

Lição 4

Exemplo 1 (continuação...)

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{(\mathbf{Z}_{C_1} + \mathbf{Z}_{R_1} + \mathbf{Z}_{L_1})}$$

Substituindo os valores das impedâncias e da tensão da fonte:

$$\mathbf{I} = \frac{380 \angle -28^\circ}{(-j80 + 45 + j145)} = \frac{380 \angle -28^\circ}{(45 + j65)} \Rightarrow \boxed{\mathbf{I} = 4,8067 \angle -83,3^\circ \text{ A}}$$

Em seguida, por meio da Lei de Ohm, determina-se as tensões fasoriais em cada elemento do circuito:

$$\mathbf{V}_C = \mathbf{Z}_{C_1} \cdot \mathbf{I} = -j80 \cdot 4,8067 \angle -83,3^\circ \Rightarrow \boxed{\mathbf{V}_C = 384,53 \angle -173,3^\circ \text{ V}}$$

$$\mathbf{V}_R = \mathbf{Z}_{R_1} \cdot \mathbf{I} = 45 \cdot 4,8067 \angle -83,3^\circ \Rightarrow \boxed{\mathbf{V}_R = 216,30 \angle -83,3^\circ \text{ V}}$$

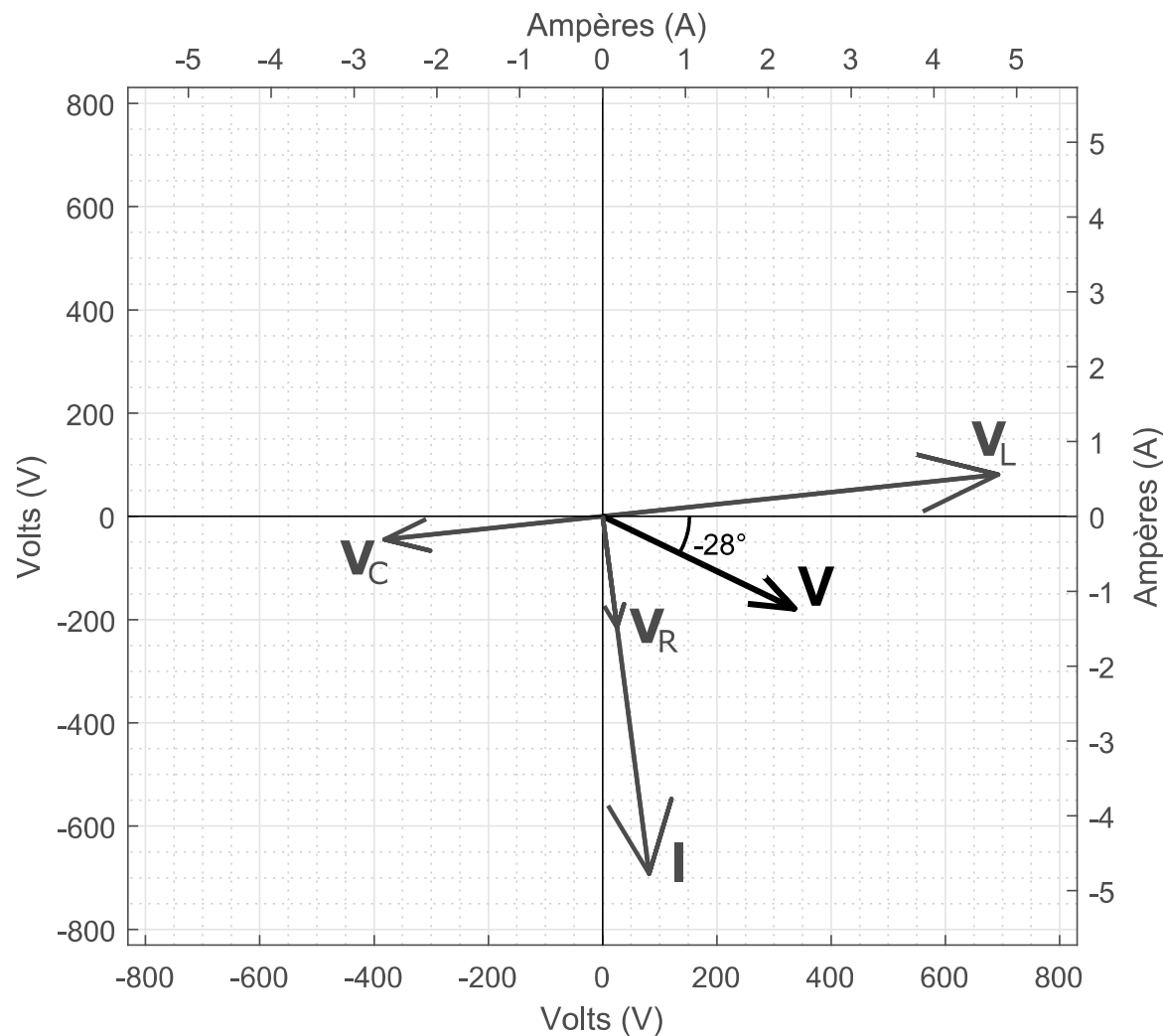
$$\mathbf{V}_L = \mathbf{Z}_{L_1} \cdot \mathbf{I} = j145 \cdot 4,8067 \angle -83,3^\circ \Rightarrow \boxed{\mathbf{V}_L = 696,97 \angle 6,7^\circ \text{ V}}$$

