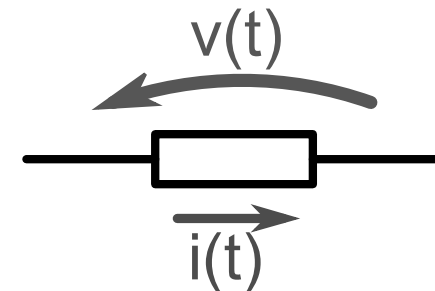


Lição 6

Potência em circuitos CA

Potência instantânea absorvida por um elemento do circuito:

$$p(t) = v(t) \cdot i(t) [W]$$



A equação é válida para quaisquer tipos de funções, incluindo tensões e correntes não senoidais.

Para um elemento com referências de tensão e corrente na forma passiva:

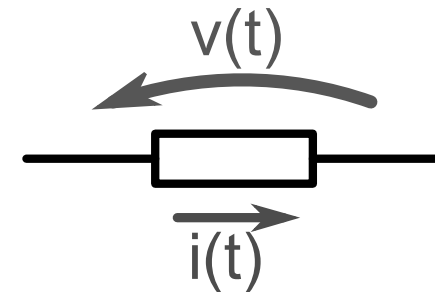
- $p(t) > 0$ indica que o elemento está **absorvendo** potência;
- $p(t) < 0$ indica que o elemento está **fornecendo** potência;

Potência instantânea

Para tensões e correntes senoidais:

$$v(t) = V_p \cos(\omega t + \theta_v) \text{ V}$$

$$i(t) = I_p \cos(\omega t + \theta_i) \text{ A}$$



$$p(t) = V_p \cdot I_p \cos(\omega t + \theta_v) \cos(\omega t + \theta_i)$$

$$p(t) = \frac{V_p \cdot I_p}{2} \cos(\theta_v - \theta_i) + \frac{V_p \cdot I_p}{2} \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i) [W]$$

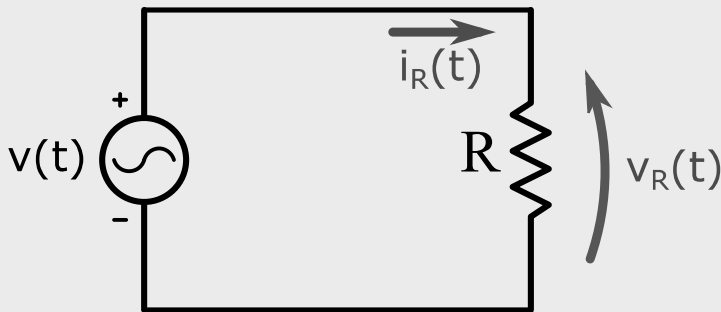
A potência instantânea é composta por:

- Um termo constante (independente de t)
- Uma senoide com o dobro da frequência de $v(t)$ e $i(t)$.

Exemplo 1

Circuito CA com um resistor

A tensão da fonte de tensão é $v(t) = 100 \cos(50t + 30^\circ)$ V, e a resistência $R = 20\Omega$. Determine a função $p_R(t)$ que representa a potência dissipada pelo resistor.



Solução: Analisando-se o circuito, pode-se determinar que $v_R(t) = 100 \cos(50t + 30^\circ)$ V e $i_R(t) = 5 \cos(50t + 30^\circ)$ A. Assim,

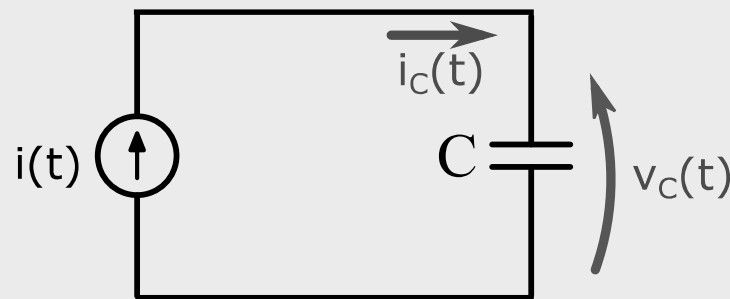
$$p_R(t) = 100 \cos(50t + 30^\circ) \cdot 5 \cos(50t + 30^\circ)$$
$$p_R(t) = \frac{100 \cdot 5}{2} \cos(30^\circ - 30^\circ) + \frac{100 \cdot 5}{2} \cos(2 \cdot 50t + 30^\circ + 30^\circ)$$

