

FUCO5A – Transitórios em Circuitos com Capacitores e Indutores.

Prof. Dr. Layhon Santos

layhonsantos@utfpr.edu.br

IRWIN, J. David; NELMS, R. Mark. **Análise básica de circuitos para engenharia**. 10. ed. Rio de Janeiro, RJ: LTC, 2013. xvi, 679 p. ISBN 9788521621805.

Campus Apucarana



BOYLESTAD, Robert L. **Introdução à análise de circuitos**. 12. ed. São Paulo, SP: Pearson Prentice Hall, 2012. xiii, 962 p. ISBN 9788564574205

Objetivos da Aula

- ✓ Revisar Fontes de tensão e corrente controladas.
- ✓ Analisar transitórios em circuitos com capacitores e indutores.

IRWIN, J. David; NELMS, R. Mark. **Análise básica de circuitos para engenharia**. 10. ed. Rio de Janeiro, RJ: LTC, 2013. xvi, 679 p. ISBN 9788521621805.

Campus Apucarana

BOYLESTAD, Robert L. **Introdução à análise de circuitos**. 12. ed. São Paulo, SP: Pearson Prentice Hall, 2012. xiii, 962 p. ISBN 9788564574205

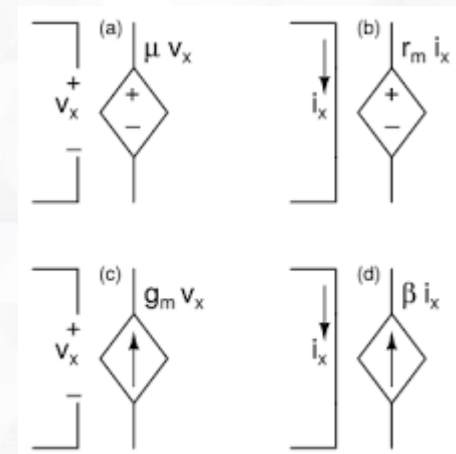
Definições (FTC e FCC) - Revisão

Uma fonte de tensão ou corrente controlada dependente (FTC ou FCC) são aquelas cujo os valores de tensão e corrente são controlados por um tensão ou corrente existente em outra parte do circuito.

As grandezas μ e β são constuma ser constantes admissioais, enquanto as constantes r e g costuma ser unidades de ohms e Siemes, respectivamente.

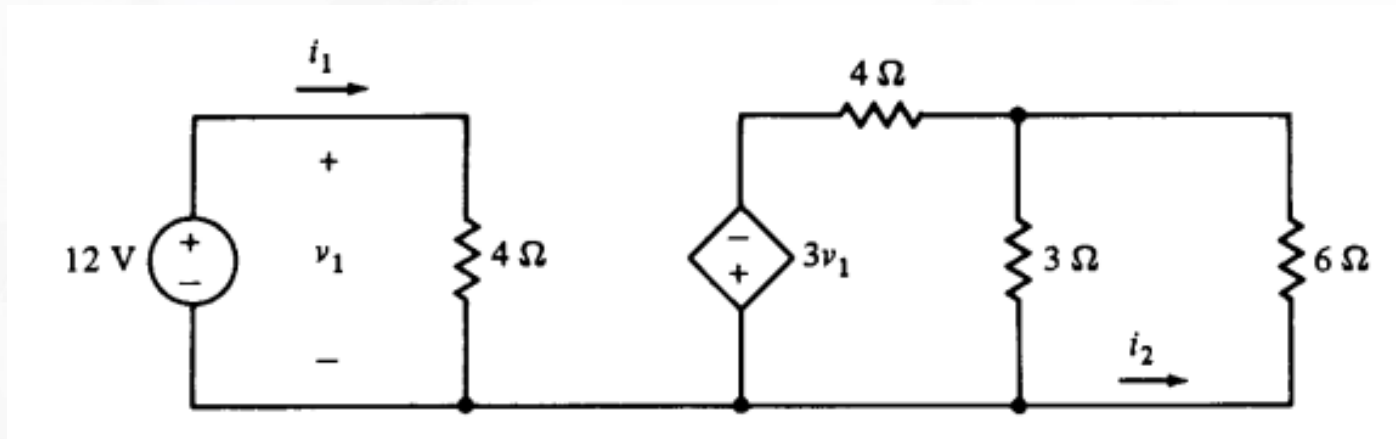
Representações gráficas de fontes ideais

Fontes de tensão Independente	Fontes de corrente Independente	Fontes de corrente e tensão – dependentes



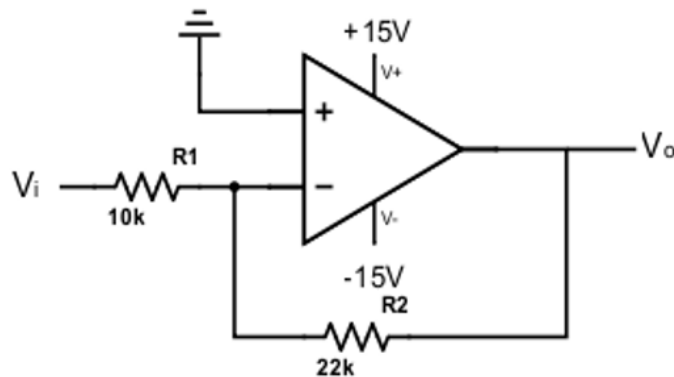
Fontes Controladas (Revisão)

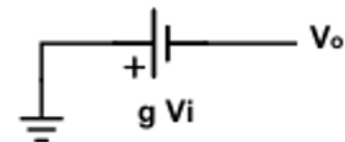
- ✓ Calcule a fonte de tensão controlada.



Fontes Controladas (Revisão)

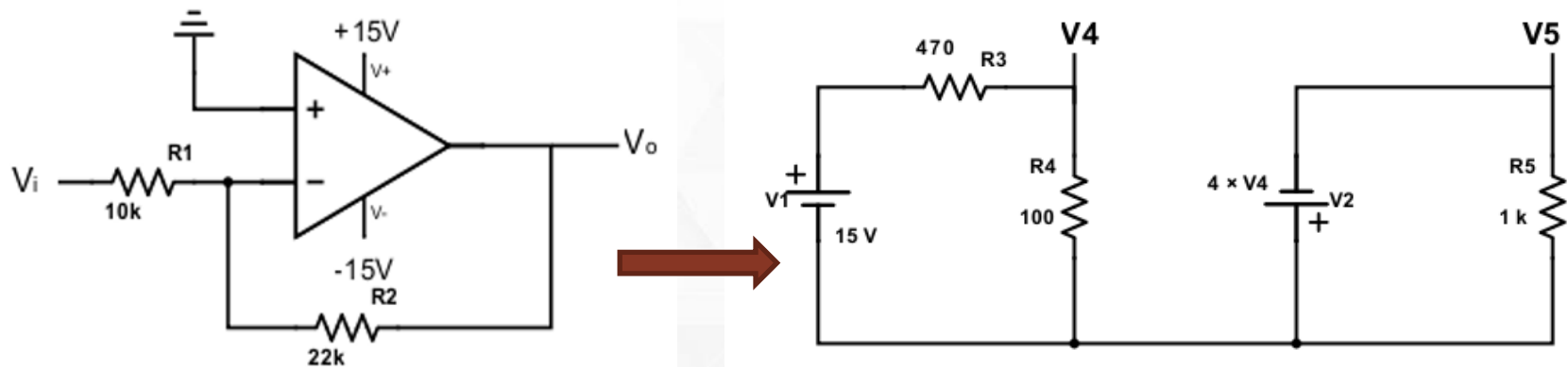
- ✓ Amplificador inversor: fonte dependente ou controlada por tensão.





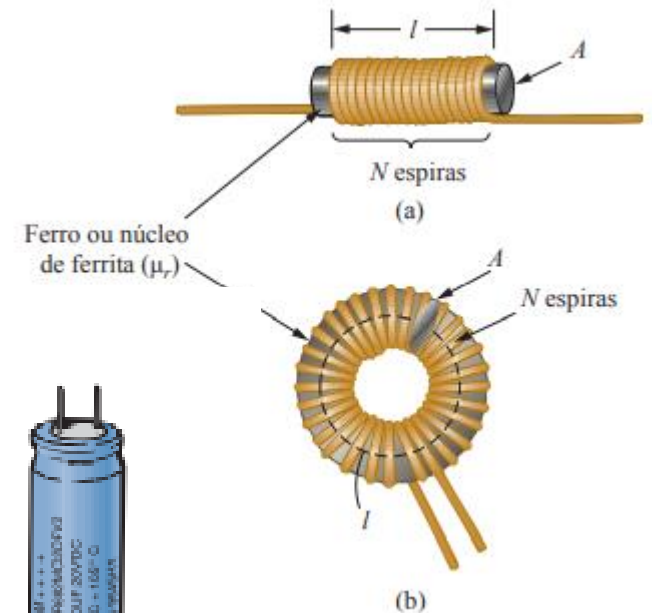
Fontes Controladas (Revisão)

- ✓ Amplificador inversor: fonte dependente ou controlada por tensão.

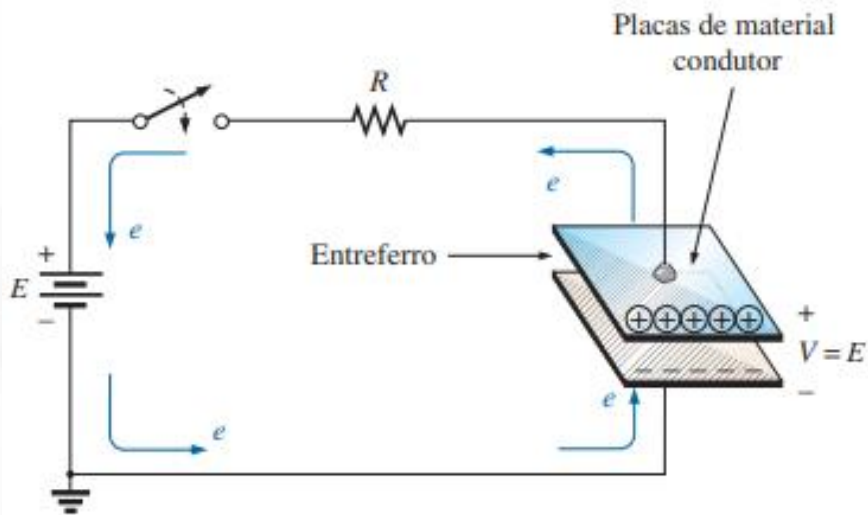


Capacitores e Indutores

- ✓ Capacitores são elementos capazes de armazenar energia sob a forma de campo elétrico.
- ✓ Indutores são elementos armazenadores de energia na forma de campo magnético.



Capacitores – Capacitância.

