



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Apucarana
Bacharelado em Engenharia de Computação



Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Engenharia de Computação

PROJETO DE UM CONTROLADOR PID VIA ZIEGLER-NICHOLS E UM DEADBEAT

Alunos: Gabriel Finger Conte

João Vitor Garcia Carvalho

Maria Eduarda Pedroso

Professor orientador: Adalberto Zanatta Neder Lazarini

Apucarana

Setembro/2023



Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Engenharia de Computação

PROJETO DE UM CONTROLADOR PID VIA ZIEGLER-NICHOLS E UM DEADBEAT

Relatório do Projeto 02, apresentado à disciplina de Controle Digital do Curso de Engenharia de Computação da UTFPR - Campus Apucarana, como requisito parcial para obtenção de nota no semestre.

Alunos: Gabriel Finger Conte

João Vitor Garcia Carvalho

Maria Eduarda Pedroso

Professor orientador: Adalberto Zanatta Neder Lazarini

Apucarana

Setembro/2023



SUMÁRIO

1. RESUMO.....	3
2. INTRODUÇÃO.....	3
2.1. Objetivos.....	6
3. METODOLOGIA.....	7
3.1. Transformada Z.....	8
3.2. Lugar Geométrico Das Raízes e a Estabilidade do Sistema.....	9
3.3. Parâmetros De Desempenho.....	11
3.4. Controlador PID.....	12
3.5. Método de Ziegler-Nichols (ZN).....	13
3.6. Deadbeat.....	14
3.7. Diagrama de Blocos.....	15
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	16
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	29
6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	31



1. RESUMO

Neste estudo, investigamos o comportamento de um sistema massa-mola-amortecedor em malha aberta e malha fechada, após sua discretização no domínio discreto com um período de amostragem de $T = 0,1$ segundos. Observamos que o sistema original é estável em malha aberta, mas apresenta um erro em regime permanente considerável em malha fechada. Utilizando o método Ziegler-Nichols, projetamos um controlador PID contínuo que eliminou o erro em regime permanente, embora tenha introduzido atrasos nos tempos de resposta. Em seguida, transformamos o controlador contínuo em um controlador discreto, mantendo um desempenho semelhante ao sistema contínuo. Determinamos que um período mínimo de amostragem aceitável é de 0,7 segundos. Além disso, projetamos um controlador DeadBeat, que eliminou o erro em regime permanente e apresentou um desempenho mais rápido que o método Ziegler-Nichols. O controlador DeadBeat não exibiu região transitória. Este estudo destaca a importância da seleção cuidadosa da abordagem de controle e da taxa de amostragem, além de ressaltar a necessidade de ajustes para otimizar o desempenho do sistema e minimizar o desperdício de energia. Essas considerações são cruciais para o projeto de sistemas de controle eficazes e eficientes, adaptados às necessidades específicas da aplicação.

2. INTRODUÇÃO

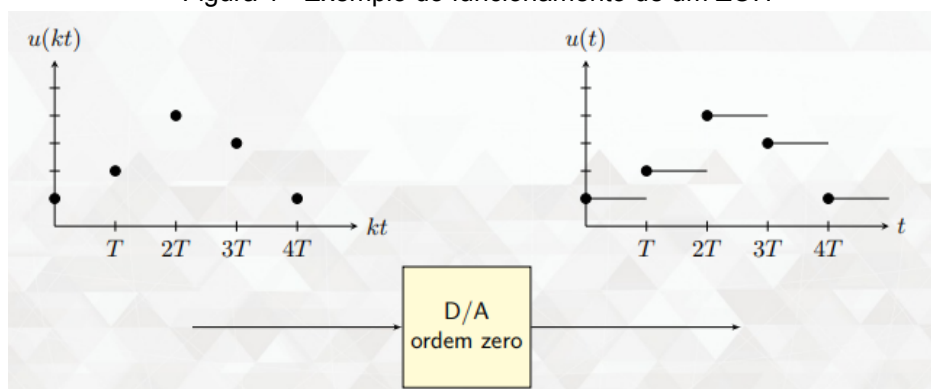
A introdução de controladores digitais ampliou a capacidade dos sistemas de controle, permitindo a configuração de vários controladores em uma única estrutura computacional. No entanto, os controladores digitais operam no domínio discreto, em oposição ao domínio contínuo dos sistemas controlados. Isso exigiu o

desenvolvimento de técnicas e dispositivos para a comunicação entre o controlador e o sistema, bem como ferramentas para analisar os sinais discretos obtidos.

Para que os controladores digitais processem os dados, é necessário converter os sinais para o domínio discreto usando Conversores Analógico/Digital (A/D). Esses dispositivos amostram o sinal regularmente, criando amostras discretas que representam o sinal original. Os conversores A/D permitem a comparação entre o sinal de referência do sistema e o sinal de saída para determinar o erro. O objetivo principal de um controlador é ajustar a saída do sistema de acordo com a referência desejada, minimizando o erro e controlando a resposta do sistema.

No entanto, o sinal gerado pelo controlador está no domínio discreto, enquanto o sistema a ser controlado opera no domínio contínuo. Para resolver isso, utilizamos conversores Digital/Analógico (D/A), sendo o mais simples conhecido como Zero Order Holder (ZOH). O ZOH, ao conhecer o valor do sinal discreto em uma amostra, mantém esse valor constante na saída até a próxima amostra, criando assim um sinal em forma de degrau, como ilustrado na Figura 1.

Figura 1 - Exemplo do funcionamento de um ZOH



Fonte: Caun (2022)

O sistema que estamos analisando possui uma função de transferência que descreve seu comportamento no domínio da frequência, comumente representada no domínio de Laplace, que é contínuo. Para lidar com sinais discretos, usamos a Transformada-Z, que, com o conhecimento do período de amostragem T , nos



permite obter uma função de transferência que descreve o comportamento do sinal no domínio discreto.

Isso fornece informações sobre o comportamento e a estabilidade do sistema controlado. Devido ao efeito do ZOH (Hold Zero Order), as características do sinal do sistema são afetadas, e essas mudanças podem ser estimadas por meio de uma função de transferência no domínio da frequência, o que será detalhado posteriormente.

A função de transferência também nos permite construir a Constelação de Polos e Zeros, ou o Lugar Geométrico das Raízes. Através dessa representação, é viável analisar as características do sistema em malha aberta e o comportamento dos polos em malha fechada, quando há realimentação. Essa constelação desempenha um papel fundamental no cálculo de parâmetros de desempenho do sistema, como tempo de subida, tempo de estabelecimento, tempo de pico, overshoot e outros, auxiliando na avaliação do sistema em relação aos requisitos estabelecidos.

Além disso, desempenha um papel crucial na análise da estabilidade do sistema, permitindo determinar se o sistema tende a um valor constante no infinito (comportamento estável) ou a valores imprevisíveis no infinito (comportamento instável). Conforme detalharemos adiante, a estabilidade do sistema está diretamente relacionada aos polos e zeros da função de transferência em malha aberta, antes da realimentação.

Após essa breve contextualização sobre a teoria de controle digital e os principais desafios relacionados à conversão de sinais contínuos para discretos, bem como à análise da estabilidade e desempenho dos sistemas, neste trabalho, abordaremos duas técnicas de sintonia de controladores amplamente utilizadas: o Método de Ziegler-Nichols (ZN) e o Controlador Deadbeat.

O Método de Ziegler-Nichols, também conhecido como o Método da Curva de Reação, é uma técnica tradicional de sintonia de controladores no domínio contínuo, desenvolvida com base na resposta ao degrau em malha aberta. Esse método foi

desenvolvido para ajustar controladores P, PI e PID de forma a alcançar uma resposta oscilatória amortecida com um determinado grau de amortecimento.

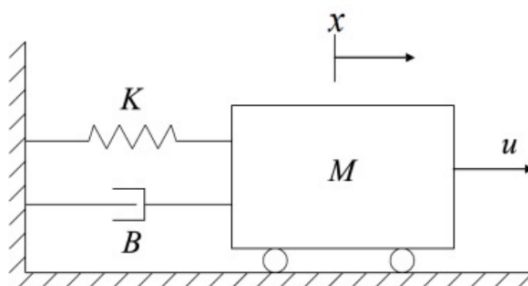
Por outro lado, o Controlador Deadbeat é uma técnica que se destaca quando se trata de sistemas de controle digital. Ele foi projetado para garantir uma resposta em regime rápido e sem overshoot, com erro de regime igual a zero. Essa técnica envolve a criação de um controlador que cancela os polos e zeros da função de transferência do sistema e adiciona uma função de transferência "deadbeat," que varia de acordo com o tipo de entrada de referência aplicada.

Ambas as técnicas têm suas aplicações e vantagens, sendo o ZN mais voltado para sistemas contínuos e o Controlador Deadbeat especialmente eficaz em sistemas digitais. Após essa breve contextualização, apresentaremos os objetivos do trabalho.

