



Ministério da Educação  
**Universidade Tecnológica Federal do Paraná**  
Câmpus Apucarana  
Bacharelado em Engenharia de Computação



---

Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Engenharia de Computação

# **PROJETO DE UM CONTROLADOR DIGITAL PROPORCIONAL**

Alunos: Gabriel Finger Conte

João Vitor Garcia Carvalho

Maria Eduarda Pedroso

Professor orientador: Adalberto Zanatta Neder Lazarini

Apucarana

Setembro/2023



## Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Engenharia de Computação

# PROJETO DE UM CONTROLADOR DIGITAL PROPORCIONAL

Relatório do Projeto 01, apresentado à disciplina de Controle Digital do Curso de Engenharia de Computação da UTFPR - Campus Apucarana, como requisito parcial para obtenção de nota no semestre.

Alunos: Gabriel Finger Conte

João Vitor Garcia Carvalho

Maria Eduarda Pedroso

Professor orientador: Adalberto Zanatta Neder Lazarini

Apucarana

Setembro/2023



## SUMÁRIO

|   |           |
|---|-----------|
| <b>1. RESUMO.....</b>   | <b>3</b>  |
| <b>2. INTRODUÇÃO.....</b>   | <b>3</b>  |
| 2.1. Objetivos.....   | 6         |
| <b>3. METODOLOGIA.....</b>  | <b>7</b>  |
| 3.1. ZOH e a Função De Transferência.....                               | 7         |
| 3.2. Transformada Z.....  | 8         |
| 3.3. Lugar Geométrico Das Raízes e a Estabilidade do Sistema.....       | 9         |
| 3.4. Controlador Por Alocação De Polos.....                             | 10        |
| 3.5. Parâmetros De Desempenho.....                                      | 12        |
| 3.6. Contornos E Áreas De Interesse No Lugar Geométrico Das Raízes..... | 13        |
| 3.7. Diagrama de Blocos.....  | 14        |
| <b>4. RESULTADOS E DISCUSSÃO.....</b>                                   | <b>15</b> |
| <b>5. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>                                     | <b>17</b> |
| <b>6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>                               | <b>17</b> |



## 1. RESUMO

No contexto atual da engenharia de controle, a digitalização de sistemas se mostra cada vez mais relevante. Diante disso, neste relatório descrevemos nosso projeto de um controlador digital para um sistema cedido pelo professor juntamente com seus parâmetros de performance. O objetivo era garantir que a performance do sistema estivesse em conformidade com os parâmetros especificados, isto é, uma Porcentagem de Overshoot  $\leq 20\%$ , um Tempo de Subida  $\leq 0,3s$ , e um Tempo de Estabelecimento  $\leq 0,5s$ . Para atingir esses parâmetros definimos algumas etapas e estratégias descritas no decorrer do relatório para assim, conseguir atender todos os parâmetros necessários. Este projeto atende de maneira satisfatória aos requisitos propostos, oferecendo insights valiosos sobre o controle digital de sistemas e a relação entre as respostas em malha aberta e fechada.

## 2. INTRODUÇÃO

A introdução de controladores digitais expandiu significativamente a capacidade dos sistemas de controle, permitindo que uma única estrutura computacional fosse utilizada para configurar diferentes controladores. No entanto, ao contrário dos controladores tradicionais, os controladores digitais operam em um domínio discreto, em contraste com o domínio contínuo dos sistemas a serem controlados.

Por isso, foi necessário desenvolver diversas técnicas e dispositivos para possibilitar a comunicação entre o controlador e o sistema, além de criar ferramentas para a análise dos sinais discretos obtidos.

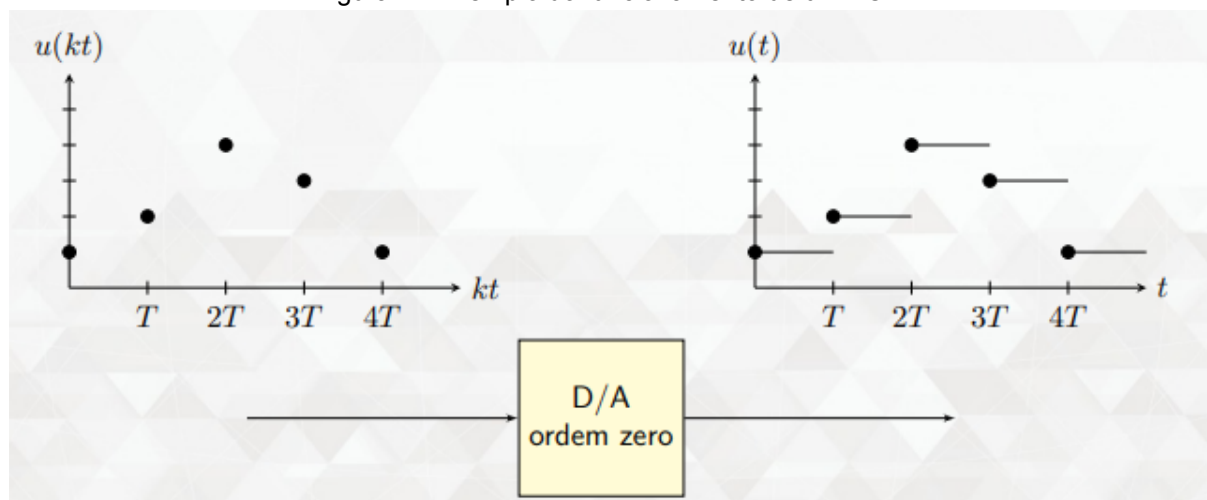
Para que os controladores digitais processem os dados, é necessário converter os sinais para o domínio discreto, o que é feito por dispositivos conhecidos como Conversores Analógico/Digital (A/D). Esses dispositivos, em grande parte

determinados pelo hardware, amostram o sinal a intervalos regulares, criando amostras discretas que representam o sinal original.

Os conversores A/D permitem discretizar o sinal de referência do sistema e o sinal de saída, permitindo a comparação entre eles para determinar o erro. O principal objetivo de um controlador é ajustar a saída do sistema de acordo com a referência desejada, com o intuito de minimizar o erro e controlar as características da resposta do sistema.

No entanto, o sinal gerado pelo controlador está no domínio discreto, enquanto o sistema a ser controlado opera no domínio contínuo. Para resolver isso, utilizamos conversores Digital/Analógico (D/A), sendo o mais simples conhecido como Zero Order Holder (ZOH). O ZOH, ao conhecer o valor do sinal discreto em uma amostra, mantém esse valor constante na saída até a próxima amostra, criando assim um sinal em forma de degrau, como ilustrado na Figura 1.