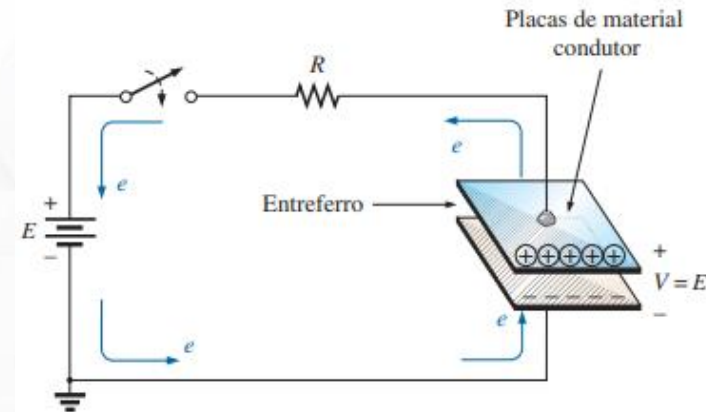


$$C = \frac{Q}{V}$$

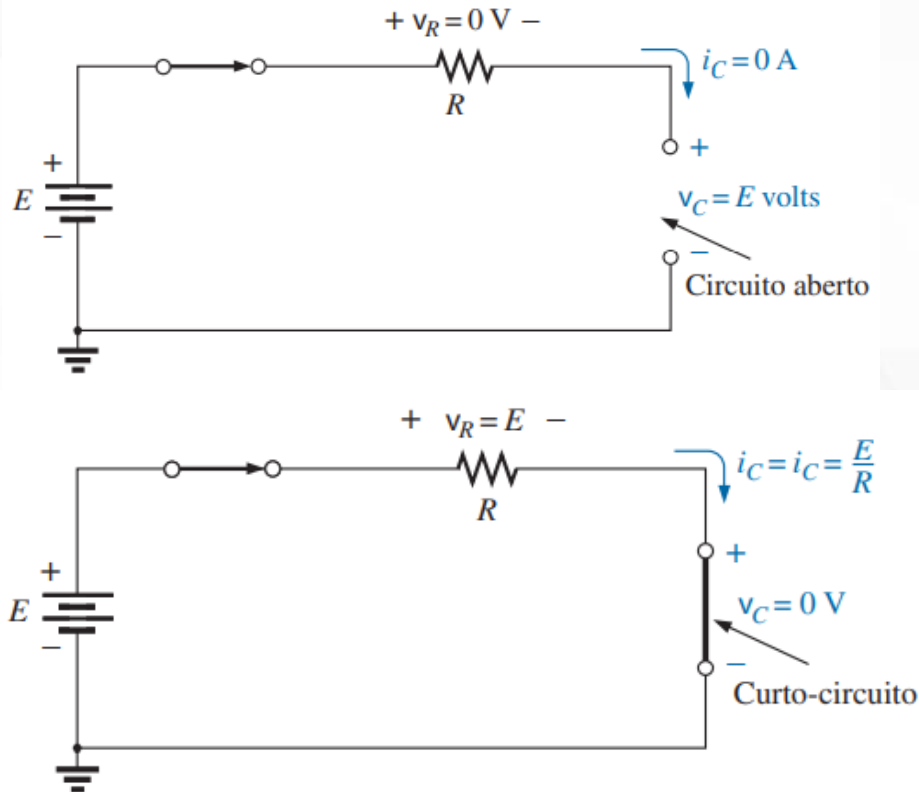
- ✓ Capacitância é uma medida da quantidade de carga que o capacitor pode armazenar em suas placas; em outras palavras, é sua capacidade de armazenamento.
- ✓ quanto mais alta a capacitância de um capacitor, maior a quantidade de carga armazenada nas placas para a mesma tensão aplicada.
- ✓ um capacitor possui uma capacitância de 1 farad se uma carga de 1 coulomb ($6,242 \times 10^{18}$ elétrons) for depositada em suas placas por uma diferença de potencial de 1 volt entre elas.

Transitórios Em Circuitos Capacitivos: Fase De Carga

- ✓ A fase de carga — a fase durante a qual a carga é depositada nas placas.
- ✓ Eventualmente, quando a tensão entre os terminais do capacitor se iguala à tensão da bateria, cessa o movimento de elétrons. Nesse momento, as placas terão uma carga dada por $Q = CV_C = CE$. Esse período de tempo durante o qual a carga está sendo depositada nas placas é chamado de transitório.



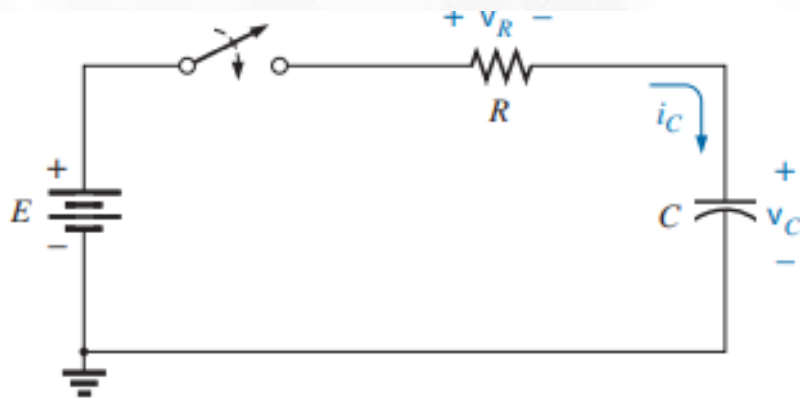
Transitórios Em Circuitos Capacitivos: Fase De Carga



- ✓ O capacitor tem as características de um circuito aberto após a fase de carga.
- ✓ O curto-circuito equivalente para o capacitor que ocorre quando a chave é fechada pela primeira vez.

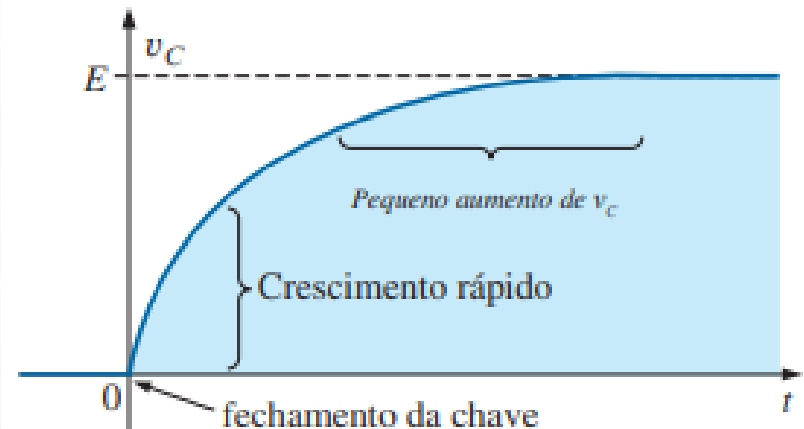
Transitórios Em Circuitos Capacitivos: Fase De Carga

- ✓ Eventualmente, na medida em que a tensão entre as placas se aproxima da tensão aplicada, a taxa de carga (**inclinação da curva**) é muito baixa, até que finalmente a tensão entre as placas passa a ser igual à tensão aplicada; a fase transitória terminou.



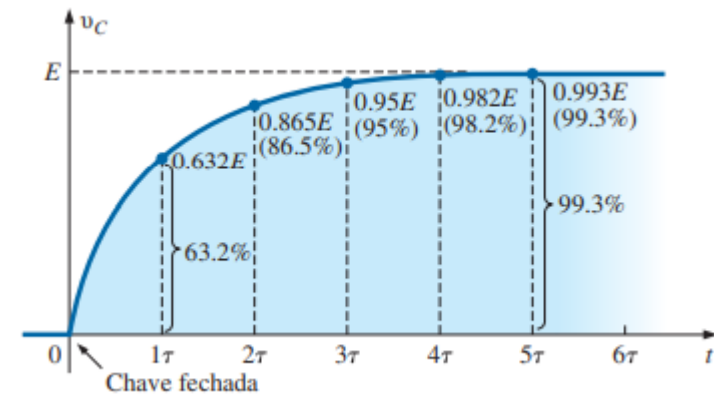
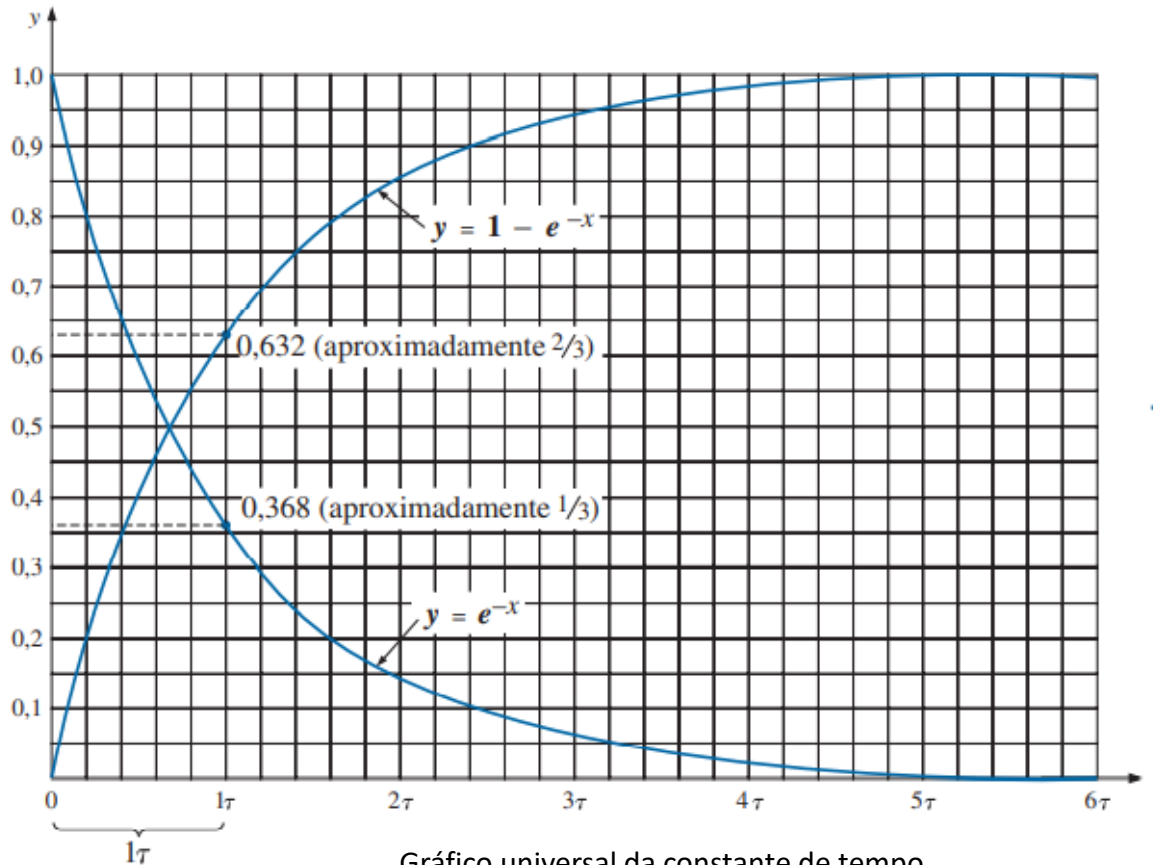
$t=0s$ ($v_C=0$) a chave é fechada.

