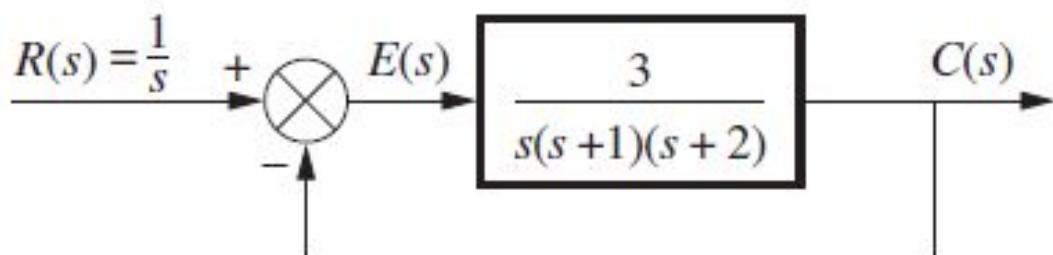


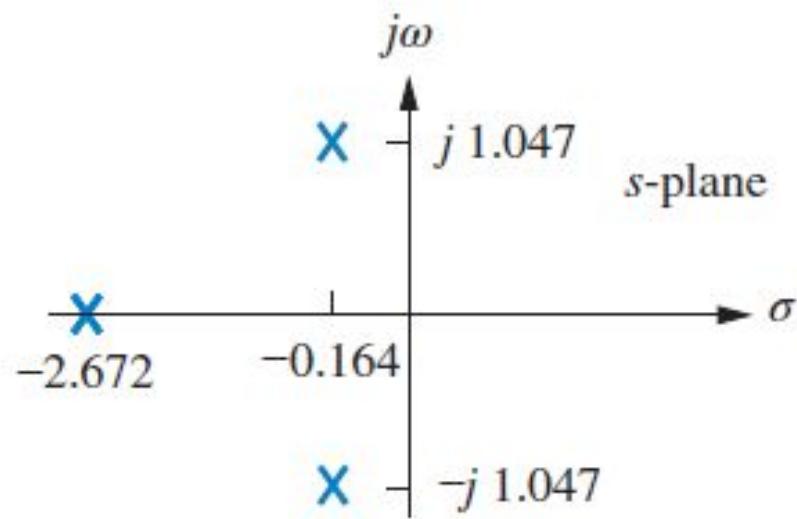
Estabilidade

Fundamentos de Controle

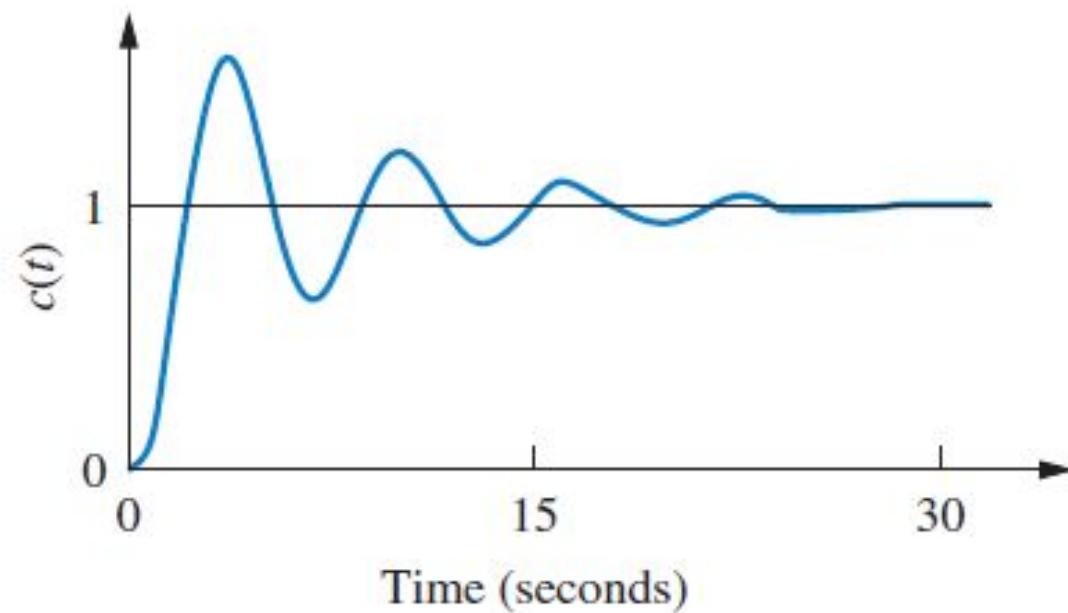
- ▶ Usando a resposta natural:
 - ▶ Um sistema é **estável** se a resposta natural tende a zero, à medida que o tempo tende a infinito.
 - ▶ Um sistema é **instável** se a resposta natural tende a infinito, à medida que o tempo tende a infinito.
 - ▶ Um sistema é **marginalmente estável** se a resposta natural não decair nem crescer, mas permanecer constante ou oscilar.
- ▶ Usando a resposta total (BIBO):
 - ▶ Um sistema é **estável** se toda entrada limitada gerar uma saída limitada.
 - ▶ Um sistema é **instável** se alguma entrada limitada gerar uma saída ilimitada.

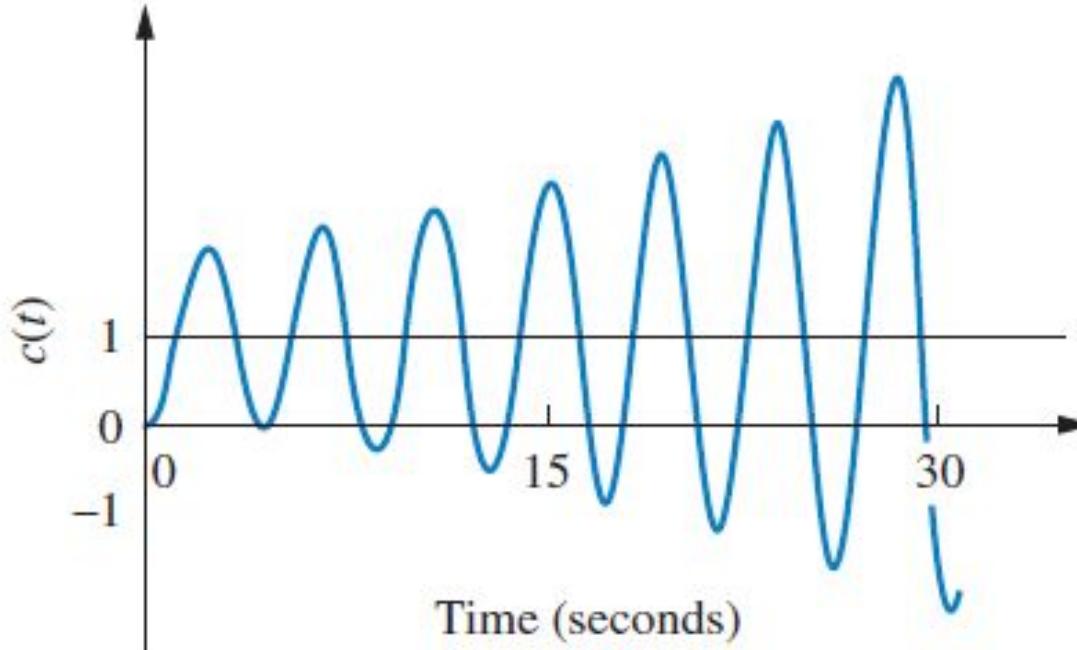
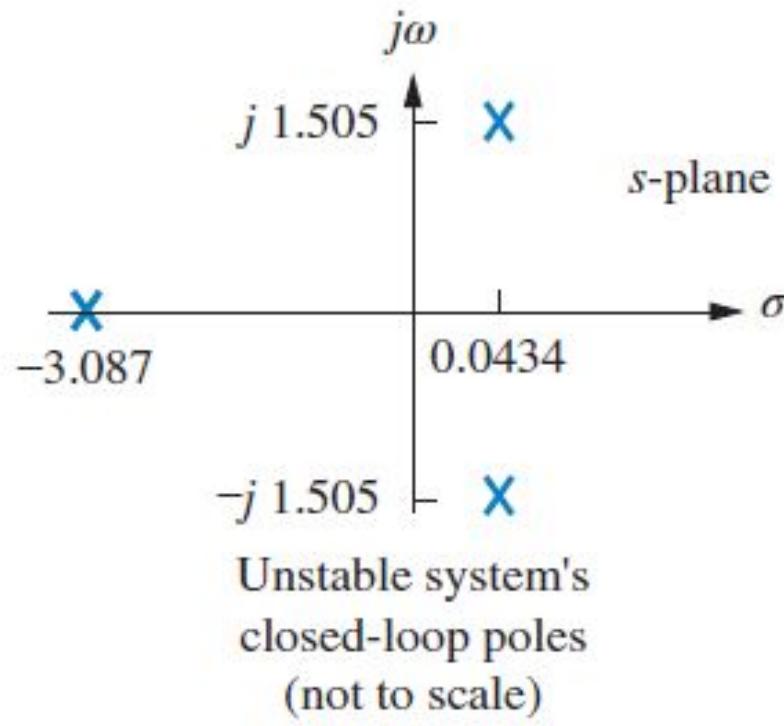
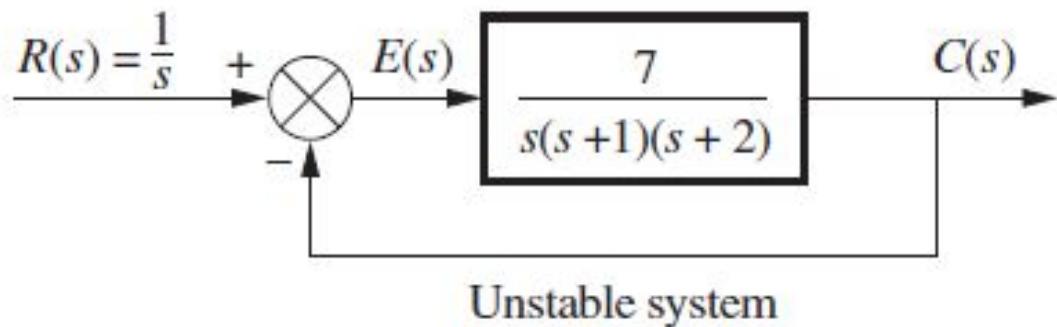


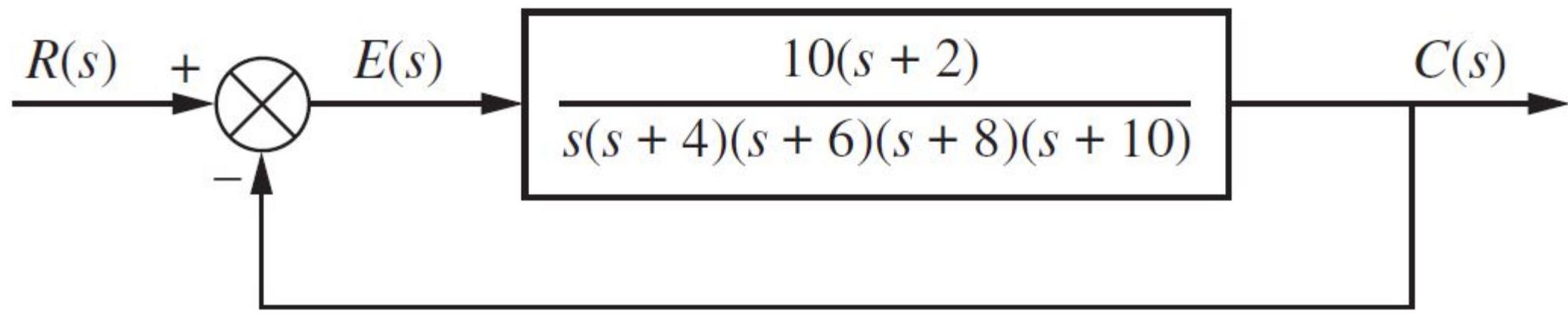
Stable system



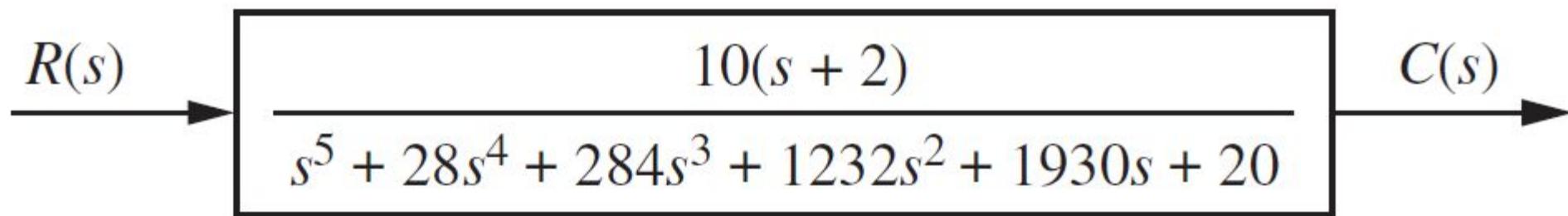
Stable system's
closed-loop poles
(not to scale)







(a)



(b)

Critério de Routh-Hurwitz

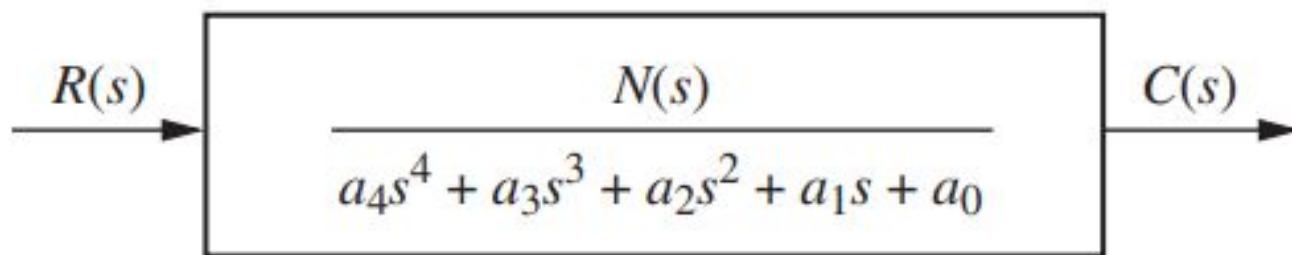


TABLE 6.1 Initial layout for Routh table

s^4	a_4	a_2	a_0
s^3	a_3	a_1	0
s^2			
s^1			
s^0			

TABLE 6.2 Completed Routh table

s^4	a_4	a_2	a_0
s^3	a_3	a_1	0
s^2	$\frac{-\begin{vmatrix} a_4 & a_2 \\ a_3 & a_1 \end{vmatrix}}{a_3} = b_1$	$\frac{-\begin{vmatrix} a_4 & a_0 \\ a_3 & 0 \end{vmatrix}}{a_3} = b_2$	$\frac{-\begin{vmatrix} a_4 & 0 \\ a_3 & 0 \end{vmatrix}}{a_3} = 0$
s^1	$\frac{-\begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}}{b_1} = c_1$	$\frac{-\begin{vmatrix} a_3 & 0 \\ b_1 & 0 \end{vmatrix}}{b_1} = 0$	$\frac{-\begin{vmatrix} a_3 & 0 \\ b_1 & 0 \end{vmatrix}}{b_1} = 0$
s^0	$\frac{-\begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ c_1 & 0 \end{vmatrix}}{c_1} = d_1$	$\frac{-\begin{vmatrix} b_1 & 0 \\ c_1 & 0 \end{vmatrix}}{c_1} = 0$	$\frac{-\begin{vmatrix} b_1 & 0 \\ c_1 & 0 \end{vmatrix}}{c_1} = 0$

Exemplo 6.1

Criando uma Tabela de Routh

PROBLEMA: Construa a tabela de Routh para o sistema mostrado na Figura 6.4(a).

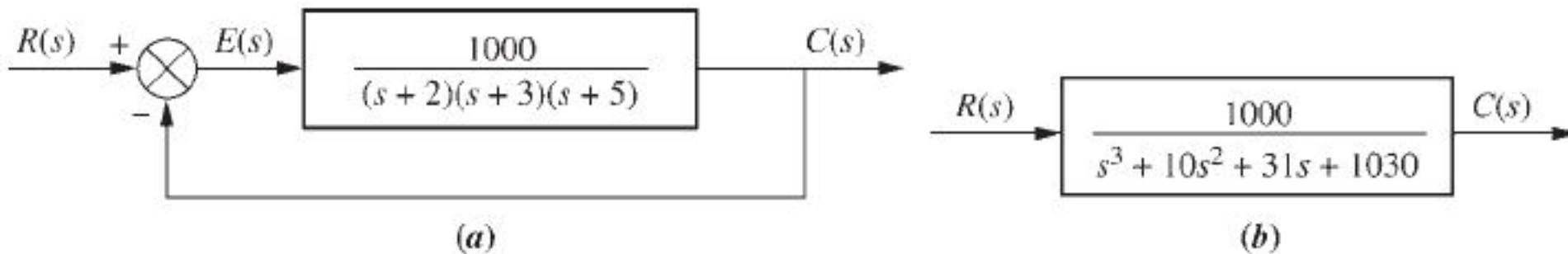


FIGURA 6.4 a. Sistema com realimentação para o Exemplo 6.1; b. sistema em malha fechada equivalente.

TABLE 6.3 Completed Routh table for Example 6.1

s^3	1	31	0
s^2	-10	103	0
s^1	$\frac{-\begin{vmatrix} 1 & 31 \\ 1 & 103 \end{vmatrix}}{1} = -72$	$\frac{-\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}}{1} = 0$	$\frac{-\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}}{1} = 0$
s^0	$\frac{-\begin{vmatrix} 1 & 103 \\ -72 & 0 \end{vmatrix}}{-72} = 103$	$\frac{-\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -72 & 0 \end{vmatrix}}{-72} = 0$	$\frac{-\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -72 & 0 \end{vmatrix}}{-72} = 0$

Exercício 6.1

PROBLEMA: Construa uma tabela de Routh e diga quantas raízes do polinômio a seguir estão no semiplano da direita e no semiplano da esquerda.

$$P(s) = 3s^7 + 9s^6 + 6s^5 + 4s^4 + 7s^3 + 8s^2 + 2s + 6$$

RESPOSTA: Quatro no semiplano da direita (spd) e três no semiplano da esquerda (spe).

Critério de Routh-Hurwitz: Casos Especiais

Zero Apenas na Primeira Coluna

Exemplo 6.2

Estabilidade Via Método do Epsilon

PROBLEMA: Determine a estabilidade da função de transferência em malha fechada

$$T(s) = \frac{10}{s^5 + 2s^4 + 3s^3 + 6s^2 + 5s + 3} \quad (6.2)$$

TABLE 6.4 Completed Routh table for Example 6.2

s^5	1	3	5
s^4	2	6	3
s^3	$-\theta \quad \epsilon$	$\frac{7}{2}$	0
s^2	$\frac{6\epsilon - 7}{\epsilon}$	3	0
s^1	$\frac{42\epsilon - 49 - 6\epsilon^2}{12\epsilon - 14}$	0	0
s^0	3	0	0

TABLE 6.5 Determining signs in first column of a Routh table with zero as first element in a row

Label	First column	$\epsilon = +$	$\epsilon = -$
s^5	1	+	+
s^4	2	+	+
s^3	$-\theta \quad \epsilon$	+	-
s^2	$\frac{6\epsilon - 7}{\epsilon}$	-	+
s^1	$\frac{42\epsilon - 49 - 6\epsilon^2}{12\epsilon - 14}$	+	+
s^0	3	+	+

Uma Linha Inteira de Zeros

Exemplo 6.4

Estabilidade Via Tabela de Routh com Linha de Zeros

PROBLEMA: Determine o número de polos no semiplano da direita da função de transferência em malha fechada

$$T(s) = \frac{10}{s^5 + 7s^4 + 6s^3 + 42s^2 + 8s + 56} \quad (6.8)$$

$$P(s) = s^4 + 6s^2 + 8$$

$$\frac{dP(s)}{ds} = 4s^3 + 12s + 0$$

TABLE 6.7 Routh table for Example 6.4

s^5		1		6				8
s^4		7	1	42	6		56	8
s^3	0	4	1	0	12	3	0	0
s^2		3			8			0
s^1		$\frac{1}{3}$			0			0
s^0		8			0			0

Exemplo 6.5

Distribuição de Polos Via Tabela de Routh com Linha de Zeros

PROBLEMA: Para a função de transferência

$$T(s) = \frac{20}{s^8 + s^7 + 12s^6 + 22s^5 + 39s^4 + 59s^3 + 48s^2 + 38s + 20} \quad (6.11)$$

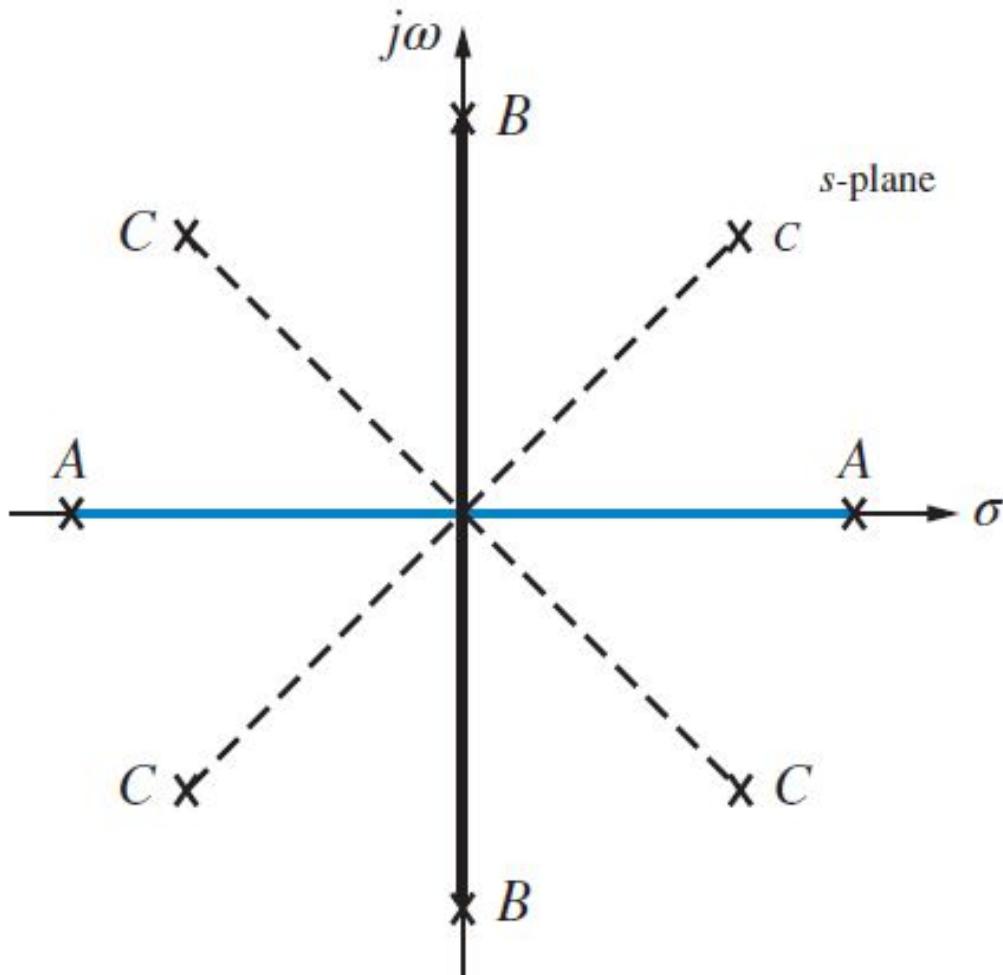
diga quantos polos estão no semiplano da direita, no semiplano da esquerda e sobre o eixo $j\omega$.