$$p_R(t) = 250 + 250 \cos(100t + 60^\circ) \text{ W}$$

Exemplo 2

Circuito CA com um capacitor

A corrente da fonte de corrente é $i(t) = 8 \cos(200t - 45^\circ)$ A, e a capacitância $C = 1250 \mu F$. Determine a potência instantânea absorvida pelo capacitor, $p_C(t)$.



Solução: Analisando-se o circuito, pode-se determinar que $v_C(t) = 32 \cos(200t - 135^\circ)$ V; e $i_C(t) = 8 \cos(200t - 45^\circ)$ A. Assim,

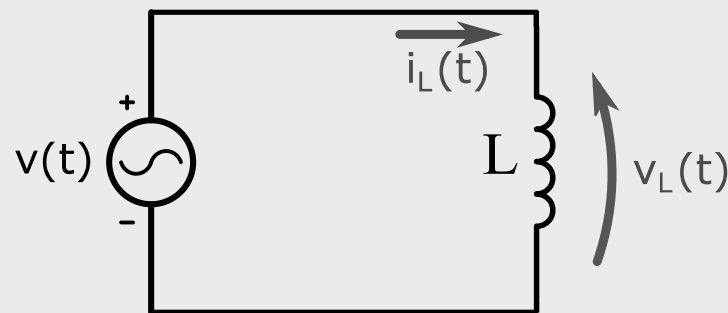
$$p_C(t) = 32 \cos(200t - 135^\circ) \cdot 8 \cos(200t - 45^\circ)$$
$$p_C(t) = \frac{32 \cdot 8}{2} \cos(-135^\circ - (-45^\circ)) + \frac{32 \cdot 8}{2} \cos(2 \cdot 200t + (-135^\circ) + (-45^\circ))$$

$$p_C(t) = 128 \cos(400t - 180^\circ) \text{ W}$$

Exemplo 3

Circuito CA com um indutor

A tensão da fonte de tensão é $v(t) = 90 \cos(40t + 110^\circ)$ V, e a indutância $L = 500mH$. Determine a potência instantânea absorvida pelo indutor, $p_L(t)$.



Solução: Analisando-se o circuito, pode-se determinar que $v_L(t) = 90 \cos(40t + 110^\circ)$ V; e $i_L(t) = 4,5 \cos(40t + 20^\circ)$ A. Assim,

$$p_L(t) = 90 \cos(40t + 110^\circ) \cdot 4,5 \cos(40t + 20^\circ)$$
$$p_L(t) = \frac{90 \cdot 4,5}{2} \cos(110^\circ - 20^\circ) + \frac{90 \cdot 4,5}{2} \cos(2 \cdot 40t + 110^\circ + 20^\circ)$$

$p_L(t) = 202,5 \cos(80t + 130^\circ)$ W

Potência Média (P)

A potência média absorvida (P) por um elemento do circuito é dada por

$$P = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} p(t) dt$$

Para tensões e correntes senoidais, o resultado é:

$$P = \frac{V_p \cdot I_p}{2} \cos(\theta_v - \theta_i) [W]$$

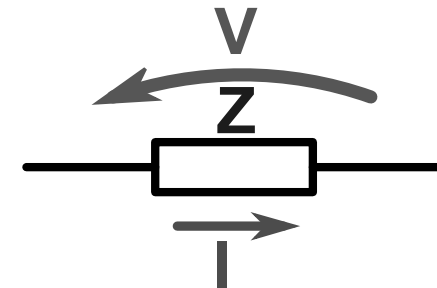
Utilizando os exemplos anteriores, pode-se verificar que:

- A potência média absorvida por um **Resistor** é $P = \frac{R \cdot I_p^2}{2}$;
- A potência média absorvida por um **Capacitor** é sempre **zero**;
- A potência média absorvida por um **Indutor** é sempre **zero**;