2.1. Objetivos

Seguindo o roteiro da prática, disponibilizado por Lazarini (2023), o presente trabalho tem como objetivo projetar e implementar dois controladores PID (Proporcional, Integral, Derivativo) para um sistema de massa-mola-amortecedor representado na Figura 2. Para tanto, utilizou-se as técnicas do método de Ziegler-Nichols e do controlador Deadbeat, considerando a amostragem disponível do sistema $T = 0,1$ s.

Figura 2 - Sistema Massa-Mola-Amortecedor



Fonte: Lazarini (2023)



Sendo $M = 10 \text{ kg}$ a massa do carrinho, $B = 20 \text{ Ns/m}$ a constante do amortecedor e $K = 100 \text{ N/m}$ a constante de rigidez da mola. A partir do qual, segundo a equação de descreve o sistema no roteiro da prática, obtém-se a seguinte função de transferência que descreve o comportamento do sistema em malha aberta:

$$\frac{X(s)}{U(s)} = G(s) = \frac{1}{Ms^2 + Bs + K} = \frac{1}{10s^2 + 20s + 100} \quad (1)$$

A partir disso, visa-se também:

- Determinar os parâmetros L e T do método de Ziegler-Nichols para o sistema.
- Realizar a transformação discreta do controlador PID projetado no domínio contínuo.
- Identificar o tempo de amostragem mínimo a partir do qual a emulação do controlador PID digital é considerada aceitável
- Apresentar o sistema completo em diagrama de blocos, incluindo o sistema de massa-mola-amortecedor, os controladores PID projetados e a representação das amostras do sistema.
- Analisar e comparar as respostas do sistema em malha aberta e em malha fechada, considerando a resposta impulsiva e a resposta à entrada degrau.
- Avaliar o desempenho dos controladores projetados, tanto o controlador contínuo inicial como o PID discretizado, além do controlador Deadbeat.

3. METODOLOGIA

O presente trabalho foi desenvolvido utilizando os conceitos e técnicas estudados durante as aulas da disciplina. Bem como foi empregado o uso do software Matlab, de modo a facilitar e automatizar grande parte dos procedimentos matemáticos e analíticos, conforme será detalhado a seguir.



3.1. Transformada Z

Conforme demonstra Caun (2022), ao aplicarmos a Transformada de Laplace a um sinal discreto, chegamos à definição da Transformada Z. A Transformada Z é uma ferramenta fundamental usada principalmente para analisar o comportamento de sinais discretos no domínio da frequência.

Mas antes de tudo, precisamos da função no domínio do tempo que descreva o comportamento do sistema. Pegando $Y(s)$ e aplicando a transformada inversa de Laplace, obtemos o seguinte:

$$h(t) = L^{-1}\{G(s)U(s)\} \quad (4)$$

Todavia, esse sinal é contínuo no tempo. Para obtermos um sinal discreto é necessário amostrar em intervalos regulares de tempo, com um período constante T , usando um conversor A/D. Dessa forma, podemos descrever o sinal discreto substituindo t por kT , onde k é a k -ésima amostra:

$$h * (kT) = L^{-1}\{G(s)U(s)\} \quad (5)$$

Aplicando a transformada Z e realizando as manipulações matemáticas e algébricas, conforme demonstrado por Caun (2022), obtém-se que a função de transferência no domínio Z que descreve o sistema pode ser calculada através da seguinte fórmula:

$$H(z) = (1 - z^{-1}) Z\left\{L^{-1}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\}\right\}_{t = kT} \quad (6)$$

Tal processo é otimizado e feito rapidamente no Matlab, através da função `c2d(system,T)`. Essa recebe a função de transferência do sistema, criada conforme as especificações da seção anterior, e informando o período de amostragem que será considerado. Dessa forma, agilizou-se a análise e projeto do controlador, bem como serviu na redução de possíveis erros humanos durante as conversões.



3.2. Lugar Geométrico Das Raízes e a Estabilidade do Sistema

Com a função de transferência do sistema no domínio Z em mãos, podemos extrair informações importantes dela. Geralmente, essa função representa o sistema em malha aberta, ou seja, sem realimentação, e é expressa como uma divisão de polinômios. Nesse contexto, chamamos as raízes do polinômio do numerador de 'zeros', sendo representados por "o", e as raízes do denominador de 'polos', representadas por "x", como mostrado na Figura 3.

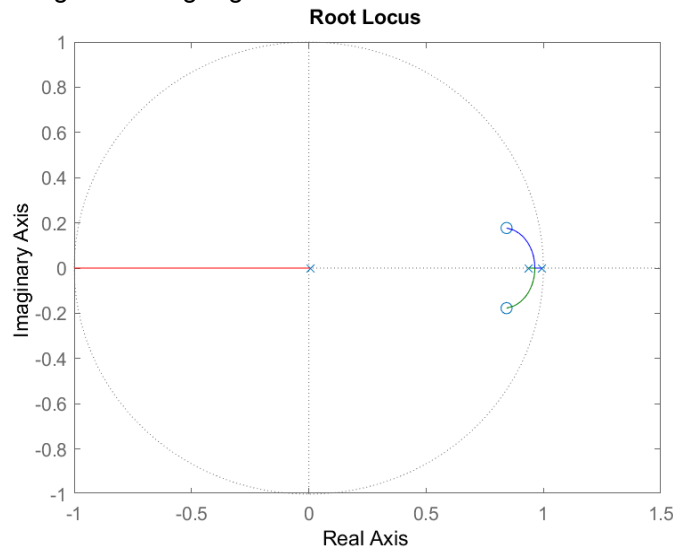
Tal gráfico pode ser construído facilmente no Matlab através do comando *rlocus(system)*. Onde *system* seria a função de transferência no domínio Z definida conforme apresentado na seção anterior. Dessa forma, o gráfico é gerado e pode ter suas características analisadas facilmente, como será tratado a seguir.

Ao conhecer os polos e zeros, como explicado por Caun (2022), podemos construir o lugar geométrico das raízes. Essa técnica nos permite analisar as características do sistema e seu comportamento em malha fechada, quando aplicamos realimentação. Antes de prosseguirmos, é importante revisar algumas propriedades dessa representação.

Em malha fechada, os polos tendem a se mover em direção aos zeros mais próximos e, eventualmente, convergem para esses zeros. Se houver um desequilíbrio no número de polos e zeros, os pontos ausentes são referidos como polos/zeros no infinito, resultando em caminhos que se estendem para o infinito.

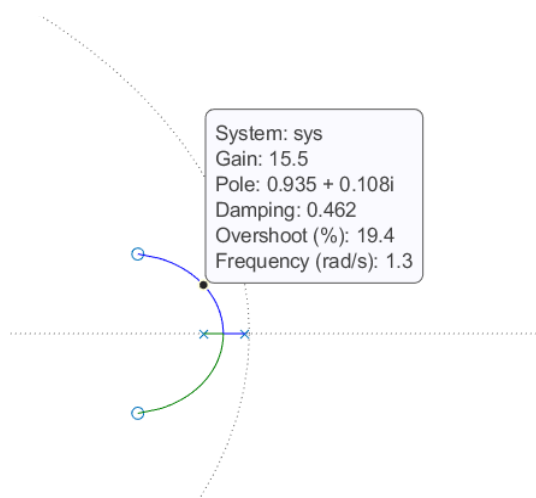
Diferentemente do domínio S , a representação no domínio Z é polar, como pode ser observado na Figura 3. Nesse contexto, como apontado por Caun (2022b), para que o sistema seja considerado estável, é necessário que todos os polos em malha fechada estejam localizados dentro do círculo unitário. Isso garante que, no infinito, a resposta do sistema convirja para um valor finito, indicando estabilidade.

Figura 3 - Lugar geométrico das raízes no domínio Z



No Matlab, para visualizar esse valor em um ponto específico do caminho, basta clicar no local desejado que um marcador é colocado e mostrar as características do sistema naquele ponto. Conforme ilustrado na Figura 4, o ganho é representado com o nome de *gain*, juntamente de outros parâmetros que serão tratados a seguir.