TABLE 6.8 Routh table for Example 6.5

s^8	1	12	39	48	20
s^7	1	22	59	38	0
s^6	-10 - 1	-20 - 2	40 1	20 2	0
s^5	20 1	60 3	40 2	0	0
s^4	1	3	2	0	0
s^3	-θ -4 2	-θ -6 3	-θ -θ 0	0	0
s^2	$\frac{3}{2}$ 3	-2 4	0	0	0
s^1	$\frac{1}{3}$	0	0	0	0
s^0	4	0	0	0	0

TABLE 6.9 Summary of pole locations for Example 6.5

Location	Polynomial		
	Even (fourth-order)	Other (fourth-order)	Total (eighth-order)
Right half-plane	0	2	2
Left half-plane	0	2	2
$j\omega$	4	0	4



- A*: Real and symmetrical about the origin
- B*: Imaginary and symmetrical about the origin
- C*: Quadrantal and symmetrical about the origin

Exercício 6.2

PROBLEMA: Utilize o critério de Routh-Hurwitz para descobrir quantos polos do sistema em malha fechada a seguir, $T(s)$, estão no spd, no spe e sobre o eixo $j\omega$:

$$T(s) = \frac{s^3 + 7s^2 - 21s + 10}{s^6 + s^5 - 6s^4 + 0s^3 - s^2 - s + 6}$$

RESPOSTA: Dois no spd, dois no spe e dois sobre o eixo $j\omega$.

A solução completa está disponível no GEN-I0, Ambiente de Aprendizagem do Grupo GEN.

Exemplo 6.9

Projeto de Estabilidade Via Routh-Hurwitz

PROBLEMA: Determine a faixa de valores de ganho, K , para o sistema da Figura 6.10, que fará com que o sistema seja estável, instável e marginalmente estável. Admita $K > 0$.

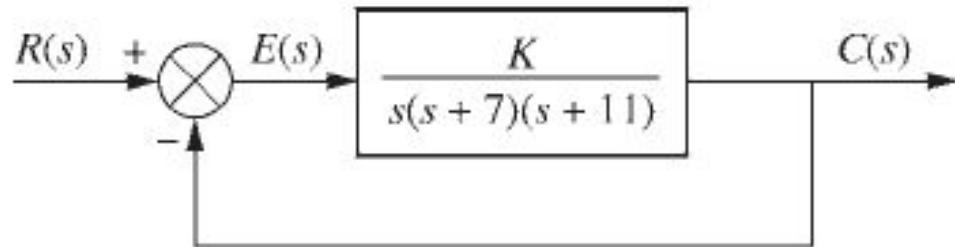


FIGURA 6.10 Sistema de controle com realimentação para o Exemplo 6.9.

$$T(s) = \frac{K}{s^3 + 18s^2 + 77s + K}$$

TABLE 6.15 Routh table for Example 6.9

s^3	1	77
s^2	18	K
s^1	$\frac{1386 - K}{18}$	
s^0	K	

$$P(s) = 18s^2 + 1386$$

$$\frac{dP(s)}{ds} = 36s + 0$$

TABLE 6.16 Routh table for Example 6.9 with $K = 1386$

s^3	1	77
s^2	18	1386
s^1	-θ	36
s^0	1386	

Exercício 6.3

PROBLEMA: Para um sistema com realimentação unitária com a função de transferência à frente

$$G(s) = \frac{K(s + 20)}{s(s + 2)(s + 3)}$$

determine a faixa de valores de K que torna o sistema estável.

RESPOSTA: $0 < K < 2$

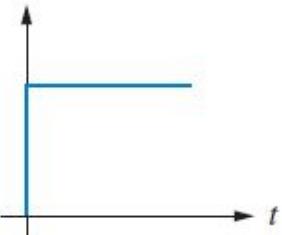
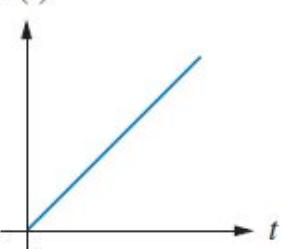
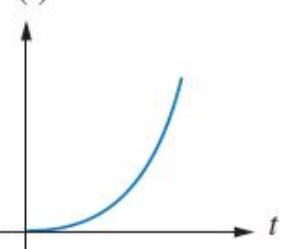
A solução completa está disponível no GEN-I0, Ambiente de Aprendizagem do Grupo GEN.

Erros em Regime Permanente

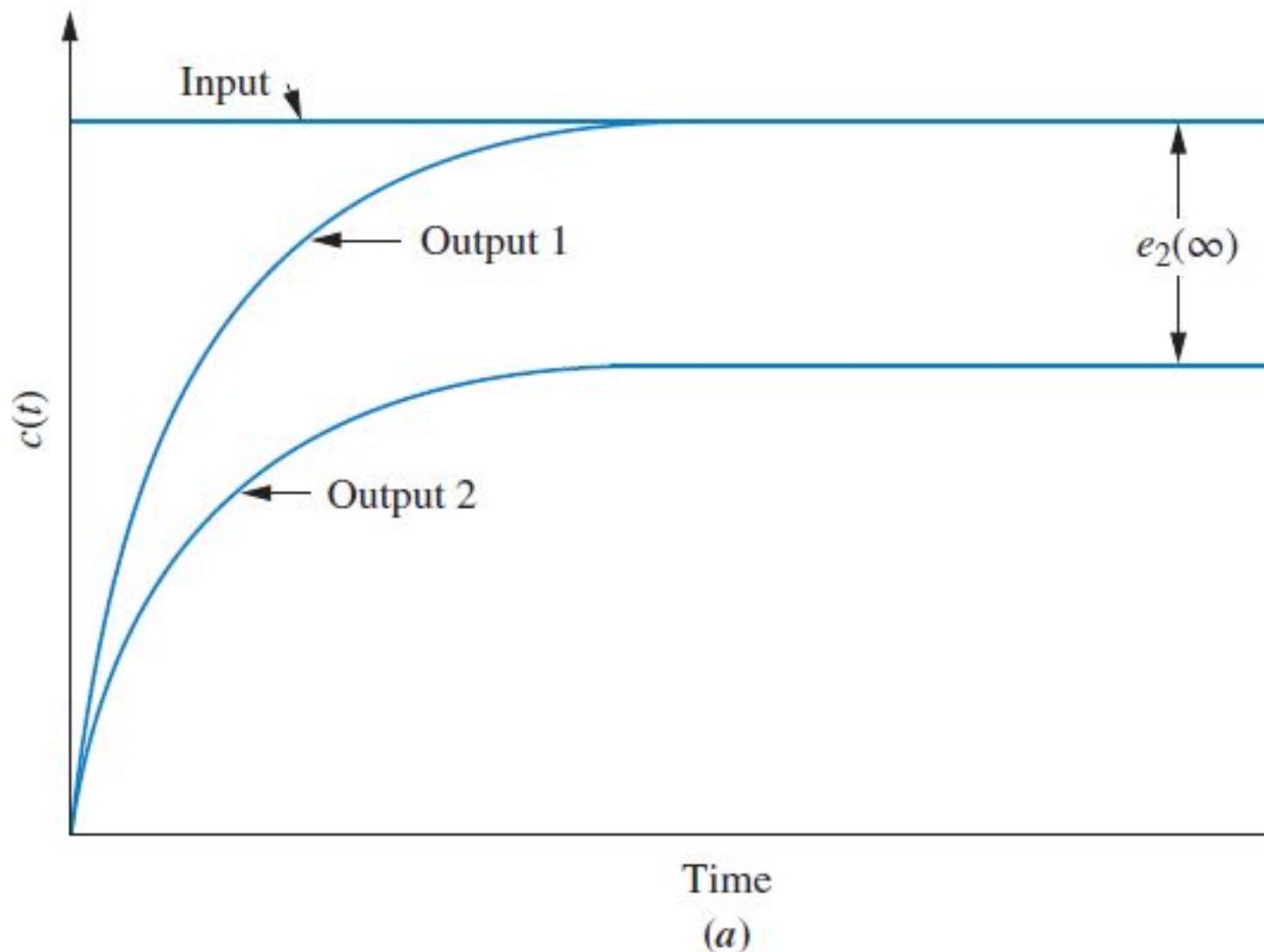
Fundamentos de Controle

Definição e Entradas de Teste

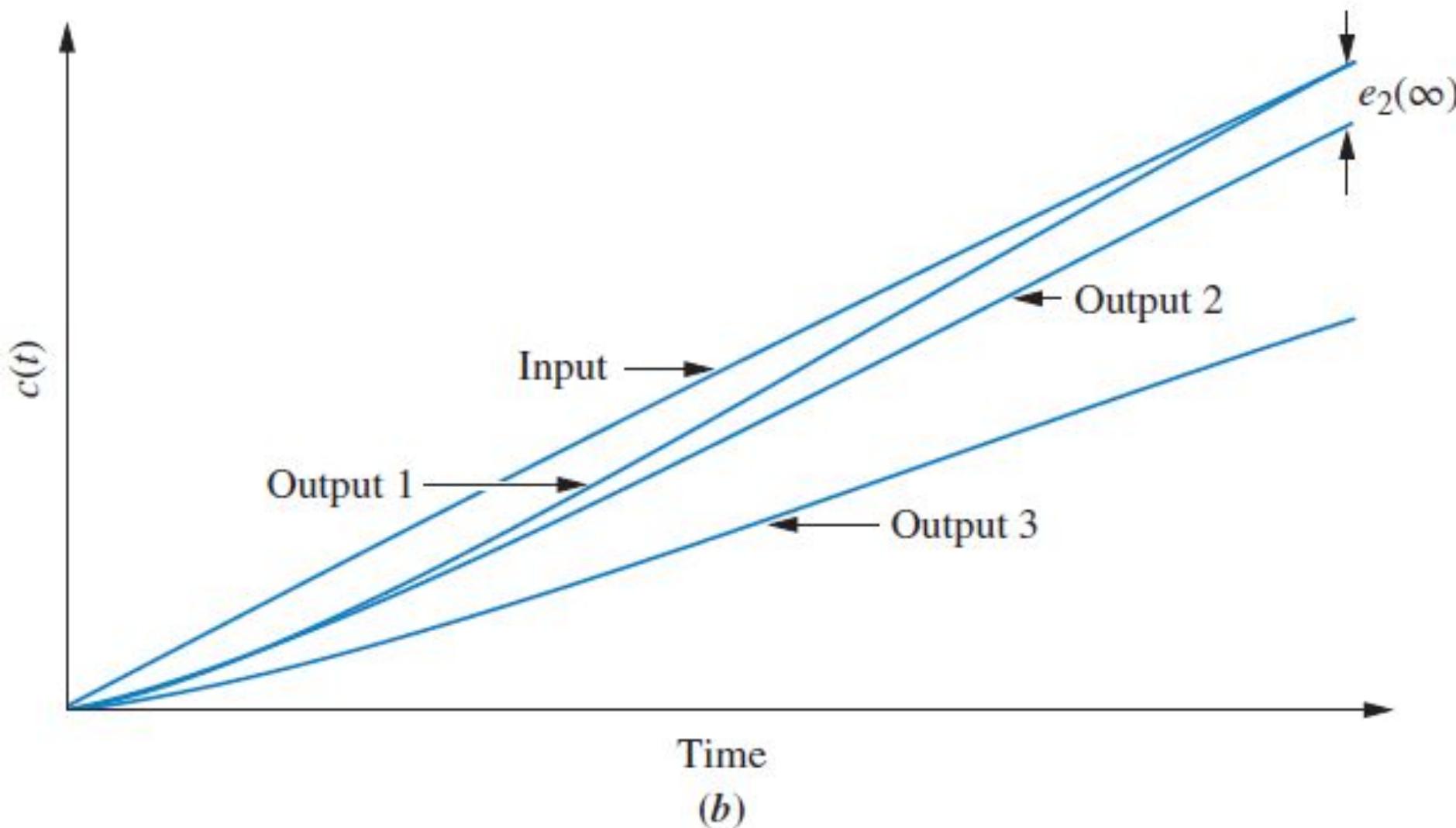
TABLE 7.1 Test waveforms for evaluating steady-state errors of position control systems

Waveform	Name	Physical interpretation	Time function	Laplace transform
	Step	Constant position	1	$\frac{1}{s}$
	Ramp	Constant velocity	t	$\frac{1}{s^2}$
	Parabola	Constant acceleration	$\frac{1}{2}t^2$	$\frac{1}{s^3}$

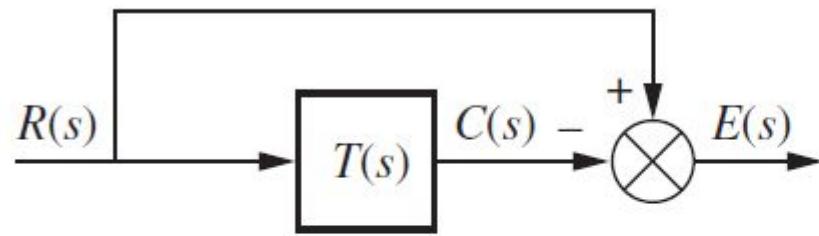
Aplicação a Sistemas Estáveis



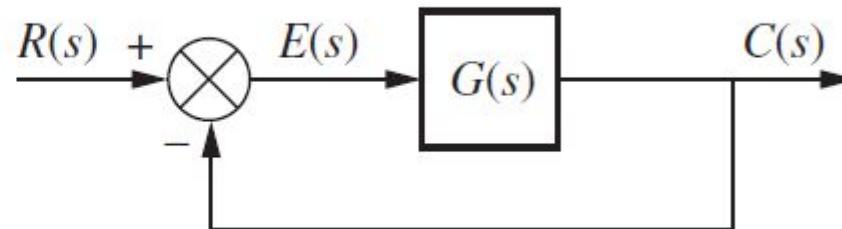
Aplicação a Sistemas Estáveis



Calculando Erros em Regime Permanente



(a)



(b)

Erro em Regime Permanente para Sistemas com Realimentação Unitária

$$E(s) = R(s) - C(s)$$

$$C(s) = R(s)T(s)$$

$$E(s) = R(s)[1 - T(s)]$$

$$e(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s)$$

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sR(s)[1 - T(s)]$$

Exemplo 7.1

Erro em Regime Permanente em Função de $T(s)$

PROBLEMA: Determine o erro em regime permanente para o sistema da Figura 7.3(a), caso $T(s) = 5/(s^2 + 7s + 10)$ e a entrada seja um degrau unitário.

SOLUÇÃO: A partir do enunciado do problema, $R(s) = 1/s$ e $T(s) = 5/(s^2 + 7s + 10)$. Substituindo na Equação (7.4), resulta

$$E(s) = \frac{s^2 + 7s + 5}{s(s^2 + 7s + 10)} \quad (7.7)$$

Uma vez que $T(s)$ é estável e, subsequentemente, $E(s)$ não tem polos no semiplano da direita, nem polos $j\omega$ que não estejam na origem, podemos aplicar o teorema do valor final. Substituindo a Equação (7.7) na Equação (7.5), temos $e(\infty) = 1/2$.

Erro em Regime Permanente em Função de G(s)

$$E(s) = R(s) - C(s)$$

$$C(s) = E(s)G(s)$$

$$E(s) = \frac{R(s)}{1 + G(s)}$$

Teorema do Valor Final

$$\mathcal{L}[\dot{f}(t)] = \int_{0-}^{\infty} \dot{f}(t) e^{-st} dt = sF(s) - f(0-)$$

$$\int_{0-}^{\infty} \dot{f}(t) dt = f(\infty) - f(0-) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s) - f(0-)$$

$$f(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$$

Entrada em Degrau

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1 + G(s)}$$

$$e(\infty) = e_{\text{step}}(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s(1/s)}{1 + G(s)} = \frac{1}{1 + \lim_{s \rightarrow 0} G(s)}$$

Entrada em Rampa

$$e(\infty) = e_{\text{ramp}}(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s(1/s^2)}{1 + G(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s + sG(s)} = \frac{1}{\lim_{s \rightarrow 0} sG(s)}$$

Entrada em Parabólica

$$e(\infty) = e_{\text{parabola}}(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s(1/s^3)}{1 + G(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s^2 + s^2G(s)} = \frac{1}{\lim_{s \rightarrow 0} s^2G(s)}$$

Exemplo 7.2

Erros em Regime Permanente para Sistemas sem Integração

PROBLEMA: Determine os erros em regime permanente para entradas de $5\theta(t)$, $5tu(t)$ e $5t^2\theta(t)$ para o sistema mostrado na Figura 7.5. A função $\theta(t)$ é o degrau unitário.

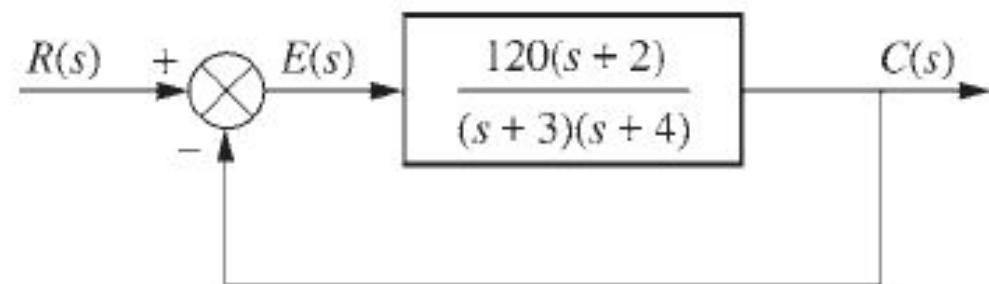


FIGURA 7.5 Sistema de controle com realimentação para o Exemplo 7.2.

$$e(\infty) = e_{\text{step}}(\infty) = \frac{5}{1 + \lim_{s \rightarrow 0} G(s)} = \frac{5}{1 + 20} = \frac{5}{21}$$

$$e(\infty) = e_{\text{ramp}}(\infty) = \frac{5}{\lim_{s \rightarrow 0} sG(s)} = \frac{5}{0} = \infty$$

$$e(\infty) = e_{\text{parabola}}(\infty) = \frac{10}{\lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s)} = \frac{10}{0} = \infty$$

Exercício 7.1

PROBLEMA: Um sistema com realimentação unitária possui a seguinte função de transferência à frente:

$$G(s) = \frac{10(s + 20)(s + 30)}{s(s + 25)(s + 35)}$$

- Determine o erro em regime permanente para as seguintes entradas: $15u(t)$, $15tu(t)$ e $15t^2 u(t)$.
- Repita para

$$G(s) = \frac{10(s + 20)(s + 30)}{s^2(s + 25)(s + 35)(s + 50)}$$

RESPOSTAS:

- O sistema em malha fechada é estável. Para $15u(t)$, $e_{\text{degrau}}(\infty) = 0$; para $15tu(t)$, $e_{\text{rampa}}(\infty) = 2,1875$; para $15t^2 u(t)$, $e_{\text{parábola}}(\infty) = \infty$.
- O sistema em malha fechada é instável. Os cálculos não podem ser realizados.

A solução completa está disponível no GEN-I0, Ambiente de Aprendizagem do Grupo GEN.

Constantes de Erro Estático

$$e(\infty) = e_{\text{step}}(\infty) = \frac{1}{1 + \lim_{s \rightarrow 0} G(s)}$$

$$e(\infty) = e_{\text{ramp}}(\infty) = \frac{1}{\lim_{s \rightarrow 0} sG(s)}$$

$$e(\infty) = e_{\text{parabola}}(\infty) = \frac{1}{\lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s)}$$

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s)$$

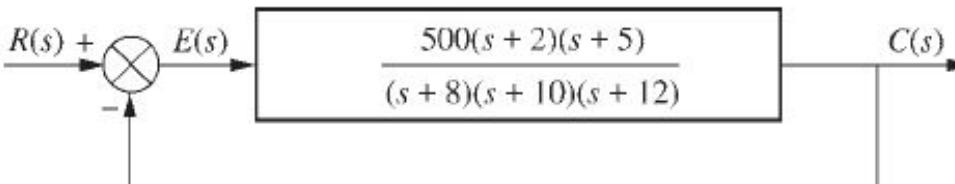
$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)$$

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s)$$

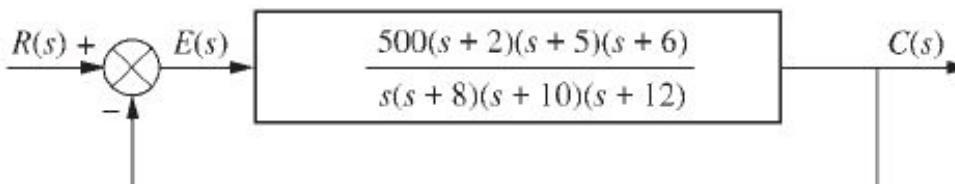
Exemplo 7.4

Erro em Regime Permanente Via Constantes de Erro Estático

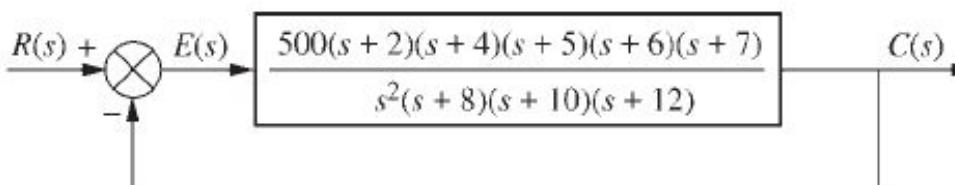
PROBLEMA: Para cada um dos sistemas da Figura 7.7, calcule as constantes de erro estático e obtenha o erro esperado para as entradas padronizadas em degrau, em rampa e em parábola.



