

FUCO5A – Métodos de Análise: Superposição, Thévenin e Norton.

Prof. Dr. Layhon Santos

layhonsantos@utfpr.edu.br

Objetivos

- ✓ Análise nodal (Revisão).
- ✓ Conversão de configurações típicas, isto é, estrela, delta, ponte, pi e outras.
- ✓ Estudar os teoremas de Superposição, Thevenin e Norton.

Métodos dos Nós

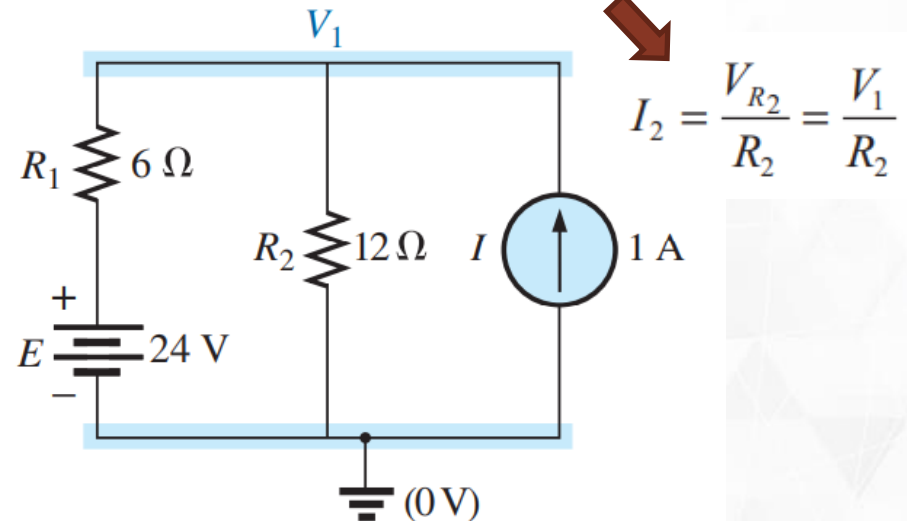
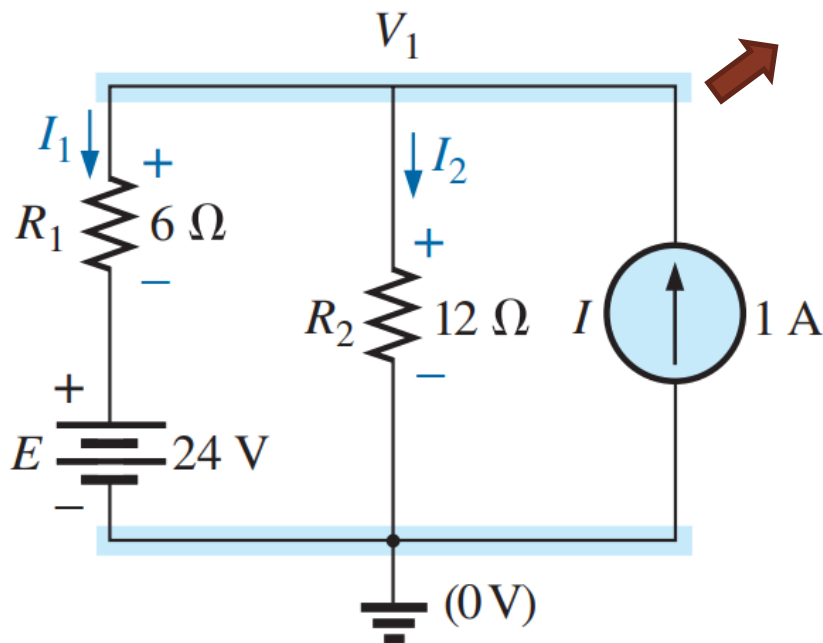
1. Determine o número de nós no circuito.
2. Escolha um nó de referência e rotule cada nó restante com um valor subscrito de tensão: V_1 , V_2 , e assim por diante.
3. Aplique a lei de Kirchhoff para correntes a todos os nós, exceto o de referência. Suponha que todas as correntes desconhecidas saiam do nó cada vez que a lei de Kirchhoff para as correntes for aplicada a cada nó. Em outras palavras, não se deixe influenciar pelo sentido que uma corrente desconhecida possa ter tido em outro nó. Cada nó deve ser tratado como uma entidade isolada, independentemente da aplicação da lei de Kirchhoff para a corrente a outros nós.
4. Resolva as equações resultantes para obter as tensões dos nós.

Métodos dos Nós

(1) Analise os nós

$$I = I_2 + I_2$$

(2) Determine a corrente em cada nó $V=R \cdot I$.



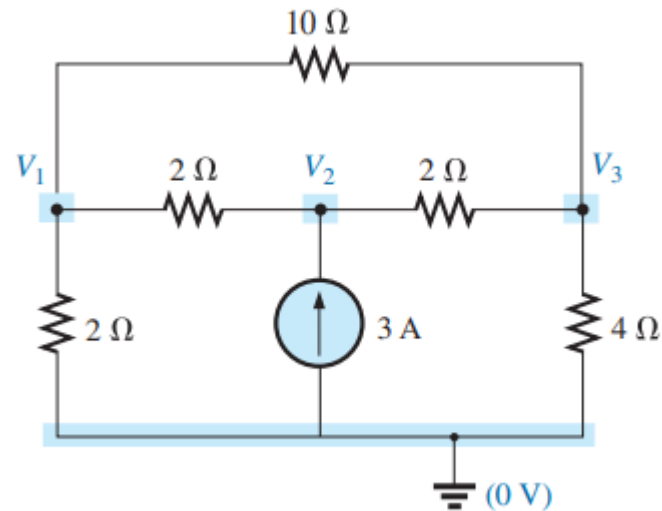
$$I_2 = \frac{V_{R2}}{R_2} = \frac{V_1}{R_2}$$

(3) Resolva.