Potência Complexa (**S**)

A Potência Complexa também pode ser calculada em termos da impedância **Z** e do fasor **I**, por:

Se $\mathbf{Z} = R + jX = Z \angle \theta_z$ e $\mathbf{I} = I_p \angle \theta_i$



Forma Retangular:

$$\mathbf{S} = R \cdot \frac{I_p^2}{2} + j \cdot X \cdot \frac{I_p^2}{2}$$

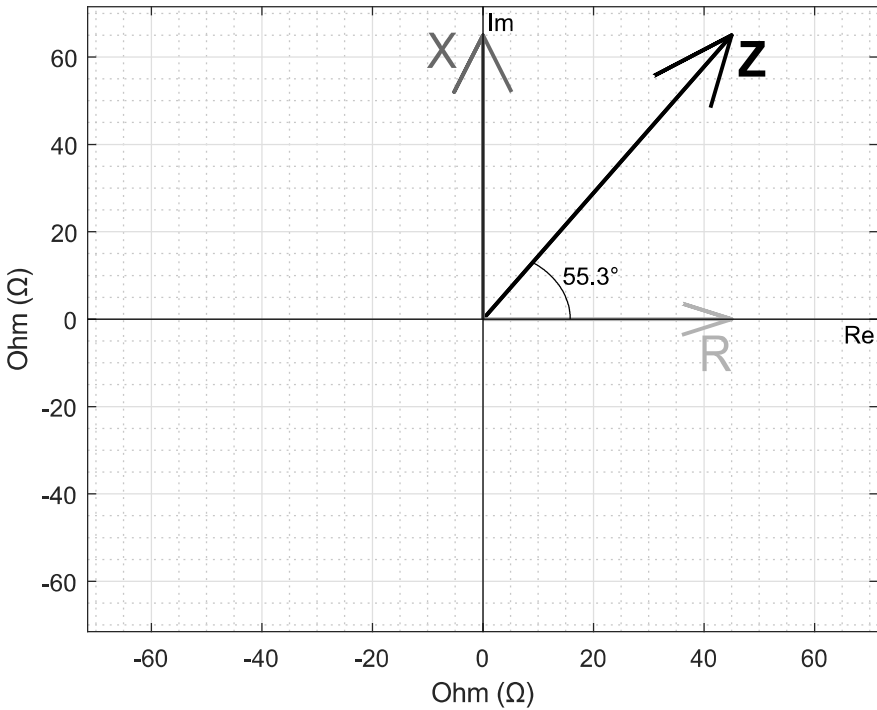
Forma Polar:

$$\mathbf{S} = Z \cdot \frac{I_p^2}{2} \angle \theta_z$$

$$\mathbf{S}_L = 1675,06 / +90^\circ = 0 + j1675,06 \text{ VA}$$

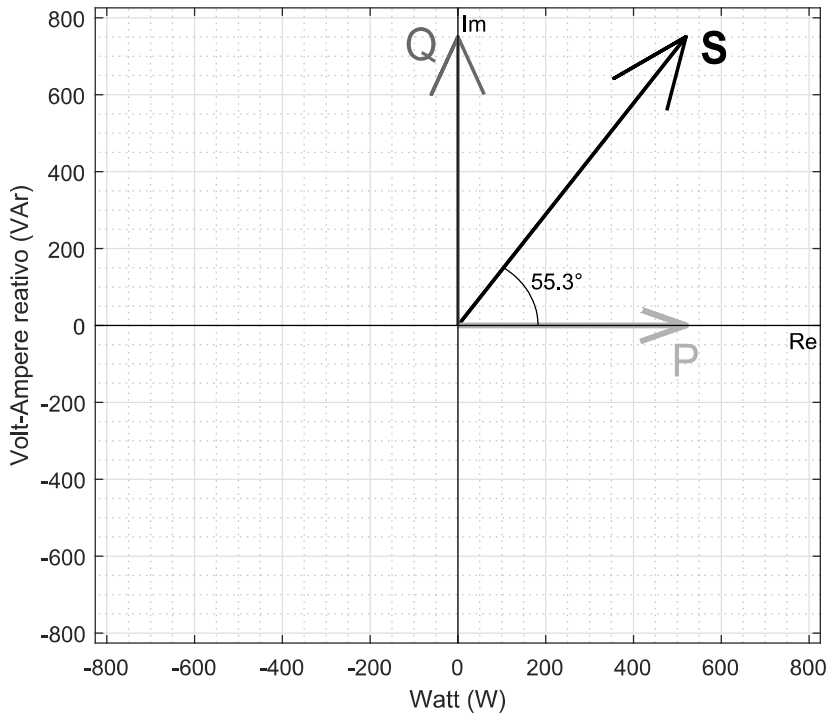
Exemplo 4 (continuação...)