(a)

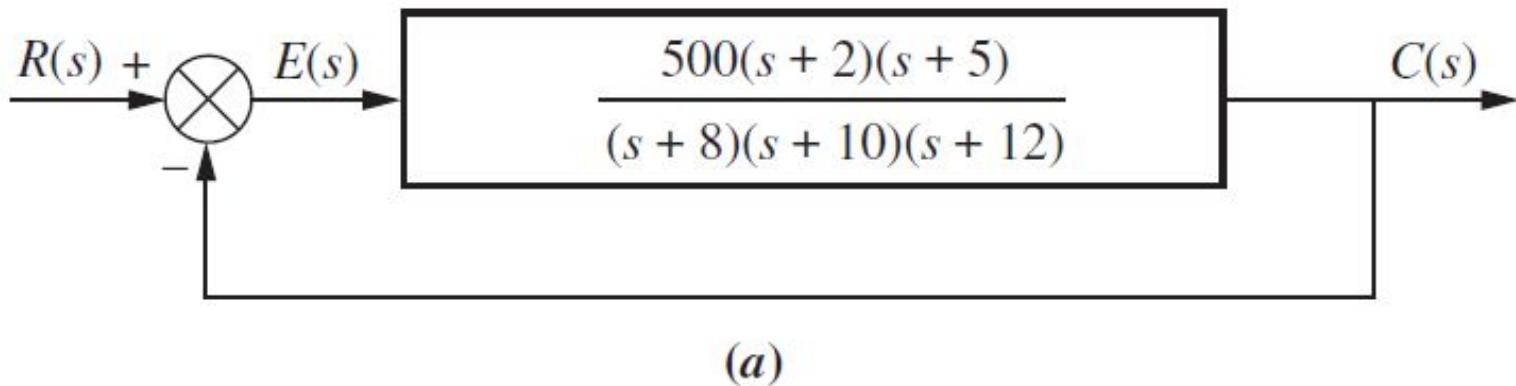


(b)



(c)

FIGURA 7.7 Sistemas de controle com realimentação para o Exemplo 7.4.



$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \frac{500 \times 2 \times 5}{8 \times 10 \times 12} = 5.208$$

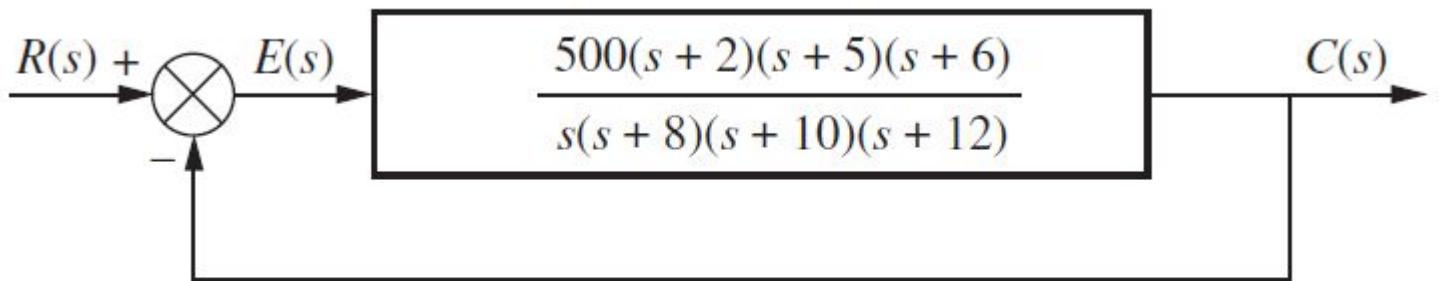
$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = 0$$

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s) = 0$$

$$e(\infty) = \frac{1}{1 + K_p} = 0.161$$

$$e(\infty) = \frac{1}{K_v} = \infty$$

$$e(\infty) = \frac{1}{K_a} = \infty$$



(b)

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \infty$$

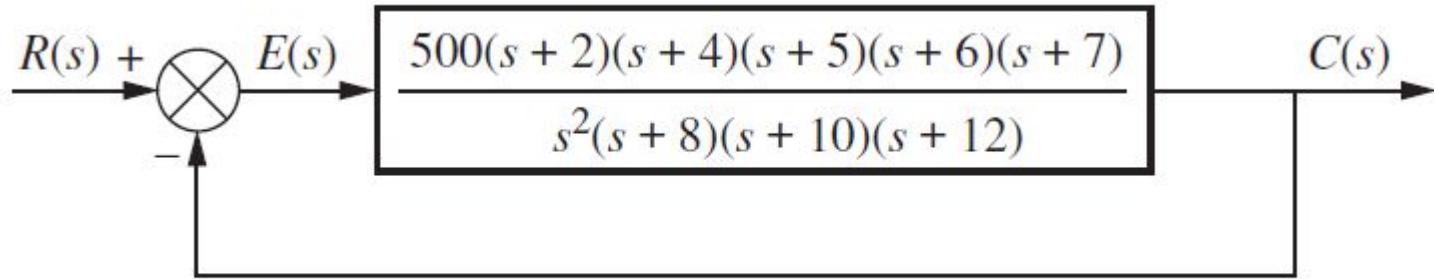
$$e(\infty) = \frac{1}{1 + K_p} = 0$$

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = \frac{500 \times 2 \times 5 \times 6}{8 \times 10 \times 12} = 31.25$$

$$e(\infty) = \frac{1}{K_v} = \frac{1}{31.25} = 0.032$$

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s) = 0$$

$$e(\infty) = \frac{1}{K_a} = \infty$$



(c)

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \infty$$

$$e(\infty) = \frac{1}{1 + K_p} = 0$$

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = \infty$$

$$e(\infty) = \frac{1}{K_v} = 0$$

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s) = \frac{500 \times 2 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7}{8 \times 10 \times 12} = 875$$

$$e(\infty) = \frac{1}{K_a} = \frac{1}{875} = 1.14 \times 10^{-3}$$

TABLE 7.2 Relationships between input, system type, static error constants, and steady-state errors

Input	Steady-state error formula	Type 0		Type 1		Type 2	
		Static error constant	Error	Static error constant	Error	Static error constant	Error
Step, $u(t)$	$\frac{1}{1 + K_p}$	$K_p = \text{Constant}$	$\frac{1}{1 + K_p}$	$K_p = \infty$	0	$K_p = \infty$	0
Ramp, $tu(t)$	$\frac{1}{K_v}$	$K_v = 0$	∞	$K_v = \text{Constant}$	$\frac{1}{K_v}$	$K_v = \infty$	0
Parabola, $\frac{1}{2}t^2u(t)$	$\frac{1}{K_a}$	$K_a = 0$	∞	$K_a = 0$	∞	$K_a = \text{Constant}$	$\frac{1}{K_a}$

Experimente 7.1

Use as seguintes instruções MATLAB e *Control System Toolbox* para determinar K_p , $e_{\text{degrau}}(\infty)$, e os polos em malha fechada para verificar a estabilidade do sistema do Exercício 7.2.

```
numg=1000*[1 8];
deng=poly([-7 -9]);
G=tf(numg,deng);
Kp=dcgain(G)
estep=1/(1+Kp)
T=feedback(G,1);
poles=pole(T)
```

Especificações de Erro em Regime Permanente

Exemplo 7.5

Interpretando a Especificação de Erro em Regime Permanente

PROBLEMA: Que informações estão contidas na especificação $K_p = 1000$?

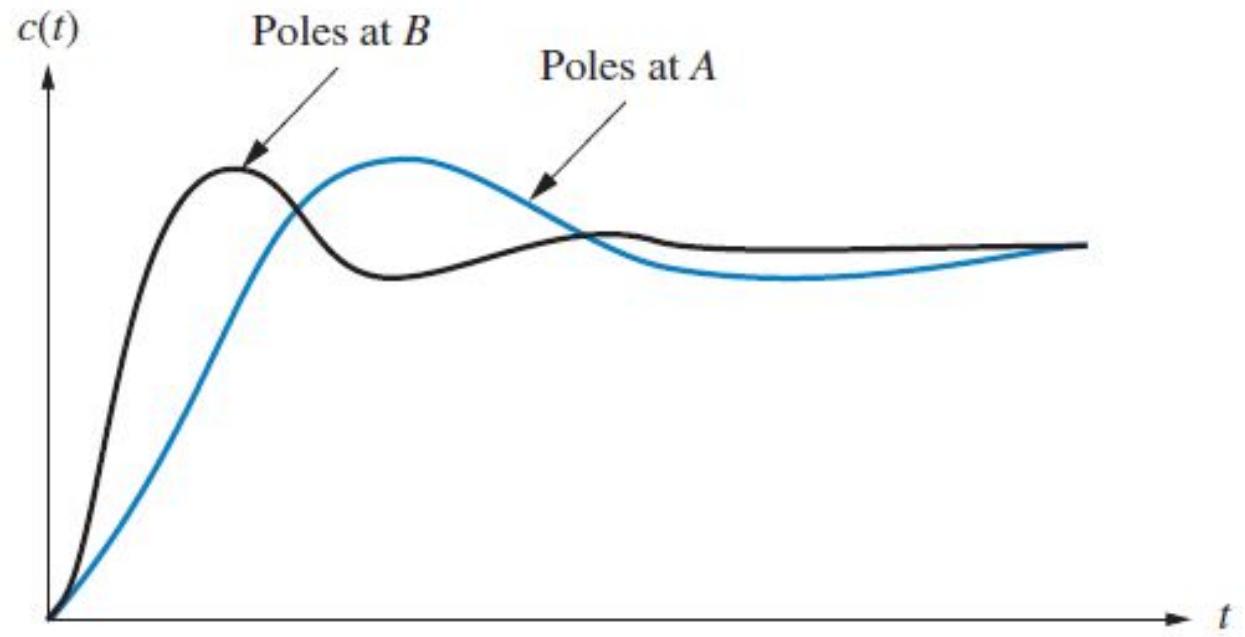
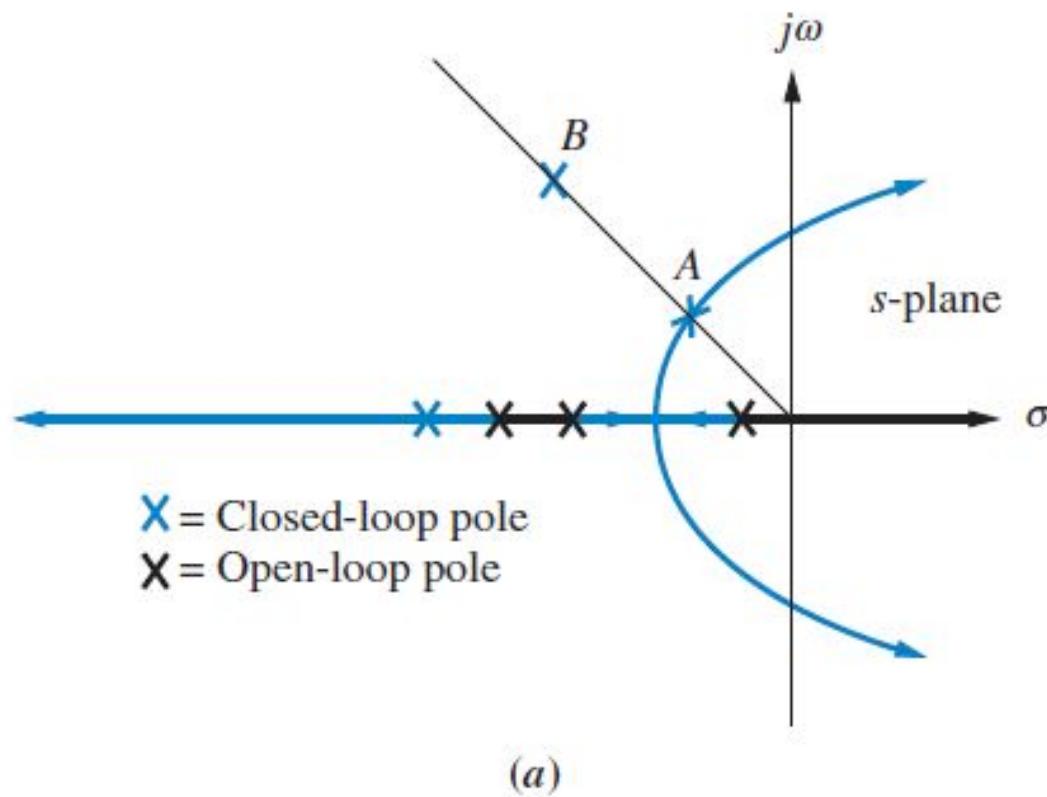
SOLUÇÃO: O sistema é estável. O sistema é do Tipo 0, uma vez que apenas um sistema do Tipo 0 possui um K_p finito. Os sistemas do Tipo 1 e Tipo 2 têm $K_p = \infty$. O sinal de teste de entrada é um degrau, uma vez que K_p foi especificado. Finalmente, o erro por unidade do degrau é

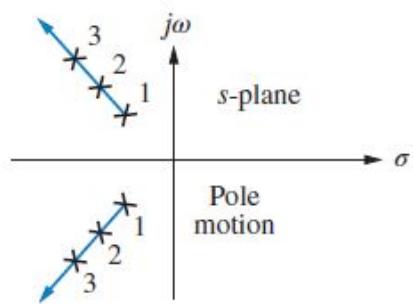
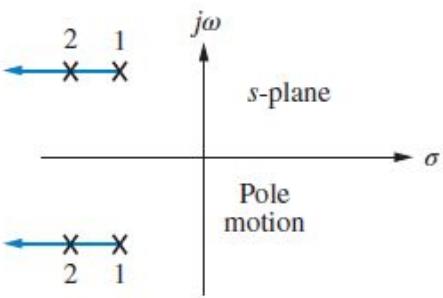
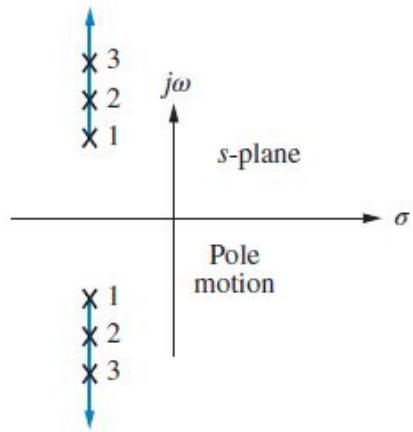
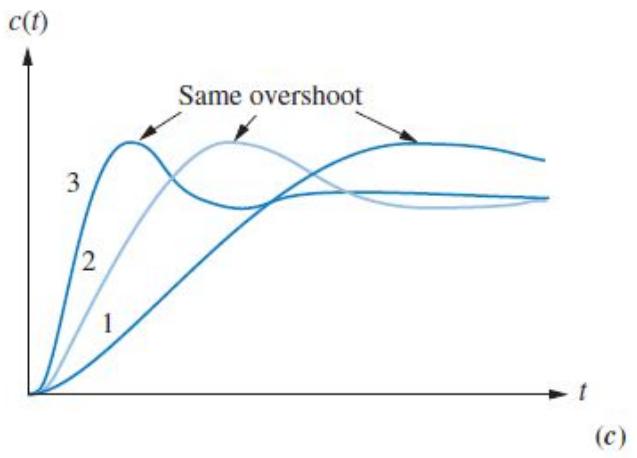
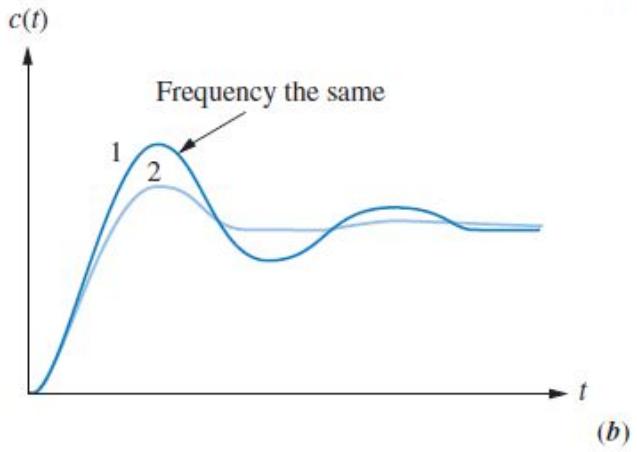
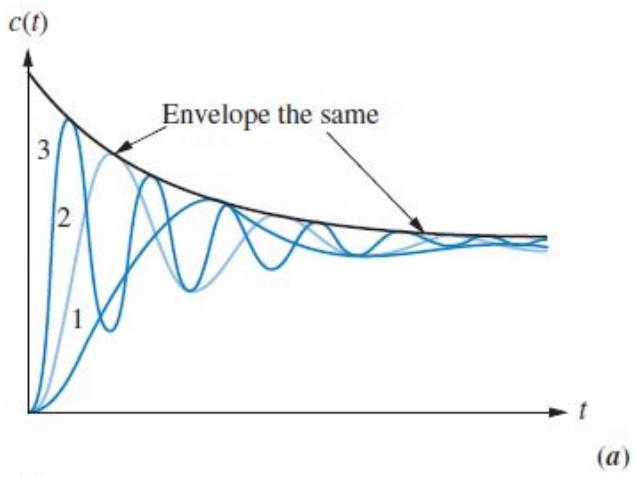
$$e(\infty) = \frac{1}{1 + K_p} = \frac{1}{1 + 1.000} = \frac{1}{1.001} \quad (7.54)$$

Projeto Via Lugar Geométrico das Raízes

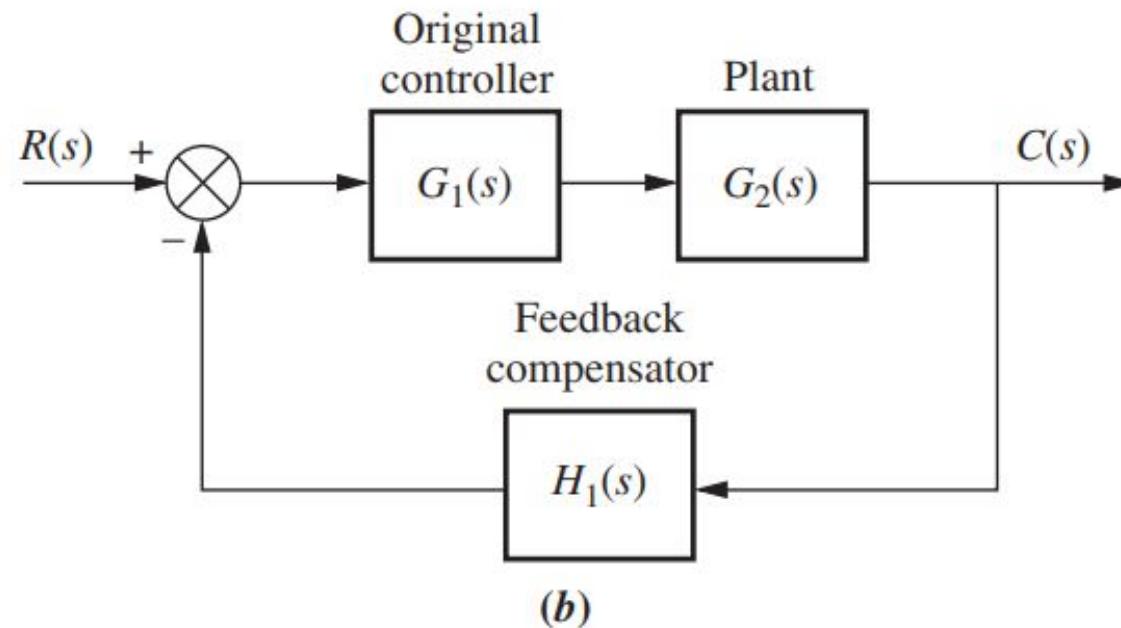
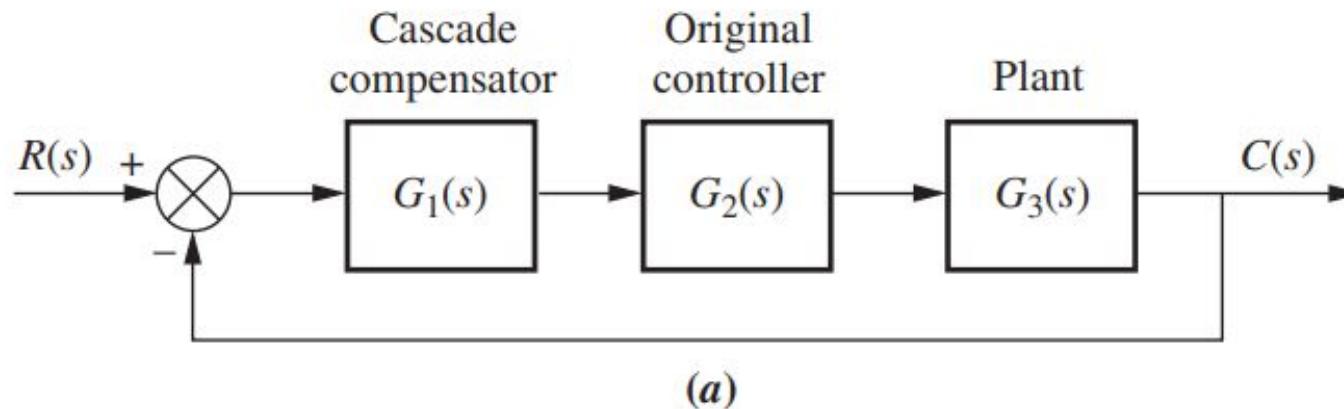
Fundamentos de Controle