Resposta $i_1 = -0,66 \text{ A}$ e $i_2 = 1,67$

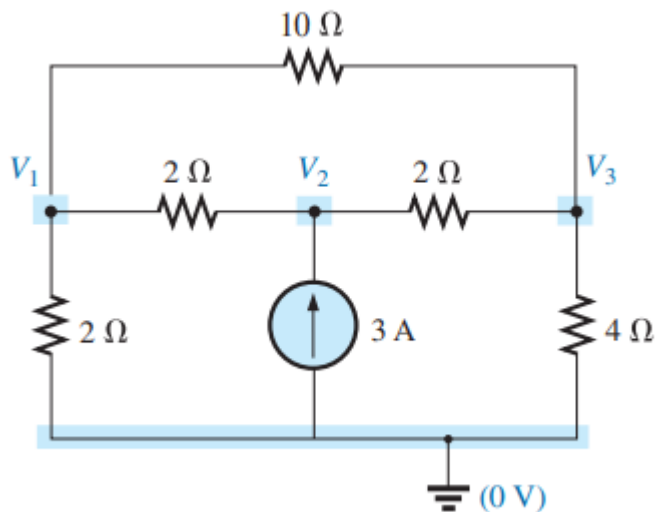
Métodos dos Nós

1. Exercício em Sala.



Métodos dos Nós

1. Exercício em Sala.



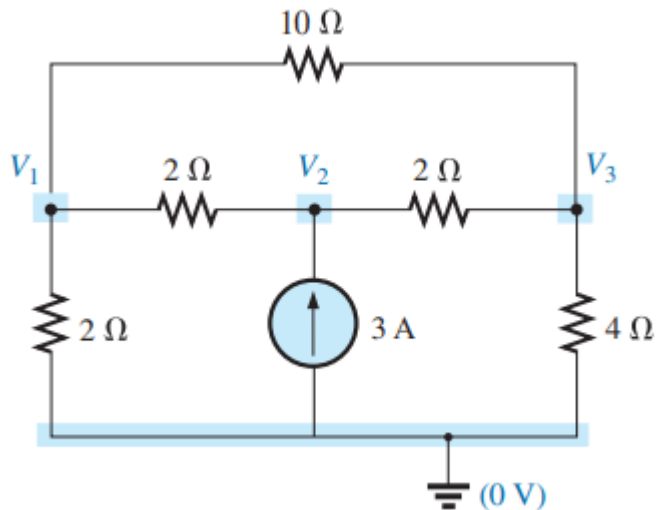
$$V_1: \left(\frac{1}{2\Omega} + \frac{1}{2\Omega} + \frac{1}{10\Omega} \right) V_1 - \left(\frac{1}{2\Omega} \right) V_2 - \left(\frac{1}{10\Omega} \right) V_3 = 0$$

$$V_2: \left(\frac{1}{2\Omega} + \frac{1}{2\Omega} \right) V_2 - \left(\frac{1}{2\Omega} \right) V_1 - \left(\frac{1}{2\Omega} \right) V_3 = 3\text{ A}$$

$$V_3: \left(\frac{1}{10\Omega} + \frac{1}{2\Omega} + \frac{1}{4\Omega} \right) V_3 - \left(\frac{1}{2\Omega} \right) V_2 - \left(\frac{1}{10\Omega} \right) V_1 = 0$$

Métodos dos Nós

1. Exercício em Sala.

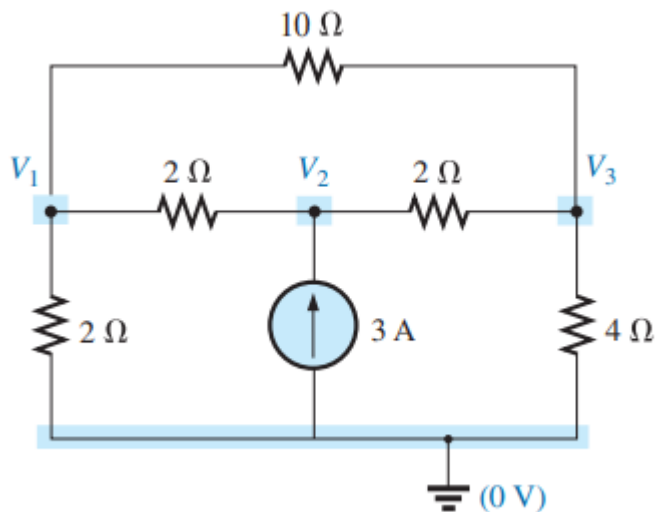


$$\begin{aligned} 1,1V_1 - 0,5V_2 - 0,1V_3 &= 0 \\ V_2 - 0,5V_1 - 0,5V_3 &= 3 \\ \underline{0,85V_3 - 0,5V_2 - 0,1V_1} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{rcl} c & b & a \\ 1,1V_1 & - & 0,5V_2 & - & 0,1V_3 & = & 0 \\ b & - & 0,5V_1 & + & 1V_2 & - & 0,5V_3 & = & 3 \\ a & - & 0,1V_1 & - & 0,5V_2 & + & 0,85V_3 & = & 0 \end{array}$$