Triângulo de Impedâncias:



$Z = 45 + j65 = 79,06\angle 55,3^{\circ} \Omega$

Triângulo de Potências:



$S = 519,84 + j750,9 = 913,28\angle 55,3^{\circ} \text{ VA}$

$P = 519,84 \text{ W}$ é a potência ativa e $Q = 750,9 \text{ VAr}$ corresponde a uma potência reativa com característica **indutiva**.

Exemplo 5

Cálculos de potência e impedância

A primeira figura mostra uma carga de impedância \mathbf{Z} alimentada por uma fonte de corrente $i_s = 4 \cos(5t - 35^\circ)$ A. A fonte fornece à carga uma potência $20 - j20$ VA. **(a)** determine a impedância da carga, \mathbf{Z} ; **(b)** Sabendo que a carga é composta por uma associação **em paralelo** de dois elementos (Figura 2 ou Figura 3), determine os valores dos dois componentes.

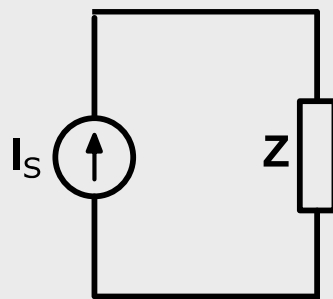


Figura 1

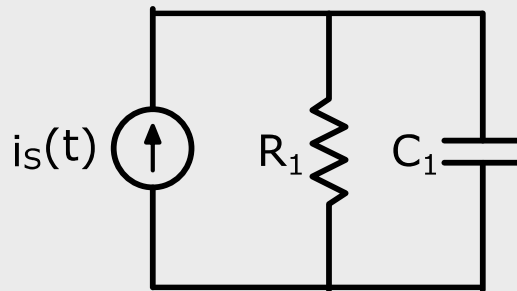


Figura 2

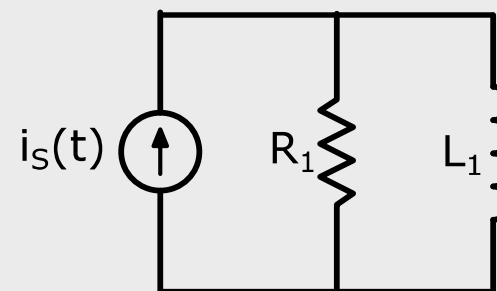


Figura 3

Exemplo 5 (continuação...)

Solução:

- A potência **complexa** fornecida pela fonte e, portanto, absorvida pela carga, é $\mathbf{S} = 20 - j20$ VA.
- Uma vez que a parte imaginária de \mathbf{S} é negativa, a potência reativa absorvida pela carga tem característica **capacitiva**.
- Consequentemente, a carga é formada por uma associação de um resistor com um capacitor (Figura 2).

(a) Cálculo da impedância da carga, $\mathbf{Z} = R + jX$:

$$\mathbf{S} = R \cdot \frac{I_p^2}{2} + j \cdot X \cdot \frac{I_p^2}{2} = 20 + j \cdot (-20)$$

$$\blacksquare \quad R \cdot \frac{I_p^2}{2} = 20 \Rightarrow R \cdot \frac{4^2}{2} = 20 \Rightarrow \boxed{R=2,5 \, \Omega}$$

$$\blacksquare X \cdot \frac{I_p^2}{2} = -20 \Rightarrow X \cdot \frac{4^2}{2} = -20 \Rightarrow \boxed{X = -2,5 \, \Omega}$$

Assim, a impedância da carga é $\mathbf{Z} = 2,5 - j \cdot 2,5 \, \Omega$

Atividades

Leitura Complementar

[Svoboda; Dorf, 2016]: Capítulo 11, Seções 11.1 a 11.3 e 11.5.