Melhorando a Resposta Transitória





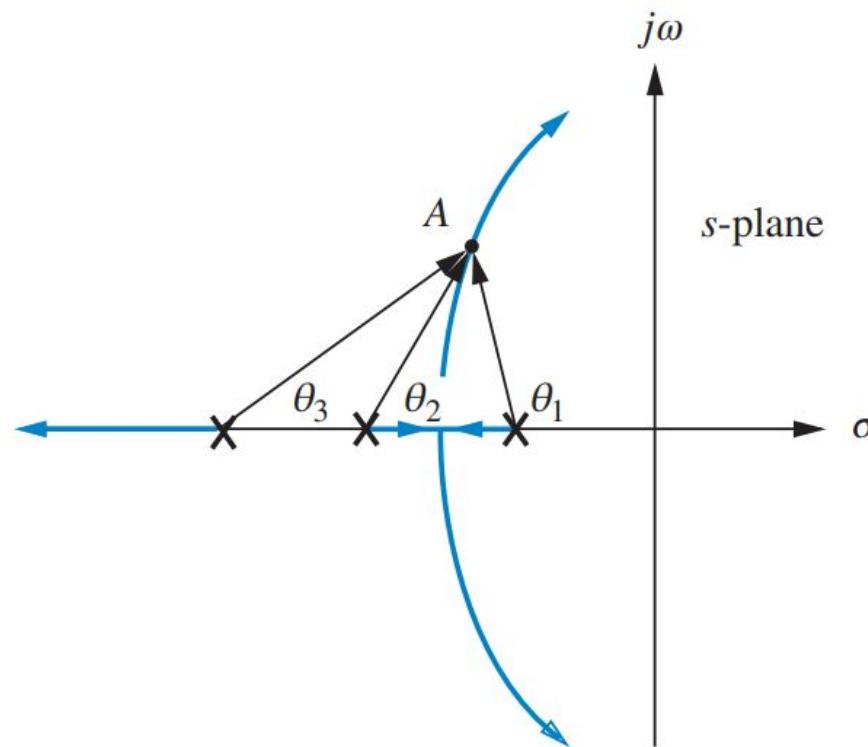
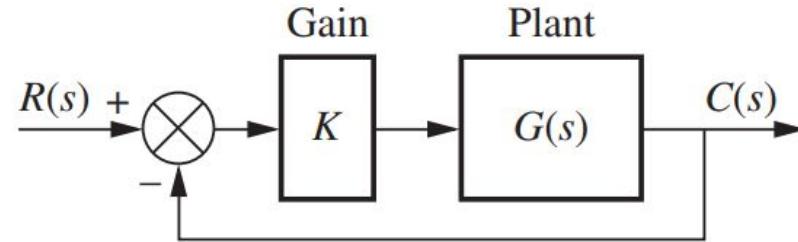
Configurações



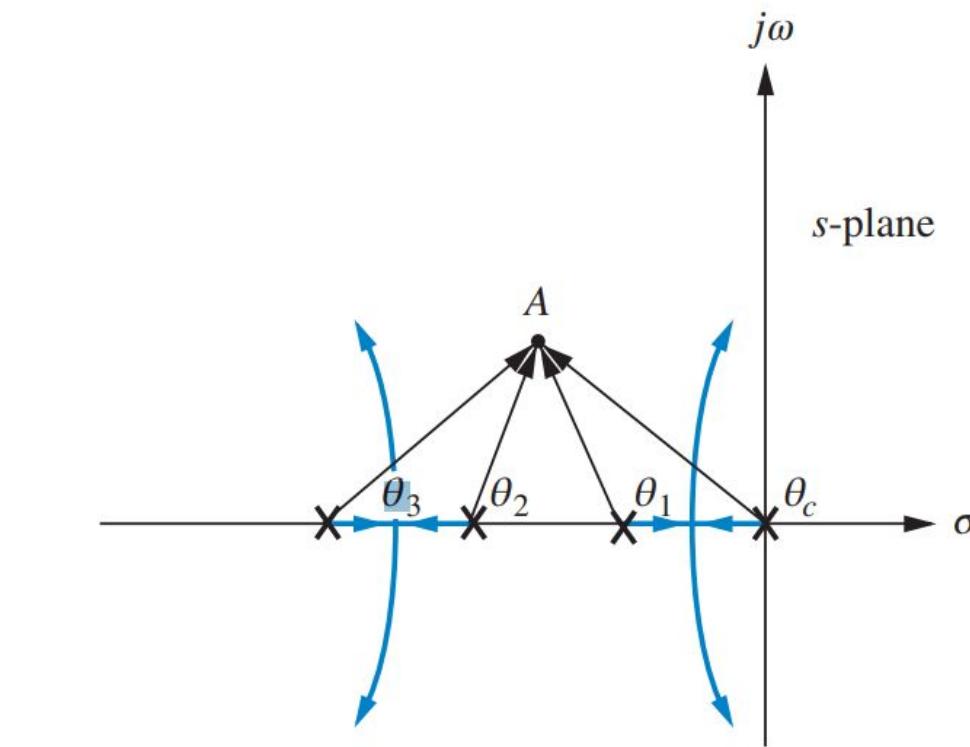
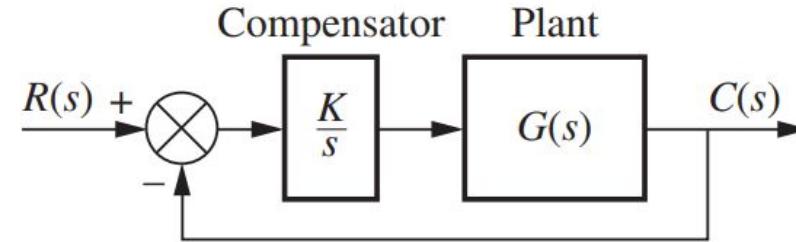
Melhorando o Erro em Regime Permanente Via Compensação em Cascata

Fundamentos de Controle

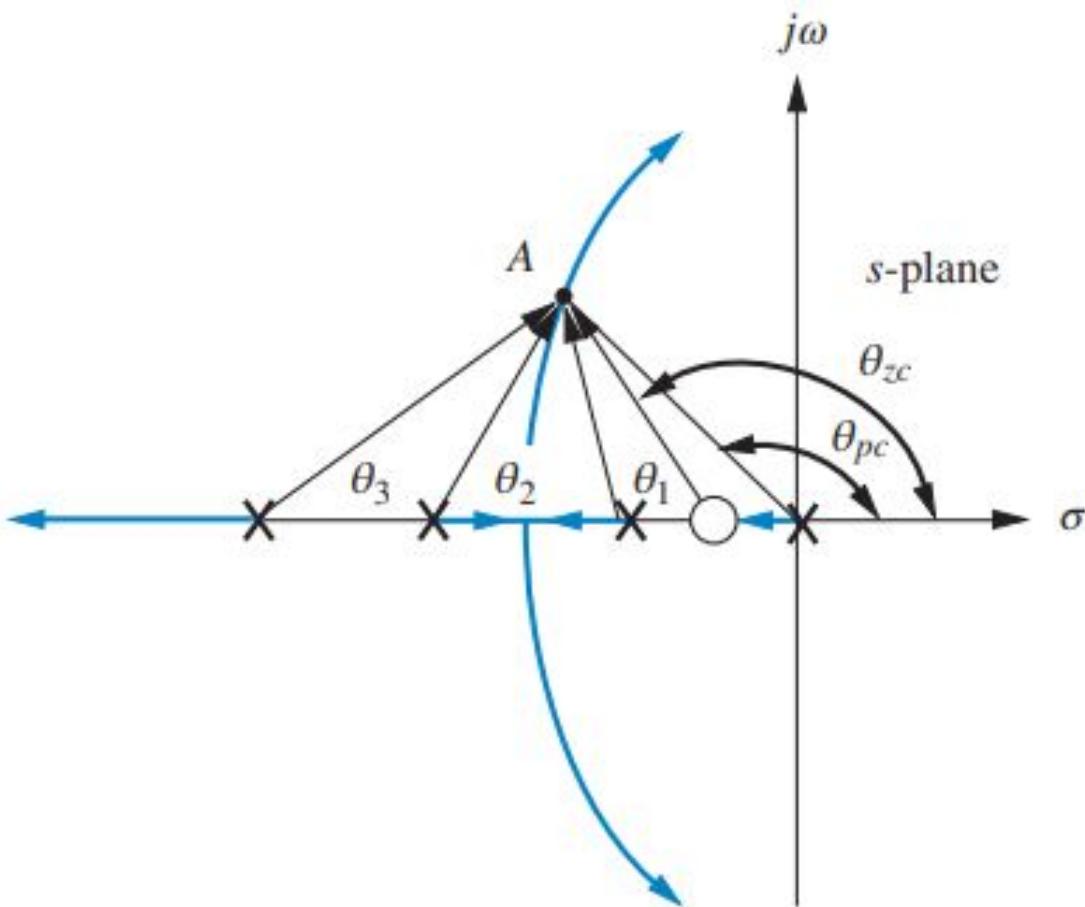
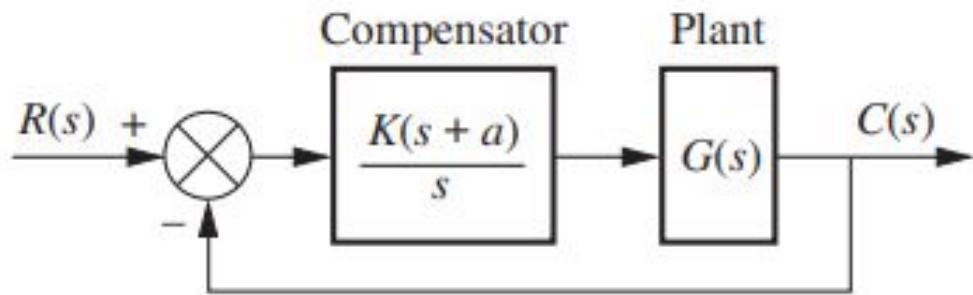
Compensação Integral Ideal (PI)



$$-\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 = (2k + 1)180^\circ$$



$$-\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 - \theta_c \neq (2k + 1)180^\circ$$



$$-\theta_1 - \theta_2 - \theta_3 - \theta_{pc} + \theta_{zc} \equiv (2k+1)180^\circ$$

Exemplo 9.1

O Efeito de um Compensador Integral Ideal

PROBLEMA: Dado o sistema da Figura 9.4(a), operando com um fator de amortecimento de 0,174, mostre que a adição do compensador integral ideal mostrado na Figura 9.4(b) reduz o erro em regime permanente a zero para uma entrada em degrau sem afetar significativamente a resposta transitória. A estrutura de compensação é escolhida com um polo na origem para aumentar o tipo do sistema e um zero em -0,1 próximo ao polo do compensador, de modo que a contribuição angular do compensador avaliada nos polos de segunda ordem dominantes originais seja aproximadamente zero. Assim, os polos de segunda ordem dominantes em malha fechada originais estão aproximadamente sobre o novo lugar geométrico das raízes.

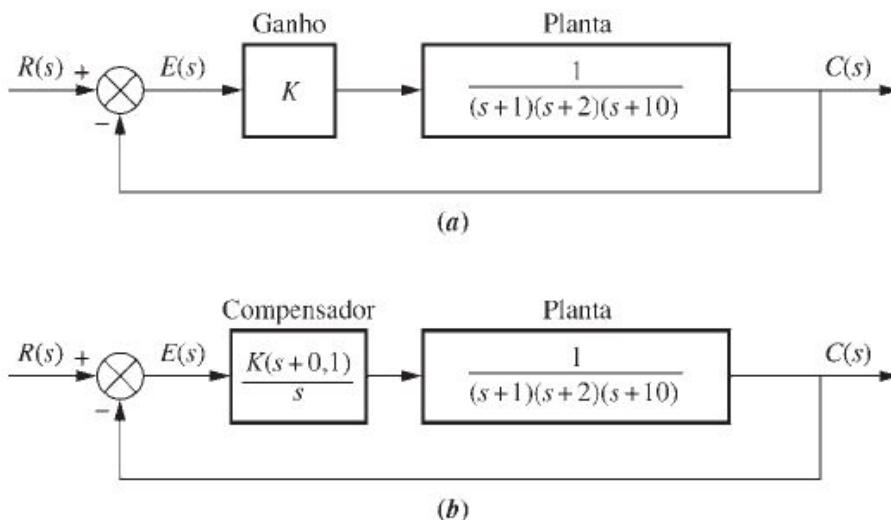
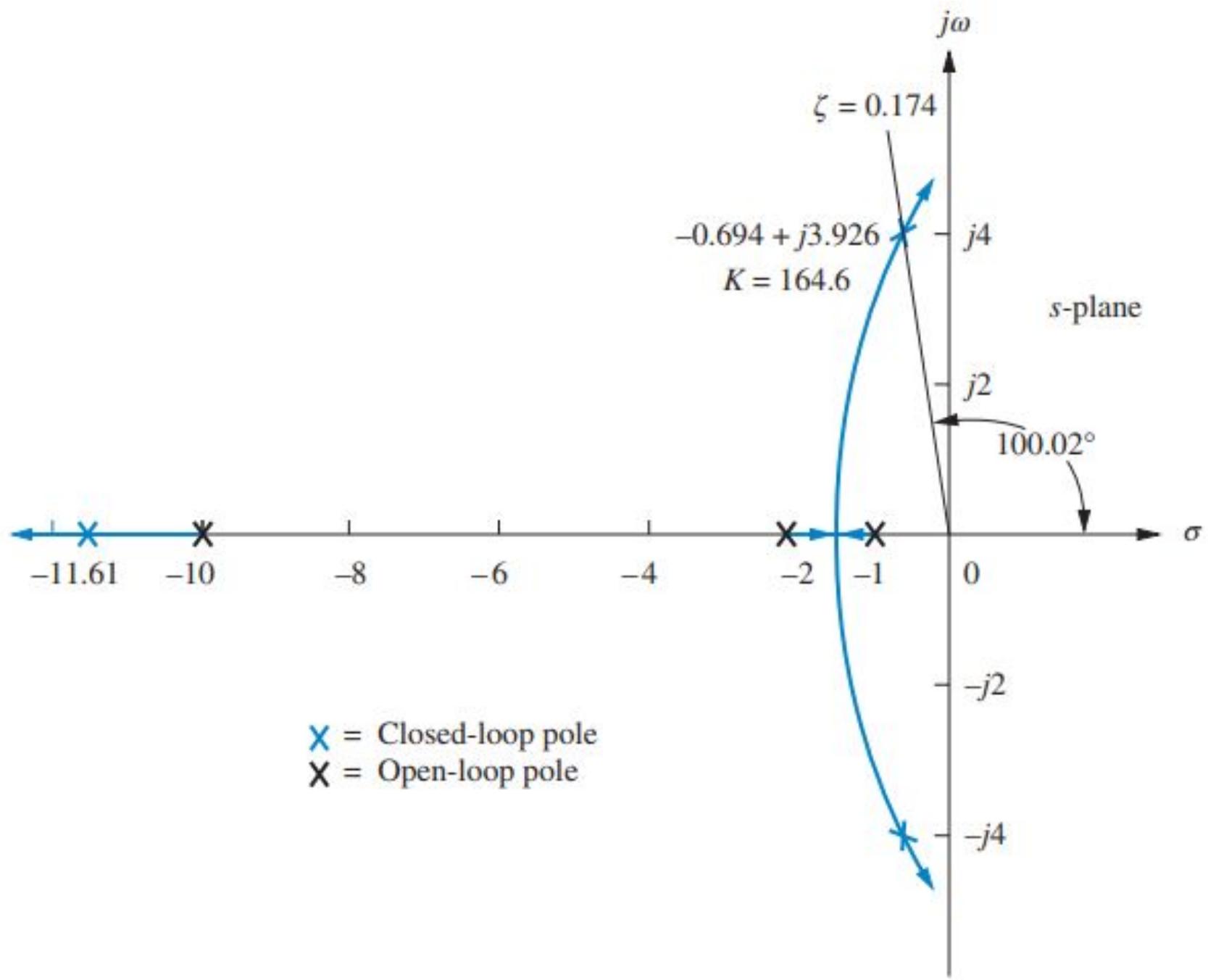
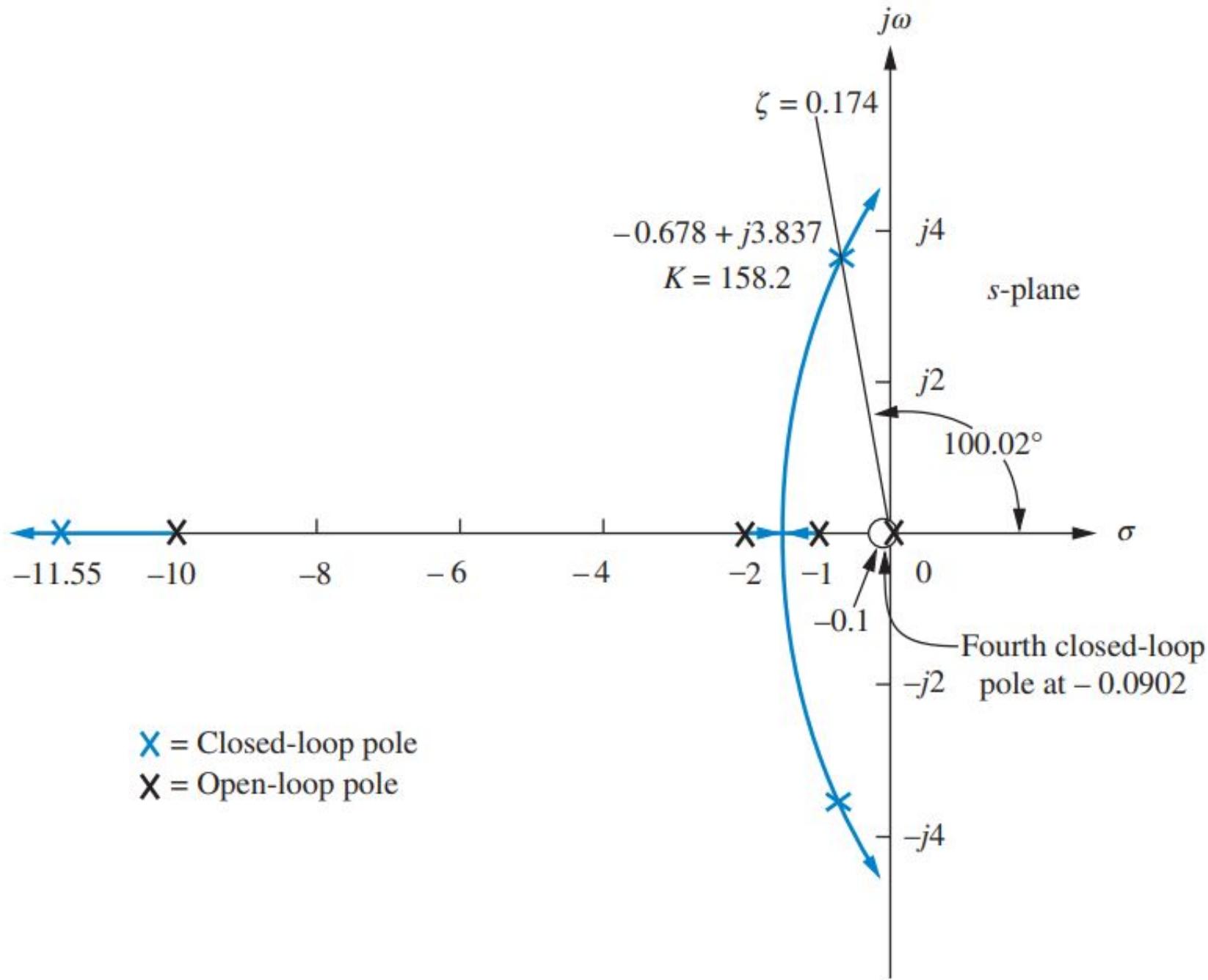
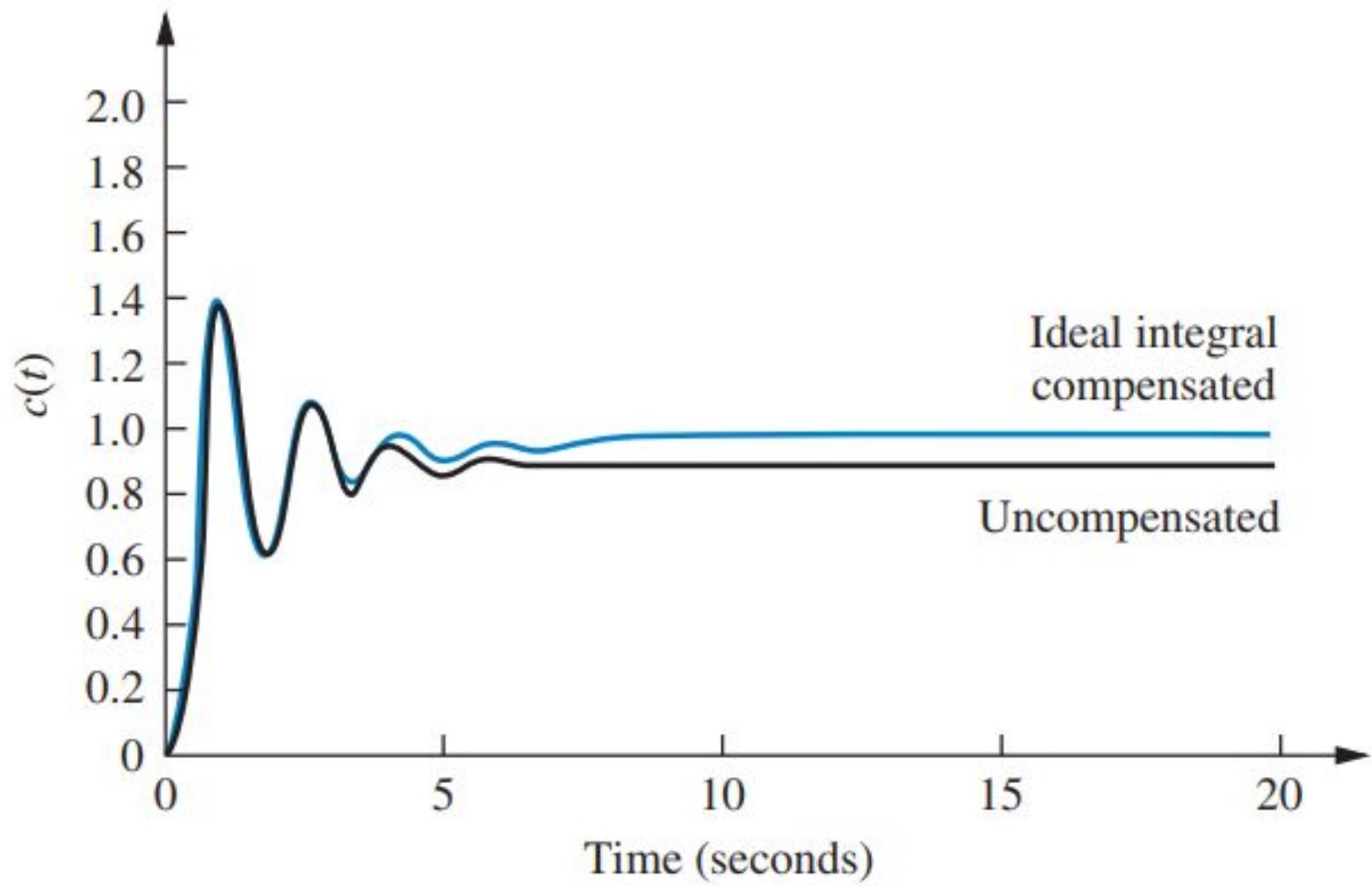