Transformando os fasores para o domínio do tempo, com $\omega = 250 \text{ rad/s}$:

- $i(t) = 4,8067 \cos(250t - 83,3^\circ) \text{ A}$
- $v_C(t) = 384,53 \cos(250t - 173,3^\circ) \text{ V}$
- $v_R(t) = 216,30 \cos(250t - 83,3^\circ) \text{ V}$
- $v_L(t) = 696,97 \cos(250t + 6,7^\circ) \text{ V}$

Exemplo 1 (continuação...)

Diagrama Fasorial:



■ $\mathbf{V} = 380\angle -28^\circ \text{ V}$

■ $V_C = 384,53 / -173,3^\circ \text{ V}$

■ $V_R = 216,30 / -83,3^\circ \text{ V}$

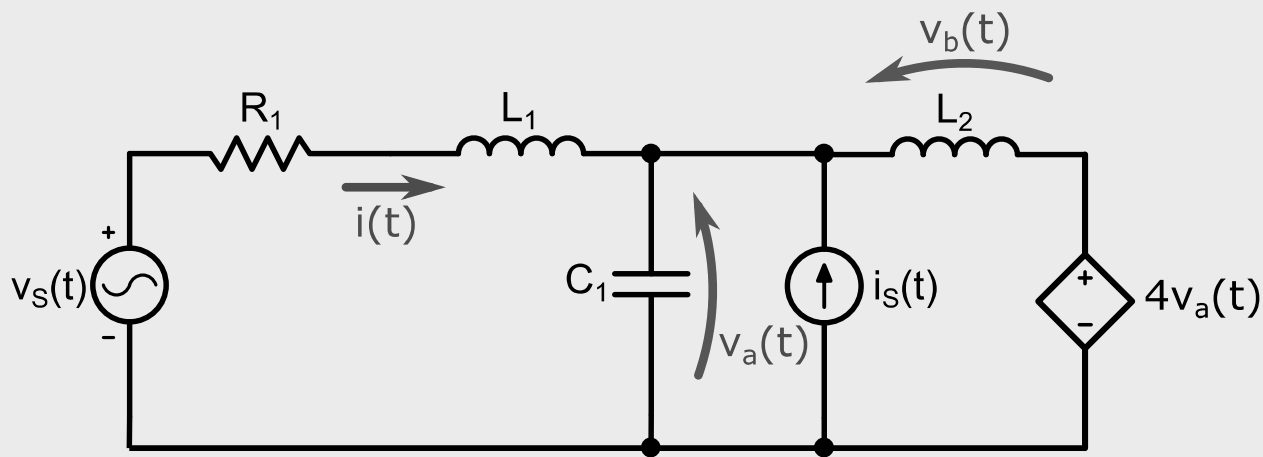
■ $V_L = 696,97/6,7^\circ \text{ V}$

■ $I = 4,8067 / -83,3^\circ \text{ A}$

Exemplo 2

Análise Nodal [Svoboda; Dorf, 2016]

Determine a corrente e as tensões indicadas no circuito a seguir, onde: $v_S(t) = 20 \cos(250t)$ V; $i_S(t) = 1,2 \cos(250t + 45^\circ)$ A; $R_1 = 8\Omega$; $C_1 = 0,25mF$ mH; $L_1 = 36$ mH; e $L_2 = 80$ mH.



Solução: Primeiramente, observar que as fontes independentes possuem mesma frequência ($\omega = 250$ rad/s). Portanto, o circuito pode ser analisado por meio de fasores considerando as duas fontes simultaneamente.