Figura 4 - Pontos específicos no Rlocus e suas propriedades



Fonte: autoria própria

3.3. Parâmetros De Desempenho

A partir do lugar geométrico das raízes, além do ganho K podemos analisar outras propriedades do sistema em um determinado ponto do caminho dos polos em malha fechada. Conforme apresentado por Caun (2022c) existem vários, dentre eles os mais relevantes para o presente projeto são:

- Fator de Amortecimento (ζ): representado na Figura 4 como *damping ratio*, é um coeficiente adimensional que mede a quantidade de amortecimento presente na resposta de um sistema. Em outras palavras, indica quão rapidamente o sistema retornará ao estado estável, caso seja possível alcançar a estabilidade.
- Frequência Natural (ω_n): representado na Figura 4 como *Frequency*, é um coeficiente dado em radianos por segundo (rad/s) que mede a taxa de oscilação natural do sistema na ausência de amortecimento.
- Percentual de Ultrapassagem (M_s): representado na Figura 4 como *Overshoot*, é um coeficiente que mede a porcentagem pela qual a resposta do sistema excederá o valor de referência em seu pico máximo. Podendo ser determinado matematicamente em função do fator de amortecimento por:

$$M_s = \exp\left(\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right) \cdot 100 [\%] \quad (7)$$

- Tempo de subida (t_s): indica o tempo necessário para que a resposta do sistema aumente seu valor de 10% para 90% do seu valor final, geralmente medido em segundos (s). Podendo ser aproximado matematicamente ao conhecer a frequência natural do sistema, aplicando:

$$t_s = \frac{2,4}{\omega_n} [s] \quad (8)$$

- Tempo de estabelecimento (t_e): indica o tempo necessário para que a resposta do sistema comece a oscilar e estabilizar-se dentro de uma faixa de 2% do seu valor final, geralmente medido em segundos (s). Podendo ser

aproximado matematicamente ao conhecer a frequência natural e o coeficiente de amortecimento através da relação:

$$t_e = \frac{4,6}{\zeta \cdot \omega_n} [s] \quad (9)$$

3.4. Controlador PID

O controlador PID é amplamente usado na indústria e consiste em três termos ajustáveis: proporcional (K_p), integral (K_i) e derivativo (K_d).

- O termo proporcional (K_p) reage ao erro atual, acelerando a resposta e reduzindo o erro.
- O termo integral (K_i) atua com base no erro passado, sendo eficaz para eliminar o erro em regime permanente, embora possa tornar o sistema lento e oscilatório quando usado sozinho.
- O termo derivativo (K_d) antecipa o erro futuro, melhorando a estabilidade, reduzindo oscilações e diminuindo o overshoot.

Possuindo como função de transferência contínua o formato básico descrito pela equação (10). E aplicando a transformada Z, e outros processos descritos anteriormente, como demonstrado por Moritz (2013), podemos determinar sua função de transferência no domínio discreto através da equação (11) caso conheça-se o período de amostragem T a ser utilizado.

$$PID = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \quad (10)$$

$$PID = \frac{(K_i T^2 + 2K_p T + 2K_d)z^2 + (K_i T^2 - 2K_p T - 4K_d)z + 2K_d}{2Tz(z-1)} \quad (11)$$

Dois parâmetros críticos do PID são "Ti" (tempo integral) e "Td" (tempo derivativo), influenciando a redução do erro em regime permanente e a estabilidade do sistema. A escolha desses valores é essencial para um controle eficaz e é fundamental em diversos métodos para determinar K_i e K_d .

3.5. Método de Ziegler-Nichols (ZN)

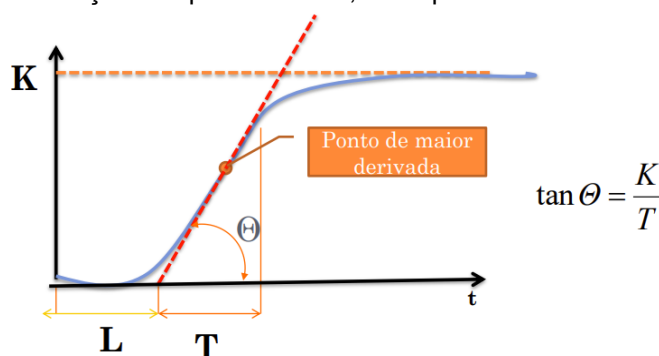
Ziegler-Nichols (ZN) desenvolveu métodos para determinar os ganhos de controladores P, PI e PID em sistemas de malha fechada. Esses métodos se baseiam em um grande conjunto de plantas com respostas semelhantes.

Neles, os valores dos ganhos P, I e D são escolhidos de modo a garantir que, em malha fechada, o sistema responda de maneira oscilatória e amortecida com uma taxa de decaimento de 0,25, característica de um sistema de segunda ordem com uma constante de amortecimento ζ de aproximadamente 0,21.

Um desses métodos é o "Método da Curva de Reação", que se concentra na resposta ao degrau em malha aberta. Neste projeto, utilizamos esse método, não abordando o Método do Ganho Limite.

Esses ganhos são determinados com base nos parâmetros L e T, obtidos a partir do gráfico da resposta do sistema em malha aberta ao degrau, como ilustrado na Figura 5. O processo envolve traçar uma reta tangente no ponto de maior derivada da resposta do sistema em malha aberta a uma entrada de degrau. O tempo L é o instante em que a reta tangente cruza o eixo-x, e o parâmetro T é o tempo entre L e o ponto de interseção entre a reta tangente e o valor de regime permanente.

Figura 5 - Determinação dos parâmetros K, L e T pelo método da curva de reação



Fonte: Lazarini (2023b)



A partir desses parâmetros, seguindo a tabela apresentada por Lazarini (2023b), podemos determinar os parâmetros necessários para construir o PID para o sistema, determinando suas funções de transferência de acordo com as equações (10) e (11), de modo que

$$\bullet \quad T_i = 2L \quad (12)$$

$$\bullet \quad T_d = 0,5L \quad (13)$$

$$\bullet \quad K_p = 1,2 \frac{T}{L} \quad (14)$$

$$\bullet \quad K_i = \frac{K_p}{T_i} \quad (15)$$

$$\bullet \quad K_d = K_p T_d \quad (16)$$

3.6. Deadbeat

Controlador Deadbeat é uma técnica utilizada em sistemas de controle digital para obter uma resposta de controle desejada, na qual o sistema atinge o regime o mais rápido possível sem apresentar overshoot e não possui erro de regime. Essa técnica visa criar um controlador que cancele os polos e zeros da função de transferência do sistema e adicione uma função de transferência "deadbeat" que varia em função da entrada desejada.

A função de transferência do sistema é representada como $Gp(z)$, e a função de transferência "deadbeat" é representada como $M(z)$. A escolha de $M(z)$ depende do tipo de entrada de referência aplicada ao sistema: degrau, rampa ou parábola. O valor de "n" representa o número de polos em excesso de $Gp(z)$ em relação aos zeros de $Gp(z)$. (Moritz,2013)

A função de transferência "deadbeat" $M(z)$ varia para cada tipo de entrada, sendo para uma entrada degrau, a qual será empregada no presente trabalho, sendo essa descrita pela equação (17), conforme apresentado por Moritz (2013).

$$M(z) = \frac{1}{z^n} \quad (17)$$

Essas funções de transferência "deadbeat" são projetadas para que os polos do sistema se movam de tal maneira que o sistema alcance o regime rapidamente sem overshoot, e o erro de regime seja reduzido a zero.






3.7. Diagrama de Blocos

Além das expressões e manipulações matemáticas, podemos representar graficamente os sistemas através de diagramas de blocos. Através deste, é possível visualizar e simplificar a representação dos sistemas e como as diferentes partes do mesmo interagem. Para melhor entendimento, os blocos relevantes para o trabalho atual são descritos brevemente na Tabela 1.

Tabela 1 - Descrição dos blocos utilizados no diagrama de blocos do projeto

Bloco	Função
	Representa uma função de transferência contínua ou discreta.
	Representa a multiplicação do sinal por um ganho K
	Representa um somatório de sinais, com a polaridade do sinal representado em cada entrada.
	Representa uma entrada degrau.
	Representa um osciloscópio, permitindo visualizar a forma de onda dos sinais conectados a ele.
	Representa um ZOH
	Representa uma carreira de impulsos, que pode ser usada para a amostragem do sinal.

	Representa um circuito multiplicador, produzindo como saída o produto dos dois sinais de entrada.
	Representa um circuito integrador, que produz como saída a integral do sinal de entrada.
	Representa um circuito derivador, que produz como saída a derivada do sinal de entrada.