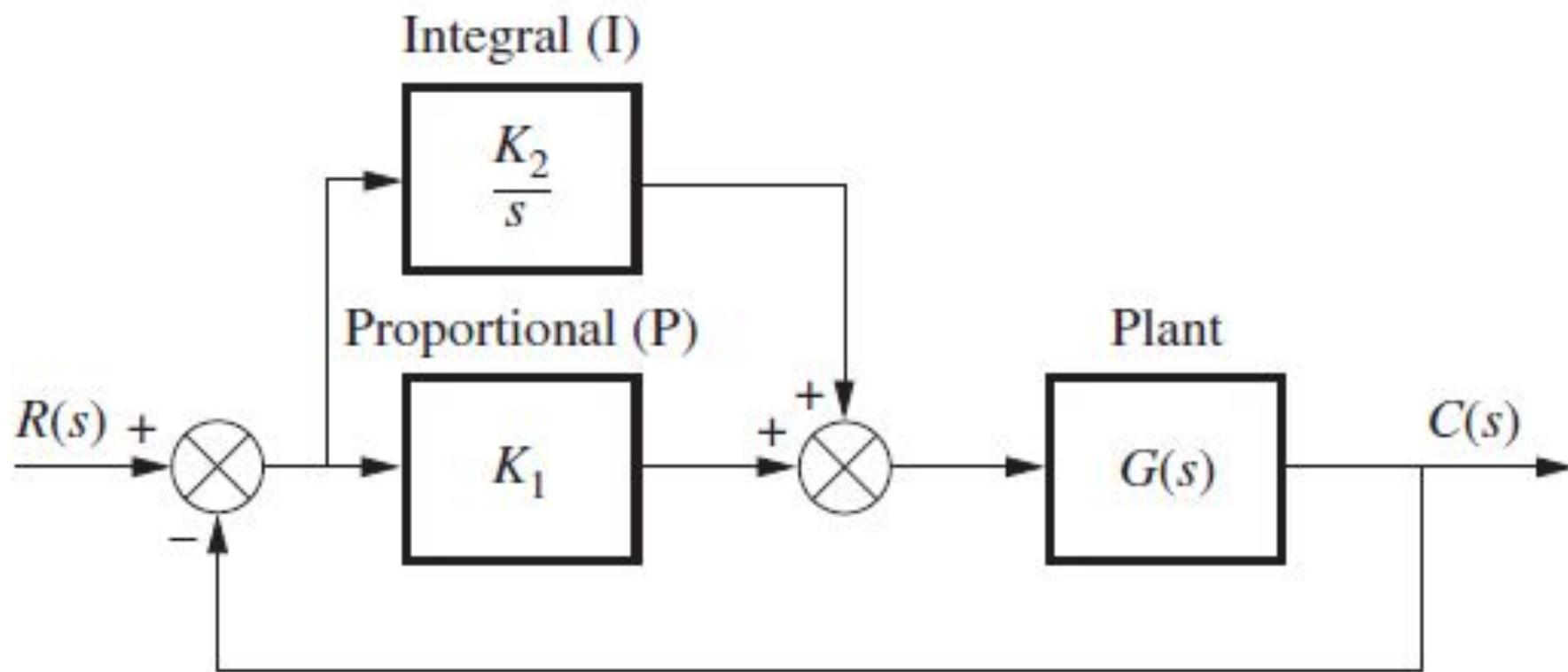
FIGURA 9.4 Sistema em malha fechada para o Exemplo 9.1: **a.** antes da compensação; **b.** após a compensação integral ideal.



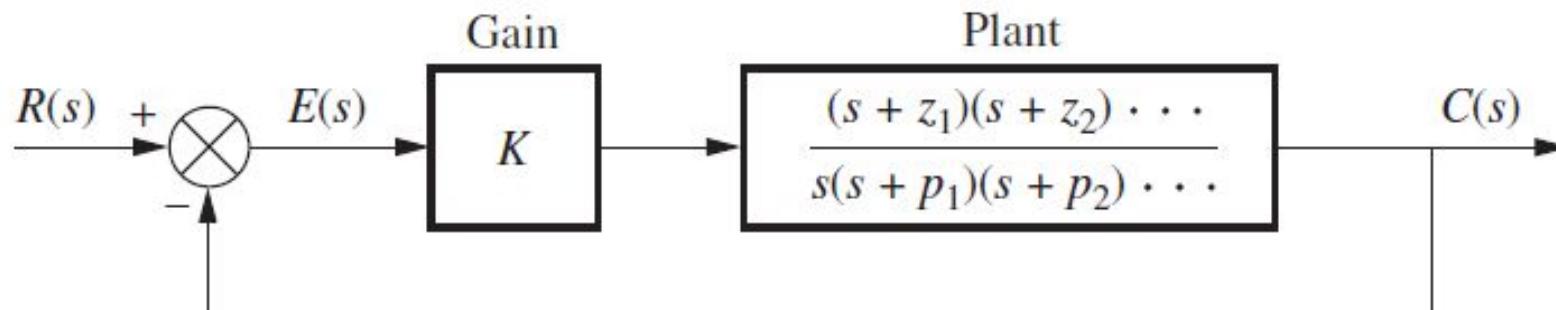




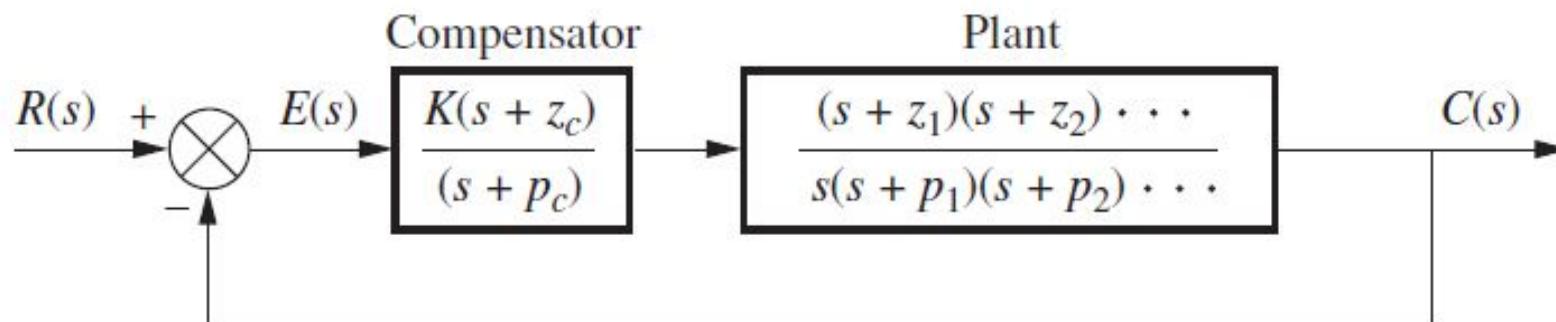
Controlador PI



Compensação de Atraso de Fase



(a)



(b)

$$K_{v_o} = \frac{K z_1 z_2 \cdots}{p_1 p_2 \cdots}$$

$$K_{v_N} = \frac{(K z_1 z_2 \cdots)(z_c)}{(p_1 p_2 \cdots)(p_c)}$$

$$K_{v_N} = K_{v_o} \frac{z_c}{p_c} > K_{v_o}$$

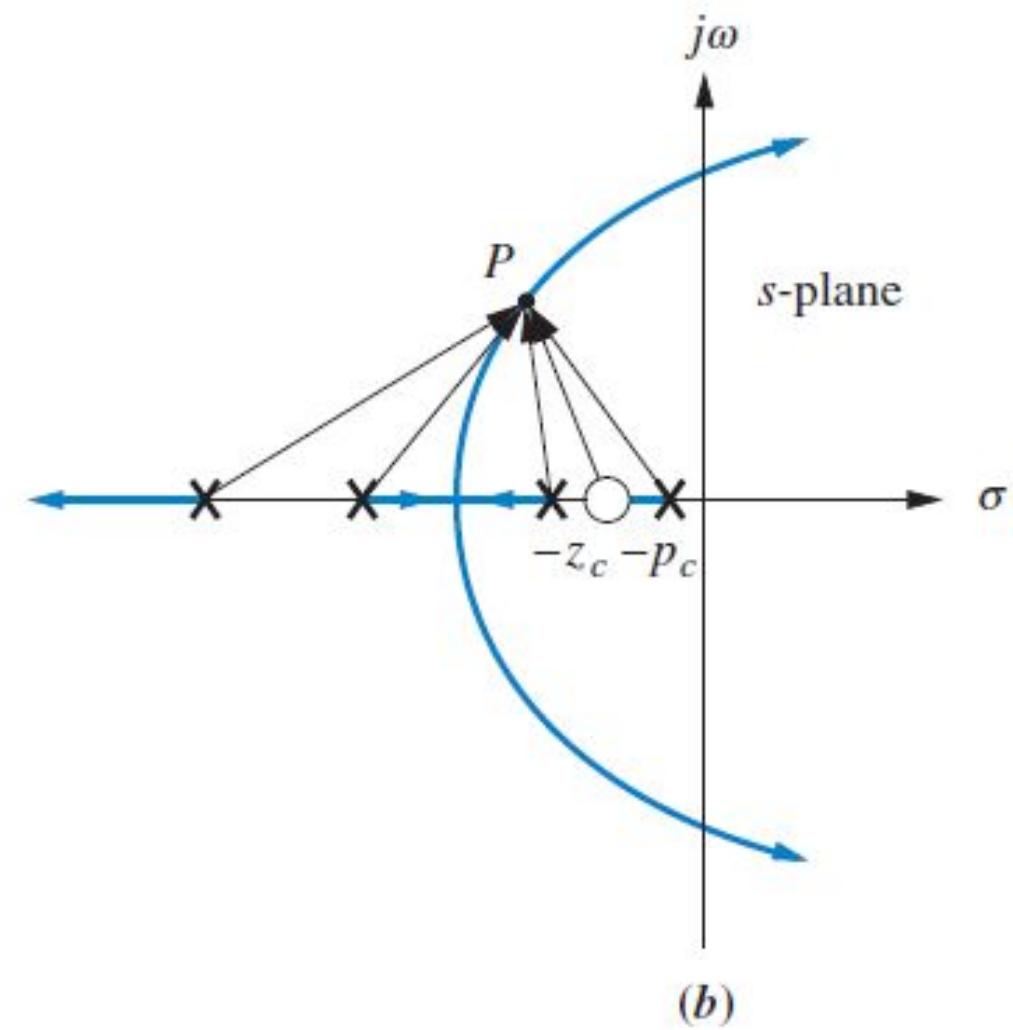
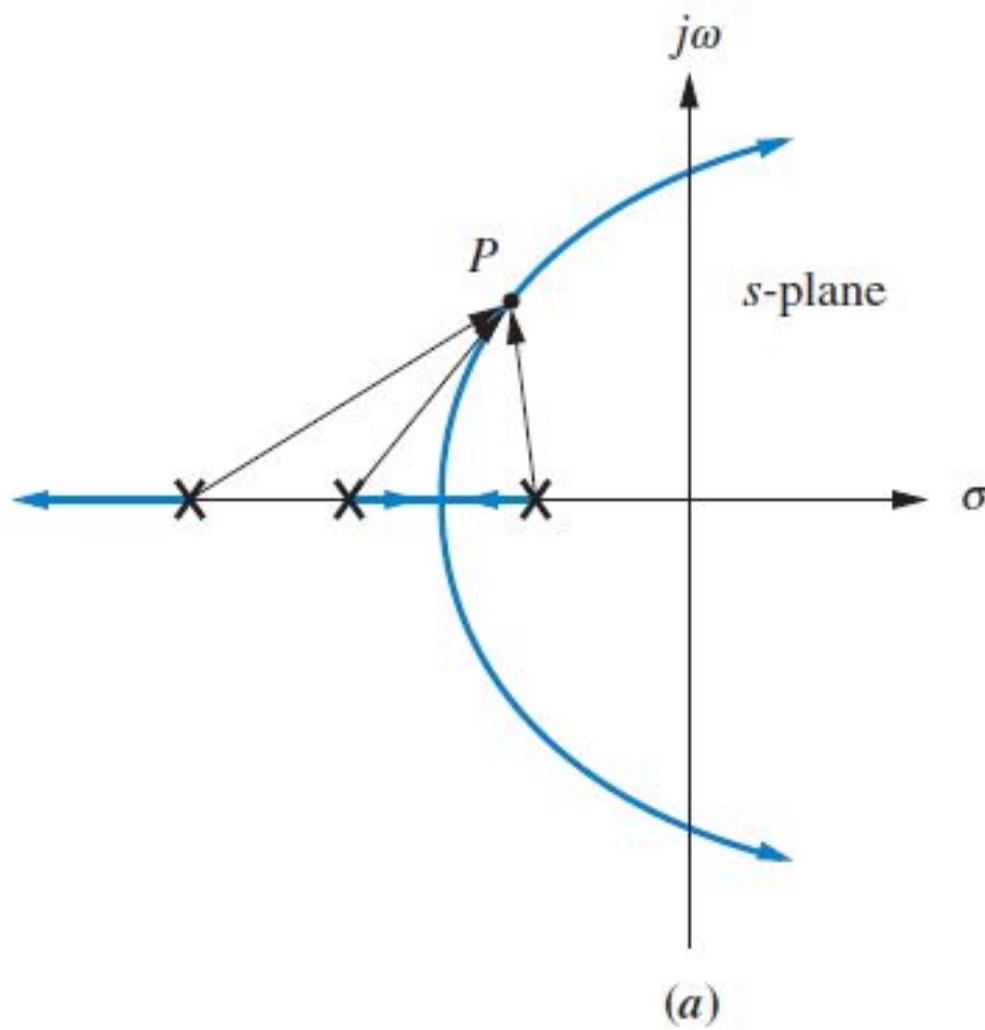
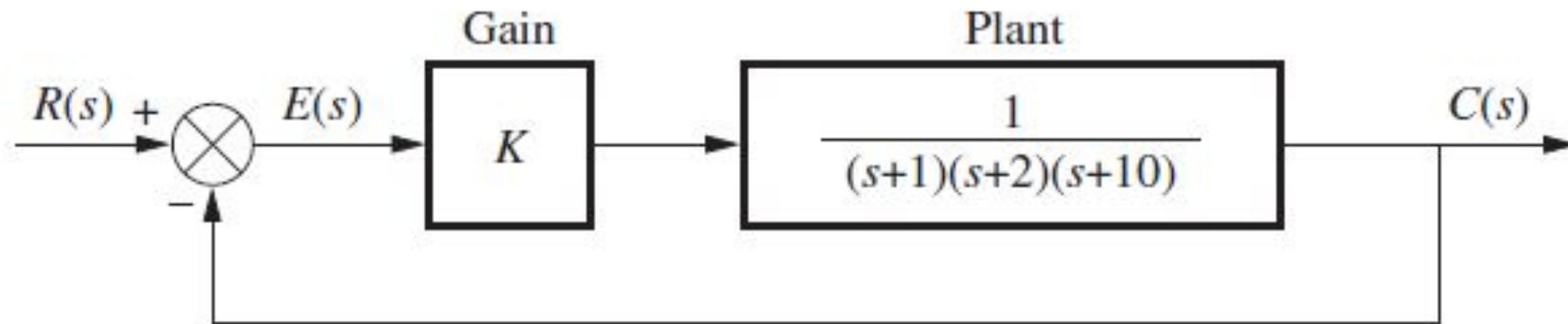


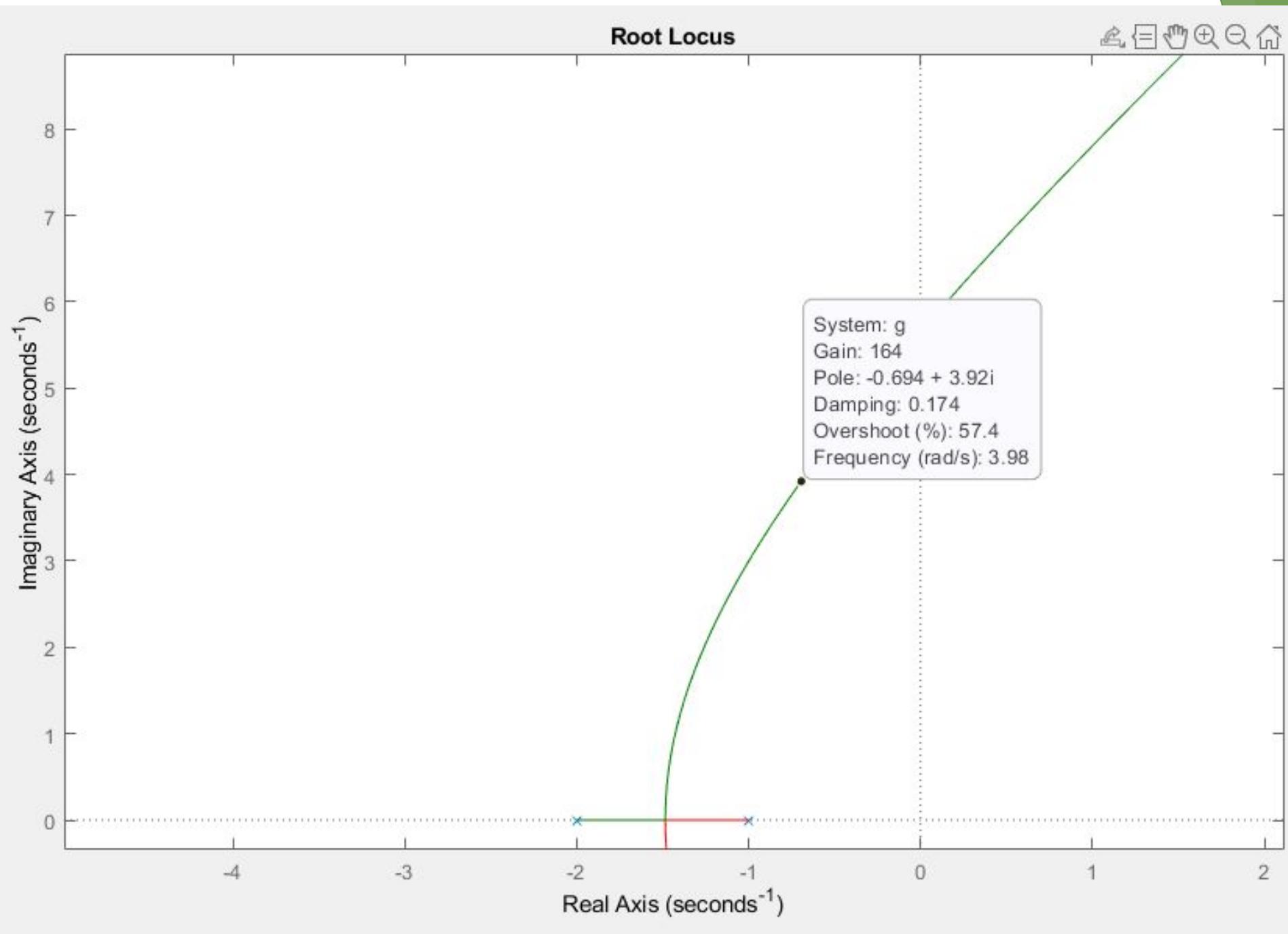
FIGURE 9.10 Root locus: **a.** before lag compensation; **b.** after lag compensation

Exemplo 9.2

Projeto de Compensador de Atraso de Fase

PROBLEMA: Compense o sistema da Figura 9.4(a), cujo lugar geométrico das raízes é mostrado na Figura 9.5, para melhorar o erro em regime permanente por um fator de 10, caso o sistema esteja operando com um fator de amortecimento de 0,174.





$$e(\infty) = \frac{0.108}{10} = 0.0108$$

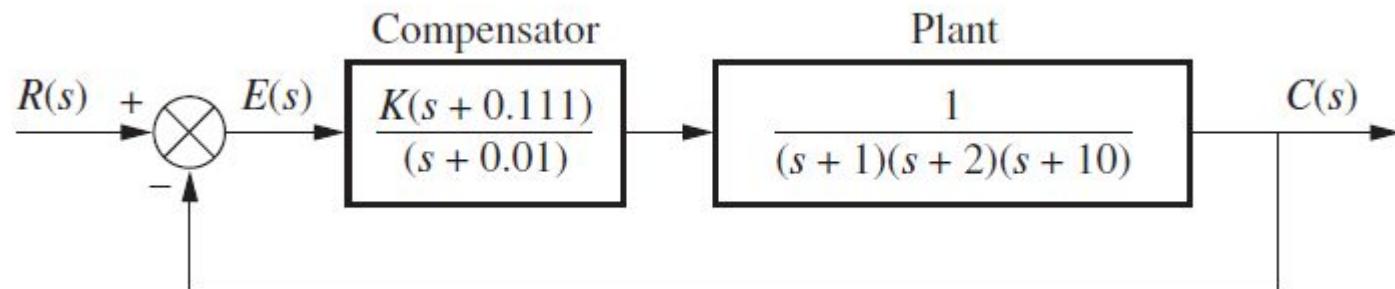
$$\frac{z_c}{p_c} = \frac{K_{p_N}}{K_{p_O}} = \frac{91.59}{8.23} = 11.13$$