Exemplo 2 (continuação...)

Substituindo (Eq. 2), (Eq. 3) e (Eq. 4) em (Eq. 1):

$$\frac{\mathbf{V}_S - \mathbf{V}_a}{(\mathbf{Z}_{R_1} + \mathbf{Z}_{L_1})} + \mathbf{I}_S = \frac{\mathbf{V}_a}{\mathbf{Z}_{C_1}} + \frac{-3\mathbf{V}_a}{\mathbf{Z}_{L_2}}$$

Colocando \mathbf{V}_a em evidência:

$$\frac{\mathbf{V}_S}{(\mathbf{Z}_{R_1} + \mathbf{Z}_{L_1})} + \mathbf{I}_S = \mathbf{V}_a \left(\frac{1}{\mathbf{Z}_{R_1} + \mathbf{Z}_{L_1}} + \frac{1}{\mathbf{Z}_{C_1}} - \frac{3}{\mathbf{Z}_{L_2}} \right)$$

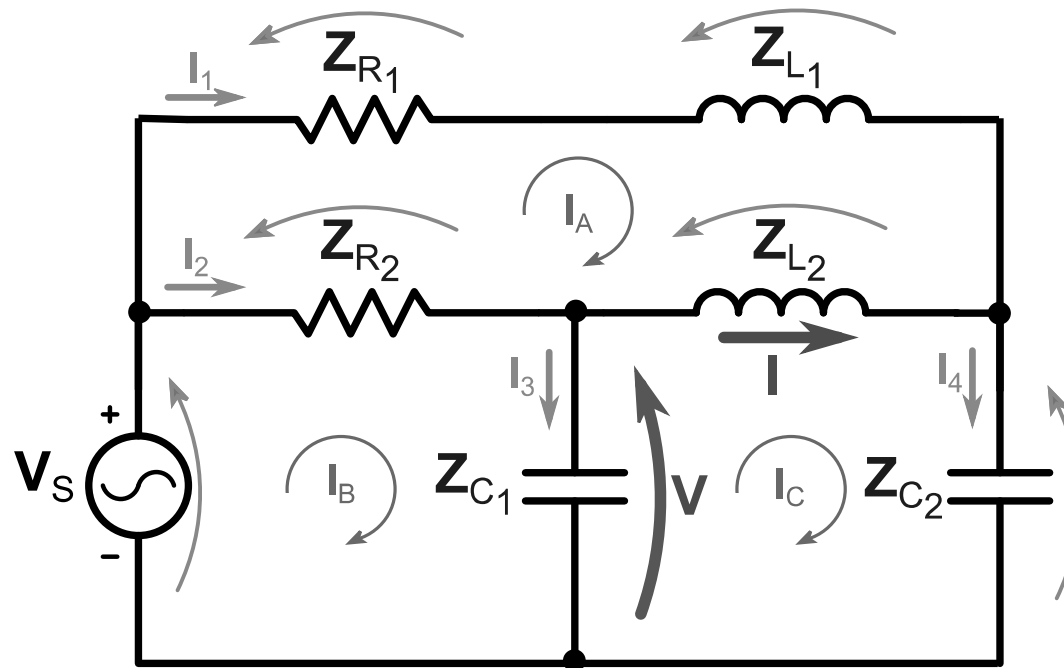
- Substituindo os valores calculados das impedâncias e os fasores correspondentes às fontes, determina-se \mathbf{V}_a :

$$\frac{20/0^\circ}{(8 + j9)} + 1,2/45^\circ = \mathbf{V}_a \left(\frac{1}{8 + j9} + \frac{1}{-j16} - \frac{3}{j20} \right)$$

$$1,99/-11,38^\circ = \mathbf{V}_a (0,16/69,86^\circ) \Rightarrow \boxed{\mathbf{V}_a = 12,43/-81,24^\circ \text{ V}}$$

Exemplo 3 (continuação...)