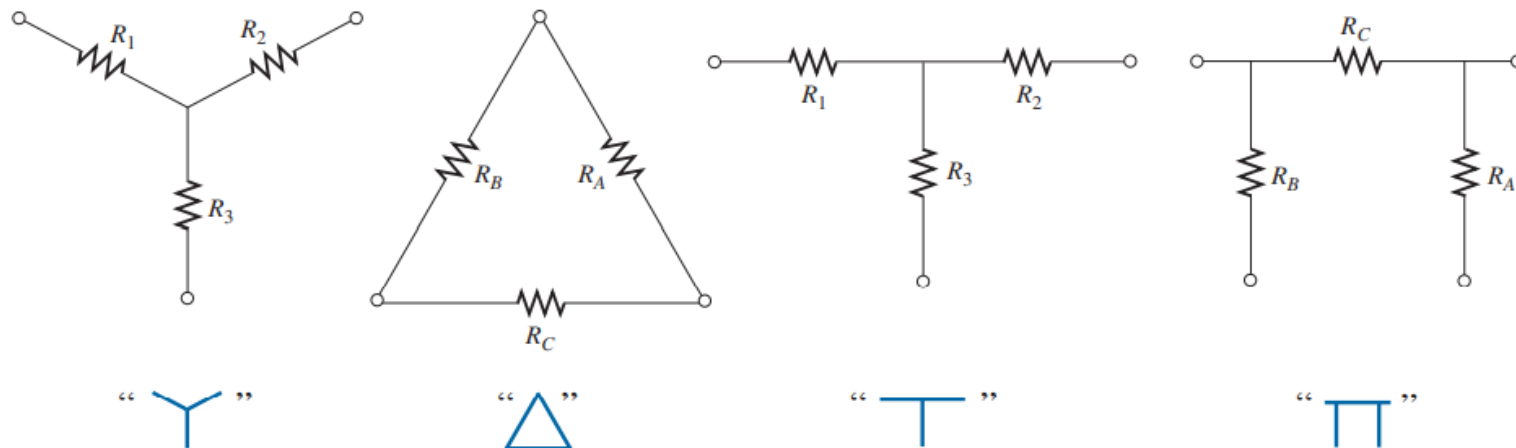
Métodos dos Nós

1. Exercício em Sala.

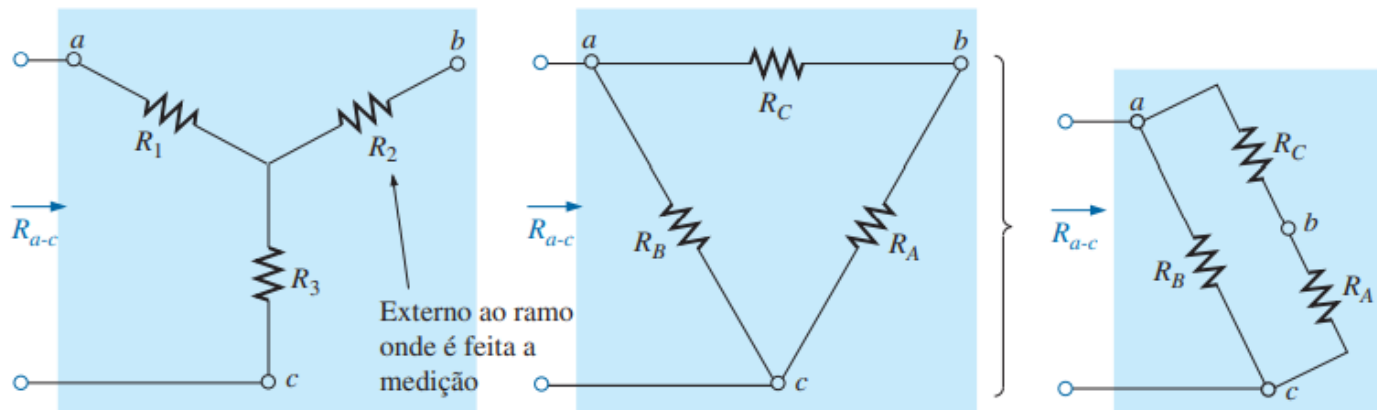
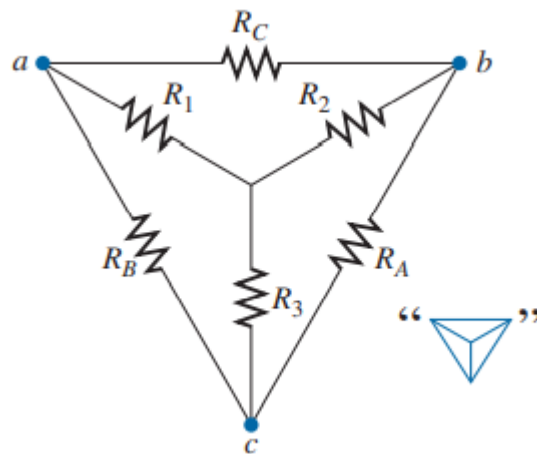


$$V_3 = V_{4\Omega} = \frac{\begin{vmatrix} 1,1 & -0,5 & 0 \\ -0,5 & +1 & 3 \\ -0,1 & -0,5 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1,1 & -0,5 & -0,1 \\ 0,5 & +1 & -0,5 \\ -0,1 & -0,5 & +0,85 \end{vmatrix}} = 4,65\text{ V}$$