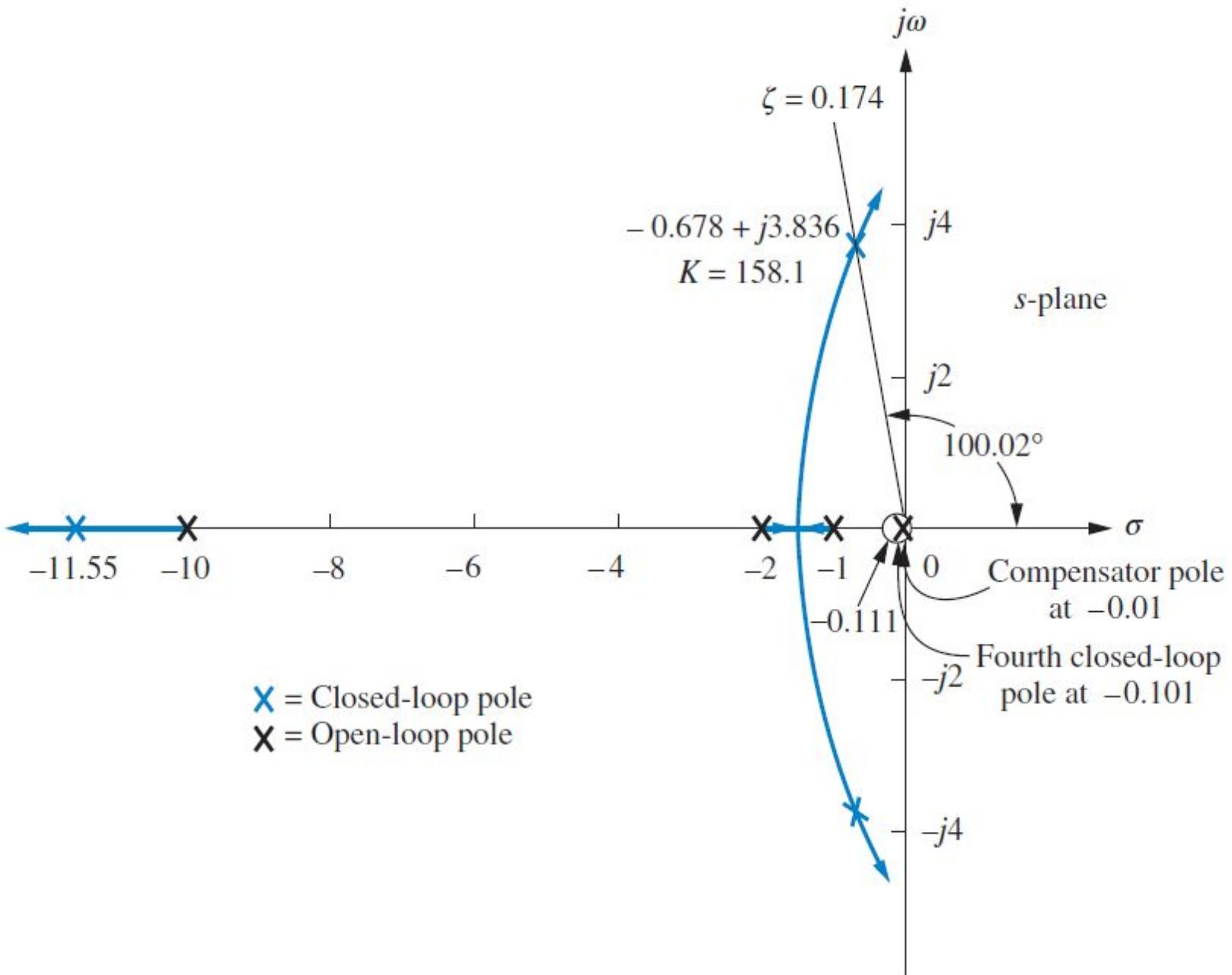
$$e(\infty) = \frac{1}{1 + K_p} = 0.0108$$

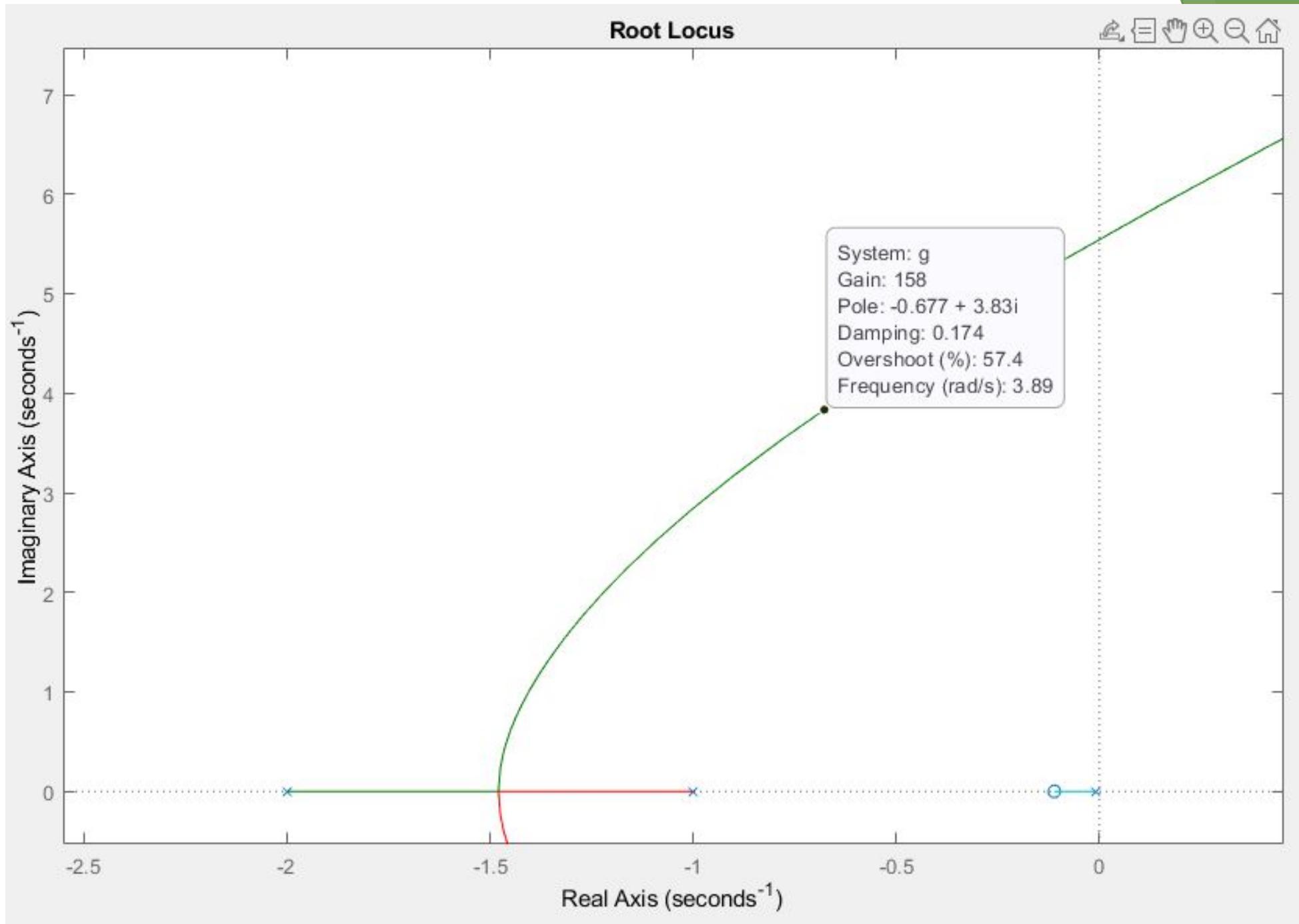
$$p_c = 0.01$$

$$K_p = \frac{1 - e(\infty)}{e(\infty)} = \frac{1 - 0.0108}{0.0108} = 91.59$$

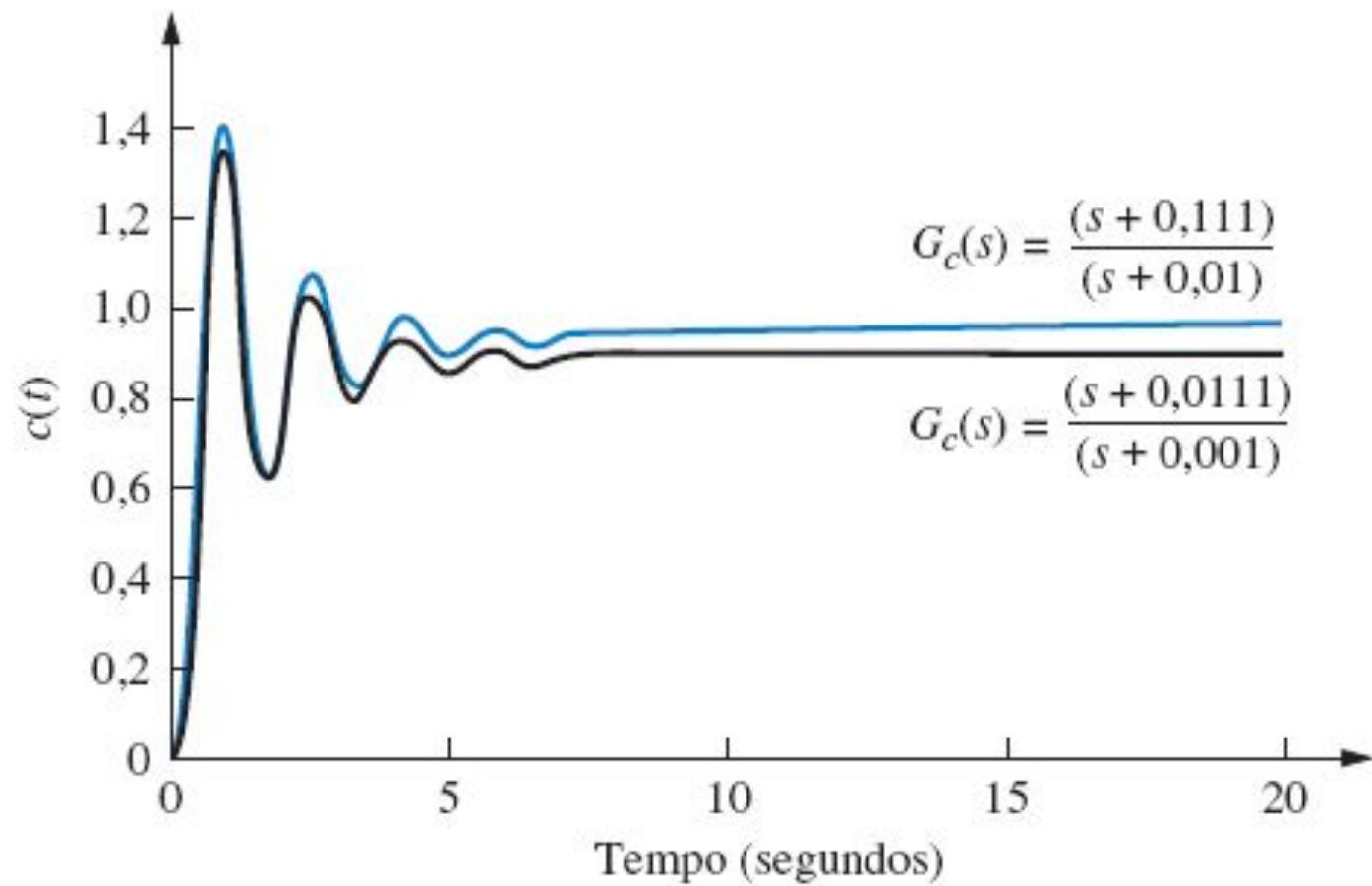
$$z_c = 11.13p_c \approx 0.111$$







Parameter	Uncompensated	Lag-compensated
Plant and compensator	$\frac{K}{(s+1)(s+2)(s+10)}$	$\frac{K(s+0.111)}{(s+1)(s+2)(s+10)(s+0.01)}$
K	164.6	158.1
K_p	8.23	87.75
$e(\infty)$	0.108	0.011
Dominant second-order poles	$-0.694 \pm j3.926$	$-0.678 \pm j3.836$
Third pole	-11.61	-11.55
Fourth pole	None	-0.101
Zero	None	-0.111



Exercício 9.1

PROBLEMA: Um sistema com realimentação unitária com a função de transferência à frente

$$G(s) = \frac{K}{s(s + 7)}$$

está operando com uma resposta ao degrau em malha fechada que tem 15 % de ultrapassagem. Faça o seguinte:

- a. Calcule o erro em regime permanente para uma entrada em rampa unitária.
- b. Projete um compensador de atraso de fase para melhorar o erro em regime permanente por um fator de 20.
- c. Calcule o erro em regime permanente para uma entrada em rampa unitária para seu sistema compensado.
- d. Calcule a melhoria obtida no erro em regime permanente.

RESPOSTAS:

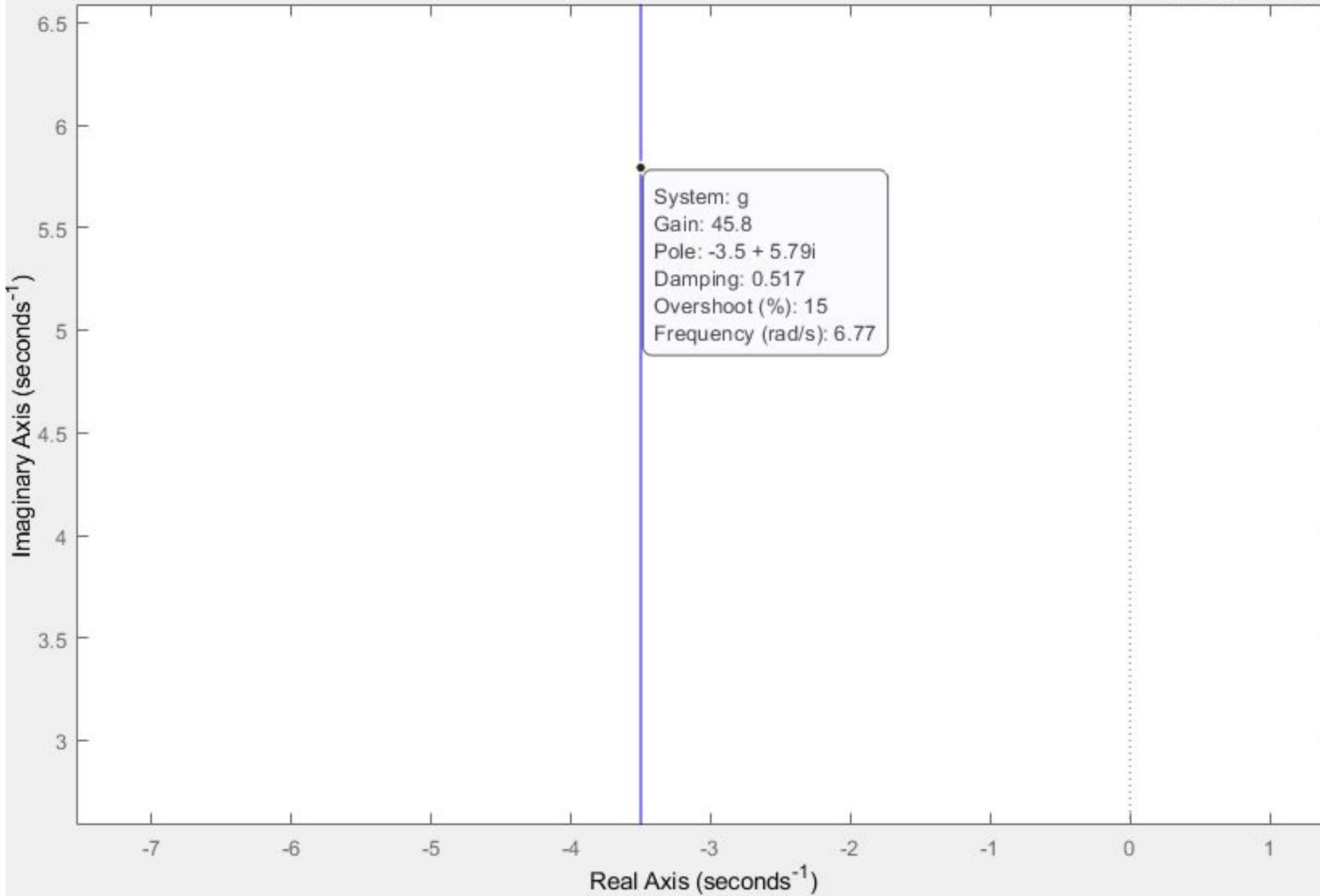
a. $e_{\text{rampa}}(\infty) = 0,1527$

b. $G_{\text{atraso}}(s) = \frac{s + 0,2}{s + 0,01}$

c. $e_{\text{rampa}}(\infty) = 0,0078$

d. Melhoria de 19,58 vezes

Root Locus



Técnica do Lugar Geométrico das Raízes

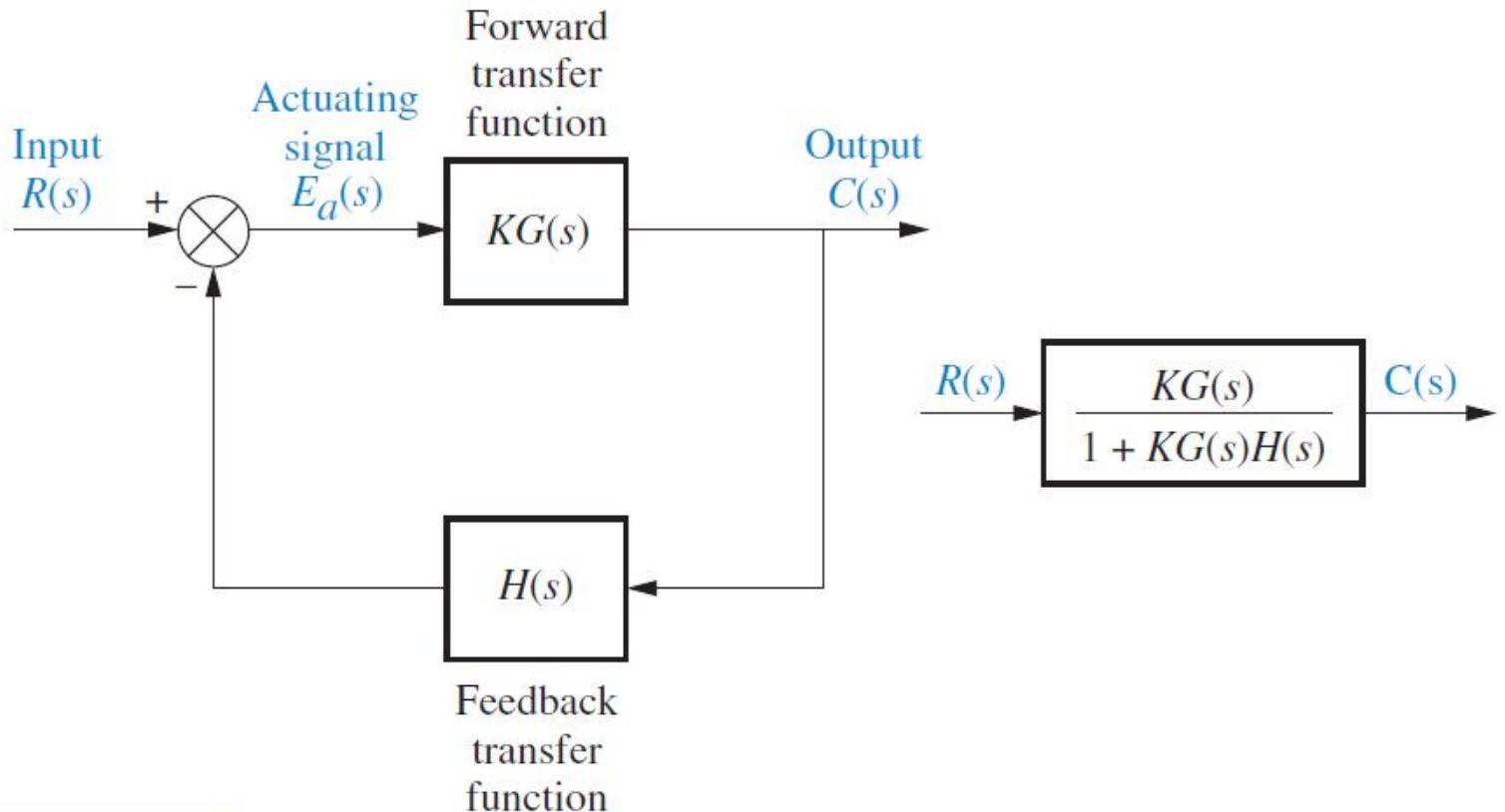
Fundamentos de Controle

O Problema do Sistema de Controle

$$H(s) = \frac{N_H(s)}{D_H(s)}$$

$$G(s) = \frac{N_G(s)}{D_G(s)}$$

$$T(s) = \frac{K N_G(s) D_H(s)}{D_G(s) D_H(s) + K N_G(s) N_H(s)}$$



(a)

(b)

Representação Vetorial de Números Complexos

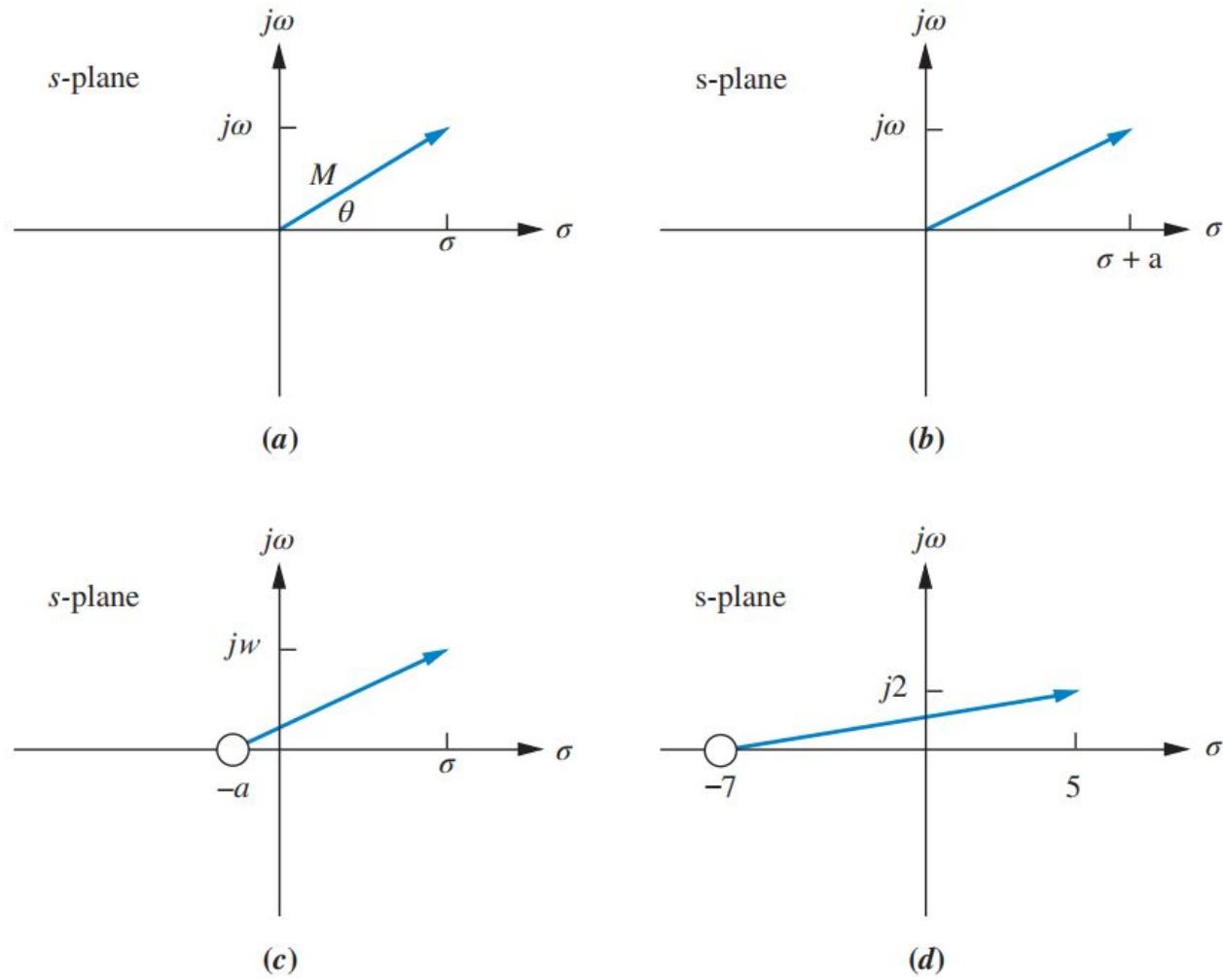


FIGURE 8.2 Vector representation of complex numbers: **a.** $s = \sigma + j\omega$; **b.** $(s + a)$; **c.** alternate representation of $(s + a)$; **d.** $(s + 7)|_{s \rightarrow 5+j2}$

$$M = \frac{\prod \text{zero lengths}}{\prod \text{pole lengths}} = \frac{\prod_{i=1}^m |(s + z_i)|}{\prod_{j=1}^n |(s + p_j)|}$$

$$\begin{aligned}\theta &= \sum \text{zero angles} - \sum \text{pole angles} \\ &= \sum_{i=1}^m \angle(s + z_i) - \sum_{j=1}^n \angle(s + p_j)\end{aligned}$$

Exemplo 8.1

Cálculo de uma Função Complexa Através de Vetores

PROBLEMA: Dado

$$F(s) = \frac{(s + 1)}{s(s + 2)} \quad (8.7)$$

determine $F(s)$ no ponto $s = -3 + j4$.