Em $t = 0 + \epsilon$, para $\epsilon > 0$ começa a carregar.



Comportamento durante a fase de carga do capacitor.

Transitórios Em Circuitos Capacitivos: Fase De Carga



x é uma taxa.

Transitórios Em Circuitos Capacitivos: Fase De Carga

Tensão capacitor:

$$v_C = E(1 - e^{-t/\tau}) \quad \text{carga} \quad (\text{volts, V})$$

Constante de tempo:

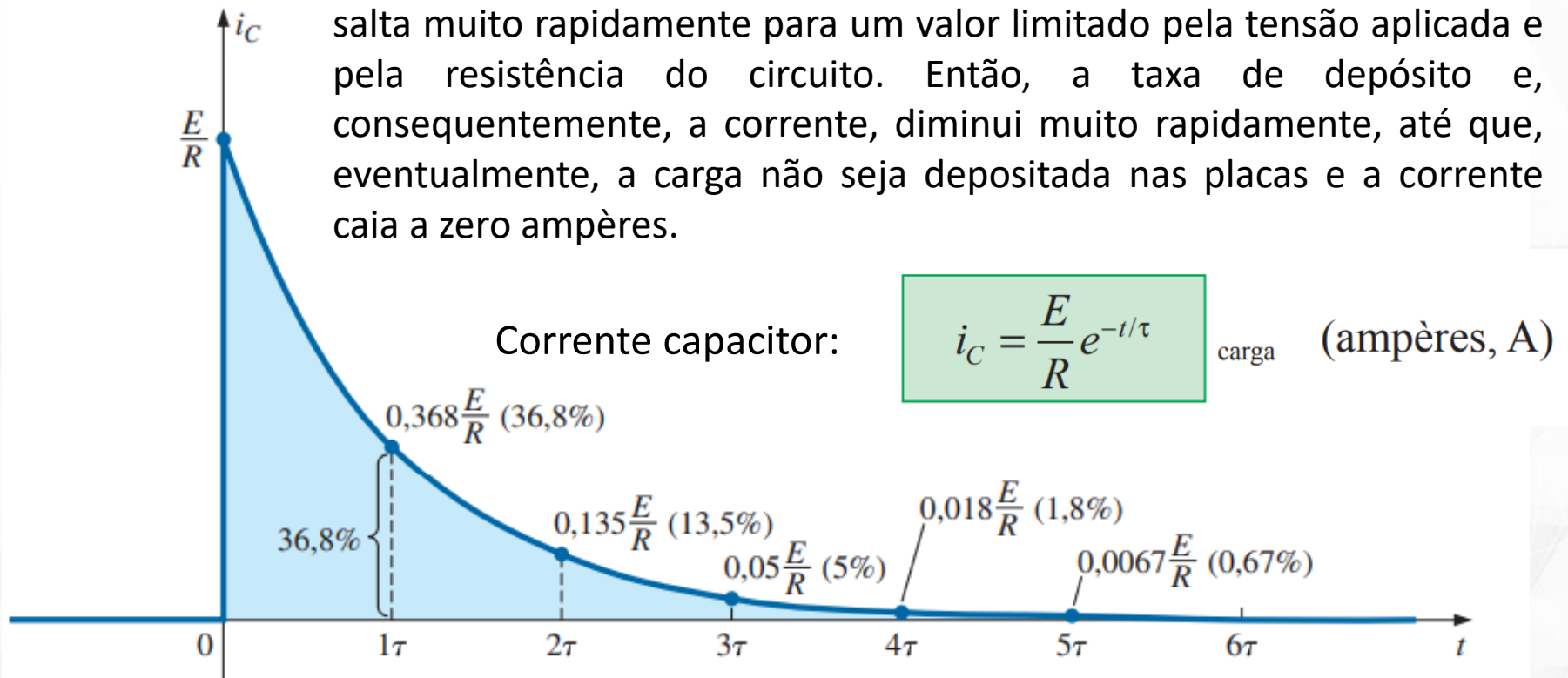
$$\tau = RC \quad (\text{tempo, s})$$

$$\tau = RC = \left(\frac{V}{I}\right)\left(\frac{Q}{V}\right) = \left(\frac{\cancel{V}}{Q/t}\right)\left(\frac{Q}{\cancel{V}}\right) = t \text{ (segundos)}$$

- ✓ a tensão através de um capacitor em um circuito CC é essencialmente igual à tensão aplicada após cinco constantes de tempo da fase de carga.

Transitórios Em Circuitos Capacitivos: Fase De Carga

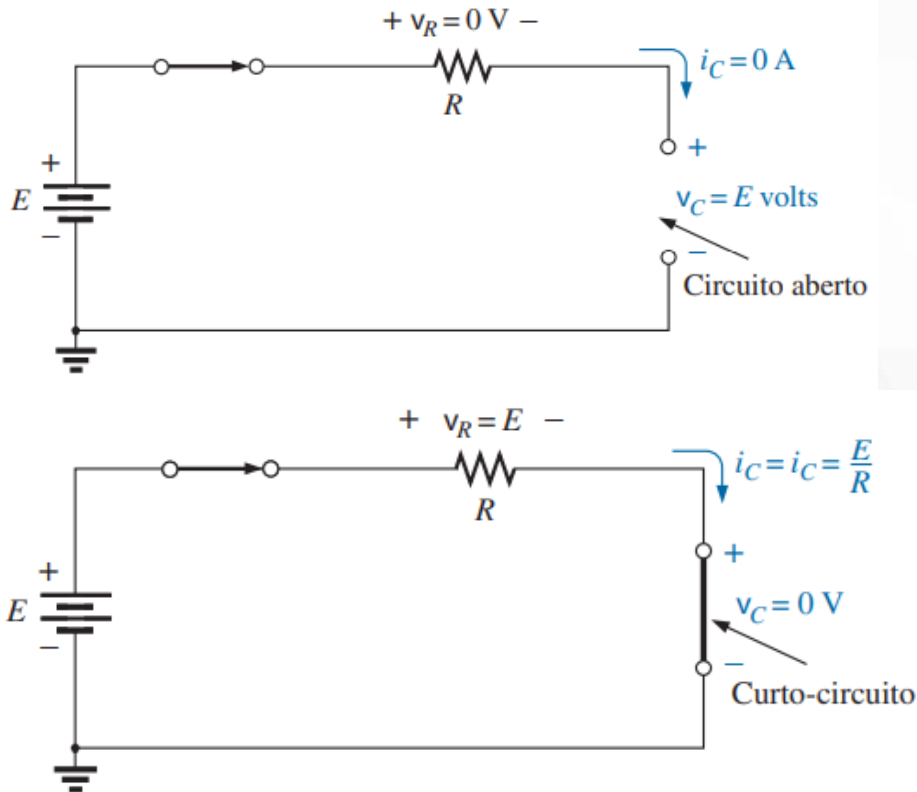
Quando a chave é fechada primeiro, o fluxo de carga ou de corrente salta muito rapidamente para um valor limitado pela tensão aplicada e pela resistência do circuito. Então, a taxa de depósito e, conseqüentemente, a corrente, diminui muito rapidamente, até que, eventualmente, a carga não seja depositada nas placas e a corrente caia a zero ampères.



IRWIN, J. David; NELMS, R. Mark. *Análise básica de circuitos para engenharia*. 10. ed. Rio de Janeiro, RJ: LTC, 2013. xvi, 679 p. ISBN 9788521621805.

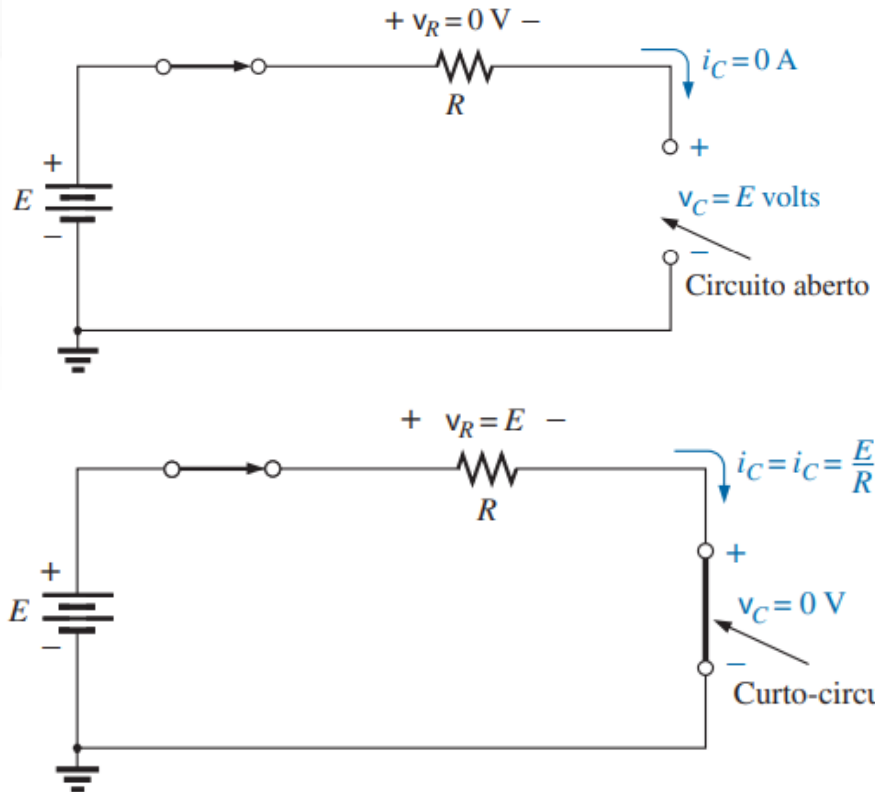
Campus Apucarana

Transitórios Em Circuitos Capacitivos: Fase De Carga



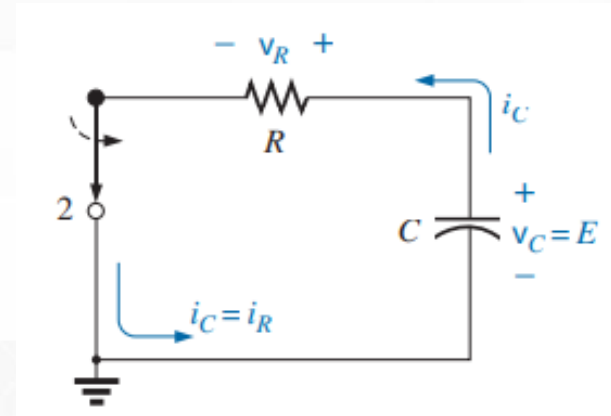
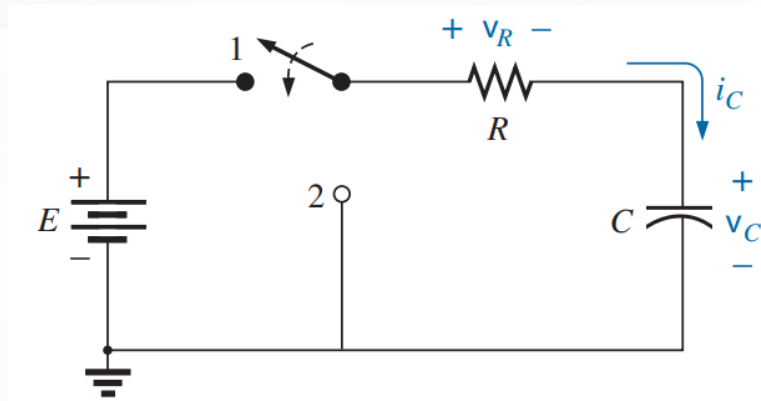
- ✓ Demonstração de que um capacitor tem as características de um circuito aberto após a fase de carga ter passado.
- ✓ Exibição do curto-circuito equivalente para o capacitor que ocorre quando a chave é fechada pela primeira vez.