Atividade 1

Refaça o Exemplo 4 desta Lição calculando as potências complexas em termos das impedâncias e do fasor de corrente. Verifique o resultados.

Atividade 2

Resolva os Exercícios **24 a 31** do **Caderno de Exercícios**.

Sugestões de Exercícios Complementares

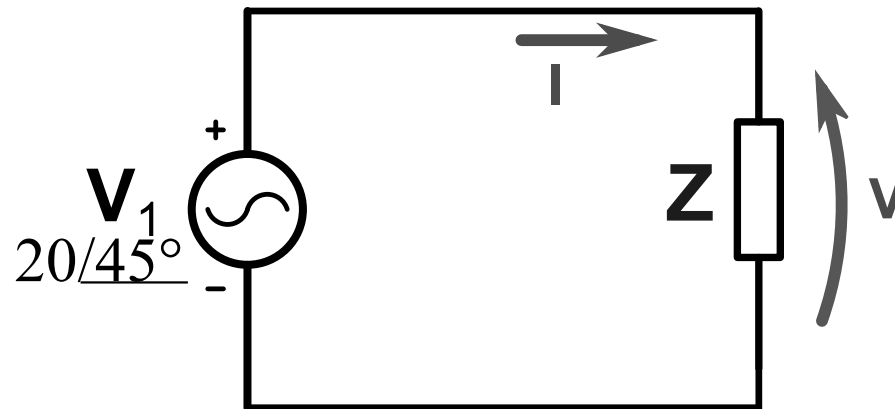
[Svoboda; Dorf, 2016]: Capítulo 11, Problemas P 11.5-4, P 11.5-7, P 11.5-12.

[Hayt Jr. et al., 2014]: Capítulo 11, Exercícios 7, 14.

Lição 7

Exemplo 1 (continuação...)

Pode-se verificar que o circuito original é equivalente ao circuito a seguir:



onde a impedância equivalente é $\mathbf{Z} = 21,967 \angle -10,49^\circ = 21,6 - j4\Omega$.
Assim:

- a corrente fornecida pela fonte é

$$\mathbf{I} = \frac{20 \angle 45^\circ}{21,967 \angle -10,49^\circ} = 0,9105 \angle 55,49^\circ \text{ A}$$

- A potência complexa fornecida pela fonte é

$$\mathbf{S} = \frac{\mathbf{V} \cdot \bar{\mathbf{I}}}{2} = \frac{20 \angle 45^\circ \cdot 0,9105 \angle -55,49^\circ}{2}$$

$$\mathbf{S} = 9,105 \angle -10,49^\circ = 8,953 - j1,658 \text{ VA}$$

Exemplo 2

Correção do fator de potência

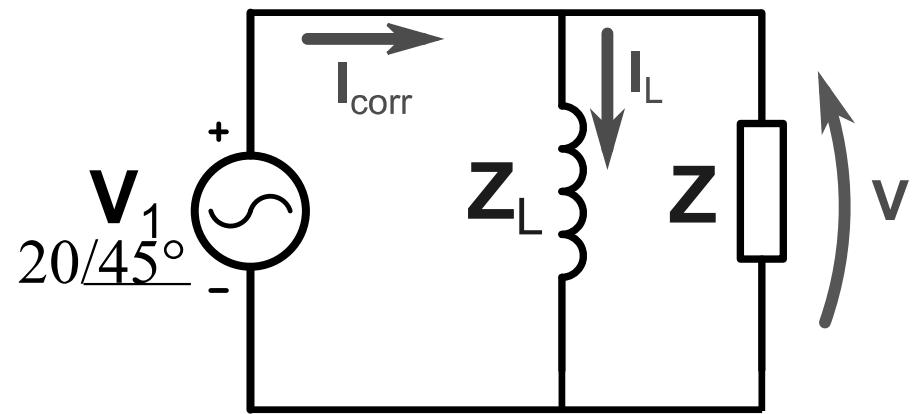
Determine qual a carga que deve ser ligada em paralelo com a impedância equivalente no circuito do Exemplo 1, a fim de corrigir o fator de potência do circuito para 1,0.