Figura 1 - Exemplo do funcionamento de um ZOH



Fonte: Caun (2022)

O sistema que estamos analisando e para o qual estamos projetando o controlador possui uma função de transferência que descreve seu comportamento no domínio da frequência. No entanto, essas representações são geralmente encontradas no domínio de Laplace, que é um domínio contínuo.



Para lidar com sinais discretos, a Transformada-Z foi desenvolvida. Através dela e conhecendo o período de amostragem  $T$ , podemos encontrar uma função de transferência que descreve o comportamento do sinal no domínio discreto. Isso nos permite obter informações relevantes sobre o comportamento e a estabilidade do sistema que está sendo controlado.

Devido ao comportamento do ZOH, as características do sinal do sistema sofrem alterações. Essas alterações podem ser estimadas por meio de uma função de transferência no domínio da frequência, que modificará a função do sinal, como será demonstrado em detalhes mais adiante.

Além disso, a partir da função de transferência, podemos construir a chamada Constelação de Polos e Zeros ou Lugar Geométrico das Raízes. Com base nessa constelação, é possível analisar as características do sistema em malha aberta, bem como o comportamento dos polos em malha fechada, quando há realimentação do sistema.

Uma aplicação fundamental dessa constelação é a análise da movimentação dos polos em malha fechada ao aplicar um ganho  $K$  ao sistema, conhecido como Controlador Proporcional. Ao determinar um valor para  $K$ , podemos avaliar a posição dos polos em malha fechada e calcular diversos parâmetros de desempenho do sistema, como o tempo de subida, o tempo de estabelecimento, o tempo de pico, a porcentagem de overshoot e outros.

Isso nos permite verificar se o sistema atende aos requisitos especificados ou, inversamente, determinar o ganho necessário para alcançar os resultados desejados. Além disso, a constelação de polos e zeros é valiosa para a análise da estabilidade do sistema. Ela nos ajuda a determinar se o sistema possui um comportamento previsível, tendendo a um valor constante no infinito, ou um comportamento imprevisível, tendendo ao infinito.

Conforme detalharemos mais adiante, a estabilidade do sistema depende dos polos e zeros da função de transferência em malha aberta, sem realimentação. Em algumas situações, o ajuste do ganho  $K$  pode afetar a estabilidade do sistema,



enquanto em outras, podem ser necessários controladores mais complexos, embora este não seja o foco deste trabalho. Após essa breve contextualização, apresentaremos os objetivos do trabalho.

## 2.1. Objetivos

O presente trabalho tem como objetivo construir um controlador proporcional para o sistema descrito pela função de transferência:

$$G(s) = \frac{s+15}{s^2+25} \quad (1)$$

O objetivo principal é garantir que a saída do sistema atenda aos seguintes critérios de desempenho:

- Porcentagem de Overshoot  $M_s \leq 20\%$ ;
- Tempo de Subida  $t_s \leq 0,3s$ ;
- Tempo de Estabelecimento  $t_e \leq 0,5s$ .

Para atingir esses objetivos, este trabalho incluirá as seguintes etapas:

- Desenvolvimento do diagrama de blocos que representa o sistema controlado;
- Análise da resposta impulsiva do sistema e da resposta a uma entrada degrau, tanto em malha aberta quanto em malha fechada;
- Determinação dos parâmetros  $\omega_n$  (frequência natural) e  $\xi$  (coeficiente de amortecimento) necessários para o sistema atender aos requisitos de desempenho;
- Análise do lugar das raízes do sistema (root-locus) para verificar se o controlador proposto coloca as raízes no local desejado;
- Comparação entre a saída do sistema digital controlado e a do sistema contínuo controlado digitalmente.



### 3. METODOLOGIA

O presente trabalho foi desenvolvido utilizando os conceitos e técnicas estudados durante as aulas da disciplina. Bem como foi empregado o uso do software Matlab, de modo a facilitar e automatizar grande parte dos procedimentos matemáticos e analíticos, conforme será detalhado a seguir.

#### 3.1. ZOH e a Função De Transferência

Vale relembrar o que são as funções de transferência antes de prosseguir com a explicação, a qual nada mais é que uma representação matemática que descreve como um sistema responde a uma entrada específica, gerando uma saída correspondente. Com elas é possível prever o comportamento do sistema, bem como auxiliar na alteração desse comportamento através da adição de controladores.

Conhecendo a função de transferência do sistema, podemos representá-lo no software Matlab utilizando o comando `tf(numerador, denominador)`. Com esse comando, passamos os coeficientes do numerador e denominador como vetores, permitindo que o software crie uma variável contendo a descrição do sistema. Essa representação será valiosa para os procedimentos subsequentes.

Com isso em mente, pode-se demonstrar como o conversor D/A irá afetar o sistema, se considerarmos o mesmo como um sistema isolado. Antes disso, ao analisar seu comportamento, Figura 1, constata-se que a saída será dada por uma sequência de pulsos de largura T (período de amostragem). Com isso em mente, conforme demonstra Caun (2022), podemos chegar na função de transferência que descreve esse comportamento, sendo ela:

$$U(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s} \quad (2)$$





Como o ZOH trabalha sobre a saída do sistema que será analisado, utilizando as características do domínio da frequência, podemos descrever a saída do subsistema analógico como o produto da função que descreve o sistema,  $G(s)$ , e a do ZOH,  $U(s)$ , de modo que obtemos:

$$H(s) = G(s)U(s) \quad (3)$$

### 3.2. Transformada Z

Conforme demonstra Caun (2022), ao aplicarmos a Transformada de Laplace a um sinal discreto, chegamos à definição da Transformada Z. A Transformada Z é uma ferramenta fundamental usada principalmente para analisar o comportamento de sinais discretos no domínio da frequência.

Mas antes de tudo, precisamos da função no domínio do tempo que descreva o comportamento do sistema. Pegando  $Y(s)$  e aplicando a transformada inversa de Laplace, obtemos o seguinte:

$$h(t) = L^{-1}\{G(s)U(s)\} \quad (4)$$

Todavia, esse sinal é contínuo no tempo. Para obtermos um sinal discreto é necessário amostrar em intervalos regulares de tempo, com um período constante  $T$ , usando um conversor A/D. Dessa forma, podemos descrever o sinal discreto substituindo  $t$  por  $kT$ , onde  $k$  é a  $k$ -ésima amostra:

$$h * (kT) = L^{-1}\{G(s)U(s)\} \quad (5)$$

Aplicando a transformada Z e realizando as manipulações matemáticas e algébricas, conforme demonstrado por Caun (2022), obtém-se que a função de transferência no domínio Z que descreve o sistema pode ser calculada através da seguinte fórmula:

$$H(z) = (1 - z^{-1}) Z\left\{L^{-1}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\} \middle| t = kT\right\} \quad (6)$$

Tal processo é otimizado e feito rapidamente no Matlab, através da função `c2d(system,T)`. Essa recebe a função de transferência do sistema, criada conforme as especificações da seção anterior, e informando o período de amostragem que



será considerado. Dessa forma, agilizou-se a análise e projeto do controlador, bem como serviu na redução de possíveis erros humanos durante as conversões.