Transitórios Em Circuitos Capacitivos: Fase De Carga



- ✓ Um capacitor tem as características de um curto-circuito equivalente no instante em que a chave é fechada em um circuito R-C em série sem carga
- ✓ A tensão através de um capacitor não pode mudar instantaneamente.
- ✓ A lei de Kirchhoff para tensões é aplicável a qualquer instante no tempo para qualquer tipo de tensão em qualquer tipo de circuito

Transitórios Em Circuitos Capacitivos: Fase De Descarga

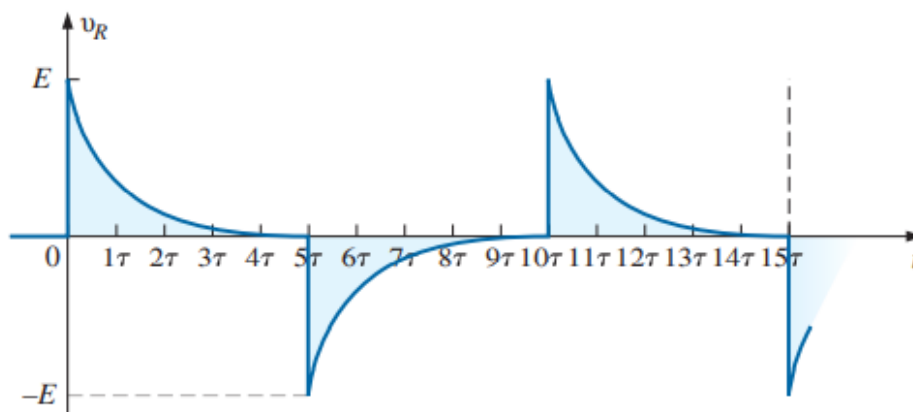
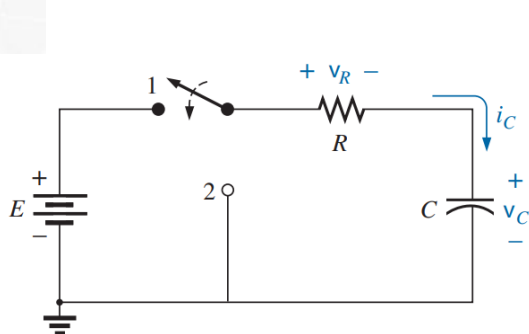
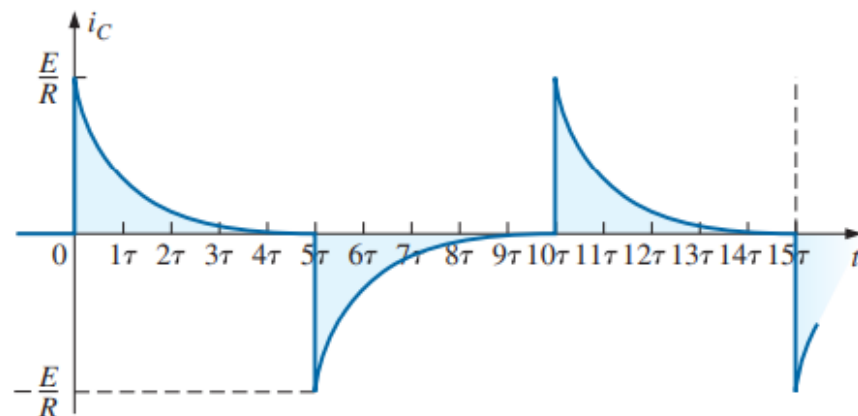
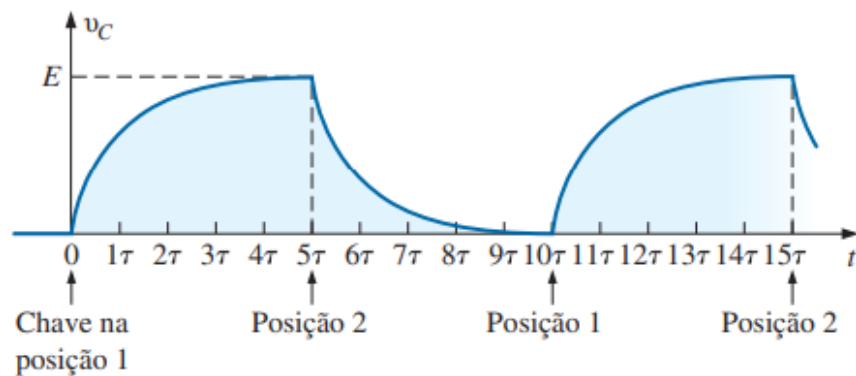


$$v_C = Ee^{-t/\tau} \text{ descarga}$$

$$\tau = RC \text{ descarga}$$

$$i_C = \frac{E}{R} e^{-t/\tau} \text{ descarga}$$

TRANSITÓRIOS EM CIRCUITOS CAPACITIVOS: FASE DE DESCARGA



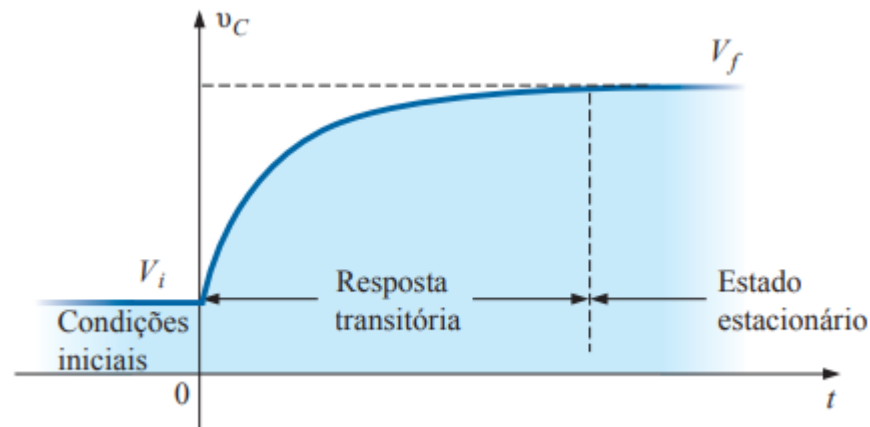
IRWIN, J. David; NELMS, R. Mark. *Análise básica de circuitos para engenharia*. 10. ed. Rio de Janeiro, RJ: LTC, 2013. xvi, 679 p. ISBN 9788521621805.

Campus Apucarana

BOYLESTAD, Robert L. *Introdução à análise de circuitos*. 12. ed. São Paulo, SP: Pearson Prentice Hall, 2012. xiii, 962 p. ISBN 9788564574205

Transitórios Em Circuitos Capacitivos: Valores Iniciais

- ❖ Uma vez que a chave é fechada, começa a fase transitória, que só termina, para todos os efeitos práticos, após cinco constantes de tempo. A região de valores relativamente fixos e que se segue à resposta transitória é denominada estado estacionário ou regime permanente, e o valor da tensão nessa região é denominado valor estacionário ou valor final.



Transitórios Em Circuitos Capacitivos: Valores Iniciais

Variação da tensão.



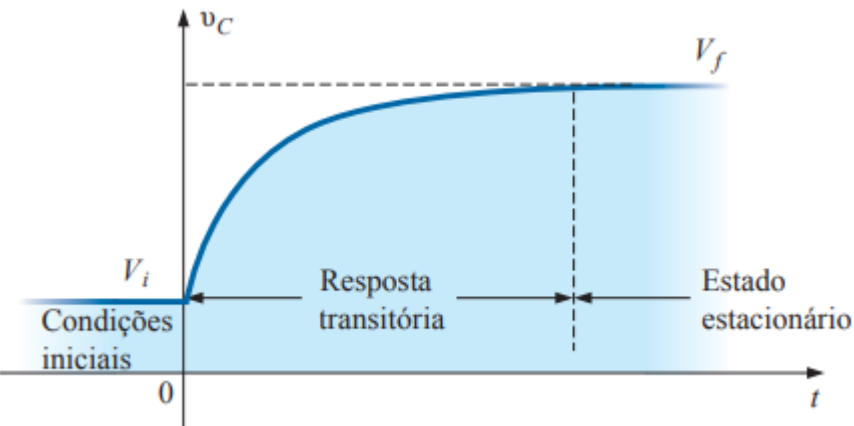
$$v_C = E(1 - e^{-t/\tau}) = (V_f - V_i)(1 - e^{-t/\tau})$$

$$v_C = V_i = (V_f - V_i)(1 - e^{-t/\tau})$$

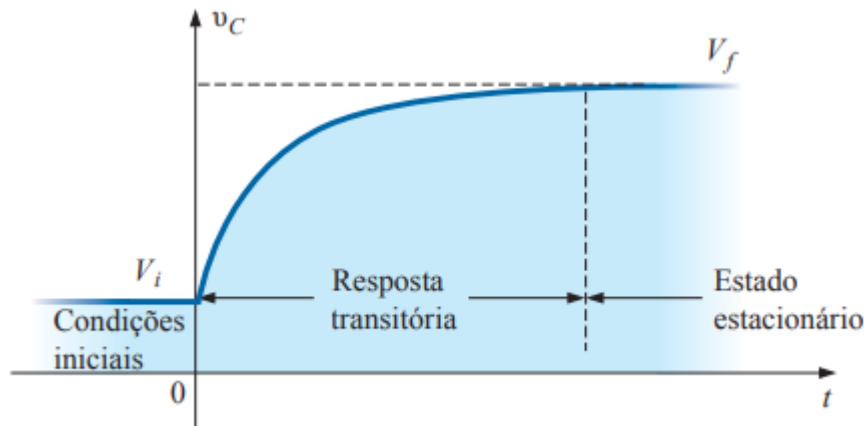
$$v_C = V_i + V_f - V_f e^{-t/\tau} = V_i + V_i e^{-t/\tau}$$

$$= V_f V_f e^{-t/\tau} + V_i e^{-t/\tau}$$

$$v_C = V_f + (V_i - V_f)e^{-t/\tau}$$



Transitórios Em Circuitos Capacitivos: Valores Iniciais



$$v_C = E(1 - e^{-t/\tau}) = (V_f - V_i)(1 - e^{-t/\tau})$$

$$v_C = V_i = (V_f - V_i)(1 - e^{-t/\tau})$$

$$v_C = V_i + V_f - V_f e^{-t/\tau} = V_i + V_i e^{-t/\tau}$$

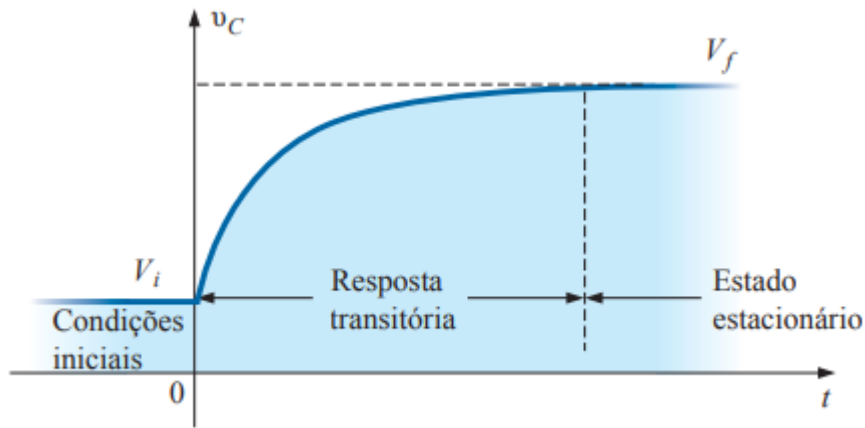
$$= V_f V_f e^{-t/\tau} + V_i e^{-t/\tau}$$