Fonte: autoria própria

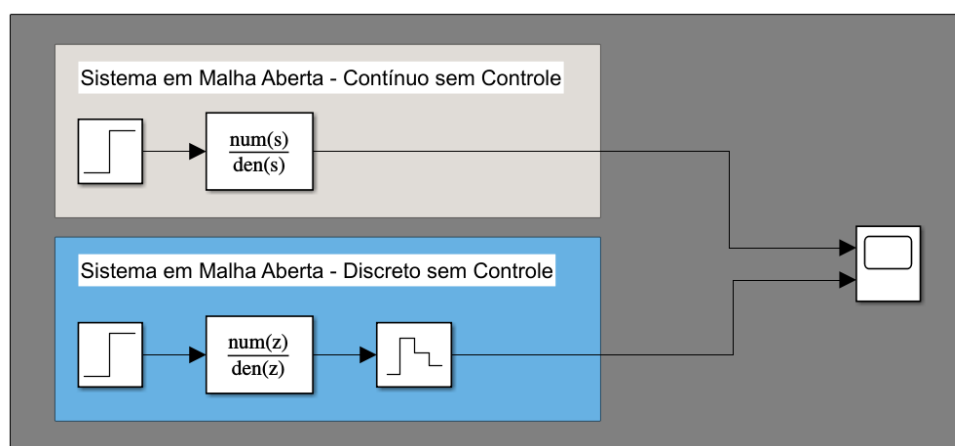
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A partir da função de transferência do sistema em malha aberta na equação (1), discretizando a mesma através da função $c2d()$ do Matlab, considerando um período de amostragem de $T = 0,1$ segundos, encontrou-se a equação no domínio discreto que representa o sistema:

$$G(z) = \frac{0,0004644 \cdot z + 0,0004344}{z^2 - 1,729z + 0,8187} \quad (18)$$

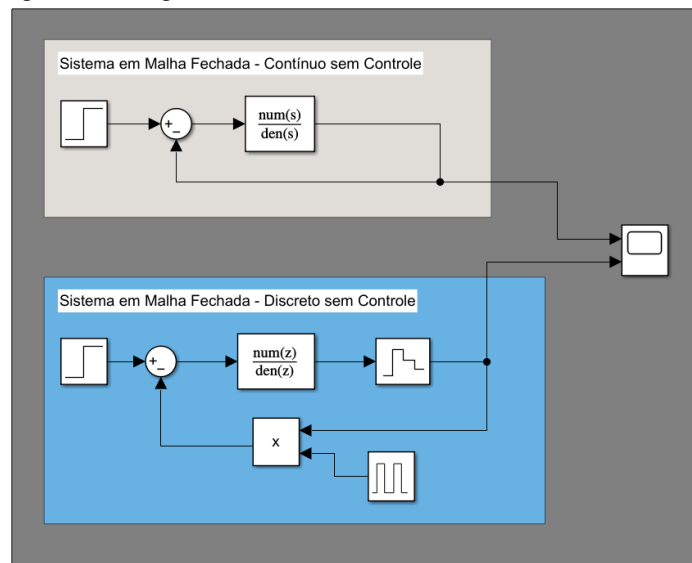
Tendo isso em vista, pode-se construir o diagrama de blocos que representa o sistema tanto em malha aberta como em malha fechada, os quais são ilustrados nas Figura 6 e 7 respectivamente.

Figura 6 - Diagrama de blocos do sistema em malha aberta



Fonte: autoria própria

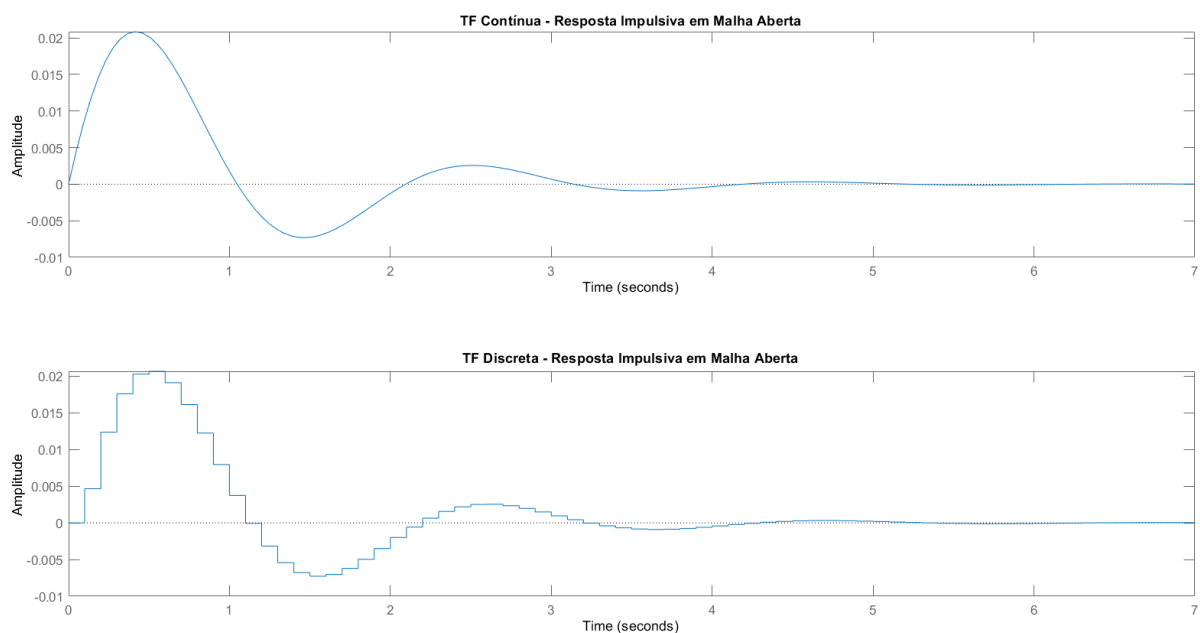
Figura 7 - Diagrama de blocos do sistema em malha fechada



Fonte: autoria própria

Simulando a aplicação de uma entrada impulsiva, através da função *impulse()*, e também para uma entrada degrau, através da função *step()*, obteve-se os seguintes resultados para o sistema em malha aberta:

Figura 8 - Resposta impulsiva do sistema em malha aberta



Fonte: autoria própria

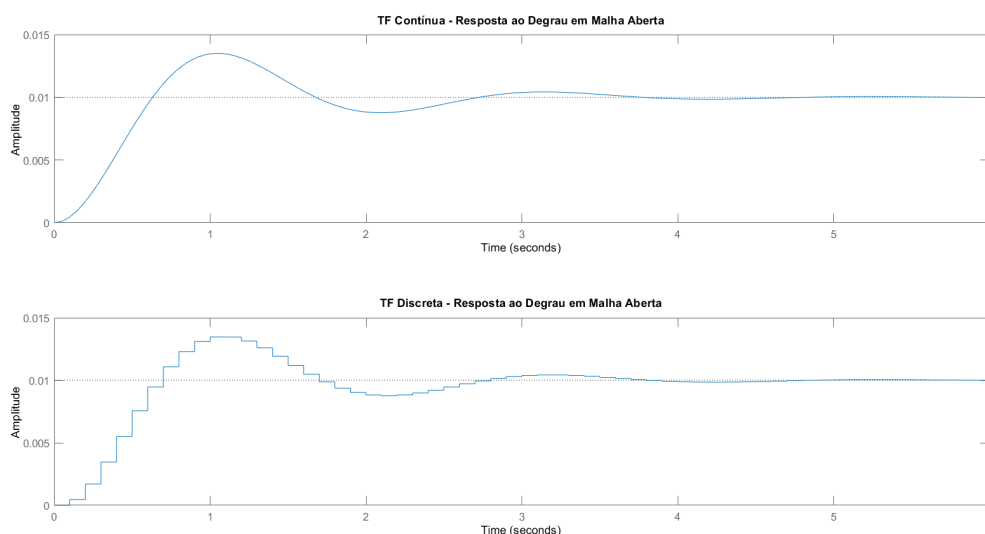
A partir das respostas na Figura 8, nota-se que a resposta impulsiva tem um período oscilatório mas volta a estabilizar em torno do zero. Logo, pode-se afirmar que o sistema é estável, e o período de amostragem utilizado não alterou a estabilidade do mesmo.

Nota-se também que a discretização a um período amostral de 0,1 segundos atrasou levemente o tempo de pico e o tempo de acomodação passando de 0,414 segundos para 0,5 segundos e de 3,95 segundos para 4 segundos respectivamente.

Agora analisando a Figura 9, onde aplica-se uma entrada degrau, o sistema contínuo e o discretizado tendem a um valor de regime estacionário de 0,01 unidades, indicando um erro em regime permanente considerável de 99%. Logo, quase toda energia aplicada no sistema é perdida, o que não é desejado.

Outrossim, ambos apresentam um tempo de estabelecimento $t_e = 3,54 s$. Mas o percentual de overshoot apresentou uma redução de $M_s = 35,1 \%$ para $M_s = 34,7 \%$ no discreto. Além disso, ao contrário da resposta impulsiva, o sistema discretizado agora apresenta um leve adiantamento no tempo de pico, enquanto observou-se novamente um leve atraso no tempo de subida, passando respectivamente de $t_p = 1,06 s$ para $t_p = 1 s$ e de $t_s = 0,426 s$ para $t_s = 0,432 s$.