### **3.3. Lugar Geométrico Das Raízes e a Estabilidade do Sistema**

Com a função de transferência do sistema no domínio Z em mãos, podemos extrair informações importantes dela. Geralmente, essa função representa o sistema em malha aberta, ou seja, sem realimentação, e é expressa como uma divisão de polinômios. Nesse contexto, chamamos as raízes do polinômio do numerador de 'zeros', sendo representados por "o", e as raízes do denominador de 'polos', representadas por "x", como mostrado na Figura 2.

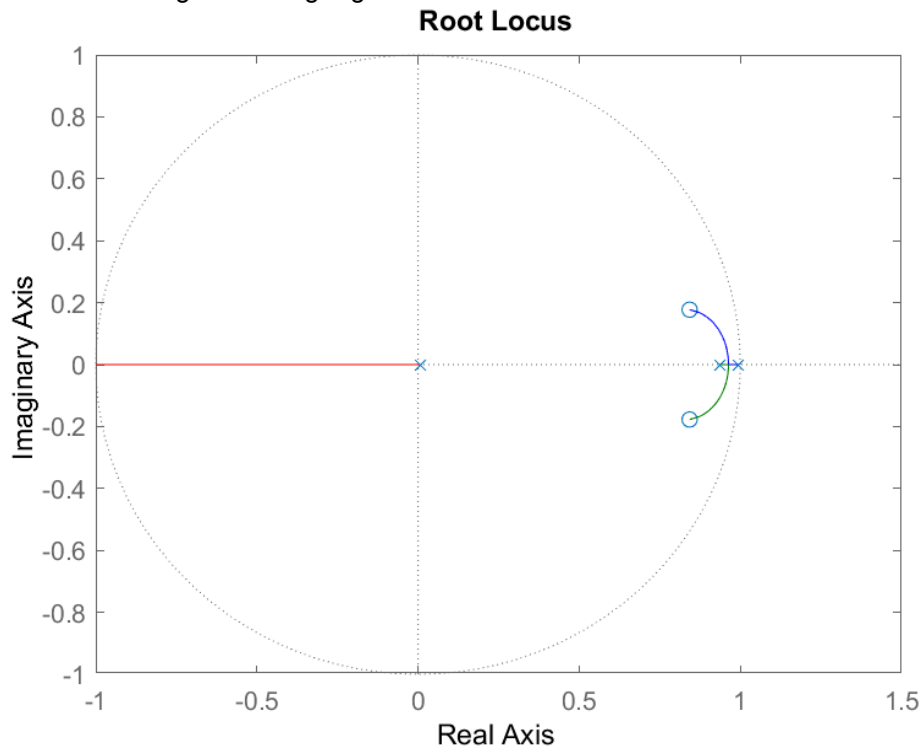
Tal gráfico pode ser construído facilmente no Matlab através do comando *rlocus(system)*. Onde system seria a função de transferência no domínio Z definida conforme apresentado na seção anterior. Dessa forma, o gráfico é gerado e pode ter suas características analisadas facilmente, como será tratado a seguir.

Ao conhecer os polos e zeros, como explicado por Caun (2022), podemos construir o lugar geométrico das raízes. Essa técnica nos permite analisar as características do sistema e seu comportamento em malha fechada, quando aplicamos realimentação. Antes de prosseguirmos, é importante revisar algumas propriedades dessa representação.

Em malha fechada, os polos tendem a se mover em direção aos zeros mais próximos e, eventualmente, convergem para esses zeros. Se houver um desequilíbrio no número de polos e zeros, os pontos ausentes são referidos como polos/zeros no infinito, resultando em caminhos que se estendem para o infinito.

Diferentemente do domínio S, a representação no domínio Z é polar, como pode ser observado na Figura 2. Nesse contexto, como apontado por Caun (2022b), para que o sistema seja considerado estável, é necessário que todos os polos em malha fechada estejam localizados dentro do círculo unitário. Isso garante que, no infinito, a resposta do sistema convirja para um valor finito, indicando estabilidade.

Figura 2 - Lugar geométrico das raízes no domínio Z



Fonte: autoria própria

### 3.4. Controlador Por Alocação De Polos

A partir da constelação de polos e zeros, podemos ver o caminho que os polos em malha fechada percorrem, mas para que os mesmos se desloquem ao longo da trajetória é necessário aplicar um ganho  $K$  ao sistema. Essa é uma propriedade interessante, visto que em alguns casos apenas mover os polos pode ser o suficiente para tornar o sistema estável.

Para visualizar matematicamente esse processo, consideramos o sistema discreto com função de transferência em malha aberta  $G(z)$ . Aplicar um ganho  $K$  no mesmo representa multiplicar a função de transferência pelo mesmo, ou seja,  $G_k(z) = k \cdot G(z)$ . Contudo, como os polos do sistema se encontram no denominador, como o sistema se encontra em malha aberta, observa-se que o ganho não afeta a estabilidade do mesmo.

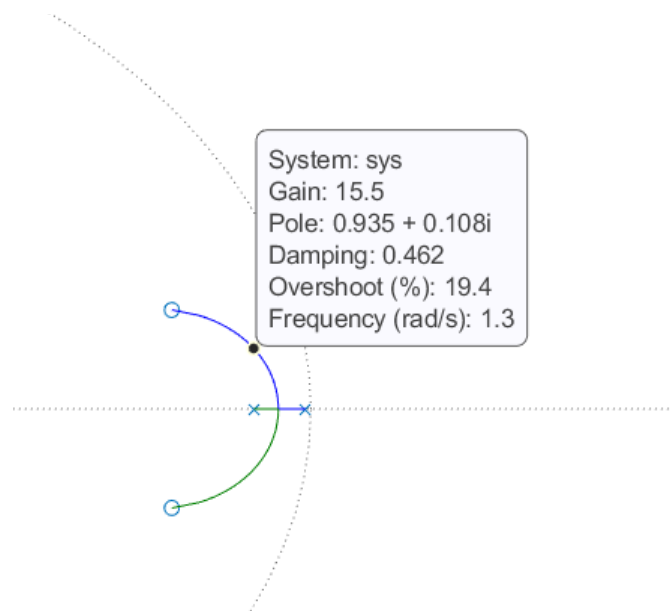
Como explanado anteriormente, são os polos em malha fechada que se movimentam, logo deve-se adicionar uma realimentação  $H_1(z)$  no sistema. Conforme demonstrado por Caun (2022), isso implica matematicamente no seguinte:

$$G_{kr}(z) = \frac{K.G(z)}{1+K.H_1.G(z)} \quad (7)$$

A partir da equação (7) confirma-se que a localização dos polos é alterada ao modificar o valor do ganho K. Tal ganho é a representação do controlador mais simples, o Controlador Proporcional.