Equação universal para resposta transitória no capacitor->

$$v_C = V_f + (V_i - V_f)e^{-t/\tau}$$

$$t = \tau (\log_e) \frac{(V_i - V_f)}{(v_C - V_f)}$$

Transitórios Em Circuitos Capacitivos: Valores Iniciais



$$v_C = E(1 - e^{-t/\tau}) = (V_f - V_i)(1 - e^{-t/\tau})$$

$$v_C = V_i + (V_f - V_i)(1 - e^{-t/\tau})$$

$$v_C = V_i + V_f - V_f e^{-t/\tau} = V_i + V_f e^{-t/\tau}$$

$$= V_f V_f e^{-t/\tau} + V_i e^{-t/\tau}$$

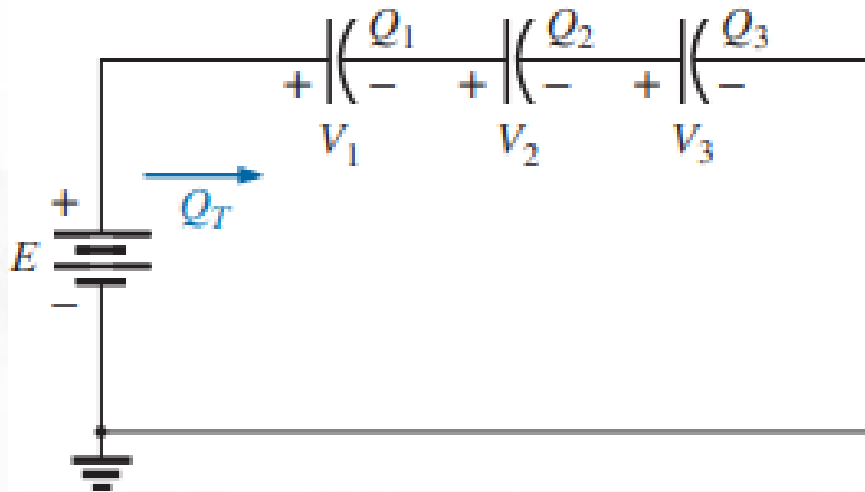
$$v_C = V_f + (V_i - V_f)e^{-t/\tau}$$

$$t = \tau (\log_e) \frac{(V_i - V_f)}{(v_C - V_f)}$$

Transitórios Em Circuitos Capacitivos: Série e Paralelo

As cargas são equivalentes:

$$Q_T = Q_1 = Q_2 = Q_3$$



Divisor de tensão: $E = V_1 + V_2 + V_3$

Tensão para cada capacitor: $V = \frac{Q}{C}$

Reescrevendo $E = V_1 + \dots + V_3$: $\frac{Q_T}{C_T} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} + \frac{Q_3}{C_3}$

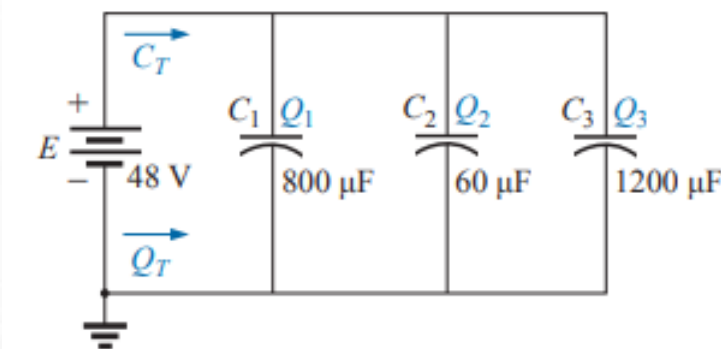
Simplificando por Q:

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

Logo:

$$V_1 = \frac{C_T E}{C_1}$$

Transitórios Em Circuitos Capacitivos: Série e Paralelo



$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$Q = CV$$

$$C_T E = C_1 V_1 = C_2 V_2 = C_3 V_3$$

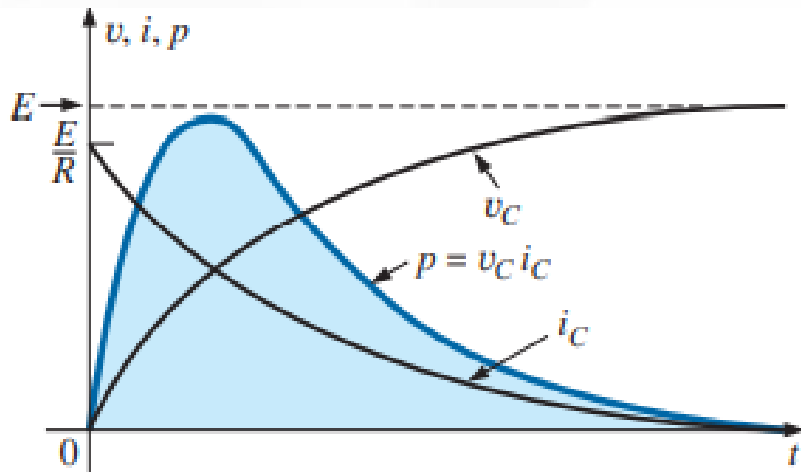
Perceba: $E = V_1 = V_2 = V_3$

$$C_T = C_1 + C_2 + C_3$$

$$E = V_1 = V_2 = V_3$$

Transitórios Em Circuitos Capacitivos: Energia

❖ Obtido pelo cálculo da integral.

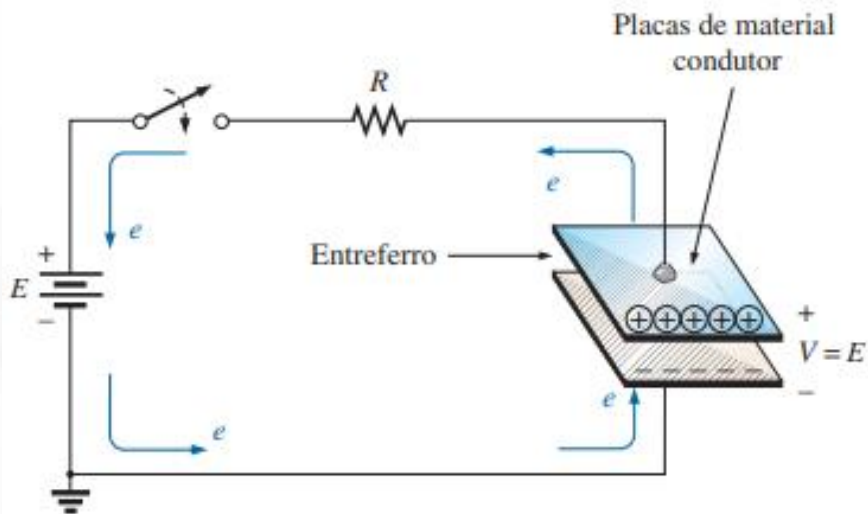


$$W_C = \frac{1}{2} CV^2$$



$$W_C = \frac{1}{2} C \left(\frac{Q}{C} \right)^2$$

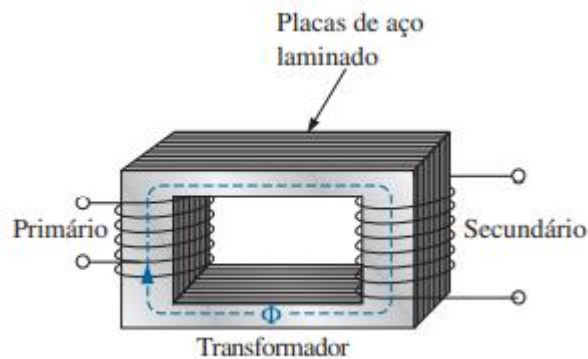
Indutores – Indutância.



$$C = \frac{Q}{V}$$

- ✓ indutores são projetados para estabelecer um forte campo magnético na unidade, enquanto capacitores são projetados para estabelecer um forte campo elétrico entre as placas.
- ✓ 1 henry é o nível de indutância que estabelecerá uma tensão de 1 volt através da bobina devido a uma variação na corrente de 1 A/s através da bobina.

Indutores – Indutância.



- ✓ indutores são projetados para estabelecer um forte campo magnético na unidade, enquanto capacitores são projetados para estabelecer um forte campo elétrico entre as placas.
- ✓ 1 henry é o nível de indutância que estabelecerá uma tensão de 1 volt através da bobina devido a uma variação na corrente de 1 A/s através da bobina.

Indutores – Indutância.

Indutância:

$$L = \frac{\mu N^2 A}{l}$$

μ = permeabilidade (Wb/A · m)

N = número de espiras

A = m²

l = m

L = henries (H)

Permeabilidade relativa (material/espaco livre)

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$$

Indutância: $L = \frac{\mu_r \mu_0 N^2 A}{l}$

$$L = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\mu_r N^2 A}{l} \quad (\text{henries, H})$$

$$L = \mu_r \left(\frac{\mu_0 N^2 A}{l} \right)$$

$$L = \mu_r L_o$$

A indutância de um indutor com um núcleo ferromagnético é μ_r vezes a indutância obtida com um núcleo de ar

Indutores – Tipos



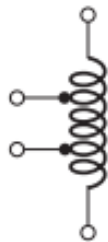
Núcleo de ar

(a)



Núcleo
ferromagnético

(b)



Com derivação

(c)



Variável
(permeabilidade ajustável)

(d)

Tipo: Indutores de núcleo de ar
(1-32 espiras)
Valores típicos: 2,5 nH a 1 μ H
Aplicações: Aplicações de alta frequência



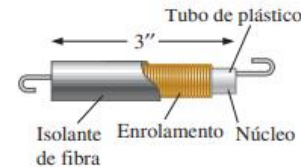
Tipo: Toroidal
Valores típicos: 10 μ H a 30 mH
Aplicações: Usado em linhas de transmissão para filtrar transitórios e reduzir interferências eletromagnéticas. Encontrado em muitos eletrodomésticos.