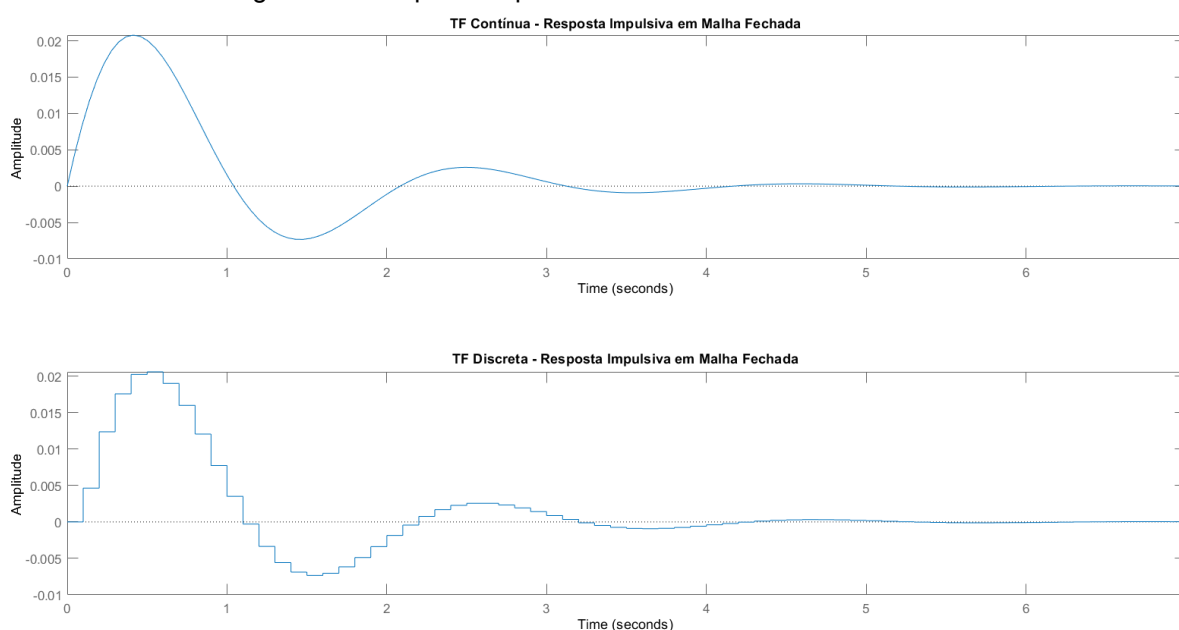
Figura 9 - Resposta ao degrau do sistema em malha aberta



Fonte: autoria própria

Para confirmar a estabilidade e avaliar o comportamento do sistema em malha fechada, considerou-se uma realimentação unitária, sendo essa calculada através da função de *feedback()* do Matlab. Repetindo assim o mesmo processo anterior.

Figura 10 - Resposta impulsiva do sistema em malha fechada



Fonte: autoria própria

A partir das respostas na Figura 10, nota-se que a resposta impulsiva apresenta o mesmo padrão comportamental, confirmando assim a estabilidade do sistema.

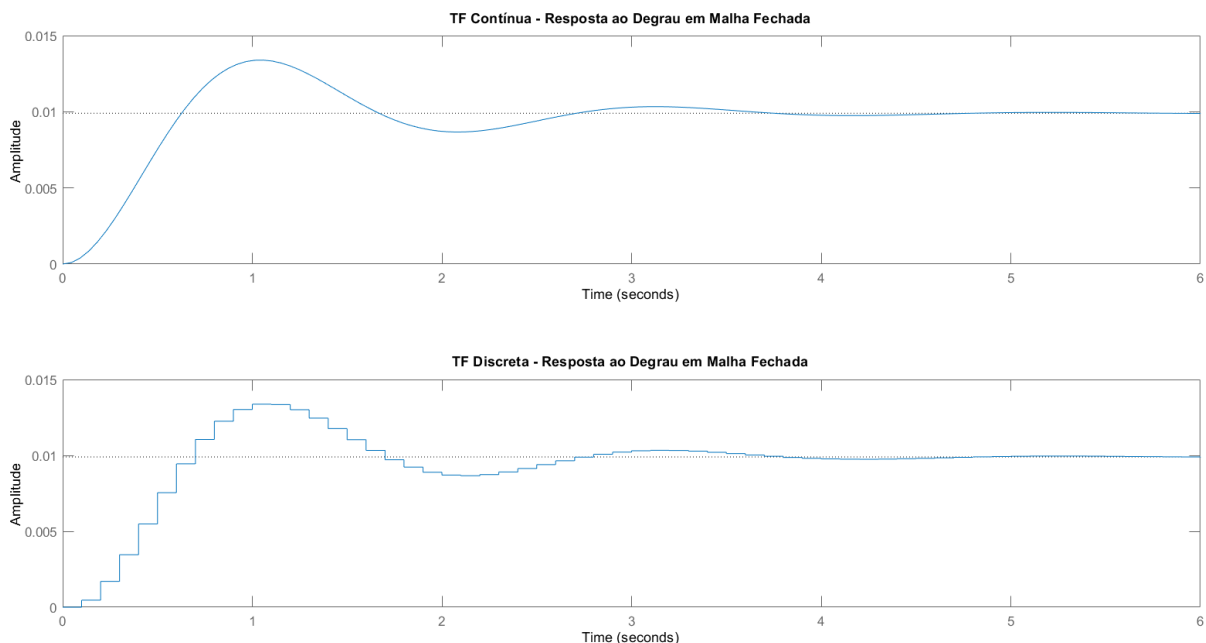
Nota-se também que a discretização a um mesmo período amostral de 0,1 segundos apresentou o mesmo tempo de pico do sistema em malha aberta. O leve atraso no sistema discretizado também é novamente observado, todavia houve uma leve aceleração no tempo transitório do sistema, sendo agora de 3,93 segundos no contínuo e 3,99 segundos no discreto.

Por fim, a Figura 11, onde aplica-se uma entrada degrau, o sistema contínuo e o discretizado em malha fechada tendem agora a um valor de regime estacionário

de 0,0099 unidades, indicando um erro em regime permanente levemente superior, 99,01%.

Além disso, nota-se um leve adiantamento nos tempos de resposta do sistema e uma leve aumento no percentual de overshoot. Ambos apresentam agora um tempo de estabelecimento $t_e = 3,52 s$, um overshoot de $M_s = 35,2 \%$ no contínuo e $M_s = 35,1 \%$ no discreto. Um tempo de subida de $t_s = 0,423 s$ no contínuo e $t_s = 0,429 s$ no discreto. Já tempo de pico no contínuo permaneceu em $t_p = 1,06 s$ no contínuo e $t_p = 1 s$ no discreto.

Figura 11 - Resposta ao degrau do sistema em malha fechada



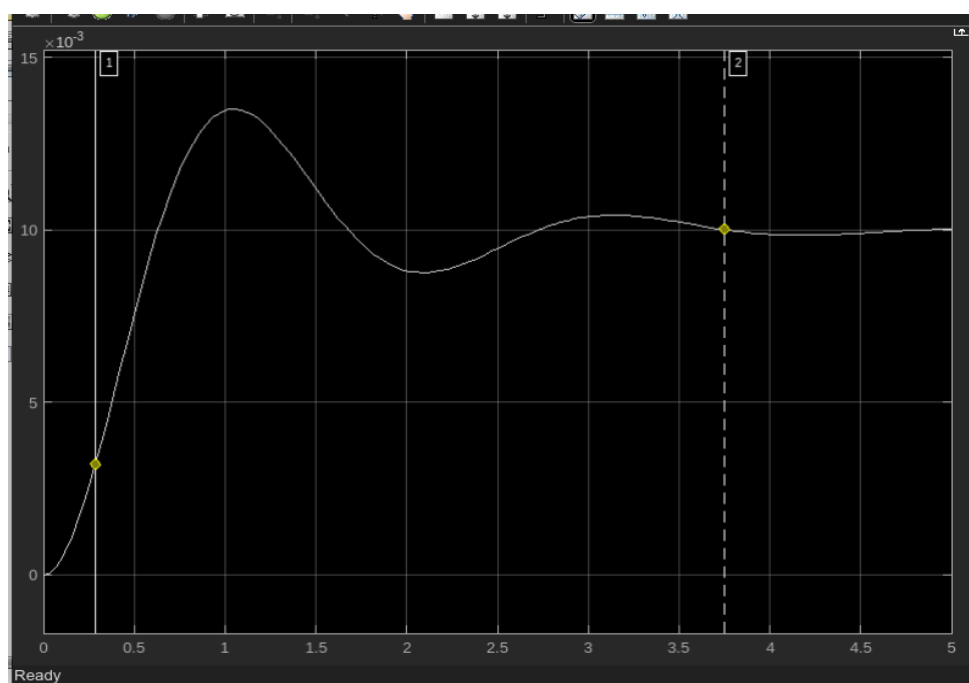
Fonte: autoria própria

Analisando os resultados, podemos concluir que o sistema massa-mola-amortecedor estudado exibe naturalmente um comportamento estável, independentemente da discretização ou da operação em malha fechada. No entanto, o erro em regime permanente de aproximadamente 99% é um indicativo de ineficiência na utilização da energia aplicada ao sistema. Essa análise ressalta a

importância de ajustes e melhorias no sistema para otimizar seu desempenho e reduzir o desperdício de energia.