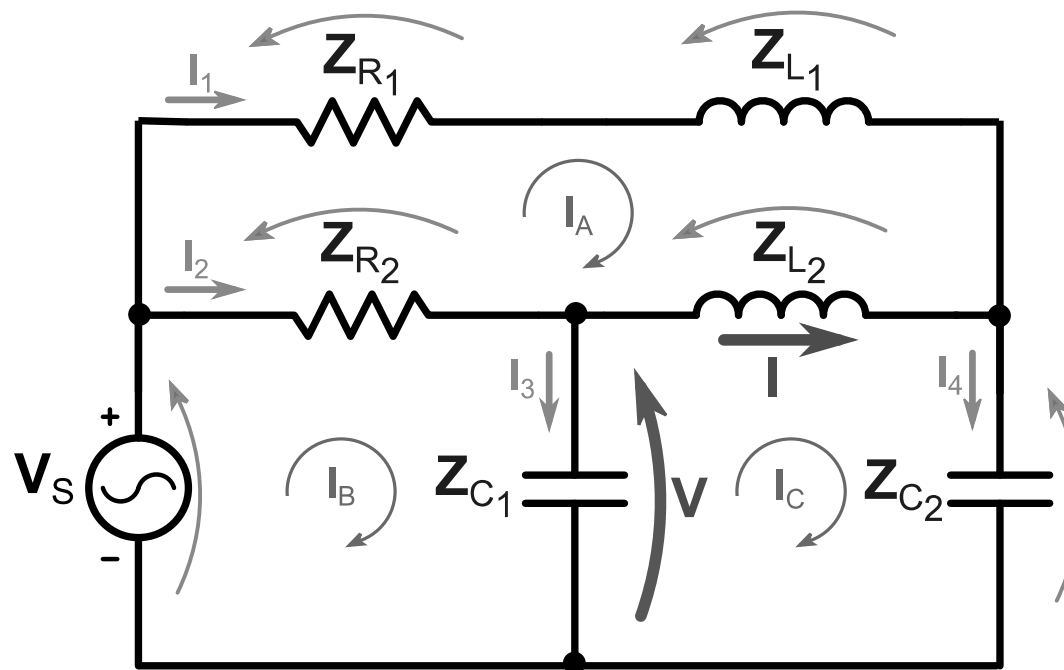
Representação do circuito no domínio da frequência:



$$\begin{cases} \text{(malha A): } -Z_{R1}I_1 - Z_{L1}I_1 + Z_{L2}I + Z_{R2}I_2 = 0 \\ \text{(malha B): } V_S - Z_{R2}I_2 - Z_{C1}I_3 = 0 \\ \text{(malha C): } Z_{C1}I_3 - Z_{L2}I - Z_{C2}I_4 = 0 \end{cases}$$

Exemplo 3 (continuação...)

Representação do circuito no domínio da frequência:



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{(malha A): } -Z_{R1}I_A - Z_{L1}I_A + Z_{L2}(I_C - I_A) + Z_{R2}(I_B - I_A) = 0 \\ \text{(malha B): } V_S - Z_{R2}(I_B - I_A) - Z_{C1}(I_B - I_C) = 0 \\ \text{(malha C): } Z_{C1}(I_B - I_C) - Z_{L2}(I_C - I_A) - Z_{C2}I_C = 0 \end{array} \right.$$

Exemplo 3 (continuação...)

$$\begin{cases} I_A(-300 - j65) + I_B(200) + I_C(j25) = 0 \\ I_A(-200) + I_B(200 - j80) + I_C(j80) = 45 \\ I_A(j25) + I_B(-j80) + I_C(j215) = 0 \end{cases}$$

Escrevendo o sistema de equações na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} -300 - j65 & 200 & j25 \\ -200 & 200 - j80 & j80 \\ j25 & -j80 & j215 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 45 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Resolvendo o sistema de equações, tem-se a solução:

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,374 \angle 15,16^\circ \\ 0,575 \angle 25,25^\circ \\ 0,171 \angle 27,81^\circ \end{bmatrix}$$

Atividades

Leitura Complementar

[Svoboda; Dorf, 2016]: Capítulo 10, Seções 10.5 e 10.6.

Atividade 1

Resolva os Exercícios **12 a 17** do **Caderno de Exercícios**.

Sugestões de Exercícios Complementares

[Svoboda; Dorf, 2016]: Capítulo 10, Problemas P 10.5-13, P 10.5-18, P 10.5-29, P 10.6-6, P 10.6-22, PP 10-2, PP 10-3.

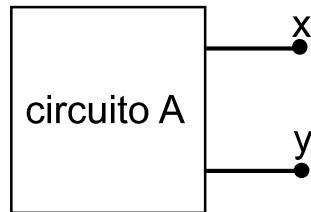
Teoremas na análise de circuitos CA

Os circuitos CA contendo elementos R, L e C são circuitos lineares.