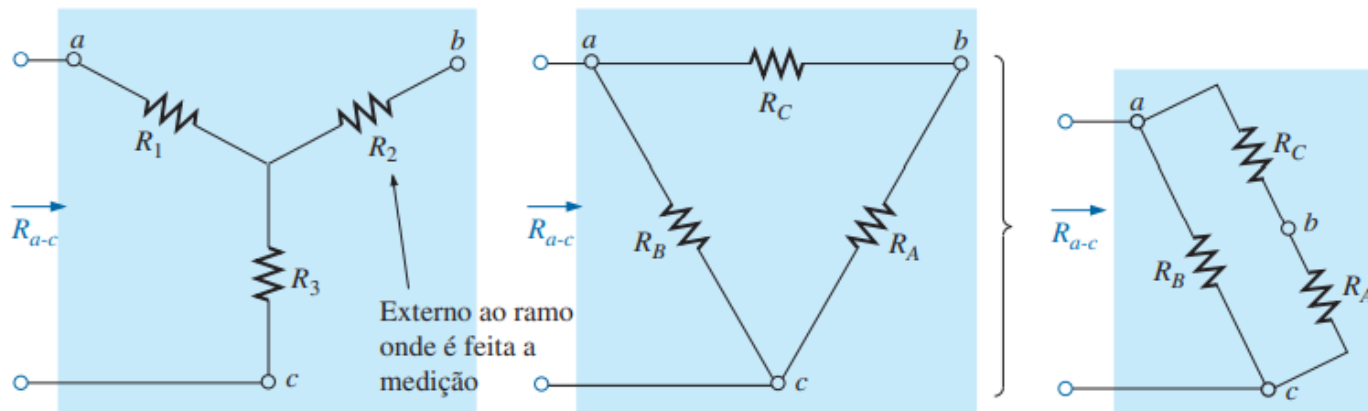
Conversão Delta - Estrela



Conversão Delta - Estrela



Conversão Delta - Estrela



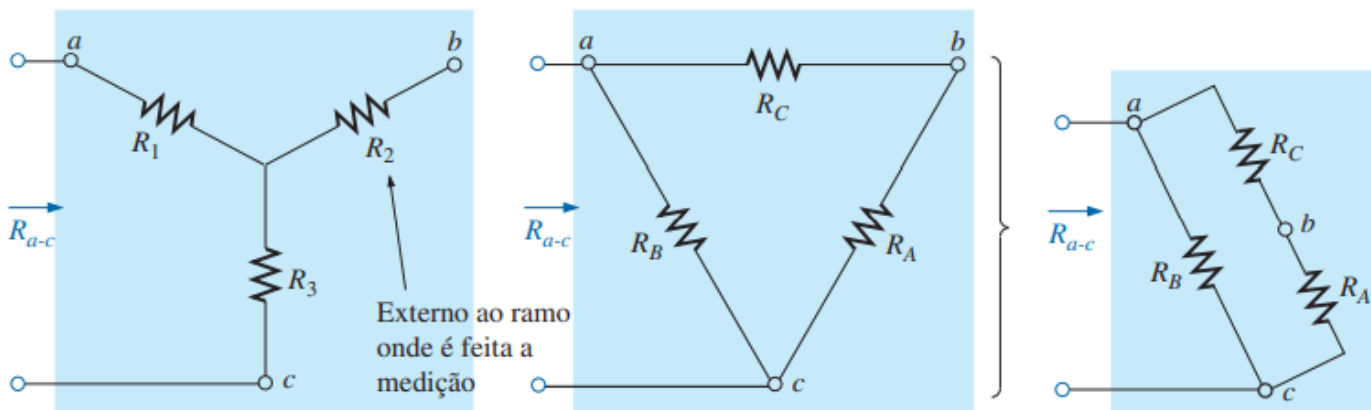
$$R_1 = \frac{R_B R_C}{R_A + R_B + R_C}$$

$$R_3 = \frac{R_A R_B}{R_A + R_B + R_C}$$

$$R_2 = \frac{R_A R_C}{R_A + R_B + R_C}$$

Note que cada resistor de Y é igual ao produto dos resistores nos dois ramos mais próximos do delta é dividido pela soma dos resistores do delta.

Conversão Delta - Estrela



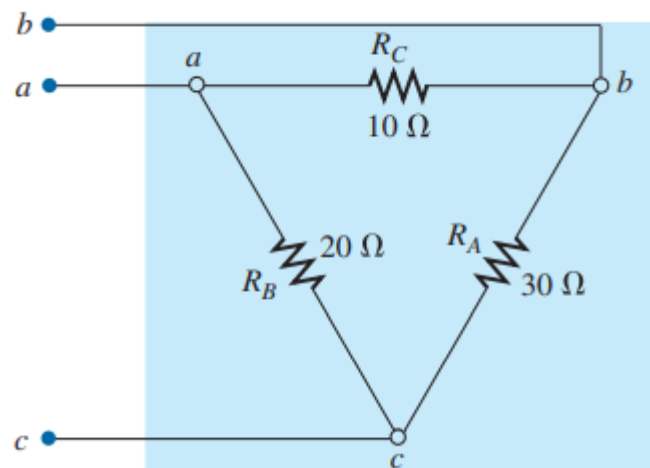
$$R_3 = \frac{R_A R_B}{R_A + R_B + R_C} = \frac{R_A R_A}{R_A + R_A + R_A} = \frac{R_A^2}{3R_A} = \frac{R_A}{3}$$

$$R_Y = \frac{R_\Delta}{3}$$

$$R_\Delta = 3R_Y$$

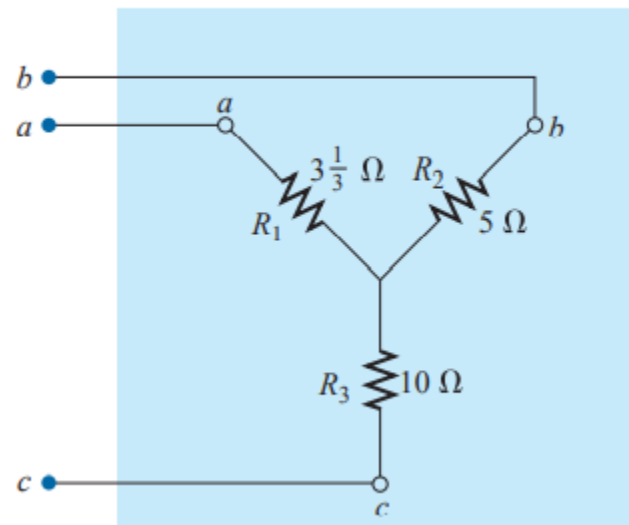
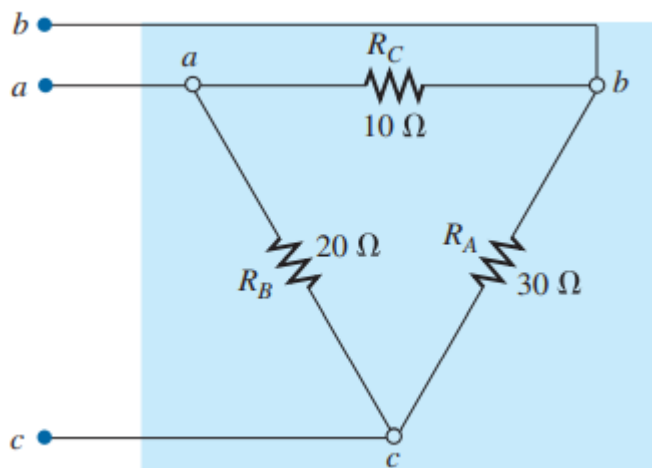
Note que o valor de cada resistor do delta é igual à soma das possíveis combinações dos produtos das resistências do Y dividida pela resistência do Y mais distante do resistor a ser determinado.