Tipo: Cilíndrico
Valores típicos: 3 μ H a 1 mH
Aplicações: Usado em linhas de transmissão de alta corrente.



Tipo: Linha de retardo
Valores típicos: 10 μ H a 50 μ H
Aplicações: Usado em receptores de televisão em cores para corrigir diferenças de tempo entre os sinais de cor e o sinal de preto e branco.



Tipo: Cilíndrico de modo comum
Valores típicos: 0,6 mH a 50 mH
Aplicações: Usado em filtros de linha CA, interruptores de suprimento de energia, carregadores de bateria e outros equipamentos eletrônicos.



Tipo: RF Chokes
Valores típicos: 10 μ H a 470 mH
Aplicações: Usado em receptores de rádio e televisão e em circuitos de comunicação. Encontrados em circuitos de AM, FM e UHF.



Tipo: Encapsulado
Valores típicos: 0,1 μ H a 100 mH
Aplicações: Usado em uma grande variedade de circuitos como osciladores, filtros, filtros passa-baixa e outros.



Tipo: Para montagem em superfície
Valores típicos: 0,01 μ H a 250 μ H
Aplicações: Encontrado em muitos circuitos eletrônicos que exigem componentes em miniatura para que sejam montados em placas de circuito impresso com multicamadas.



Indutores – Indutância.

Tabela de código de cores

Cor ¹	Algarismo significativo	Multiplicador ²	Tolerância da indutância (%)
Preto	0	1	
Marrom	1	10	
Vermelho	2	100	
Laranja	3	1000	
Amarelo	4		
Verde	5		
Azul	6		
Violeta	7		
Cinza	8		
Branco	9		
Nenhuma			±20
Prata			±10
Ouro	Ponto decimal		±5

1 Indica a cor do corpo.

2 O multiplicador é o fator pelo qual os dois algarismos significativos são multiplicados para produzir o valor de indutância nominal.

Valores de L menores do que $10 \mu\text{H}$

$6,8 \mu\text{H} \pm 10\%$



Tolerância

Segundo algarismo significativo

Ponto decimal

Primeiro algarismo significativo

Identificador MIL

Valores de L $10 \mu\text{H}$ ou maiores

$270 \mu\text{H} \pm 5\%$



Tolerância

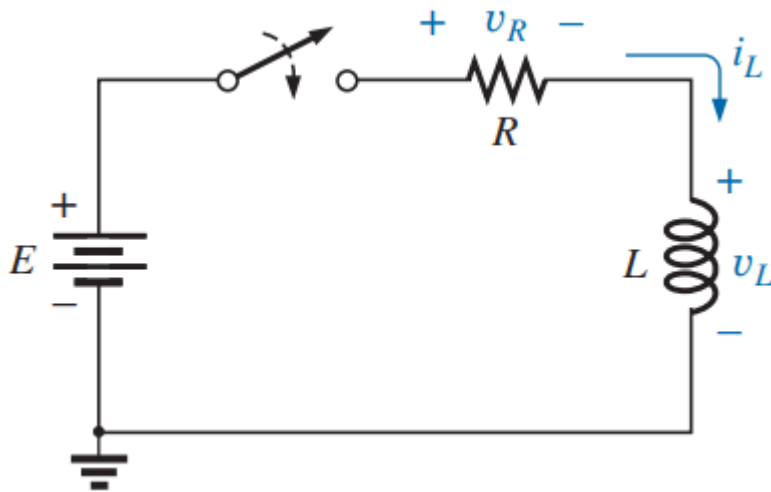
Multiplicador

Segundo algarismo significativo

Primeiro algarismo significativo

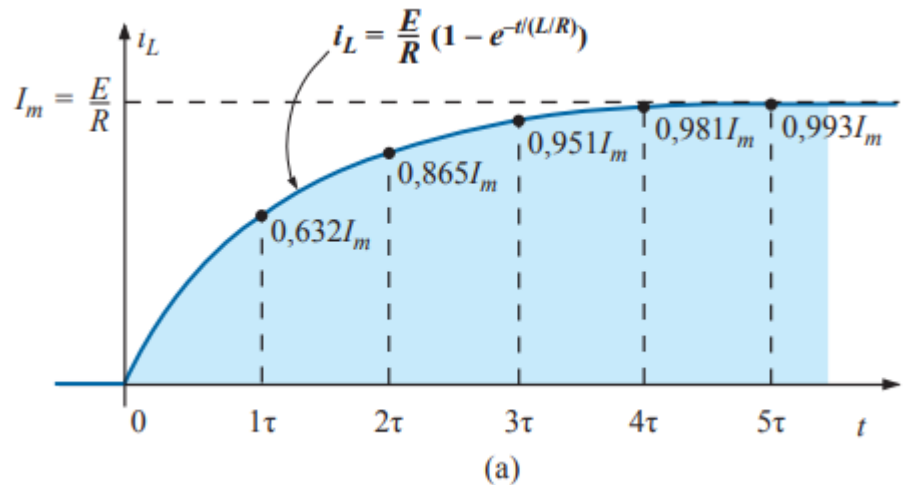
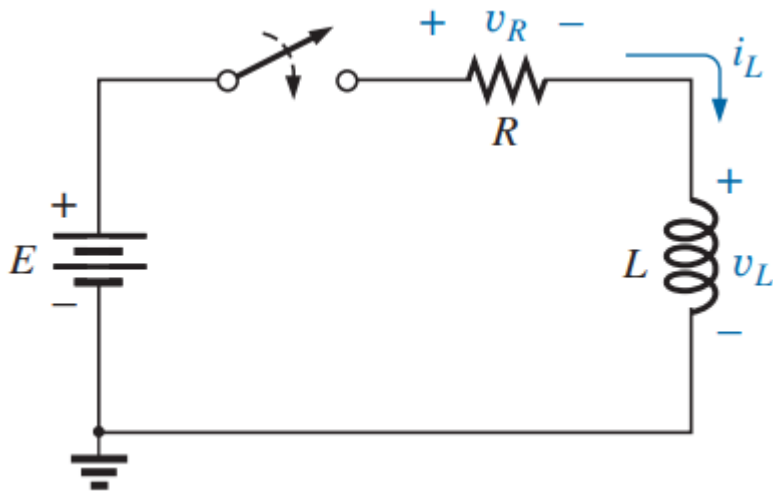
Identificador MIL

Indutores – Transitórios: Fases de Armazenamento



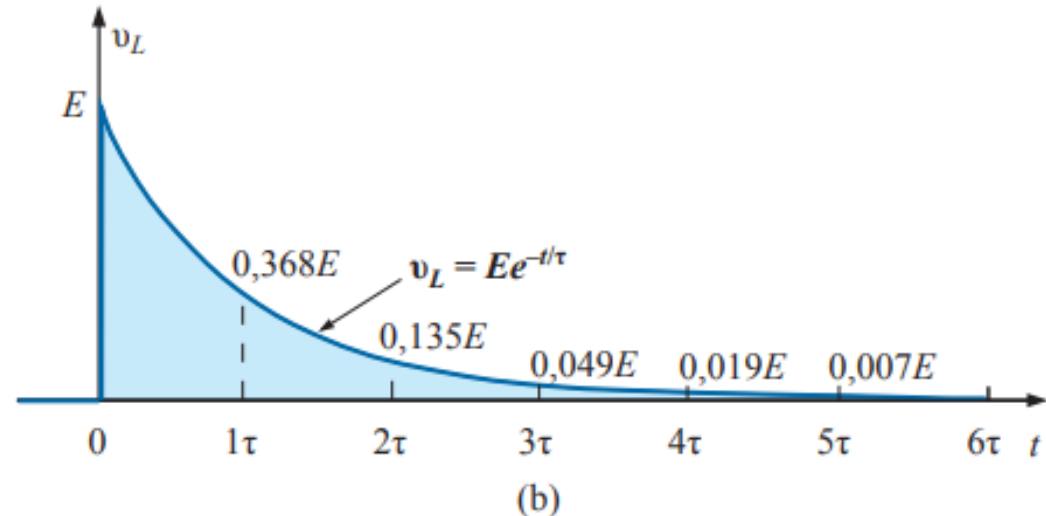
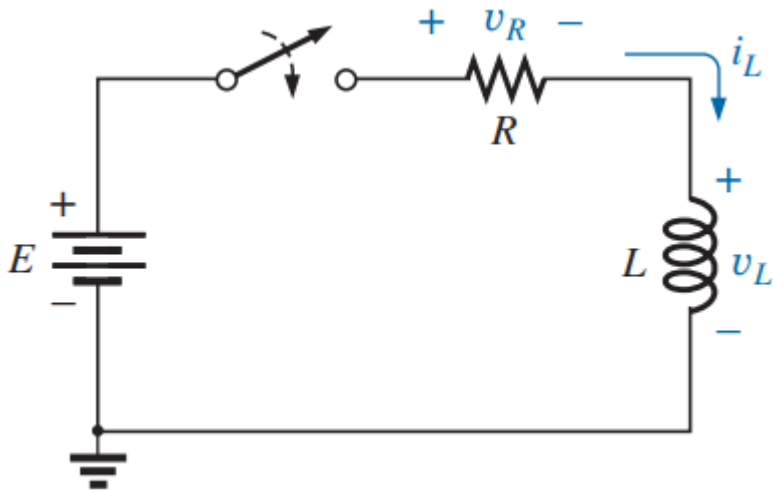
- ✓ a corrente não pode variar instantaneamente em um circuito indutor.
- ✓ o indutor assume as características de um circuito aberto no instante em que a chave é fechada.
- ✓ o indutor assume as características de um curto-circuito quando as condições de estado estacionário são estabelecidas.