No Matlab, para visualizar esse valor em um ponto específico do caminho, basta clicar no local desejado que um marcador é colocado e mostrar as características do sistema naquele ponto. Conforme ilustrado na Figura 3, o ganho é representado com o nome de *gain*, juntamente de outros parâmetros que serão tratados a seguir.

Figura 3 - Pontos específicos no Rlocus e suas propriedades



Fonte: autoria própria

### 3.5. Parâmetros De Desempenho

A partir do lugar geométrico das raízes, além do ganho K podemos analisar outras propriedades do sistema em um determinado ponto do caminho dos polos em malha fechada. Conforme apresentado por Caun (2022c) existem vários, dentre eles os mais relevantes para o presente projeto são:

- Fator de Amortecimento ( $\zeta$ ): representado na Figura 3 como *damping ratio*, é um coeficiente adimensional que mede a quantidade de amortecimento presente na resposta de um sistema. Em outras palavras, indica quão rapidamente o sistema retornará ao estado estável, caso seja possível alcançar a estabilidade.
- Frequência Natural ( $\omega_n$ ): representado na Figura 3 como *Frequency*, é um coeficiente dado em radianos por segundo (rad/s) que mede a taxa de oscilação natural do sistema na ausência de amortecimento.
- Percentual de Ultrapassagem ( $M_s$ ): representado na Figura 3 como *Overshoot*, é um coeficiente que mede a porcentagem pela qual a resposta do sistema excederá o valor de referência em seu pico máximo. Podendo ser determinado matematicamente em função do fator de amortecimento por:

$$M_s = \exp\left(\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right) \cdot 100 [\%] \quad (8)$$

- Tempo de subida ( $t_s$ ): indica o tempo necessário para que a resposta do sistema aumente seu valor de 10% para 90% do seu valor final, geralmente medido em segundos (s). Podendo ser aproximado matematicamente ao conhecer a frequência natural do sistema, aplicando:

$$t_s = \frac{2,4}{\omega_n} [s] \quad (9)$$

- Tempo de estabelecimento ( $t_e$ ): indica o tempo necessário para que a resposta do sistema comece a oscilar e estabilizar-se dentro de uma faixa de 2% do seu valor final, geralmente medido em segundos (s). Podendo ser

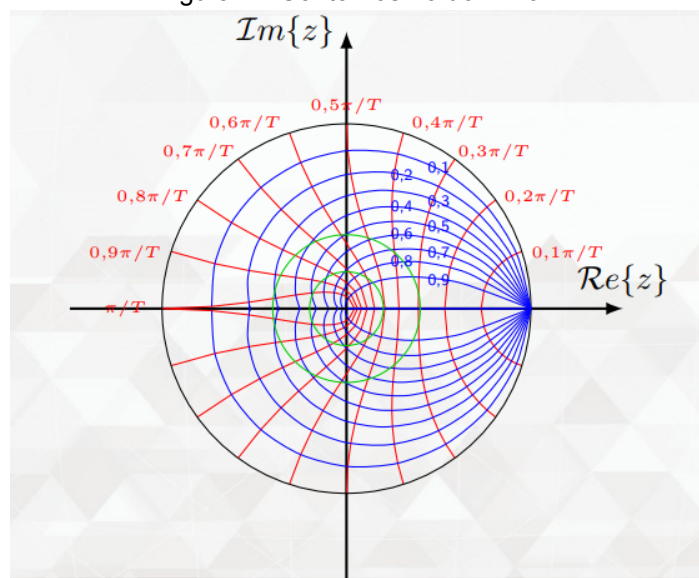
aproximado matematicamente ao conhecer a frequência natural e o coeficiente de amortecimento através da relação:

$$t_e = \frac{4,6}{\zeta \omega_n} [s] \quad (10)$$

### 3.6. Contornos E Áreas De Interesse No Lugar Geométrico Das Raízes

Ao analisar a seção anterior, percebe-se que o fator de amortecimento e a frequência natural do sistema afetam diretamente os outros parâmetros. Uma forma de utilizar essa característica é considerar os mesmos fixos, então observar a área no lugar das raízes que essa consideração é verdadeira.

Figura 4 - Contornos no domínio Z



Fonte: Caun (2022c)

A partir disso, conforme demonstrado por Caun (2022c), traçamos os contornos dessas áreas, conforme pode ser observado na Figura 4. Tais contornos podem ser traçados a partir de outras considerações, mas para o presente trabalho as mais relevantes são as apresentadas na Figura 5.

Figura 5 - Relações matemáticas dos contornos no domínio Z


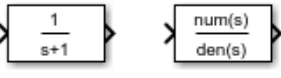
| Contorno                     | Polo no domínio s | Contorno  | Polo no domínio z |
|------------------------------|-------------------|---|-------------------|
| $\xi = \text{constante}$     | Linhas inclinadas | $\xi = 0 :  z  = 1 \text{ e } \angle z = \forall$<br>$\xi = 1 : 0 <  z  < 1 \text{ e } \angle z = 0$<br>$0 < \xi < 1 \begin{cases} w_n = 0 :  z  = 1 \text{ e } \angle z = 0 \\ w_n = \uparrow :  z  \downarrow \text{ e } \angle z \uparrow \end{cases}$ | Espirais          |
| $w_n = \text{constante}$     | Semi-círculos     | $z = e^{-\xi w_n T} e^{\pm j w_n T \sqrt{1 - \xi^2}}$<br>$\xi = 0 :  z  = 1 \text{ e } \angle z = w_n T$<br>$\xi = 1 :  z  = e^{-w_n T} \text{ e } \angle z = 0$  | Curvas            |
| $\xi w_n = \text{constante}$ | Linha vertical    | $ z  = e^{-\xi w_n T} = \text{cte}$<br>$\angle z = \pm w_n T \sqrt{1 - \xi^2}$  | Círculos          |





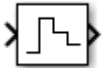

Fonte: Caun (2022c)

A partir desses contornos, podemos definir áreas de interesse de acordo com as especificações desejadas para o sistema. Dessa forma, caso deseje-se um fator de amortecimento maior que 0,7, por exemplo, basta garantir que TODOS os polos em malha fechada do sistema permaneçam dentro do contorno que representa  $\zeta$  constante em 0,7. O mesmo vale para os outros contornos.