Converte Delta em Y

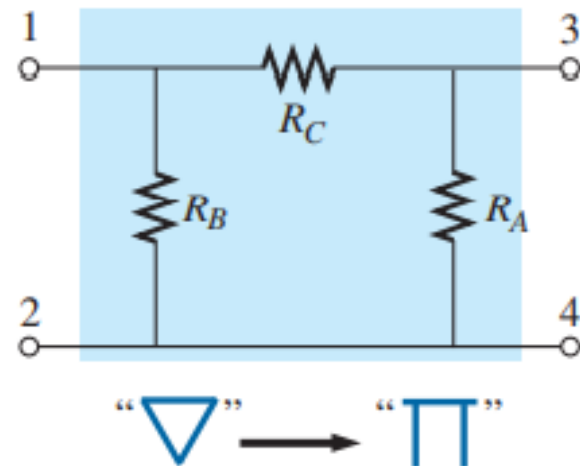
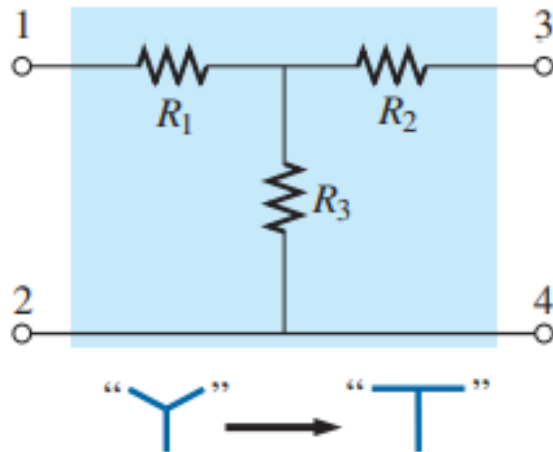


Note que o valor de cada resistor do delta é igual à soma das possíveis combinações dos produtos das resistências do Y dividida pela resistência do Y mais distante do resistor a ser determinado.

Converte Delta em Y



Relação: Y-T e Delta - PI



Teoremas de Superposição

- ✓ **O teorema da superposição declara:**
 - ✓ A corrente, ou tensão, através de qualquer elemento é igual a soma algébrica das correntes ou tensões produzidas independentemente por cada fonte.
 - ✓ Ao remover uma fonte de tensão de um diagrama esquemático de um circuito, substitua-a por uma conexão direta (curto-circuito) de zero ohm. Se houver resistência interna a fonte deve permanecer no circuito.

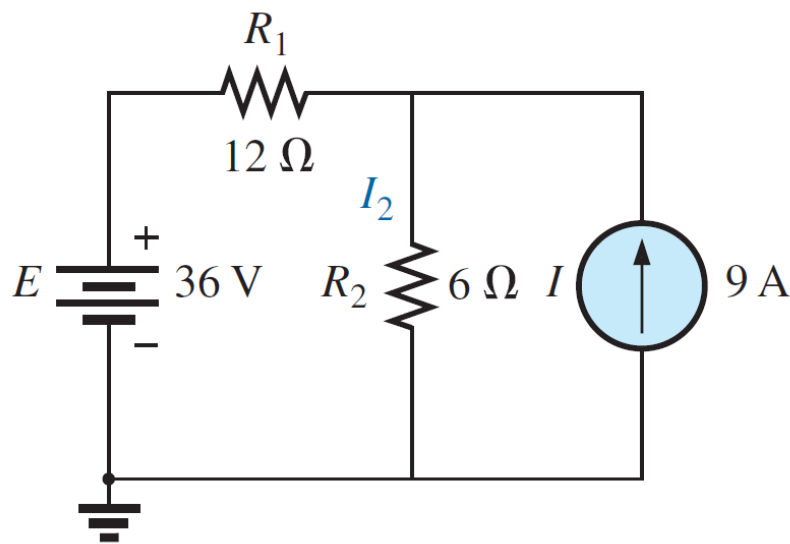
Teoremas de Superposição

- ✓ Ao remover uma fonte de corrente de um diagrama esquemático de um circuito, substitua-a por um circuito aberto de infinito ohms. Qualquer resistência interna deve permanecer no circuito.
- ✓ Tendo em vista que o efeito de cada fonte será determinada de maneira independente, o número de circuitos a ser analisado será igual a quantidade de fontes.