Solução: A potência complexa absorvida pela associação mostrada no Exemplo 1 é $\mathbf{S} = 8,953-j1,658$ VA. A potência reativa absorvida tem característica capacitiva.

Assim, deve-se acrescentar um elemento de impedância com característica indutiva, que absorva uma potência complexa $\mathbf{S}_L = 0 + jQ_L = 0 + j1,658$ VA. Portanto, o elemento a ser acrescentado é um indutor.

Exemplo 2 (continuação...)

O circuito após a correção do fator de potência pode ser representado no domínio da frequência por:



A potência complexa S_L absorvida pela impedância $Z_L = jX_L$ é dada por:

$$S_L = 0 + j \cdot X_L \cdot \frac{I_{L_p}^2}{2}.$$

Por sua vez, a corrente de pico que circula pelo indutor, I_{L_p} , é $I_{L_p} = \frac{V_1}{X_L}$.

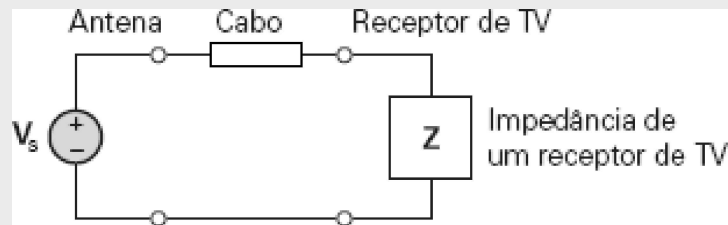
Assim, tem-se:

$$S_L = 0 + j \cdot \frac{V_1^2}{2X_L}$$

Exemplo 3

Máxima transferência de Potência

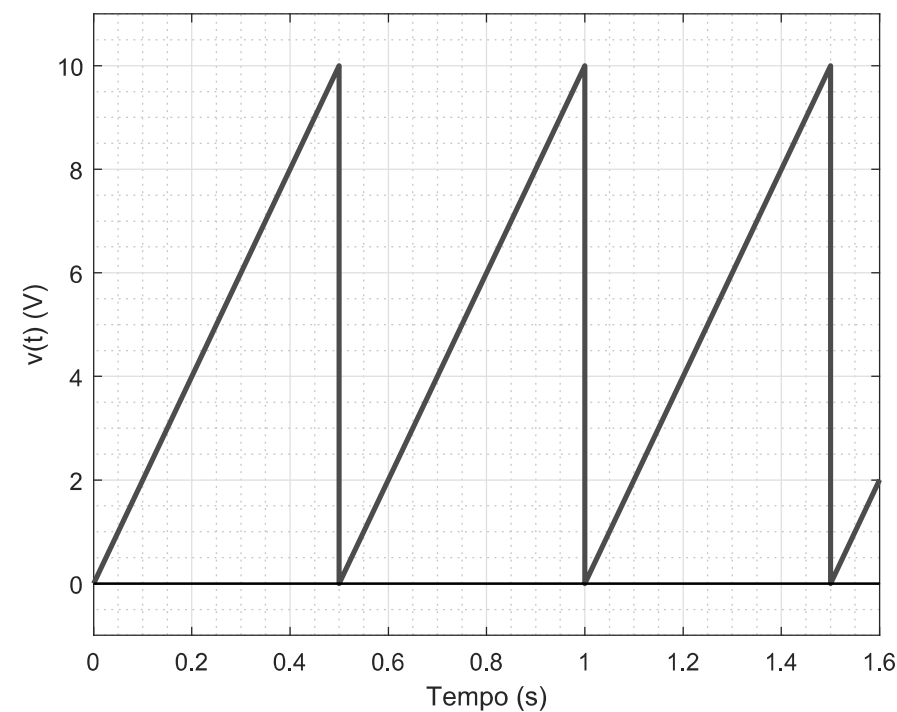
[Svoboda; Dorf, 2016] Um aparelho de televisão recebe o sinal da antena através de um cabo de impedância $200 + j12\Omega$, em que $v_s = 4 \cos(\omega t)$ mV. A frequência da estação que está sendo sintonizada é 52 MHz. Determine a máxima potência que pode ser fornecida ao receptor.