Indutores – Transitórios: Fases de Armazenamento



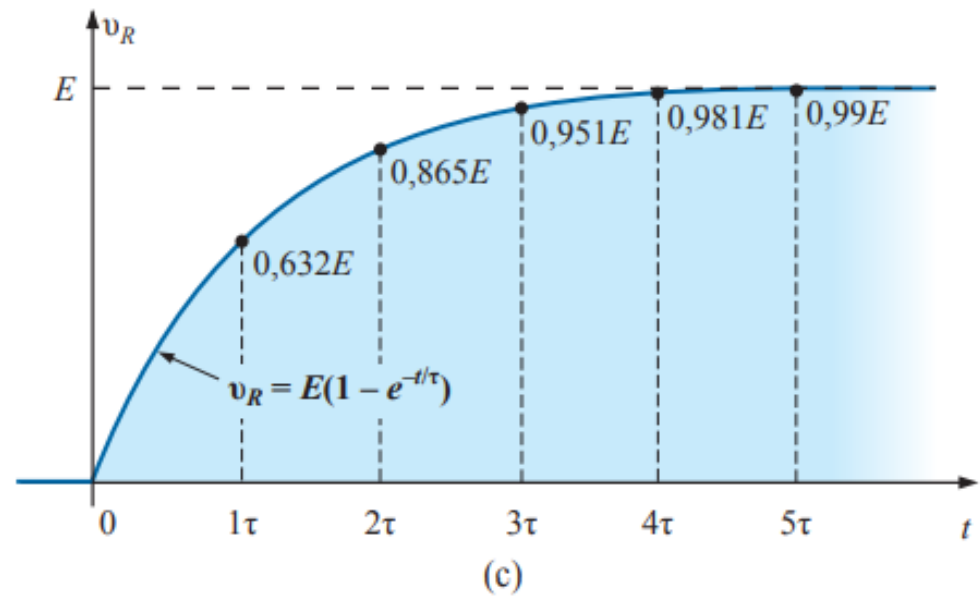
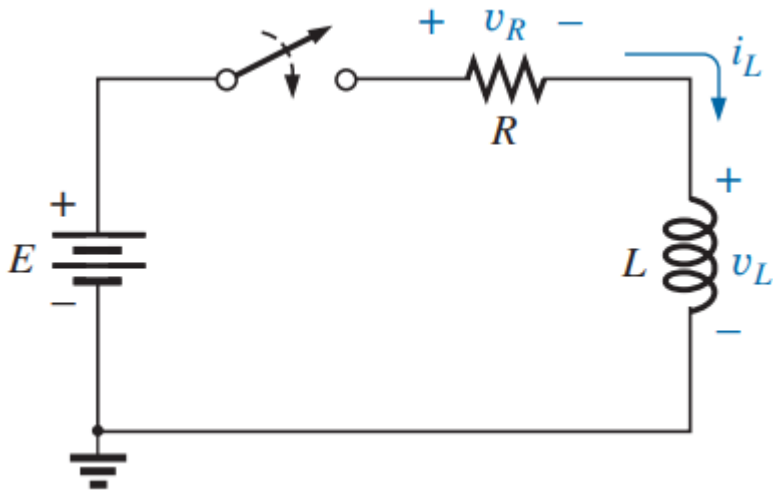
Depois do fechamento da chave.

Indutores – Transitórios: Fases de Armazenamento



Depois do fechamento da chave.

Indutores – Transitórios: Fases de Armazenamento

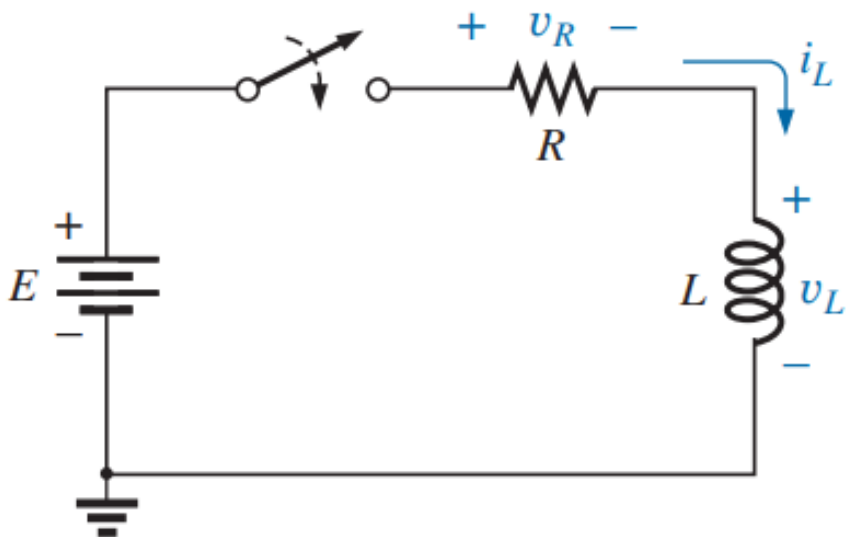


IRWIN, J. David; NELMS, R. Mark. *Análise básica de circuitos para engenharia*. 10. ed. Rio de Janeiro, RJ: LTC, 2013. xvi, 679 p. ISBN 9788521621805.

Campus Apucarana

BOYLESTAD, Robert L. *Introdução à análise de circuitos*. 12. ed. São Paulo, SP: Pearson Prentice Hall, 2012. xiii, 962 p. ISBN 9788564574205

Indutores – Transitórios: Fases de Armazenamento



$$i_L = \frac{E}{R}(1 - e^{-t/\tau}) \quad (\text{ampères, A})$$

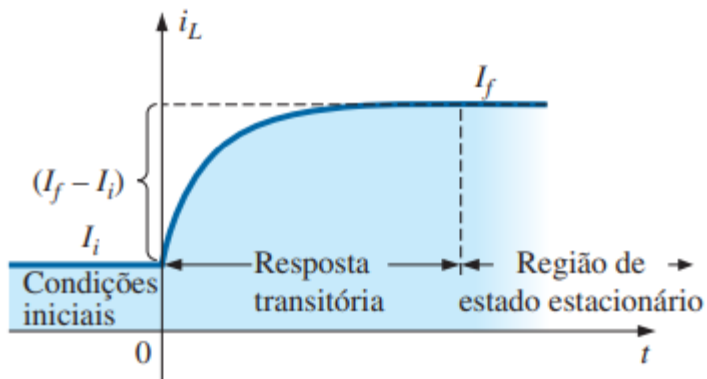
$$\tau = \frac{L}{R} \quad (\text{segundos, s})$$

$$v_L = Ee^{-t/\tau} \quad (\text{volts, V})$$

$$v_R = E(1 - e^{-t/\tau}) \quad (\text{volts, V})$$

Indutores – Valores Iniciais.

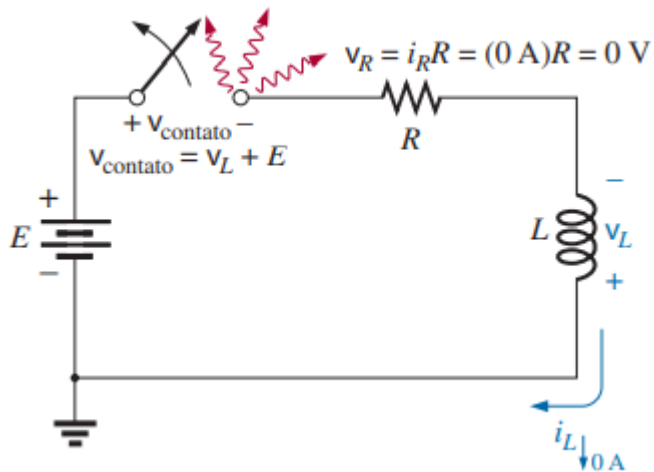
$$i_L = I_i + (I_f - I_i)(1 - e^{-t/\tau})$$



$$\begin{aligned} i_L &= I_i + I_f - I_f e^{-t/\tau} - I_i - I_i e^{-t/\tau} \\ &= I_f - I_f e^{-t/\tau} + I_i e^{-t/\tau} \end{aligned}$$

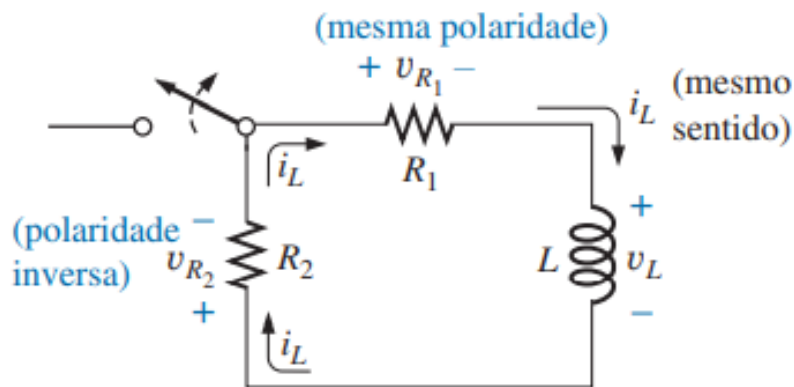
$$i_L = I_f + (I_i - I_f)e^{-t/\tau}$$

Indutores – Transitórios: Fases de Decaimento



$$v_L = -(v_{R_1} + v_{R_2})$$

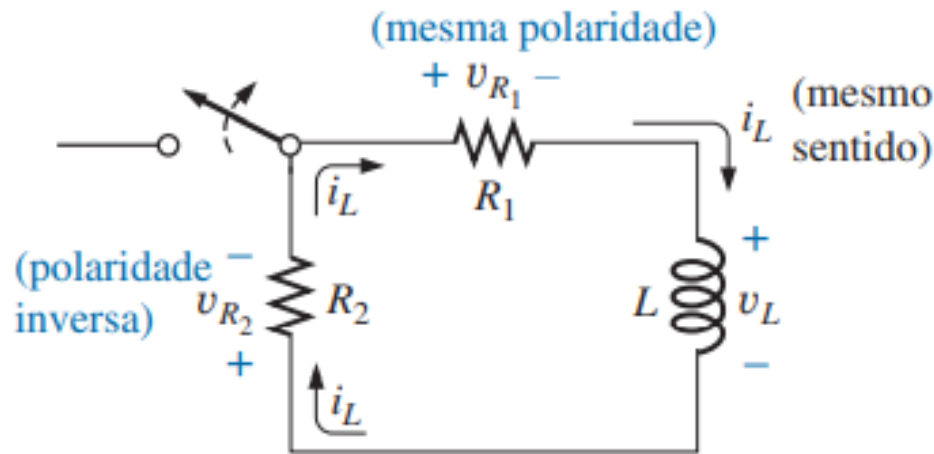
Indutores – Transitórios: Fases de Decaimento



$$\begin{aligned} v_L &= -(v_{R_1} + v_{R_2}) = -(i_L R_1 + i_L R_2) \\ &= -i_L (R_1 + R_2) = -\frac{E}{R_1} (R_1 + R_2) = -\left(\frac{R_1}{R_1} + \frac{R_2}{R_1}\right) E \end{aligned}$$

$$v_L = -\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) E \quad \text{carga aberta}$$