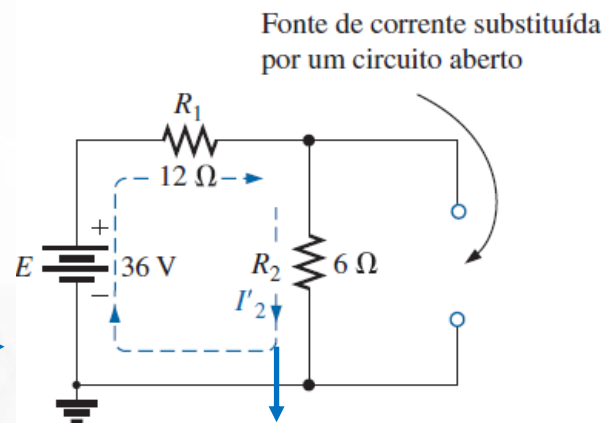
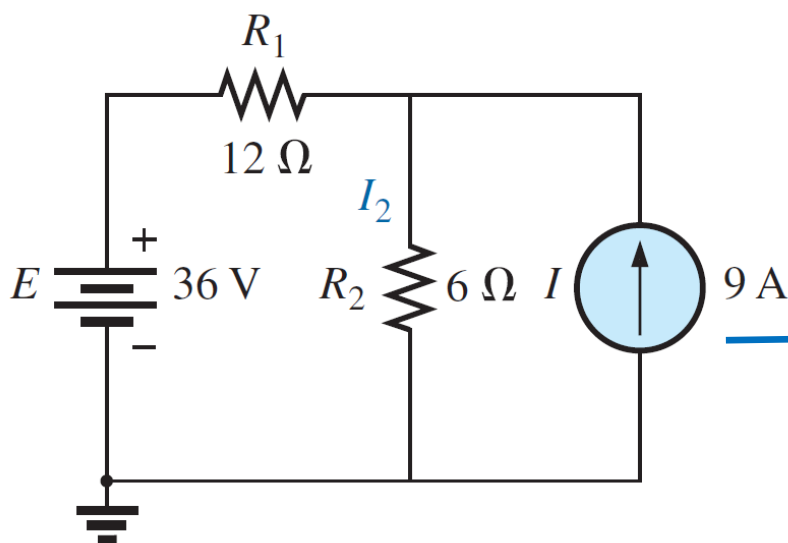
Teoremas de Superposição

- ✓ O princípio da superposição não poder ser aplicado para calcular a potência fornecida pelo circuito, já que a potência em um resistor varia de acordo com o quadrado da tensão aplicada ao resistor ou corrente.

Exercício – Teorema de Superposição

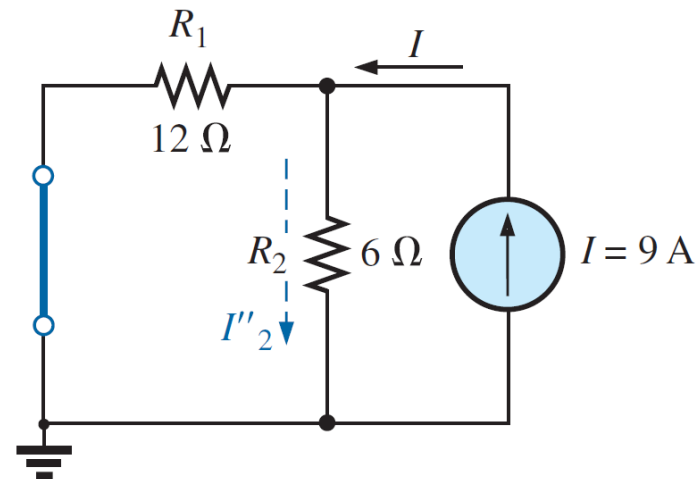
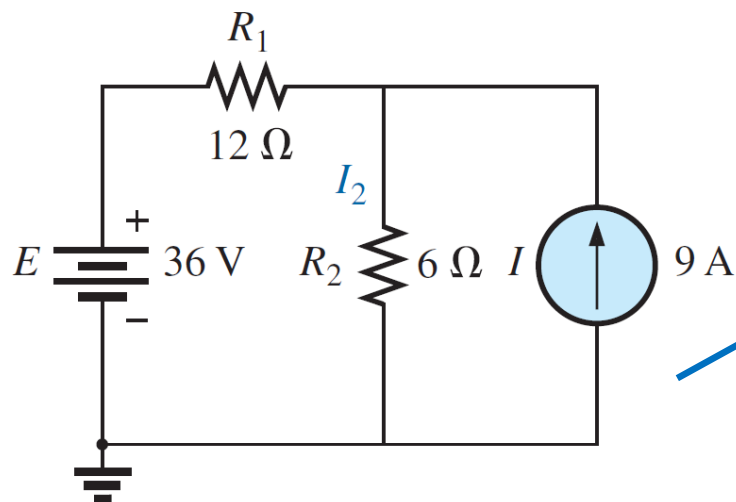


Exercício – Teorema de Superposição



$$I'_2 = \frac{E}{R_T} = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{36\text{ V}}{12\ \Omega + 6\ \Omega} = \frac{36\text{ V}}{18\ \Omega} = 2\text{ A}$$

Exercício – Teorema Superposição

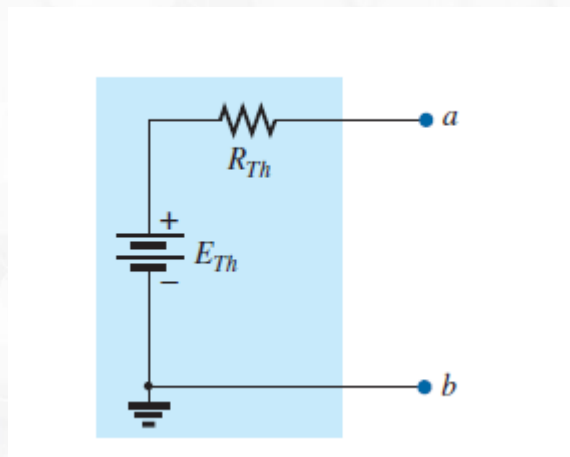


$$I''_2 = \frac{R_1(I)}{R_1 + R_2} = \frac{(12\ \Omega)(9\ \text{A})}{12\ \Omega + 6\ \Omega} = 6\ \text{A}$$

$$I_2 = I'_2 + I''_2 = 2\ \text{A} + 6\ \text{A} = 8\ \text{A}$$

Teorema de Thévenin

- ✓ Qualquer circuito de corrente contínua de dois terminais pode ser substituído por um circuito equivalente que consista somente de uma fonte de tensão e de um resistor em série.