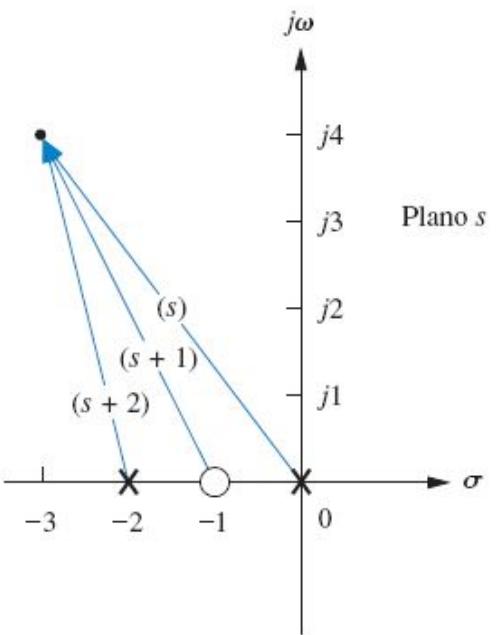


FIGURA 8.3 Representação vetorial da Equação (8.7).

$$\sqrt{20}\angle 116.6^\circ$$

$$5\angle 126.9^\circ$$

$$\sqrt{17}\angle 104.0^\circ$$

$$M\angle\theta = \frac{\sqrt{20}}{5\sqrt{17}}\angle 116.6^\circ - 126.9^\circ - 104.0^\circ = 0.217\angle - 114.3^\circ$$

Exercício 8.1

PROBLEMA: Dado

$$F(s) = \frac{(s+2)(s+4)}{s(s+3)(s+6)}$$

determine $F(s)$ no ponto $s = -7 + j9$ das seguintes formas:

- a.** Substituindo diretamente o ponto em $F(s)$
- b.** Calculando o resultado utilizando vetores

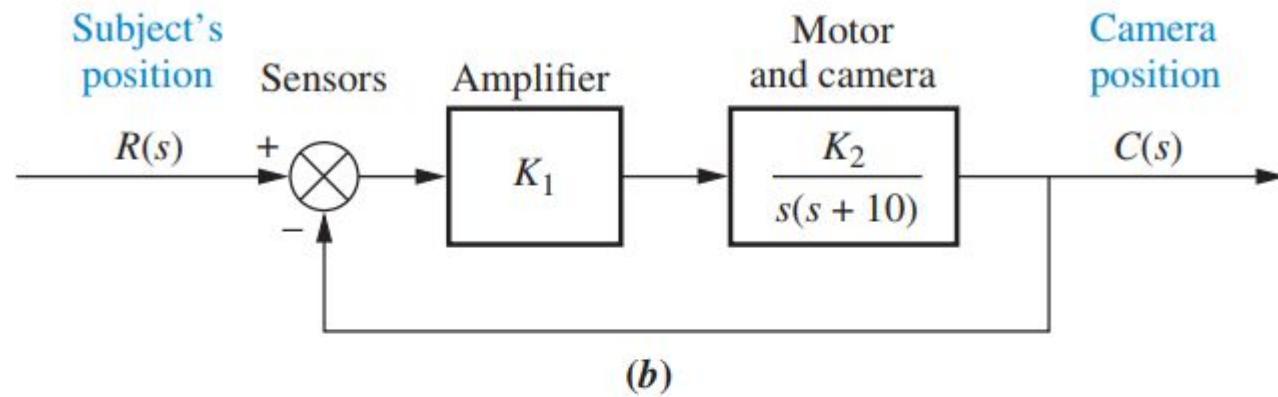
$$-0.0339 - j0.0899 = 0.096 \angle -110.7^\circ$$

Experimente 8.1

Use as seguintes instruções MATLAB para resolver o problema dado no Exercício 8.1.

```
s=-7+9j;  
G=(s+2)*(s+4)/...*(s*(s+3)*(s+6));  
Theta=(180/pi)*...angle(G)  
M=abs(G)
```

Definindo o Lugar Geométrico das Raízes



$R(s)$

$\frac{K}{s^2 + 10s + K}$

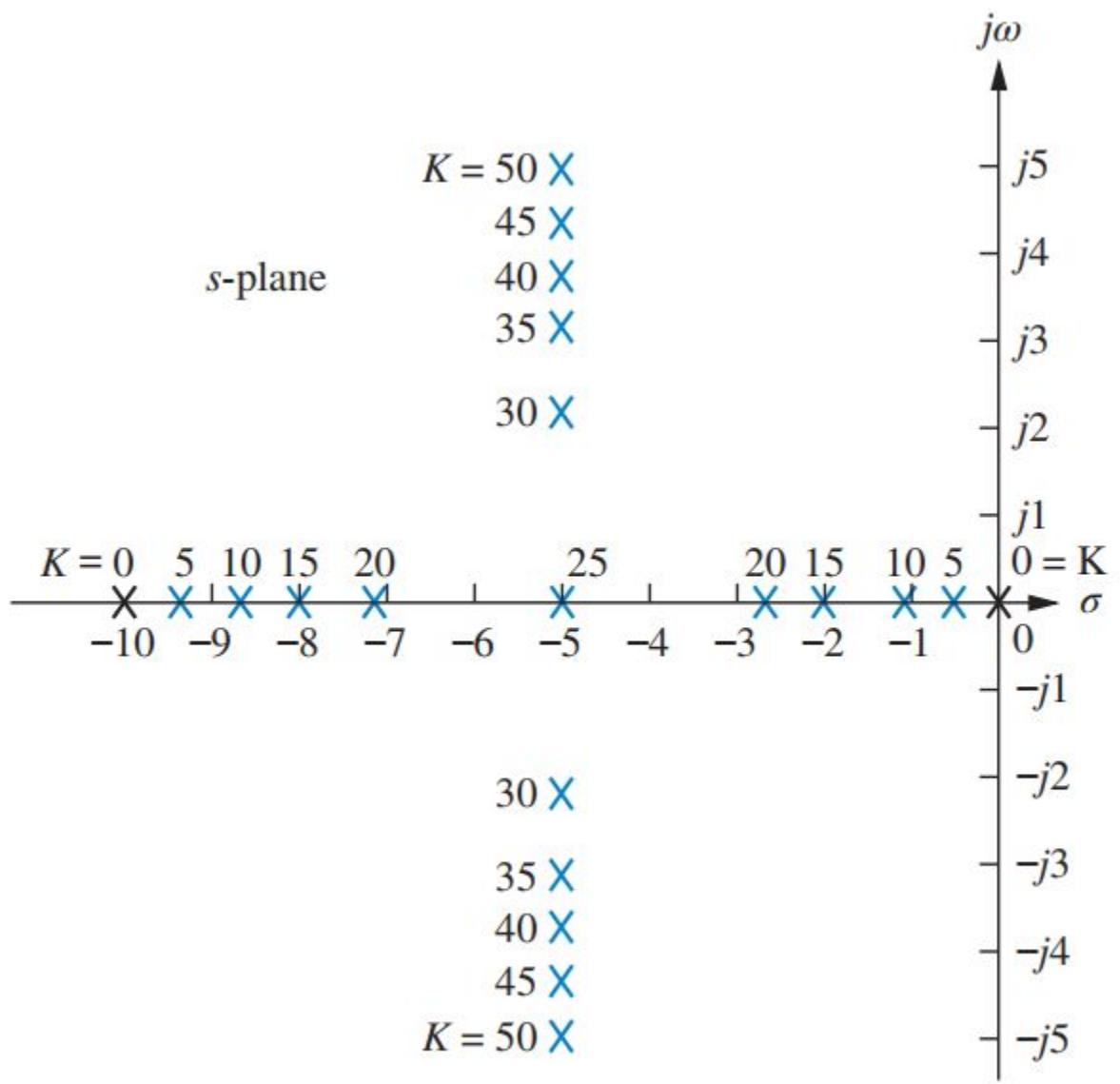
where $K = K_1 K_2$

(c)

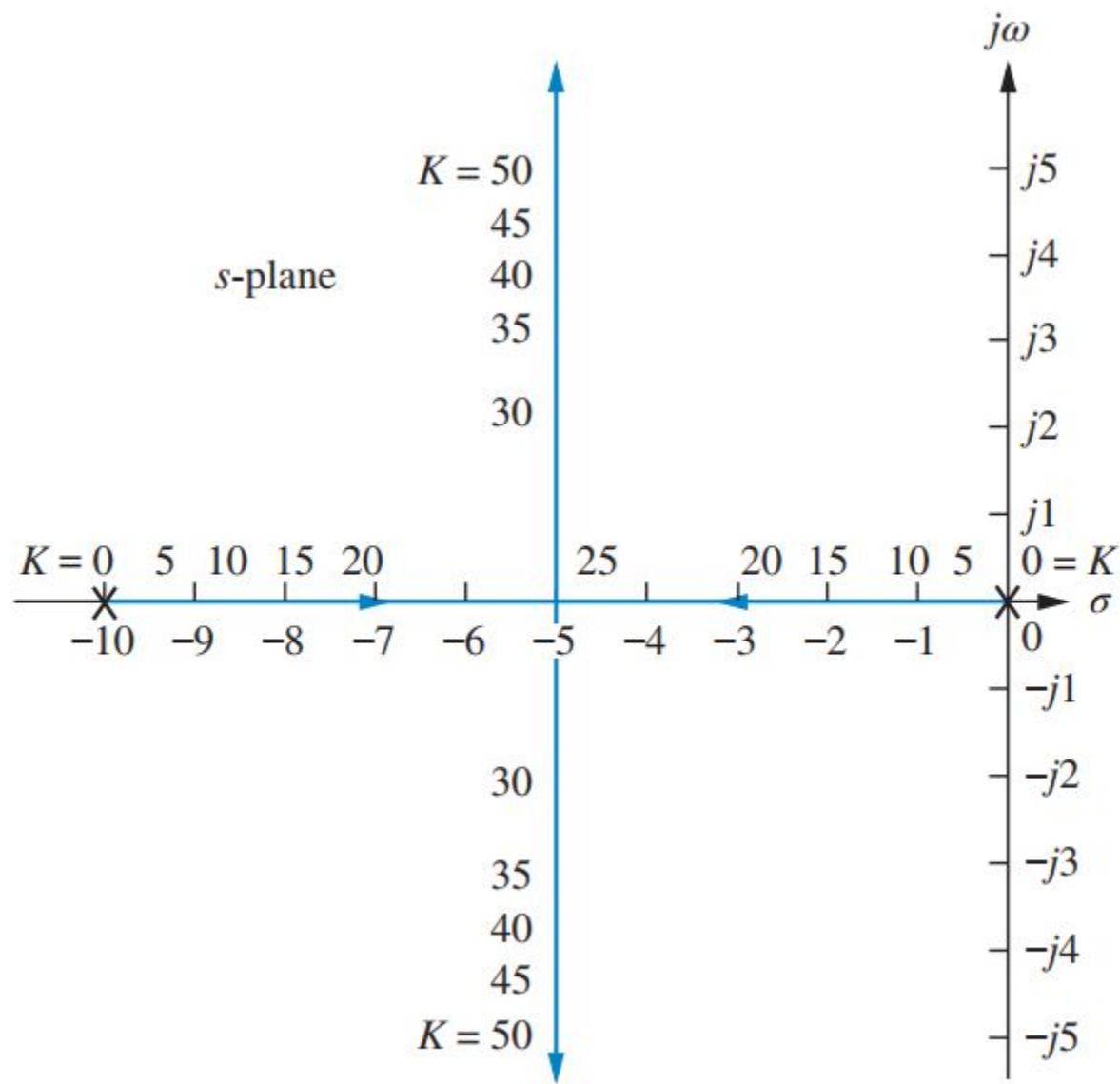
```
graph LR; R[R(s)] --> K["K / (s^2 + 10s + K)"]; K --> C[C(s)];
```

TABLE 8.1 Pole location as function of gain for the system of Figure 8.4

K	Pole 1	Pole 2
0	-10	0
5	-9.47	-0.53
10	-8.87	-1.13
15	-8.16	-1.84
20	-7.24	-2.76
25	-5	-5
30	$-5 + j2.24$	$-5 - j2.24$
35	$-5 + j3.16$	$-5 - j3.16$
40	$-5 + j3.87$	$-5 - j3.87$
45	$-5 + j4.47$	$-5 - j4.47$
50	$-5 + j5$	$-5 - j5$



(a)



(b)

Propriedades do Lugar Geométrico das Raízes

$$T(s) = \frac{KG(s)}{1 + KG(s)H(s)}$$

um polo, s , existe quando o polinômio característico no denominador se anula:

$$KG(s)H(s) = -1 = 1\angle(2k + 1)180^\circ \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

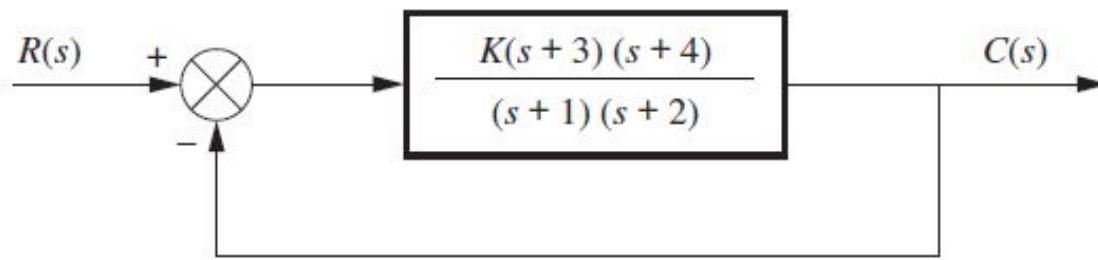
$$|KG(s)H(s)| = 1$$

$$\angle KG(s)H(s) = (2k + 1)180^\circ$$

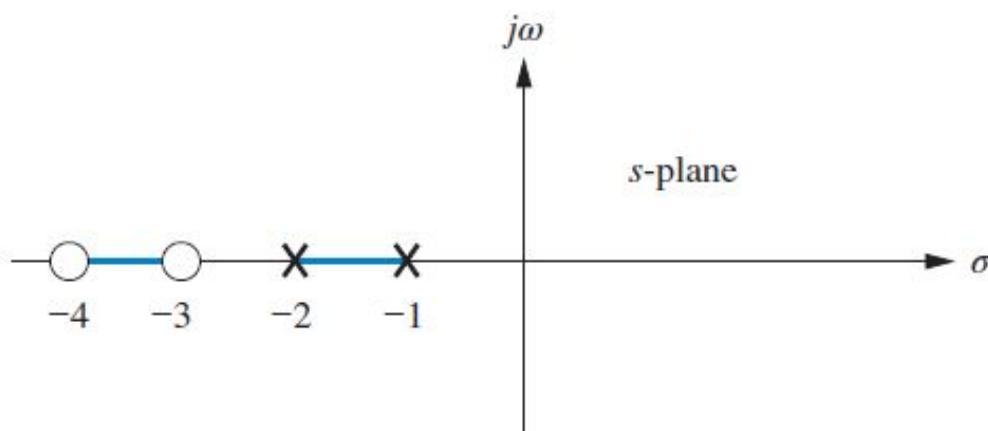
O fato de existirem pólos em malha fechada em -9,47 e -0,53 quando o ganho é 5 já foi estabelecido na Tabela 8.1. Para esse sistema,

$$KG(s)H(s) = \frac{K}{s(s + 10)}$$

Vamos aplicar os conceitos de números complexos revisados



(a)



(b)

$$T(s) = \frac{K(s + 3)(s + 4)}{(1 + K)s^2 + (3 + 7K)s + (2 + 12K)}$$

Considere o ponto $-2 + j3$

$$\theta_1 + \theta_2 - \theta_3 - \theta_4 = 56,31^\circ + 71,57^\circ - 90^\circ - 108,43^\circ = -70,55^\circ$$

Caso esses cálculos sejam repetidos para o ponto $-2 + j(\sqrt{2}/2)$ a soma dos ângulos será 180° .

$$K = \frac{1}{|G(s)H(s)|} = \frac{1}{M} = \frac{\Pi \text{ pole lengths}}{\Pi \text{ zero lengths}}$$

$$K = \frac{L_3 L_4}{L_1 L_2} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}(1.22)}{(2.12)(1.22)} = 0.33$$

Exercício 8.2

PROBLEMA: Dado um sistema com realimentação unitária que possui a função de transferência à frente

$$G(s) = \frac{K(s + 2)}{(s^2 + 4s + 13)}$$

faça o seguinte:

- Calcule o ângulo de $G(s)$ no ponto $(-3 + jo)$ determinando a soma algébrica dos ângulos dos vetores traçados a partir dos zeros e dos polos de $G(s)$ até o ponto dado.
- Determine se o ponto especificado em **a** está sobre o lugar geométrico das raízes.
- Se o ponto especificado em **a** estiver sobre o lugar geométrico das raízes, determine o ganho, K , utilizando os comprimentos dos vetores.

RESPOSTAS:

- Soma dos ângulos = 180°
- O ponto está sobre o lugar geométrico das raízes
- $K = 10$

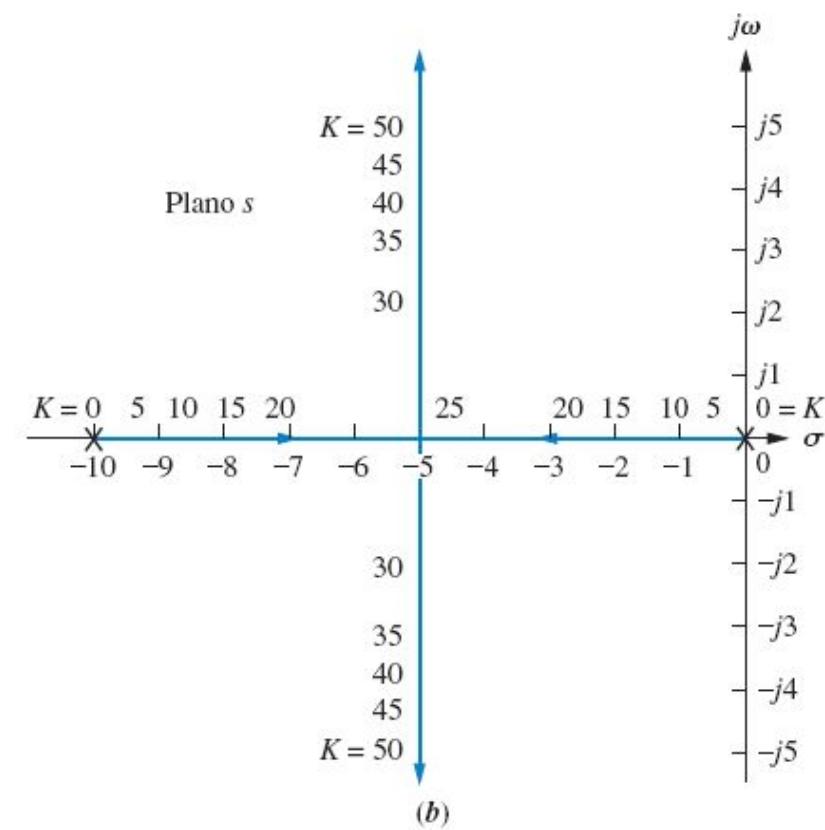
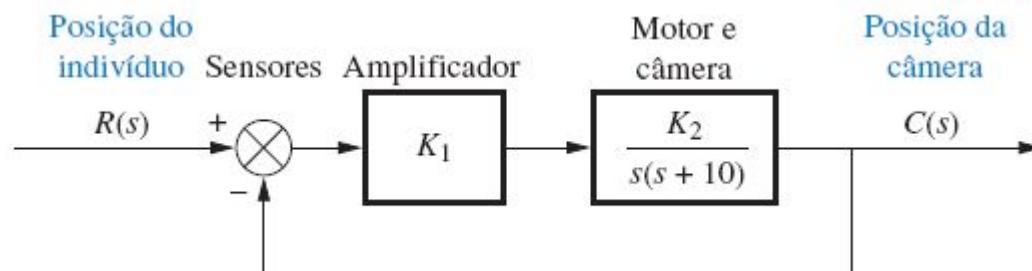
Experimente 8.2

Utilize o MATLAB e as instruções a seguir para resolver o Exercício 8.2.

```
s=-3+0j;  
G=(s+2)/(s^2+4*s+13);  
Theta=(180/pi)*angle(G)  
M=abs(G);  
K=1/M
```

Número de ramos.

O número de ramos do lugar geométrico das raízes é igual ao número de polos em malha fechada.



Simetria

O lugar geométrico das raízes é simétrico em relação ao eixo real.