Indutores – Transitórios: Fases de Decaimento

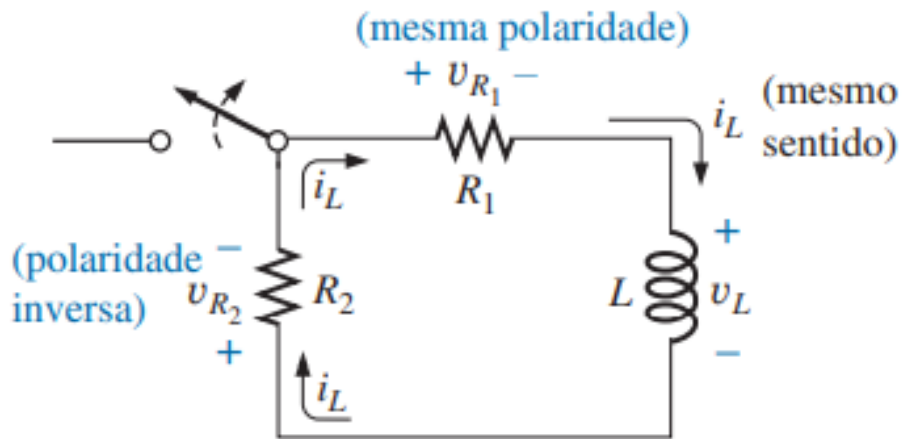


$$v_L = -V_i e^{-t/\tau'}$$

$$V_i = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) E$$

$$\tau' = \frac{L}{R_T} = \frac{L}{R_1 + R_2}$$

Indutores – Transitórios: Fases de Decaimento

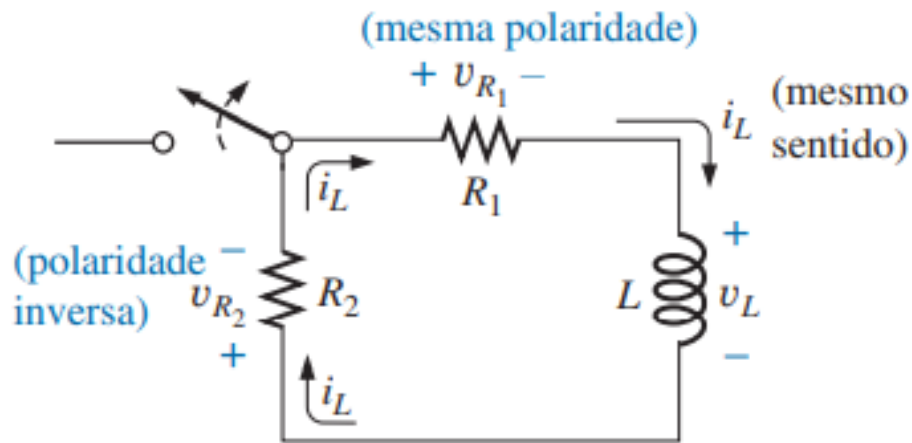


$$i_L = I_f + (I_i - I_f)e^{-t/\tau'} \\ = 0 \text{ A} + \left(\frac{E}{R_1} - 0 \text{ A} \right) e^{-t/\tau'}$$

$$i_L = \frac{E}{R_1} e^{-t/\tau'}$$

$$\tau' = \frac{L}{R_1 + R_2}$$

Indutores – Transitórios: Fases de Decaimento



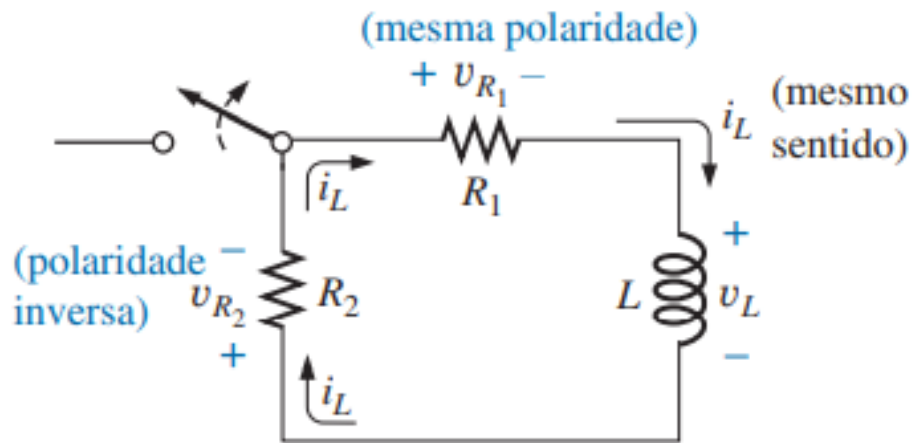
$$v_{R_1} = i_{R_1} R_1 = i_L R_1 = \frac{E}{R_1} R_1 e^{-t/\tau'}$$

$$v_{R_1} = E e^{-t/\tau'}$$

$$v_{R_2} = i_{R_2} R_2 = -i_L R_2 = -\frac{E}{R_1} R_2 e^{-t/\tau'}$$

$$v_{R_2} = -\frac{R_2}{R_1} E e^{-t/\tau'}$$

Indutores – Transitórios: Valores Instantâneos



$$v_C = V_f + (V_i + V_f)e^{-t/\tau}$$

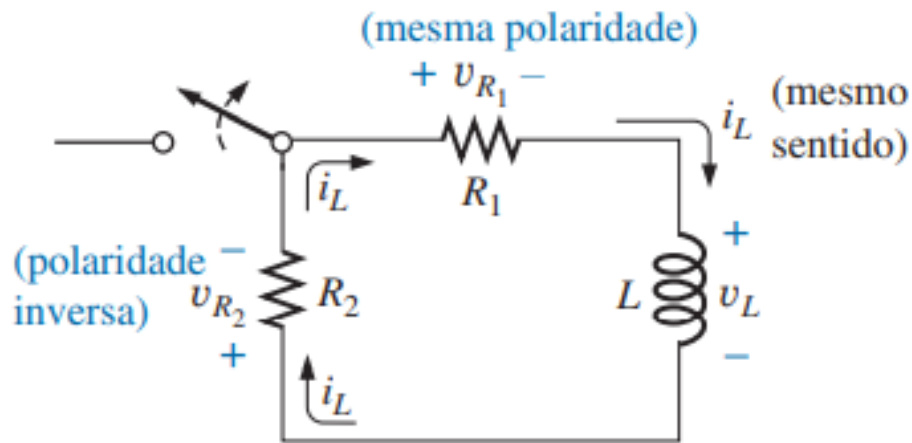
$$i_L = I_f + (I_i - I_f)e^{-t/\tau}$$

$$t = \tau \log_e \frac{(I_i - I_f)}{(i_L - I_f)} \quad (\text{segundos, s})$$

$$t = \tau \log_e \frac{V_i}{v_L} \quad (\text{segundos, s})$$

$$t = \tau \log_e \left(\frac{V_f}{V_f - v_R} \right) \quad (\text{segundos, s})$$

Indutores – Transitórios: Valores Instantâneos



$$v_C = V_f + (V_i + V_f)e^{-t/\tau}$$

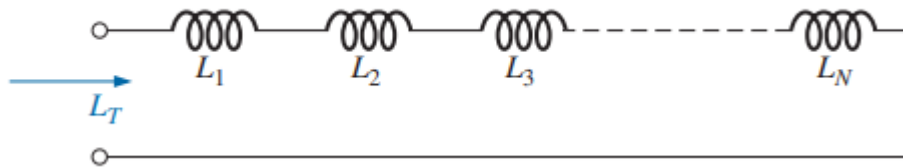
$$i_L = I_f + (I_i - I_f)e^{-t/\tau}$$

$$t = \tau \log_e \frac{(I_i - I_f)}{(i_L - I_f)} \quad (\text{segundos, s})$$

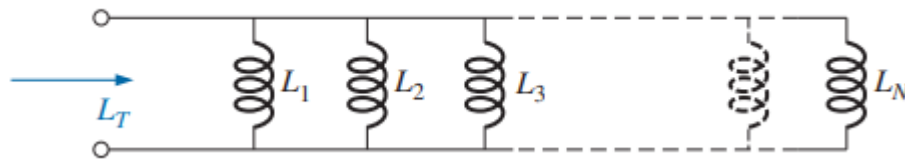
$$t = \tau \log_e \frac{V_i}{v_L} \quad (\text{segundos, s})$$

$$t = \tau \log_e \left(\frac{V_f}{V_f - v_R} \right) \quad (\text{segundos, s})$$

Indutores – Série e Paralelo

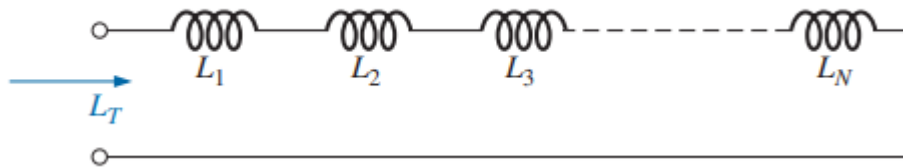


$$L_T = L_1 + L_2 + L_3 + \dots + L_N$$

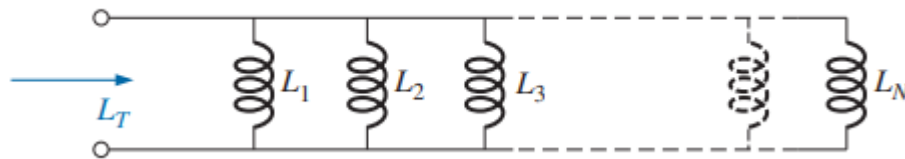


$$\frac{1}{L_T} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \dots + \frac{1}{L_N}$$

Indutores – Série e Paralelo



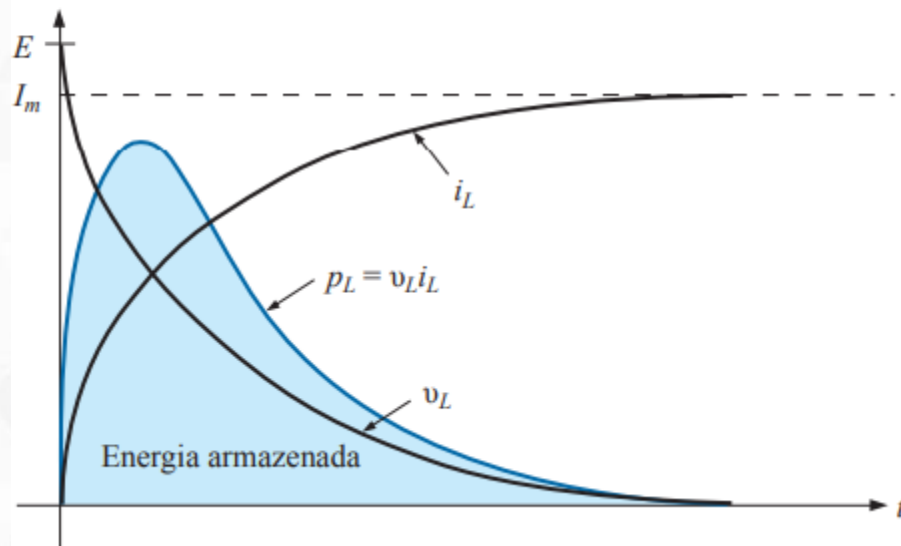
$$L_T = L_1 + L_2 + L_3 + \dots + L_N$$



$$\frac{1}{L_T} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \dots + \frac{1}{L_N}$$

Indutores – Energia Armazenada

$$W_{\text{armazenada}} = \frac{1}{2} L I_m^2 \quad (\text{joules, J})$$



IRWIN, J. David; NELMS, R. Mark. **Análise básica de circuitos para engenharia**. 10. ed. Rio de Janeiro, RJ: LTC, 2013. xvi, 679 p. ISBN 9788521621805.

Campus Apucarana

BOYLESTAD, Robert L. **Introdução à análise de circuitos**. 12. ed. São Paulo, SP: Pearson Prentice Hall, 2012. xiii, 962 p. ISBN 9788564574205