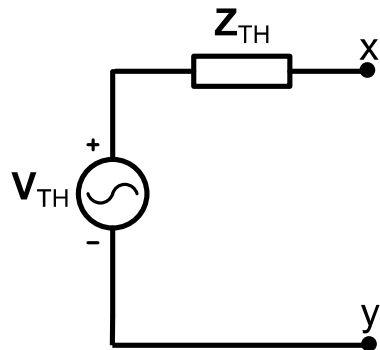
Desta forma, assim como nos circuitos CC, pode-se utilizar métodos de análise empregando os **Teoremas de Thévenin e Norton**, a **transformação de fontes** e o **princípio da superposição**.

Teoremas de Thévenin e Norton

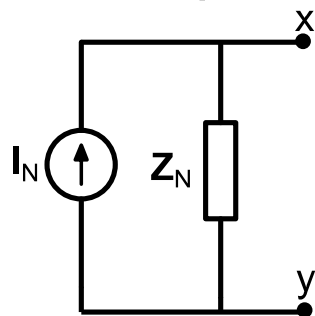
circuito original



circuito equivalente de Thévenin



circuito equivalente de Norton



Determinação de \mathbf{V}_{TH} , \mathbf{Z}_{TH} , \mathbf{I}_N e \mathbf{Z}_N :

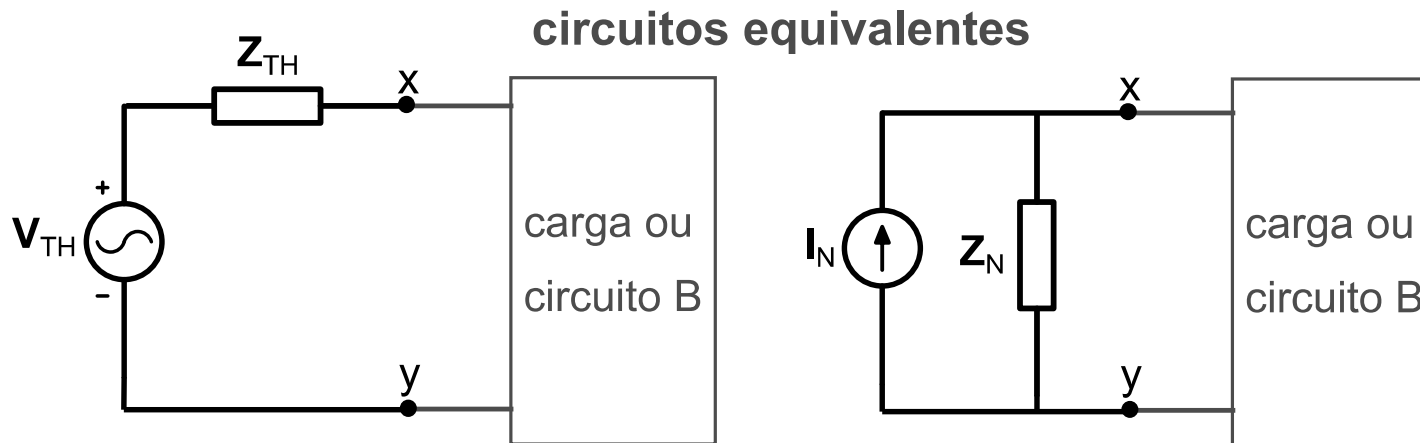
- V_{TH} é a tensão entre os terminais x e y abertos.
- Z_{TH} é a impedância equivalente entre os terminais x e y, eliminando-se todas as fontes independentes do circuito A. As fontes dependentes permanecem inalteradas.
- I_N é a corrente de curto-circuito que surge quando um curto-circuito é ligado aos terminais x e y.
- $Z_{TH} = Z_N$.