No tocante ao desenvolvimento do controlador por meio do método Ziegler-Nichols, primeiro foi simulado a resposta ao degrau em malha aberta, conforme é possível observar na Figura 12. Após isto foi estimado o ponto de maior derivada da resposta por meio da análise da curva, conforme descrito na Figura 12, onde o ponto de maior derivada encontra-se na coluna 1 da Figura.

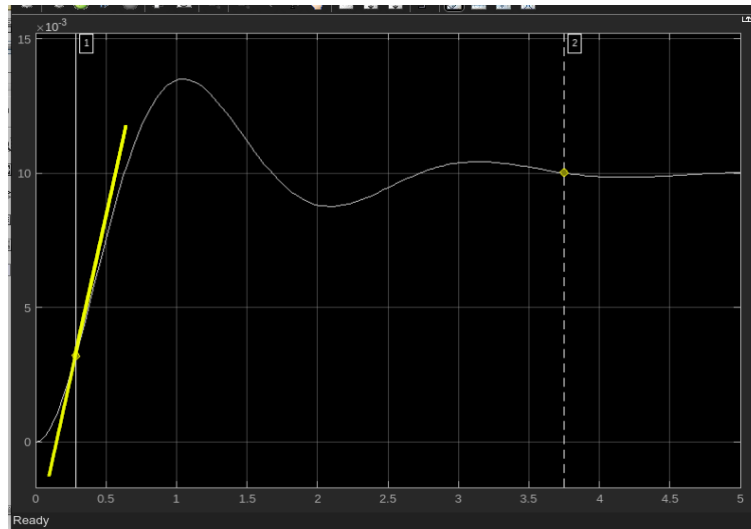
Figura 12: Ponto de Maior Derivada do Sistema em Malha Aberta



Fonte: Autoria Própria

A partir da Figura 12 foi possível traçar uma reta com a coeficiente angular igual a derivada do ponto que passa pelo ponto obtido, conforme é possível observar na Figura 13. Por meio da Figura 13 foi estimado os valores de L e T, onde L foi estimado com um valor de 0.12 segundos e T com um valor de 0.45 segundos.

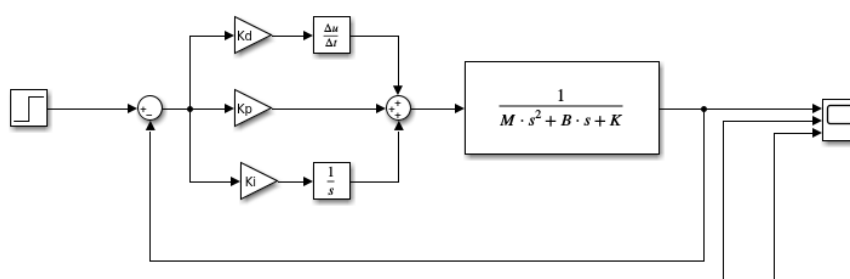
Figura 13: Reta Tangente à Curva no Método ZN



Fonte: Autoria Própria

Então, foram calculados os valores das constantes K_p , T_i e T_d para serem aplicadas no controlador. O valor de K_p obtido foi 4.5, de T_i foi 0.24 e de T_d foi 0.06. Aplicando estas constantes na equação 10, obteve-se um controlador PID contínuo, conforme demonstra a Figura 14.

Figura 14: Controlador PID Contínuo

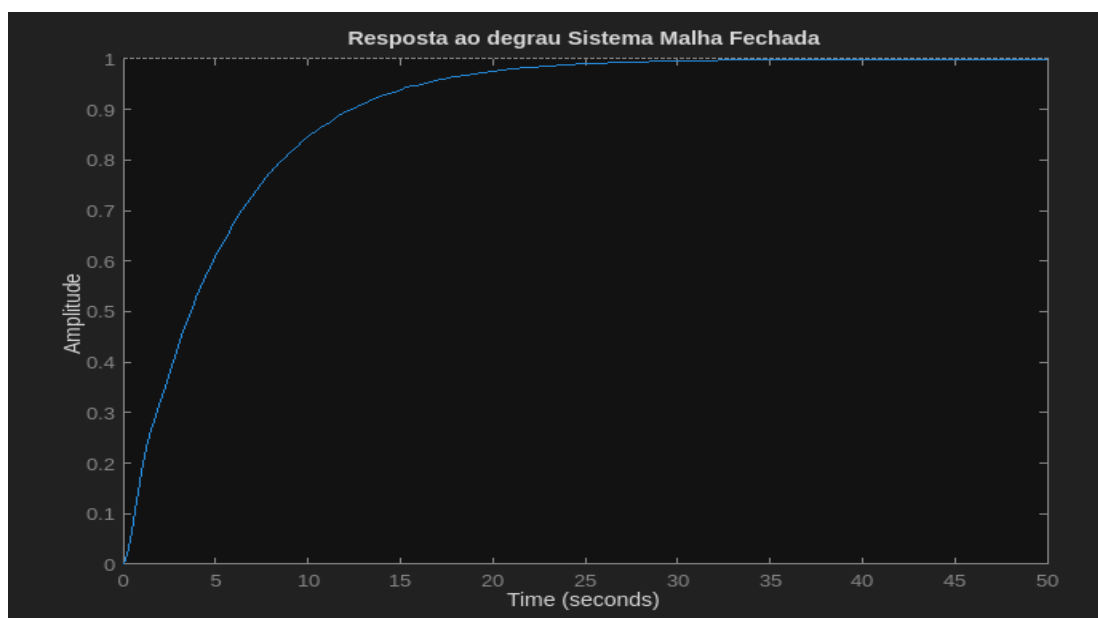


Fonte: Autoria Própria

Após isto foi simulado a resposta do sistema a um degrau em malha fechada, chegando a resposta Figura 15. Nesta figura é possível observar que, diferentemente do sistema em malha aberta, na Figura 9, o sistema com o controlador, foi possível obter uma resposta sem erro em regime permanente, pois,

no infinito o sistema tende ao valor um, removendo a ineficiência energética provocada anteriormente por esse erro. Além disso, constata-se que não há mais a presença de um percentual de overshoot e em comparação com a resposta do sistema sem o controlador, apresentou-se um atraso significativo no tempo de subida e no tempo de estabelecimento, passando respectivamente de $t_s = 0,429 s$ para $t_s = 11,7 s$ e de $t_e = 3,52 s$ para $t_e = 21 s$.

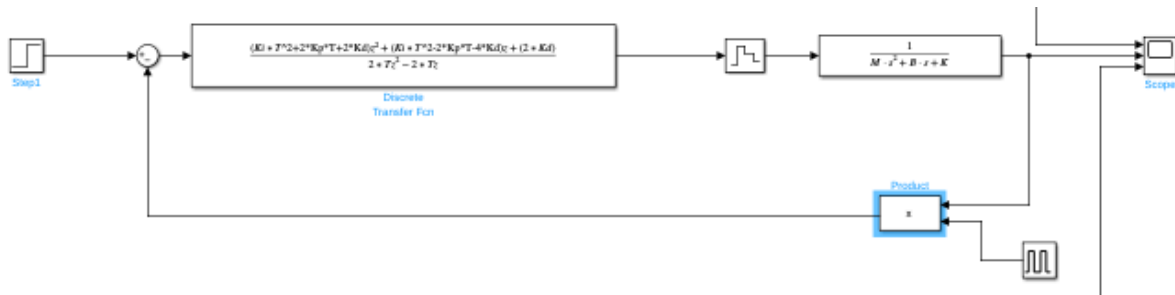
Figura 15: Resposta do Sistema Controlado a um Degrau Unitário