### 3.7. Diagrama de Blocos

Além das expressões e manipulações matemáticas, podemos representar graficamente os sistemas através de diagramas de blocos. Através deste, é possível visualizar e simplificar a representação dos sistemas e como as diferentes partes do mesmo interagem. Para melhor entendimento, os blocos relevantes para o trabalho atual são descritos brevemente na Tabela 1.

| Bloco  | Função   |
|--|--|
| <br> | Representa uma função de transferência contínua ou discreta. |

|   |  |
|---|--|
|    | Representa a multiplicação do sinal por um ganho K   |
|    | Representa um somatório de sinais, com a polaridade do sinal representado em cada entrada.     |
|    | Representa uma entrada degrau.   |
|    | Representa um osciloscópio, permitindo visualizar a forma de onda dos sinais conectados a ele. |
|    | Representa um ZOH  |
|  | Representa uma carreira de impulsos, que pode ser usada para a amostragem do sinal.            |

#### 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Em um primeiro momento, foi feita a discretização do sistema com uma frequência de 10 Hz segundos, resultando na função de transferência discreta:

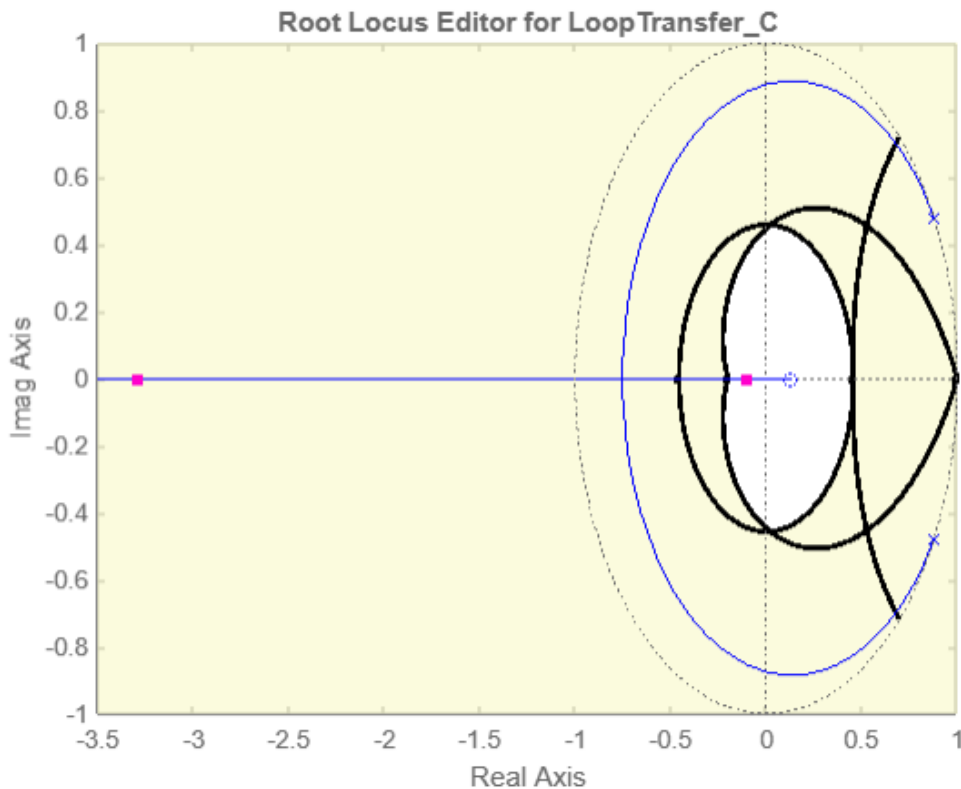
$$G_d(z) = \frac{0.169z - 0.02243}{z^2 - 1.766z + 1} \quad (11)$$

Após isto, foi feita a análise do lugar das raízes do sistema discreto, juntamente com a definição da área de alocação dos polos conforme descrita na seção 3.5, esta análise está descrita na figura (6). Nesta figura também é possível observar que, por conta do sistema ter dois polos, conforme um polo é alocado



dentro da região definida, o outro é alocado para fora do círculo unitário, transformando o sistema em instável, impossibilitando a sua aplicação.

Figura 6 - Root Locus e Alocação de Polos Sistema em Frequência 10 Hz



Fonte: Autoria Própria

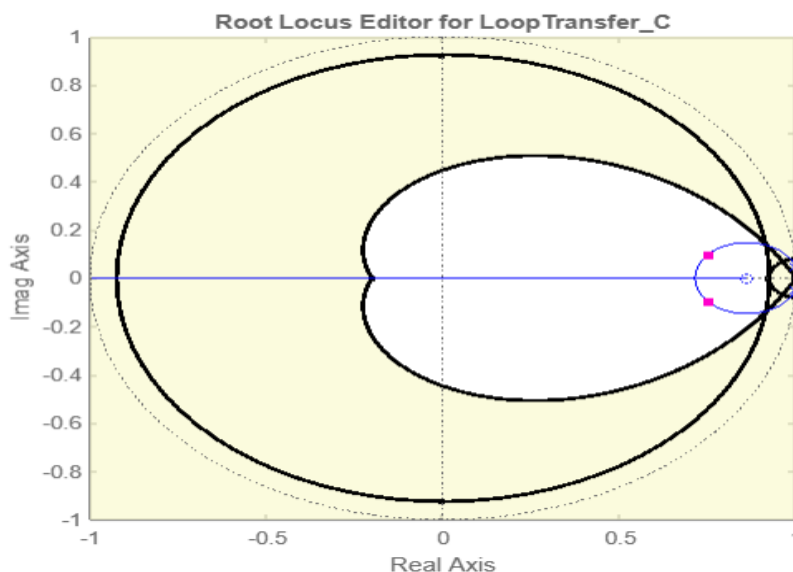
Com a impossibilidade de achar um ganho que pudesse satisfazer os critérios adotados para o projeto e manter o sistema estável, a frequência para o sistema discreto foi alterada de 10 Hz para 100 Hz. Esta alteração provocou uma mudança na função de transferência discreta do sistema, chegando à equação (12).

$$G_d(z) = \frac{0.01075z - 0.009246}{z^2 - 1.998z + 1} \quad (12)$$

Realizando o mesmo procedimento com este novo sistema, obteve-se o lugar das raízes descrito na figura (7). Por meio desta figura é possível observar que a alocação de polos para gerar um ganho que satisfaça os critérios apresentados não