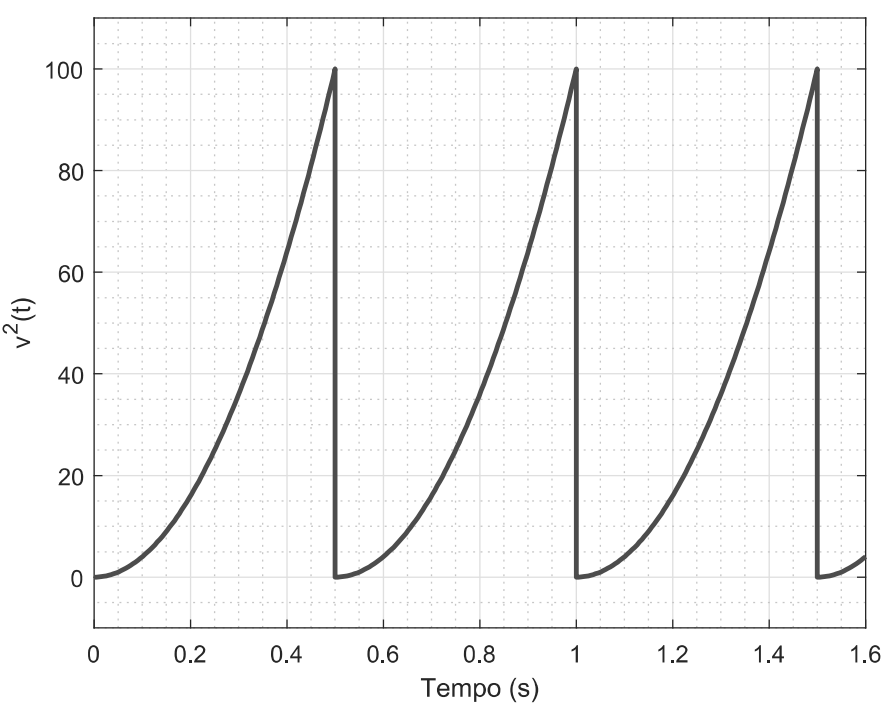
Solução: A potência média transferida para o receptor é máxima quando a impedância \mathbf{Z} é escolhida de tal forma que seja igual ao complexo conjugado da impedância do cabo, ou seja, $\mathbf{Z} = 200 - j12\Omega$.

Exemplo: Cálculo de valor RMS

$v(t)$: forma de onda dente de serra



$v^2(t)$:



$$V_{RMS} = \frac{10}{\sqrt{3}} \approx 5,77 \text{ V}$$

\Leftrightarrow

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{0,5} \int_0^{0,5} v^2(t) dt}$$

Exemplo 4

Cálculos de corrente e potência utilizando valores eficazes

Analise o Exemplo 11.6-1 de
[Svoboda; Dorf, 2016]: Capítulo 11, Seção 11.6.

Atividades

Leitura Complementar

[Svoboda; Dorf, 2016]: Capítulo 11, Seção 11.6.

Atividade 1

Reescreva as equações estudadas para cálculo de potências (ativa, reativa, aparente e complexa) em termos dos valores eficazes de tensão e corrente.

Atividade 2

Demonstre o cálculo do valor RMS da forma de onda dente de serra e confira o resultado apresentado no exemplo desta lição.

Atividades

Atividade 3

Resolva os Exercícios **32 a 39** do **Caderno de Exercícios**.

Sugestões de Exercícios Complementares

[Svoboda; Dorf, 2016]: Capítulo 11, Problemas P 11.5-12, P 11.5-13, P 11.6-7, .

[Hayt Jr. et al., 2014]: Capítulo 11, Exercícios 33, 37, 45.