Fonte: Autoria Própria

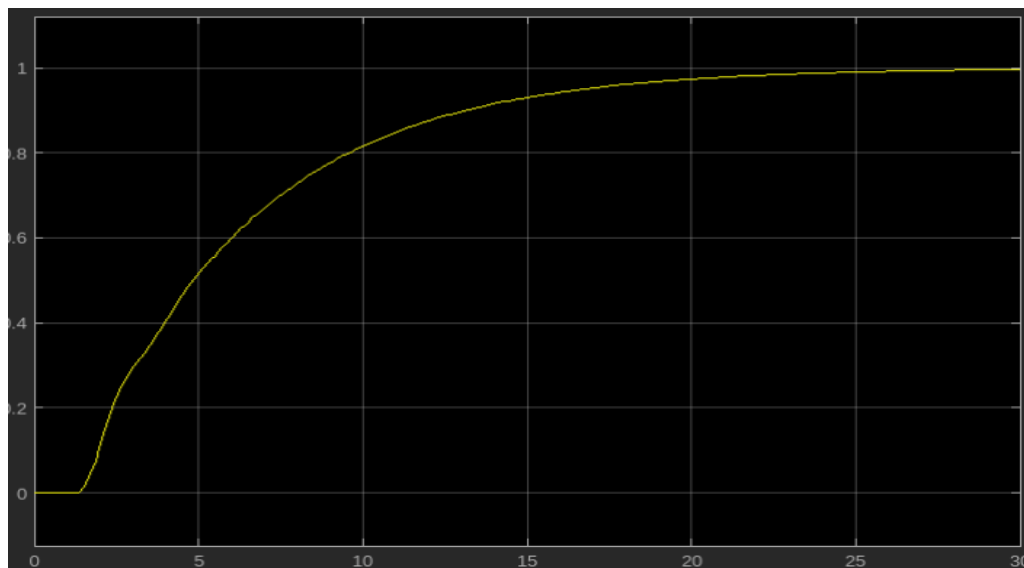
Aplicando as constantes de ganho em um controlador discreto por meio da equação 11, obteve-se o sistema representado na Figura 16. Como o controlador é baseado na transformada Z é necessário levar em consideração a frequência do sistema em relação à sua estabilidade. Em um primeiro momento foi simulado o sistema com um período de tempo de 0.1 segundos, então obteve-se a resposta descrita na figura 17.

Figura 16: Controlador PID Discreto



Fonte: Autoria Própria

Figura 17: Resposta Controlador PID Discreto T = 0.1s



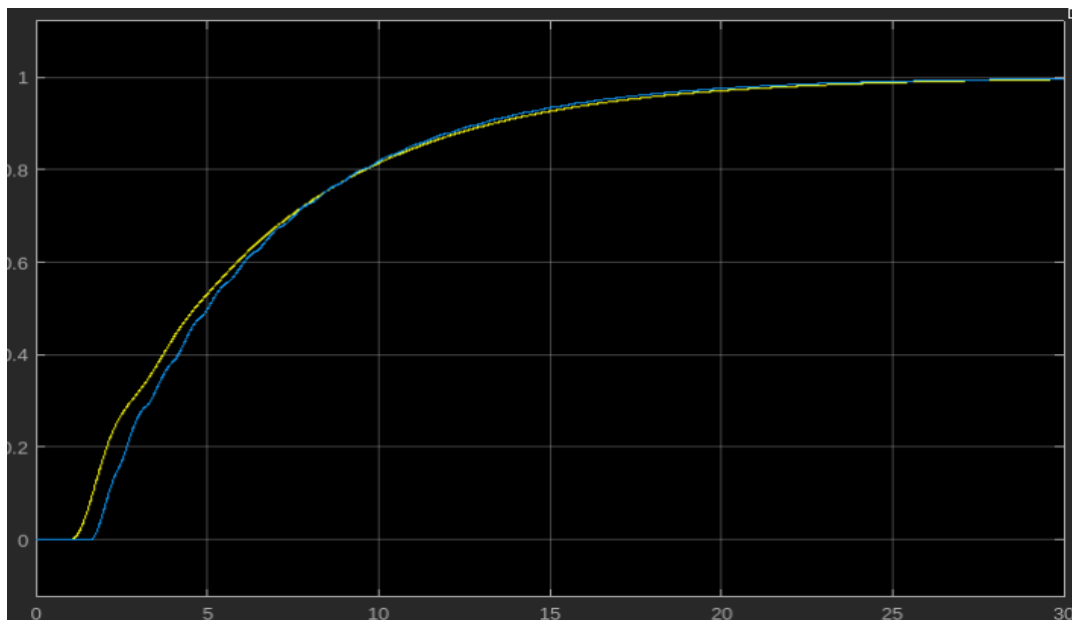
Fonte: Autoria Própria

Analizando a Figura 17 é possível observar o mesmo comportamento do sistema em tempo contínuo, chegando a conclusão de que o período de 0.1 s para taxa de amostragem do sistema é o suficiente para poder controlar este sistema. Nota-se também que agora a resposta do sistema apresentou uma leve adiantada no tempo de subida e no tempo de estabelecimento em relação ao controlador contínuo, passando respectivamente para $t_s = 11,6 \text{ s}$ e $t_e = 20,8 \text{ s}$.

Com o intuito de validar qual a taxa de amostragem máxima para que o sistema seja considerado aceitável, foi aumentado a taxa de amostragem em 0.1 segundos até que a resposta seja diferente do sistema contínuo. Quando chegou no

período de 0.8 segundos obteve-se a resposta representada na Figura 18, onde a curva amarela é a resposta em tempo contínuo e a curva em azul em tempo discreto. Na Figura é possível observar que as curvas têm um comportamento diferente, concluindo assim que 0.8 s não é um período aceitável de amostragem. Logo o período mínimo de amostragem onde a emulação começa a ser aceitável é a partir de 0,7 segundos.

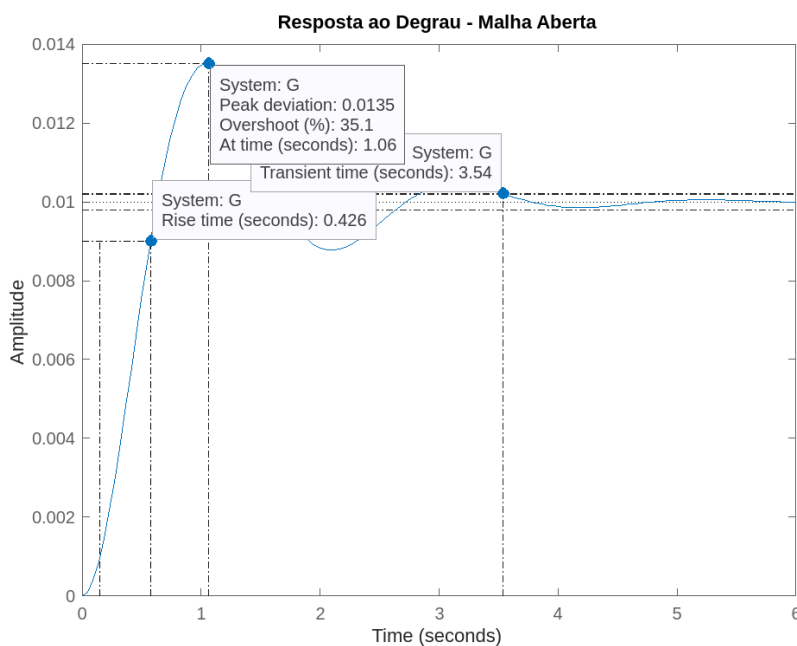
Figura 18: Comparação Sistema Contínuo e Discreto, $T = 0.8s$



Fonte: Autoria Própria

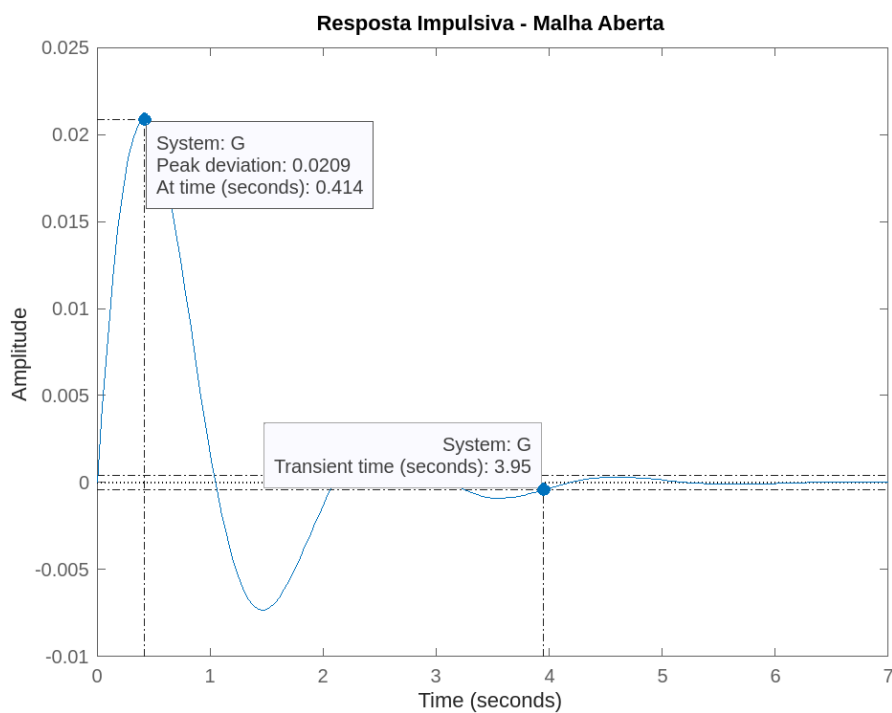
Com o propósito de realizar uma comparação, reproduzimos o sistema em malha aberta antes de aplicar o controlador DeadBeat, como ilustrado nas Figuras 19 e 20. Notamos que os dados são idênticos aos obtidos anteriormente, validando a consistência do sistema em malha aberta. Não foi observada a ocorrência de erros iniciais, o que nos permite avançar no projeto do controlador DeadBeat com confiança.