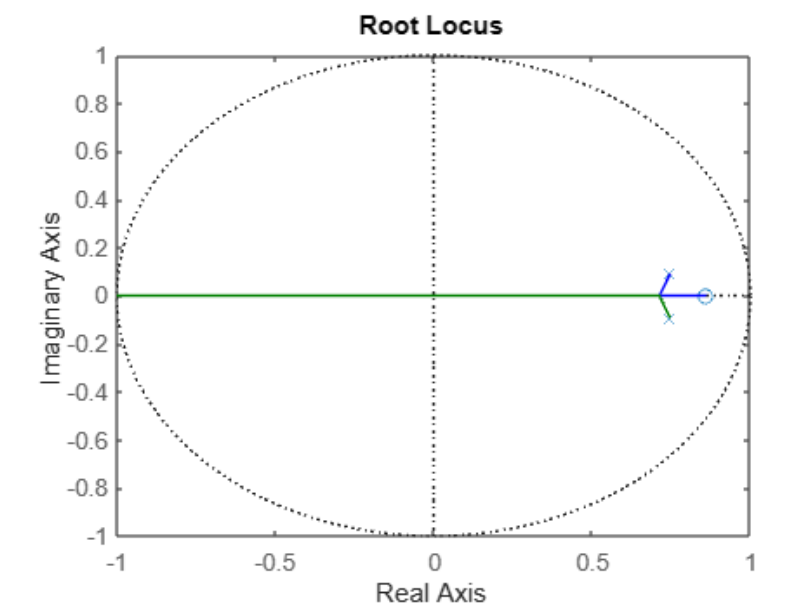
torna o sistema instável, como ocorreu no sistema com frequência de 10 Hz. Portanto, obteve-se o ganho do sistema com esta alocação, o valor do ganho foi de 45.998. Com o uso deste compensador, o lugar das raízes é alterado, o resultado da alteração está mostrado na imagem (8).

Figura 7 - Root Locus e Alocação de Polos Sistema em Frequência 100 Hz



Fonte: Autoria Própria

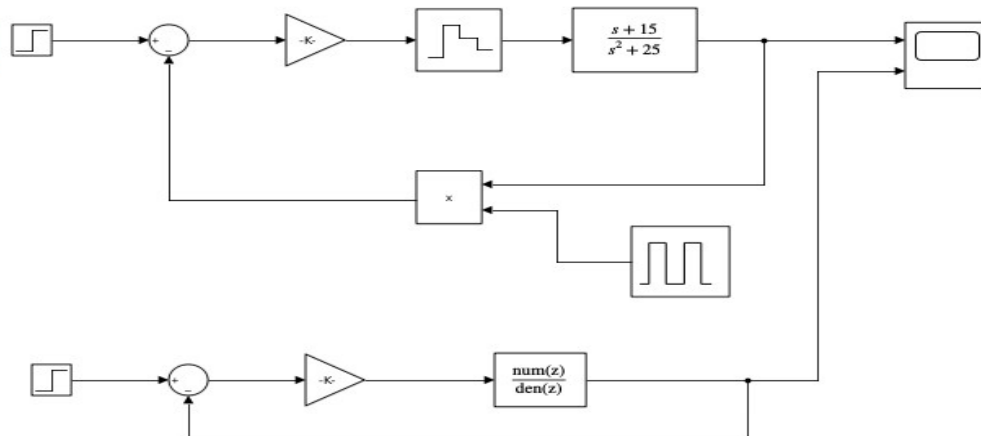
Figura 8 - Root Locus Sistema Compensado



Fonte: Autoria Própria

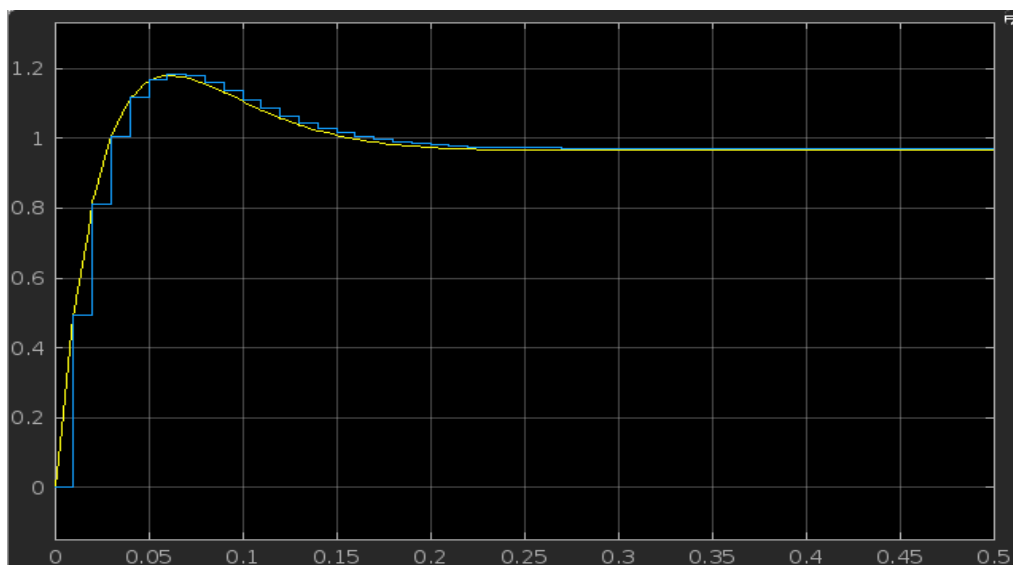
Para aplicar o ganho no sistema, ele foi montado em diagrama de blocos, conforme descrito na figura (8). Nesta figura é possível ver o sistema completo usando conversores entre analógico e digital e aplicando o sistema em tempo contínuo, na parte superior da figura, e o sistema inteiramente discreto, na parte inferior da figura. A entrada dos sistemas apresentados foi o degrau e a comparação entre as saídas estão sendo mostradas na figura (9). na figura é possível observar o comportamento similar entre os dois sistemas.