Teorema de Thévenin

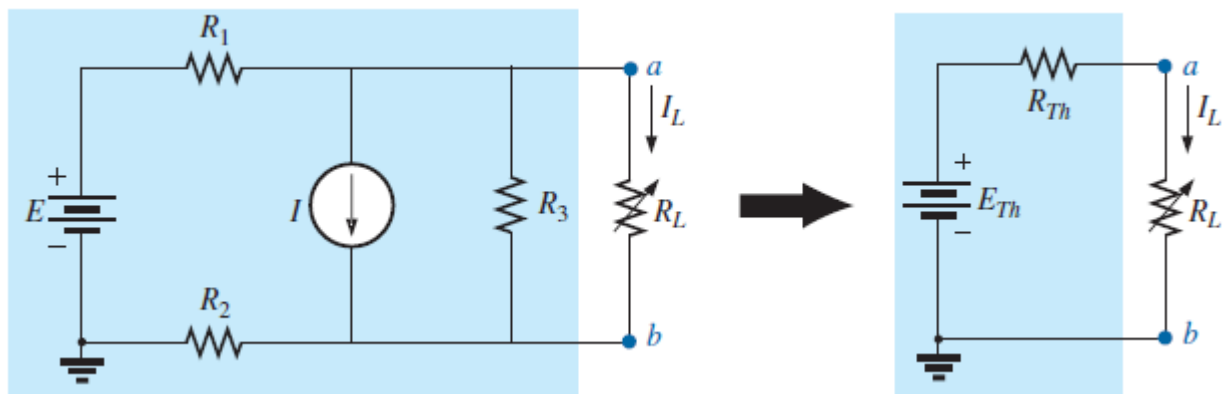
Passos:

- ✓ Remova a parte do circuito para qual deseja obter o equivalente de Thévenin.
- ✓ Assinale os terminais do circuito remanescente.
- ✓ Calcule R_{Th} , colocando primeiro todas fontes em zero (fontes de tensão por curto-circuito e corrente por circuito aberto. Então determine a resistência equivalente nos terminais escolhidos.
- ✓ Coloque E_{Th} retornando primeiro todas as fontes as posições originais e determine a tensão nos terminais escolhidos.

Teorema de Thévenin

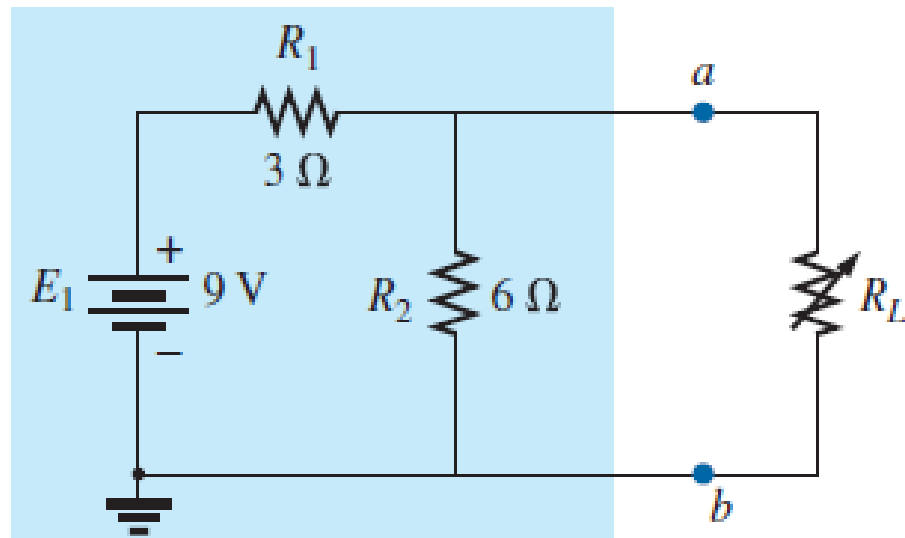
Passos:

- ✓ Desenhe o circuito equivalente de Thévenin e coloque a parte previamente removida.



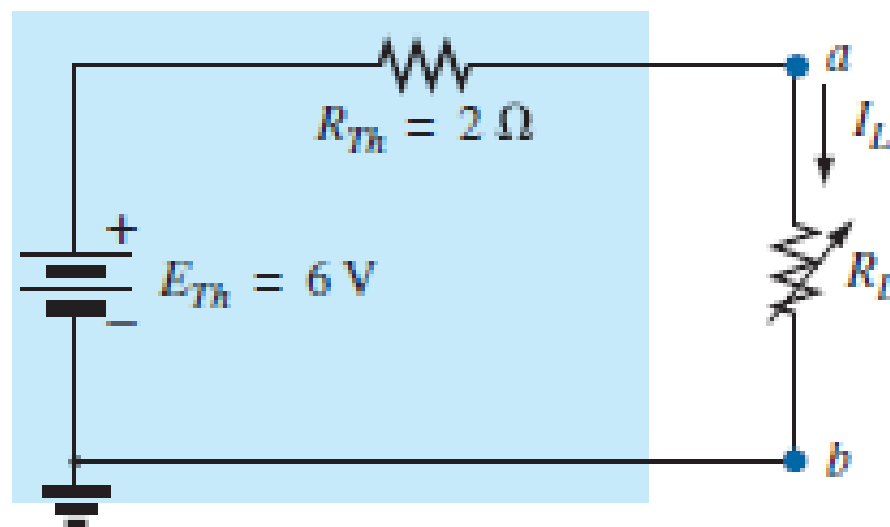
Exemplo - Teorema de Thévenin

✓ Considere $R_L = 2, 10$ e 100 ohms.



Exemplo - Teorema de Thévenin

✓ Considere $R_L = 2, 10$ e 100 ohms.



