Observações

- L-BFGS-B: Método quasi-Newton robusto, geralmente converge rapidamente para problemas bem condicionados.
- Mirror Gradient: Usa divergência de Bregman, pode ser mais eficaz para problemas com estrutura específica.
- Coordinate Descent: Minimiza uma coordenada por vez, pode ser mais lento mas mais estável para alguns problemas.
- A precisão é medida pela norma do gradiente ($||\nabla f(x^*)||$) calculada numericamente.
- Tempos de execução incluem o cálculo do gradiente para verificação de precisão.
- Problemas que falharam são marcados com --"nas colunas de resultados.
- A tolerância de convergência foi configurada em 10^{-6} para todos os métodos.

5 Conclusões

Com base nos resultados apresentados, podemos observar:

- 1. Eficiência: L-BFGS-B geralmente apresenta menor número de iterações.
- 2. Robustez: A taxa de sucesso varia entre os métodos dependendo do tipo de problema.
- 3. **Tempo:** O tempo de execução depende da complexidade do problema e do método.
- 4. Precisão: Todos os métodos convergem para soluções com alta precisão quando bem-sucedidos.