Figura 9 - Diagrama de Blocos Sistema Contínuo e Discreto



Fonte: Autoria Própria

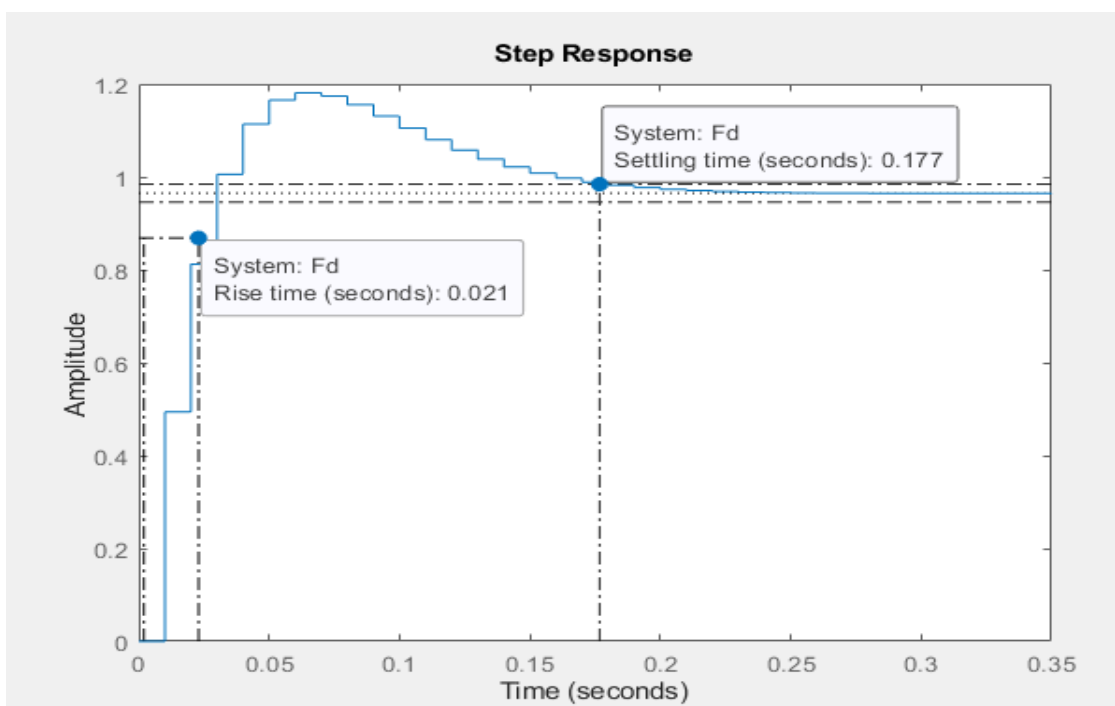
Figura 10 - Comparação Sistema Contínuo e Discreto



Fonte: Autoria Própria

Para validar os valores de tempo de estabilização, tempo de subida e porcentagem de ultrapassagem foi aplicada a entrada degrau no sistema realimentado e compensado, a saída está na figura (10). Com base nesta imagem é possível observar que o compensador usado no sistema garantiu que os critérios fossem satisfeitos.

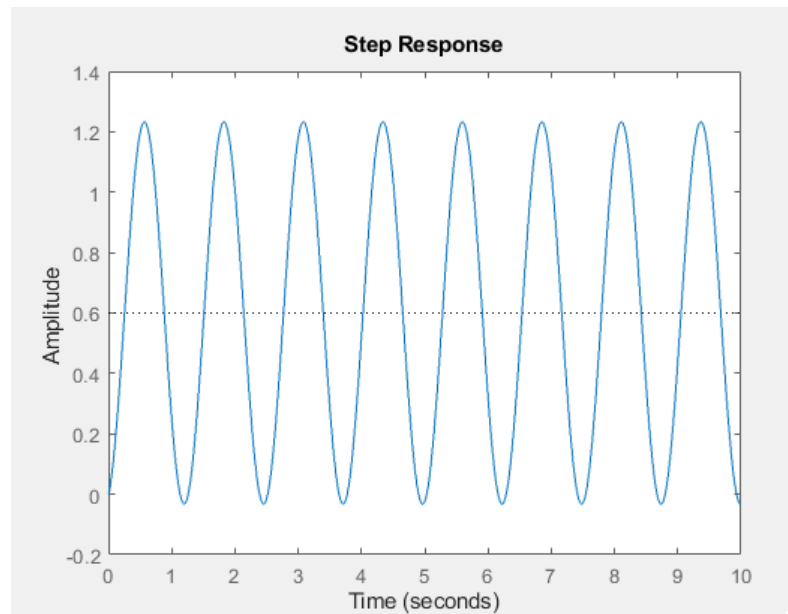
Figura 11 - Resposta ao Degrau do Sistema Realimentado



Fonte: Autoria Própria.

Para fim de comparação foi implementado e aplicado a entrada do degrau no sistema de malha aberta, como podemos perceber na figura (12) o sistema não possui um comportamento estável.

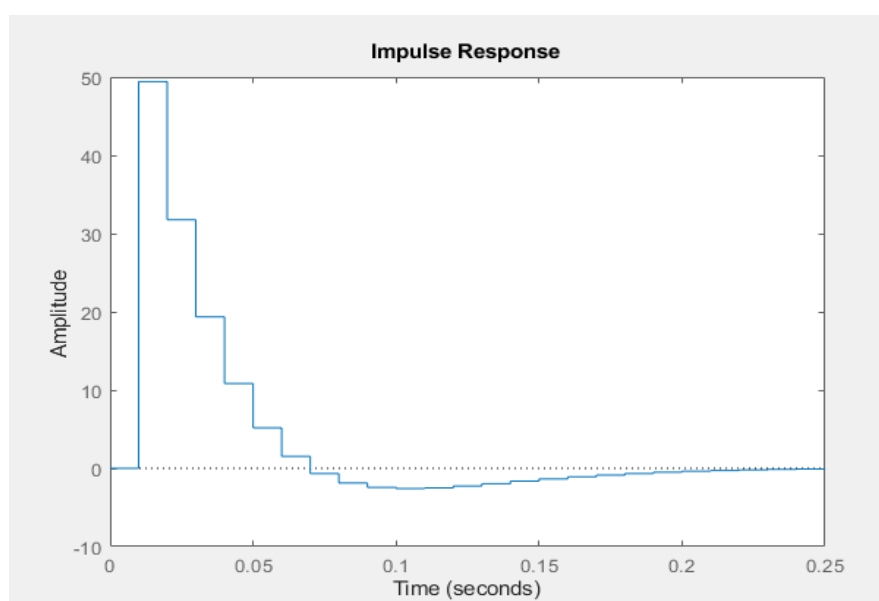
Figura 12 - Resposta ao degrau, Sistema Malha Aberta



Fonte: Autoria Própria.

Realizando outro teste com o sistema realimentado, no entanto agora com uma entrada impulso é possível observar a estabilidade do sistema conforme a saída tende a zero, de acordo com a figura (11).

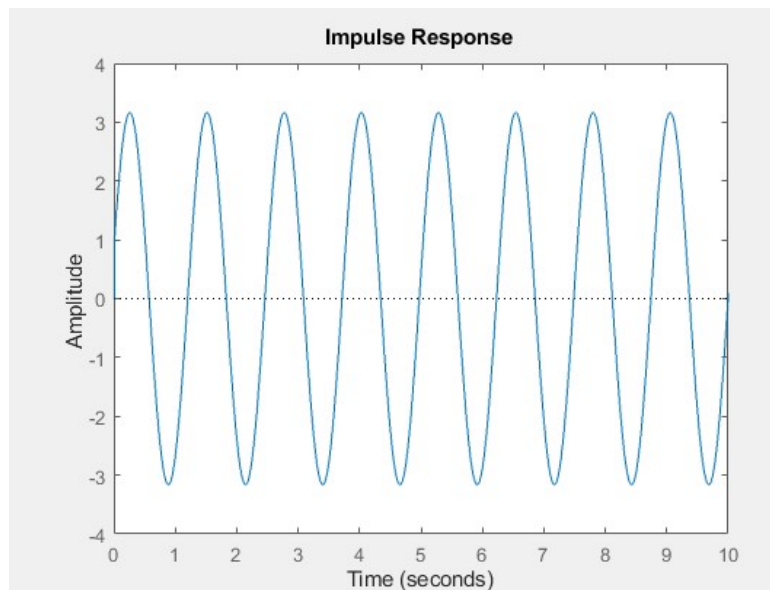
Figura 13 - Resposta ao Impulso, Sistema Compensado



Fonte: Autoria Própria

O mesmo foi feito com uma entrada impulso no sistema em malha aberta e podemos observar na figura (14) a instabilidade do sistema.