Teorema de Norton

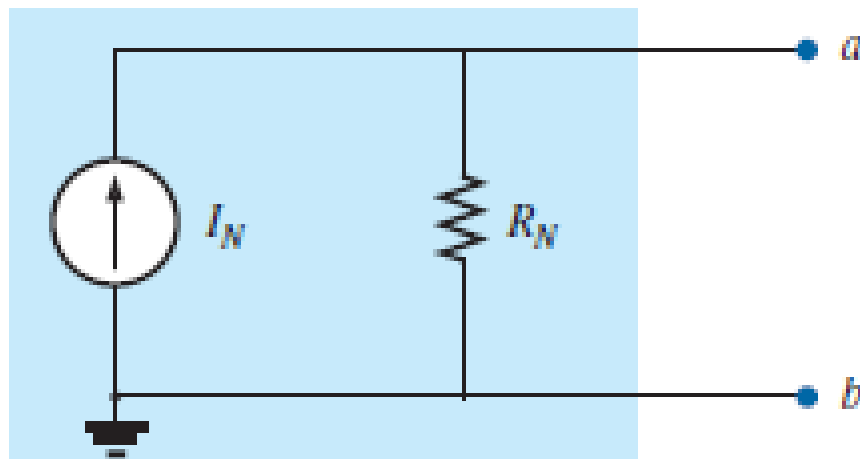
Passos:

- ✓ Remova a parte do circuito para qual deseja obter o equivalente de Norton.
- ✓ Assinale os terminais do circuito remanescente.
- ✓ Calcule R_N , colocando primeiro todas fontes em zero (fontes de tensão por curto-circuito e corrente por circuito aberto. Então determine a resistência equivalente nos terminais escolhidos. Perceba $R_{Th} = R_N$.
- ✓ Para calcular I_N retorne todas fontes a posição original e determine a corrente de curto-circuito.

Teorema de Norton

Passos:

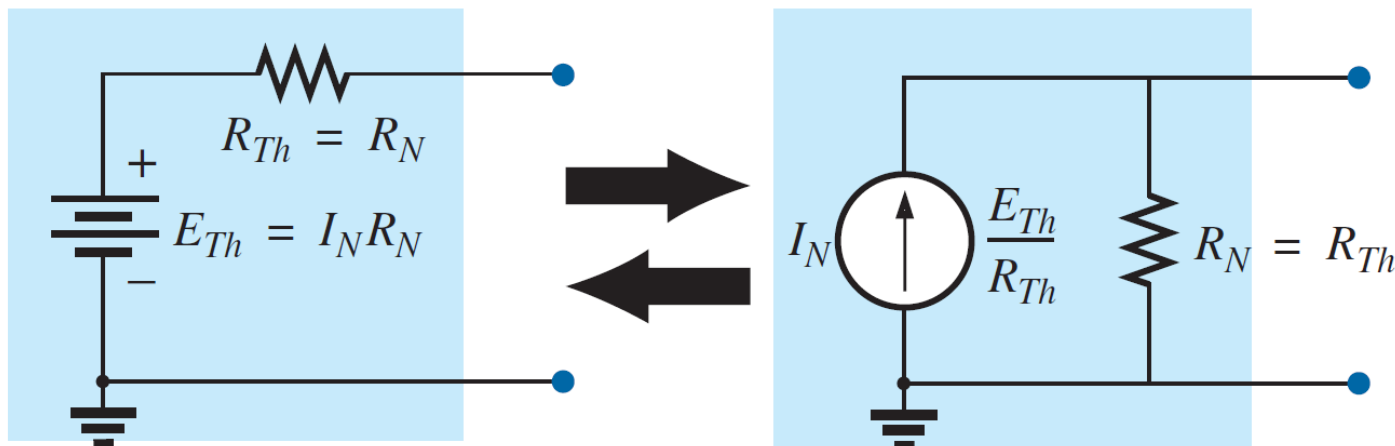
- ✓ Desenhe o circuito equivalente de Norton e recoloque entre os terminais do circuito equivalente a parte que foi previamente removida.



Teorema de Norton

Passos:

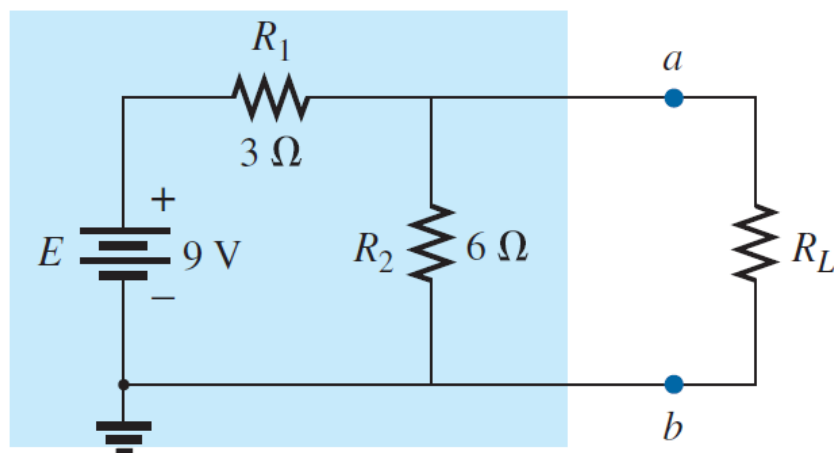
- ✓ Desenhe o circuito equivalente de Norton e recoloque entre os terminais do circuito equivalente a parte que foi previamente removida.



Exemplo - Teorema de Norton

Passos:

- ✓ Desenhe o circuito equivalente de Norton e recoloque entre os terminais do circuito equivalente a parte que foi previamente removida.



TAREFA

Livro: BOYLESTAD, Robert L. **Introdução à análise de circuitos.** 12. ed. São Paulo, SP: Pearson Prentice Hall, 2012. xiii, 962 p. ISBN 9788564574205.

Exercícios:

✓ Exemplos

- ❖ Pág. 291: 9.3, 9.4.
- ❖ Pág. 295: 9.6, 9.8 e 9.9
- ❖ Pág. 304: 9.10.
- ❖ Pág. 305: 9.12.

Exercícios:

✓ Problemas

- ❖ Pág. 327: 1 e 3.
- ❖ Pág. 328: 9 e 14.
- ❖ Pág. 329: 21, 23 e 25.