$$\mathbf{V}_{TH} = \mathbf{Z}_{TH} \cdot \mathbf{I}_N$$

$$\mathbf{V}_{TH} = \mathbf{Z}_N \cdot \mathbf{I}_N$$

Transformação de fontes

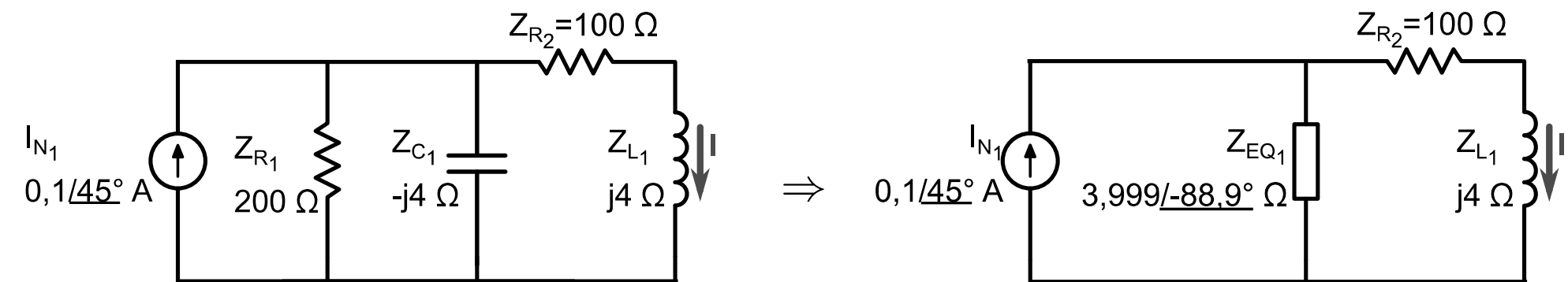
Em qualquer circuito, pode-se substituir uma **combinação em série de uma fonte de tensão e uma impedância** por uma **combinação em paralelo de uma fonte de corrente e uma impedância**, e vice-versa.



$$V_{TH} = Z_N \cdot I_N$$

$$Z_{TH} = Z_N$$

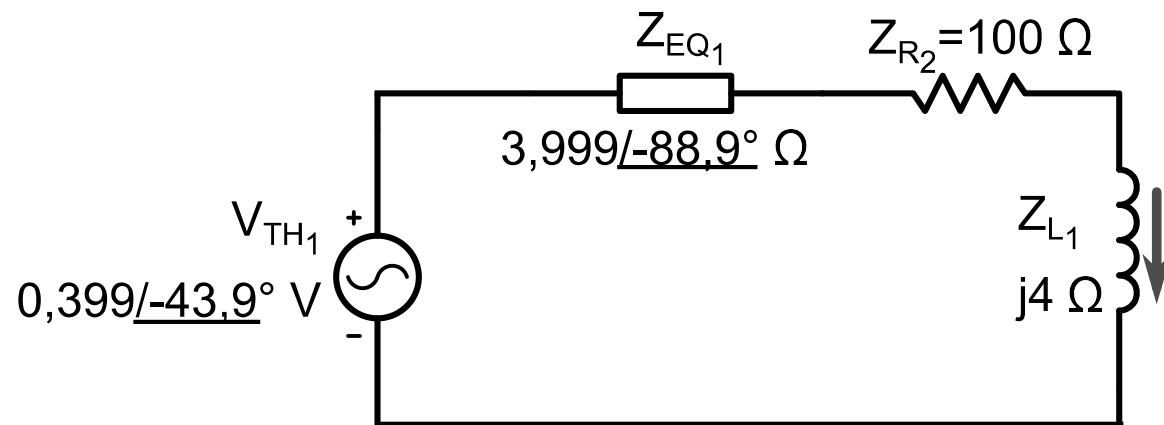
Exemplo 2 (continuação...)



Por sua vez, a associação em paralelo da fonte de corrente I_{N_1} com a impedância Z_{EQ_1} é equivalente a uma associação em série de uma fonte de corrente com a mesma impedância Z_{EQ_1} , sendo que a tensão da fonte é:

$$V_{TH_1} = Z_{EQ_1} \cdot I_{N_1} = 3,999 \angle -88,9^\circ \cdot 0,1 \angle 45^\circ = 0,399 \angle -43,9^\circ \text{ V}$$

Exemplo 2 (continuação...)



Assim, o circuito original é equivalente ao circuito em série da figura acima. A corrente I do circuito é:

$$I = \frac{V_{TH_1}}{(Z_{EQ_1} + Z_{R_2} + Z_{L_1})} = \frac{0,399/-43,9^\circ}{(3,999/-88,9^\circ + 100 + j4)}$$

$$I = 0,004 \angle -43,9^\circ \text{ A}$$

Superposição

Princípio da superposição:

A saída de um circuito linear com **várias entradas** é igual à soma das saídas que seriam observadas para cada entrada individualmente.

- Circuito CA com várias fontes operando na **mesma frequência**: pode ser analisado em termos de fasores e impedâncias considerando todas as fontes simultaneamente. **A resposta do circuito é uma senoide.**
- Circuito CA com várias fontes operando em **frequências distintas**: deve-se empregar o **princípio da superposição** e determinar a resposta para cada fonte individualmente. Os resultados devem ser somados no **domínio do tempo**. **A resposta do circuito não é uma senoide!**