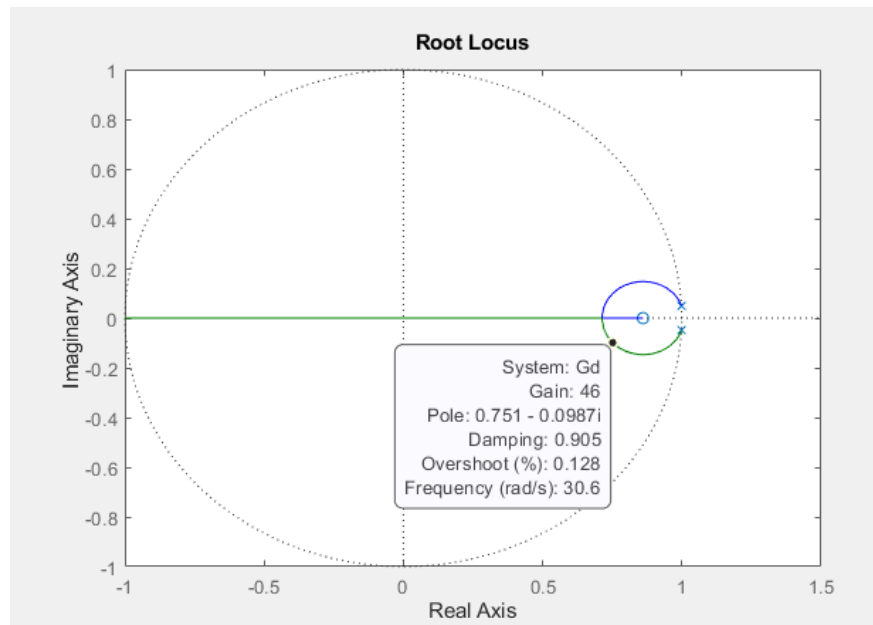
Figura 14 - Resposta ao Impulso, Sistema Malha Aberta



Fonte: Autoria Própria

Para encontrarmos os parâmetros  $\omega_n$  e  $\zeta$  devemos levar em consideração que nosso controlador possui um tempo de subida de 0.021 segundos, um tempo de estabelecimento de 0.177 segundos e um overshoot de 18%, como podemos observar na figura (11), com a ajuda do matlab utilizamos o Root Locus realocando o lugar geométrico das raízes com isso encontramos que nosso parâmetro  $\omega_n$  possui o valor de 30,6 e  $\zeta$  aproximadamente 0,905, como mostramos na figura (15).

Figura 15 - Root Locus



Fonte: Autoria Própria

A fim de comparação com os dados de tempo de estabelecimento menor ou igual que 0,5 segundos, porcentagem de overshoot menor ou igual a 20% conseguimos concluir aplicando a fórmula (8), para encontrar o valor limitante de  $\zeta$  e a fórmula (9) para encontrar o  $\omega_n$  limitante chegamos a conclusão que os valores são  $\zeta \geq 0,456$  e  $\omega_n \geq 8$ .

Nosso controlador atingiu valores dentro desses intervalos o que comprova mais uma vez sua eficiência dentro dos parâmetros estabelecidos.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante a realização desse projeto, foi possível entender a importância da modelagem correta para um controlador digital para um sistema contínuo. A partir da função de transferência fornecida pelo professor, deveríamos projetar um controlador que atendesse aos parâmetros de performance. Sendo eles, overshoot,



tempo de subida e tempo de estabelecimento, o controlador foi modelado garantindo que o sistema opere de forma eficiente e dentro das especificações desejadas.

Ao experimentar o controlador com uma frequência de amostragem inicial de 0,1s, observou-se o impacto da discretização no comportamento do sistema e, conseqüentemente, a necessidade de ajustes na frequência de amostragem. Ao utilizar uma amostragem de 0,01s, conseguimos aproximar a resposta do sistema digital da resposta contínua desejada, ressaltando assim a importância da taxa de amostragem para controladores digitais.

Por meio de análises como a resposta impulsiva e a resposta a uma entrada degrau, tanto em malha aberta quanto em malha fechada, conseguimos validar a eficácia do controlador projetado.

Esta prática foi, portanto, fundamental não apenas para a aplicação teórica de conceitos aprendidos em sala de aula, mas também para a compreensão prática de como ajustes e escolhas de design influenciam diretamente a performance de um sistema controlado digitalmente.

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

**CAUN, Rodrigo da Ponte.** Controle Digital: Representação Discreta do Subsistema D/A - Processo - A/D [Apresentação de slides]. 2022. Disponível em:

<[https://moodle.utfpr.edu.br/pluginfile.php/2722358/mod\\_resource/content/1/CD67A\\_slides\\_Caun\\_Cap4.pdf](https://moodle.utfpr.edu.br/pluginfile.php/2722358/mod_resource/content/1/CD67A_slides_Caun_Cap4.pdf)>. Acesso em 20 de setembro de 2023.

**CAUN, Rodrigo da Ponte.** Controle Digital: Estabilidade de Sistemas de Controle Digital [Apresentação de slides]. 2022. Disponível

em: <[https://moodle.utfpr.edu.br/pluginfile.php/2714806/mod\\_resource/content/1/CD67A\\_slides\\_Caun\\_Cap3.pdf](https://moodle.utfpr.edu.br/pluginfile.php/2714806/mod_resource/content/1/CD67A_slides_Caun_Cap3.pdf)>. Acesso em: 24 de setembro de 2023.

**CAUN, Rodrigo da Ponte.** Controle Digital: Projetos de Sistemas de Controle Digital [Apresentação de slides]. 2022. Disponível em:

<[https://moodle.utfpr.edu.br/pluginfile.php/2732781/mod\\_resource/content/1/CD67A\\_slides\\_Caun\\_Cap6.pdf](https://moodle.utfpr.edu.br/pluginfile.php/2732781/mod_resource/content/1/CD67A_slides_Caun_Cap6.pdf)>. Acesso em: 24 de setembro de 2023.