Figura 19: Resposta ao degrau malha aberta para validação



Fonte: Autoria Própria

Figura 20: Resposta impulsiva malha aberta para validação



Fonte: Autoria Própria

Para projetar o controlador DeadBeat, é essencial seguir os conceitos teóricos previamente discutidos. Isso envolve a aplicação da Equação 17 e a integração desses princípios na função $D(z)$, resultando na Equação 19, que descreve o comportamento do controlador.

$$D(z) = \frac{1}{Gp(z)} * \frac{M(z)}{1-M(z)} \quad (19)$$

No MATLAB, foi necessário discretizar a função de transferência do sistema, transformando o sistema contínuo em um sistema digital. Para isso, utilizamos a função `c2d()`, após isso multiplicamos a função de transferência discreta do sistema pela equação (19) que descreve o controlador e verificamos a resposta do sistema controlado em malha fechada para uma entrada degrau. O resultado desse processo pode ser observado a seguir:

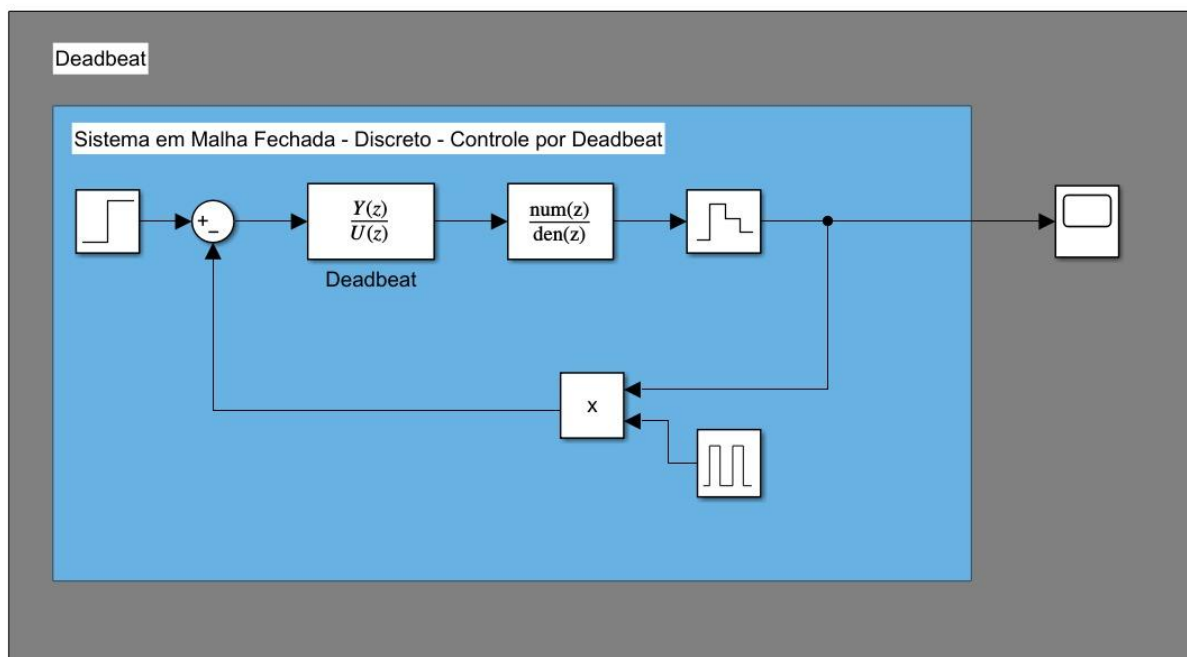
Figura 21: Resposta ao degrau para o controlador deadbeat



Fonte: Autoria Própria

Após uma breve visualização da saída do controlador Deadbeat, conseguimos representar esse sistema no seu respectivo seu diagrama de blocos, o mesmo se encontra na figura 22.

Figura 22: Diagrama de blocos do controlador deadbeat



Fonte: Autoria Própria

Com esse controlador, obtivemos um tempo de subida (t_s) de 0,08 segundos e um tempo de estabelecimento (t_e) de 0,098 segundos, eliminando também o erro em regime permanente. Ao compararmos esses resultados com o método Ziegler-Nichols, que resultou em t_s de 11,6 segundos e t_e de 20,8 segundos, torna-se evidente a considerável superioridade do controlador DeadBeat em termos de desempenho. Além disso, vale ressaltar a ausência de uma região transitória na resposta, o que atesta que o controlador DeadBeat está operando de maneira eficaz e precisa.



5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

No decorrer deste estudo, investigamos o comportamento de um sistema massa-mola-amortecedor, tanto em malha aberta quanto em malha fechada, após sua discretização no domínio discreto com um período de amostragem de $T = 0,1$ segundos. Observamos que o sistema original em malha aberta é naturalmente estável, mas apresenta um erro em regime permanente considerável quando operado em malha fechada, indicando uma ineficiência na utilização da energia aplicada.

Por meio do método Ziegler-Nichols, projetamos um controlador PID contínuo que conseguiu eliminar o erro em regime permanente. No entanto, notamos que isso resultou em um atraso significativo no tempo de subida e no tempo de estabelecimento. Posteriormente, transformamos o controlador contínuo em um controlador discreto, com um período de amostragem de 0,1 segundos, que manteve uma eficácia semelhante ao sistema contínuo, apresentando apenas pequenas variações nos tempos de resposta.

Além disso, exploramos a taxa de amostragem adequada para garantir a fidelidade da resposta do sistema discreto em relação ao sistema contínuo, estabelecendo que um período mínimo de amostragem aceitável é de 0,7 segundos.

Por fim, projetamos um controlador DeadBeat, que se destacou pela eliminação do erro em regime permanente e pelo desempenho mais rápido em comparação ao método Ziegler-Nichols. Observamos que o controlador DeadBeat não apresenta região transitória, o que demonstra sua eficiência na resposta do sistema.

Esses resultados destacam a importância de selecionar cuidadosamente a abordagem de controle e a taxa de amostragem adequada, pois essas escolhas podem ter um impacto significativo no desempenho do sistema. Além disso, este estudo reforça a necessidade de ajustes e melhorias no sistema para otimizar seu desempenho e reduzir o desperdício de energia. Considerando esses fatores, é



possível projetar sistemas de controle mais eficazes e eficientes, atendendo às necessidades específicas de uma aplicação.



6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CAUN, Rodrigo da Ponte. Controle Digital: Representação Discreta do Subsistema D/A - Processo - A/D [Apresentação de slides]. 2022. Disponível em:

<https://moodle.utfpr.edu.br/pluginfile.php/2722358/mod_resource/content/1/CD67A_slides_Caun_Cap4.pdf>. Acesso em 20 de setembro de 2023.

CAUN, Rodrigo da Ponte. Controle Digital: Estabilidade de Sistemas de Controle Digital [Apresentação de slides]. 2022. Disponível

em:<https://moodle.utfpr.edu.br/pluginfile.php/2714806/mod_resource/content/1/CD67A_slides_Caun_Cap3.pdf>. Acesso em: 24 de setembro de 2023.

CAUN, Rodrigo da Ponte. Controle Digital: Projetos de Sistemas de Controle Digital [Apresentação de slides]. 2022. Disponível em:

<https://moodle.utfpr.edu.br/pluginfile.php/2732781/mod_resource/content/1/CD67A_slides_Caun_Cap6.pdf>. Acesso em: 24 de setembro de 2023.

LAZARINI, Adalberto Z. N. Projeto 2. 2023. Disponível em:

<https://moodle.utfpr.edu.br/pluginfile.php/2749874/mod_resource/content/3/Projeto_CD_PID.pdf>. Acesso em: 03 de nov. de 2023.

AZARINI, Adalberto Z. N. Sintonia de Controladores PID - Métodos de Ziegler-Nichols. [Apresentação de slides]. 2023. Disponível em:

<https://moodle.utfpr.edu.br/pluginfile.php/2749877/mod_resource/content/1/ziegler.pdf>. Acesso em: 03 de nov. de 2023.

MORITZ, Guilherme Luiz. Controladores PID. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, DAELT, 2013. [Apresentação de slides]. Disponível em:

https://moodle.utfpr.edu.br/pluginfile.php/2749876/mod_resource/content/1/10_ControladoresPIDeDeadbeat.pdf. Acesso em: 03 de nov. de 2023.