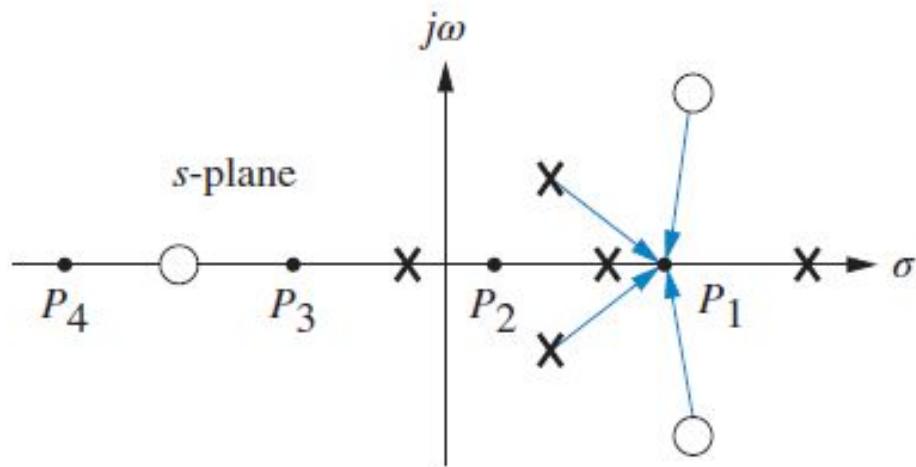


FIGURE 8.8 Poles and zeros of a general open-loop system with test points, P_i , on the real axis

Segmentos do eixo real

No eixo real, para $K > 0$ o lugar geométrico das raízes existe à esquerda de um número ímpar de polos e/ou zeros finitos em malha aberta sobre o eixo real.

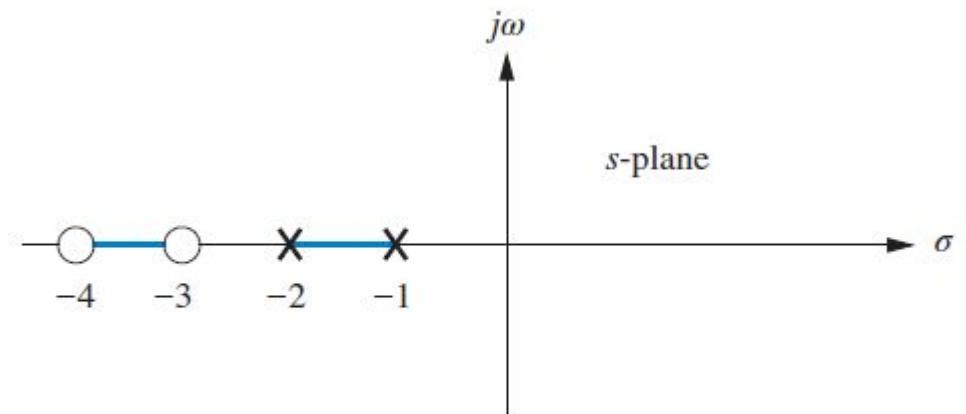
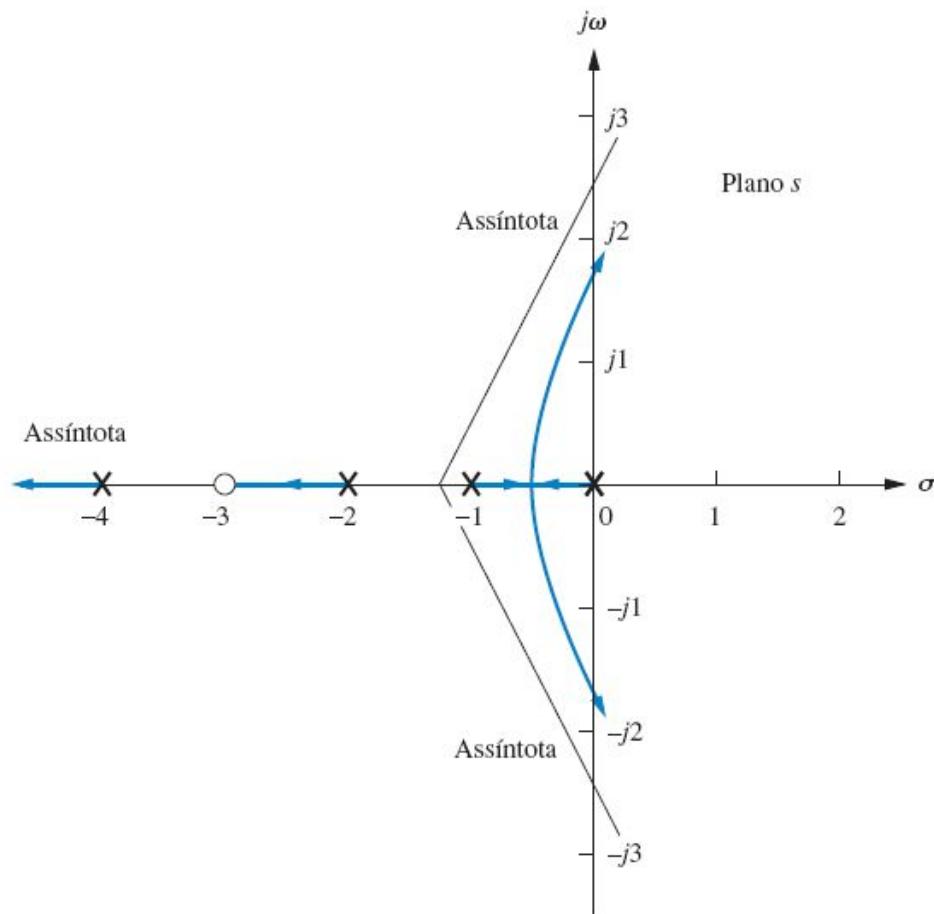


FIGURE 8.9 Real-axis segments of the root locus for the system of Figure 8.6

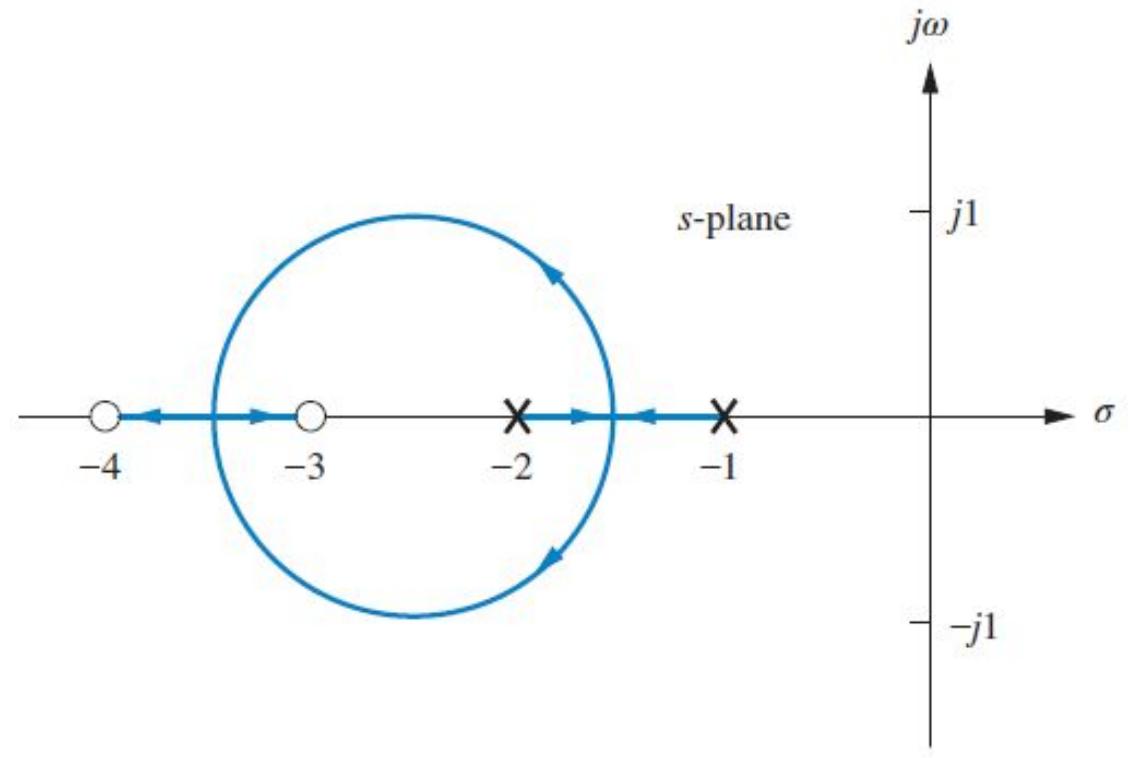
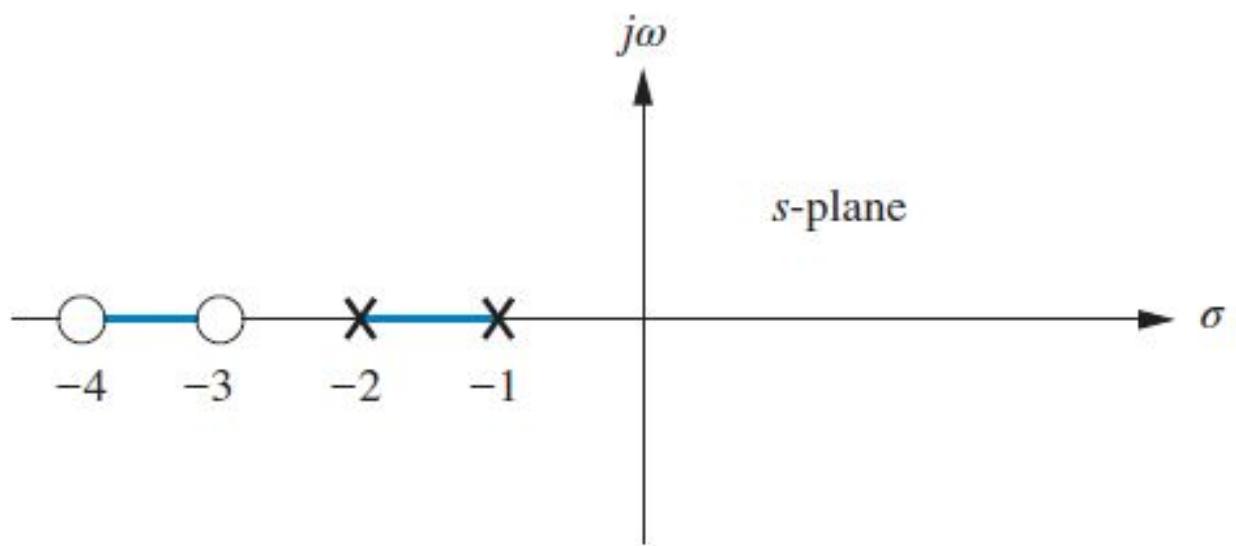
Pontos de início e de término

O lugar geométrico das raízes se inicia nos polos finitos e infinitos de $G(s)H(s)$ e termina nos zeros finitos e infinitos de $G(s)H(s)$.

$$T(s) = \frac{KN_G(s)D_H(s)}{D_G(s)D_H(s) + KN_G(s)N_H(s)}$$

$$T(s) \approx \frac{KN_G(s)D_H(s)}{D_G(s)D_H(s) + \epsilon}$$

$$T(s) \approx \frac{KN_G(s)D_H(s)}{\epsilon + KN_G(s)N_H(s)}$$



Comportamento no infinito

O lugar geométrico das raízes tende a retas assintóticas quando o lugar geométrico tende a infinito. Além disso, a equação das assíntotas é dada pela interseção com o eixo real, sa, e o ângulo, ua, como se segue:

$$\sigma_a = \frac{\sum \text{finite poles} - \sum \text{finite zeros}}{\# \text{finite poles} - \# \text{finite zeros}}$$

$$\theta_a = \frac{(2k + 1)\pi}{\# \text{finite poles} - \# \text{finite zeros}}$$

Exemplo 8.2

Esboçando um Lugar Geométrico das Raízes com Assíntotas

PROBLEMA: Esboce o lugar geométrico das raízes para o sistema mostrado na Figura 8.11.

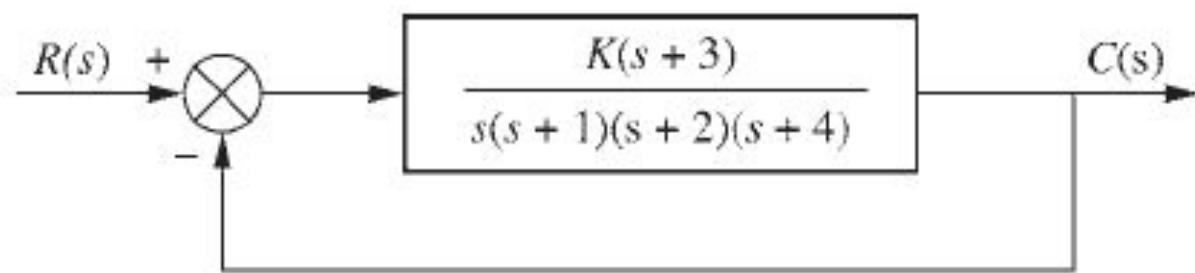


FIGURA 8.11 Sistema para o Exemplo 8.2.

$$\sigma_a = \frac{(-1 - 2 - 4) - (-3)}{4 - 1} = -\frac{4}{3}$$

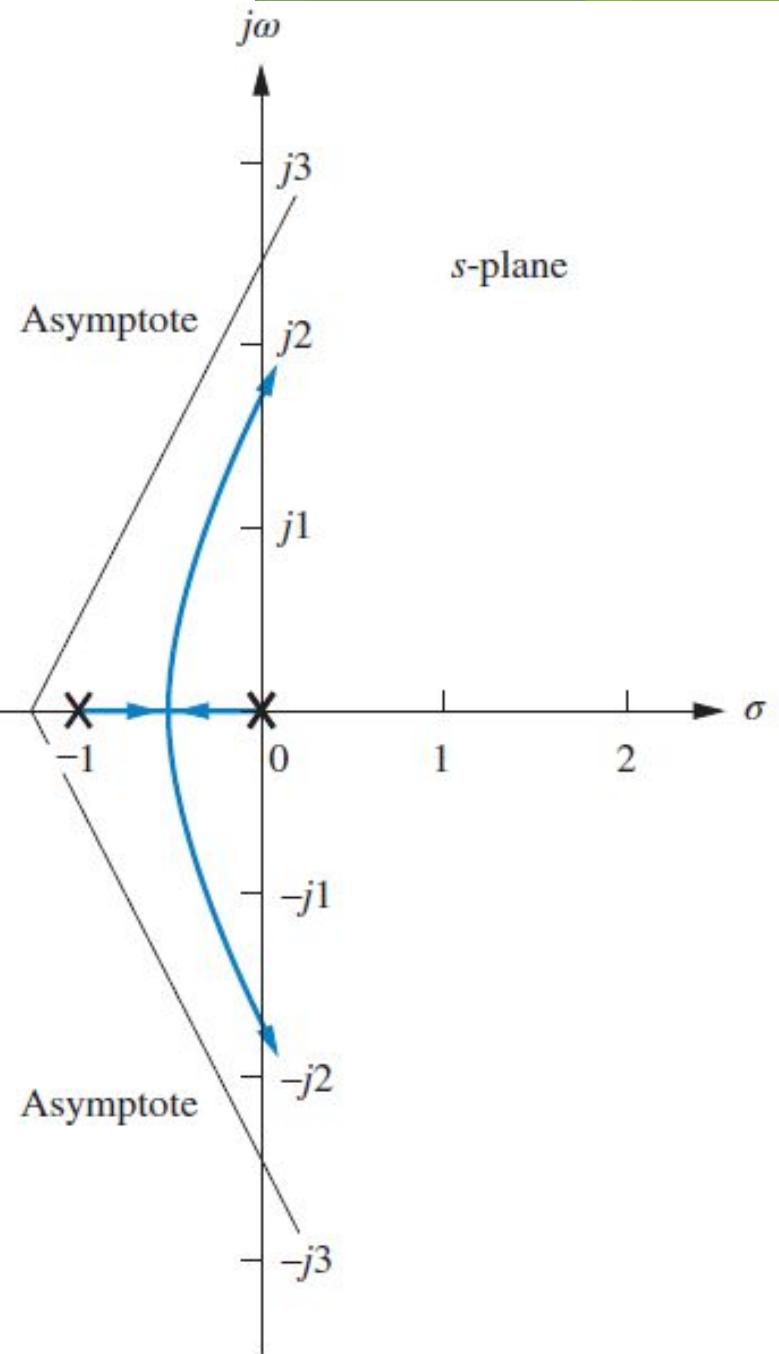
$$\theta_a = \frac{(2k+1)\pi}{\# \text{ finite poles} - \# \text{ finite zeros}}$$

= $\pi/3$ for $k = 0$

= π for $k = 1$

= $5\pi/3$ for $k = 2$

Asymptote



Exercício 8.3

PROBLEMA: Esboce o lugar geométrico das raízes e suas assíntotas para um sistema com realimentação unitária que possui a função de transferência à frente

$$G(s) = \frac{K}{(s+2)(s+4)(s+6)}$$

Exemplo 8.8

Projeto de Ganho de Sistema de Terceira Ordem

PROBLEMA: Considere o sistema mostrado na Figura 8.21. Projete o valor do ganho K , para resultar em 1,52 % de ultrapassagem. Além disso, estime o tempo de acomodação, o instante de pico e o erro em regime permanente.

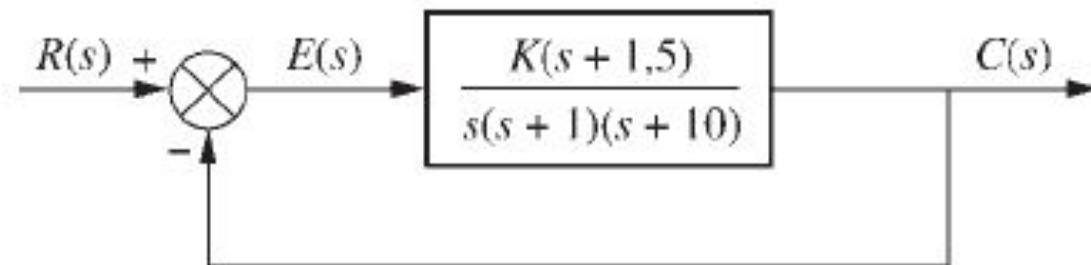
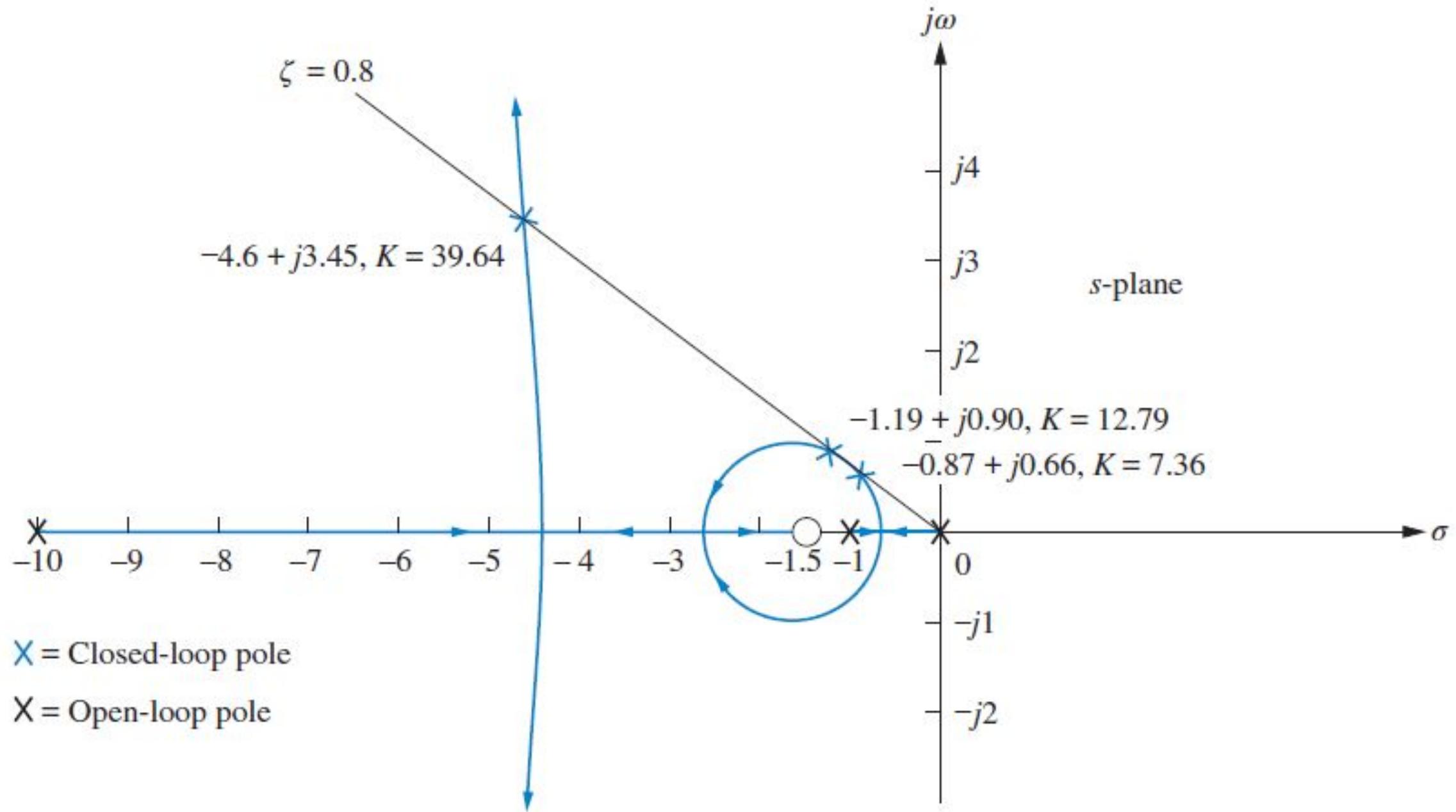


FIGURA 8.21 Sistema para o Exemplo 8.8.



$$T_s = \frac{4}{\zeta \omega_n}$$

$$T_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}}$$

em que $\zeta \omega_n$ é a parte real do polo em malha fechada

e $\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$ é a parte imaginária do polo em malha fechada

TABLE 8.4 Characteristics of the system of Example 8.8

Case	Closed-loop poles	Closed-loop zero	Gain	Third closed-loop pole	Settling time	Peak time	K_v
1	$-0.87 \pm j0.66$	$-1.5 + j0$	7.36	-9.25	4.60	4.76	1.1
2	$-1.19 \pm j0.90$	$-1.5 + j0$	12.79	-8.61	3.36	3.49	1.9
3	$-4.60 \pm j3.45$	$-1.5 + j0$	39.64	-1.80	0.87	0.91	5.9

Exercício 8.6

PROBLEMA: Dado um sistema com realimentação unitária que possui a função de transferência do caminho à frente

$$G(s) = \frac{K}{(s+2)(s+4)(s+6)}$$

faça o seguinte:

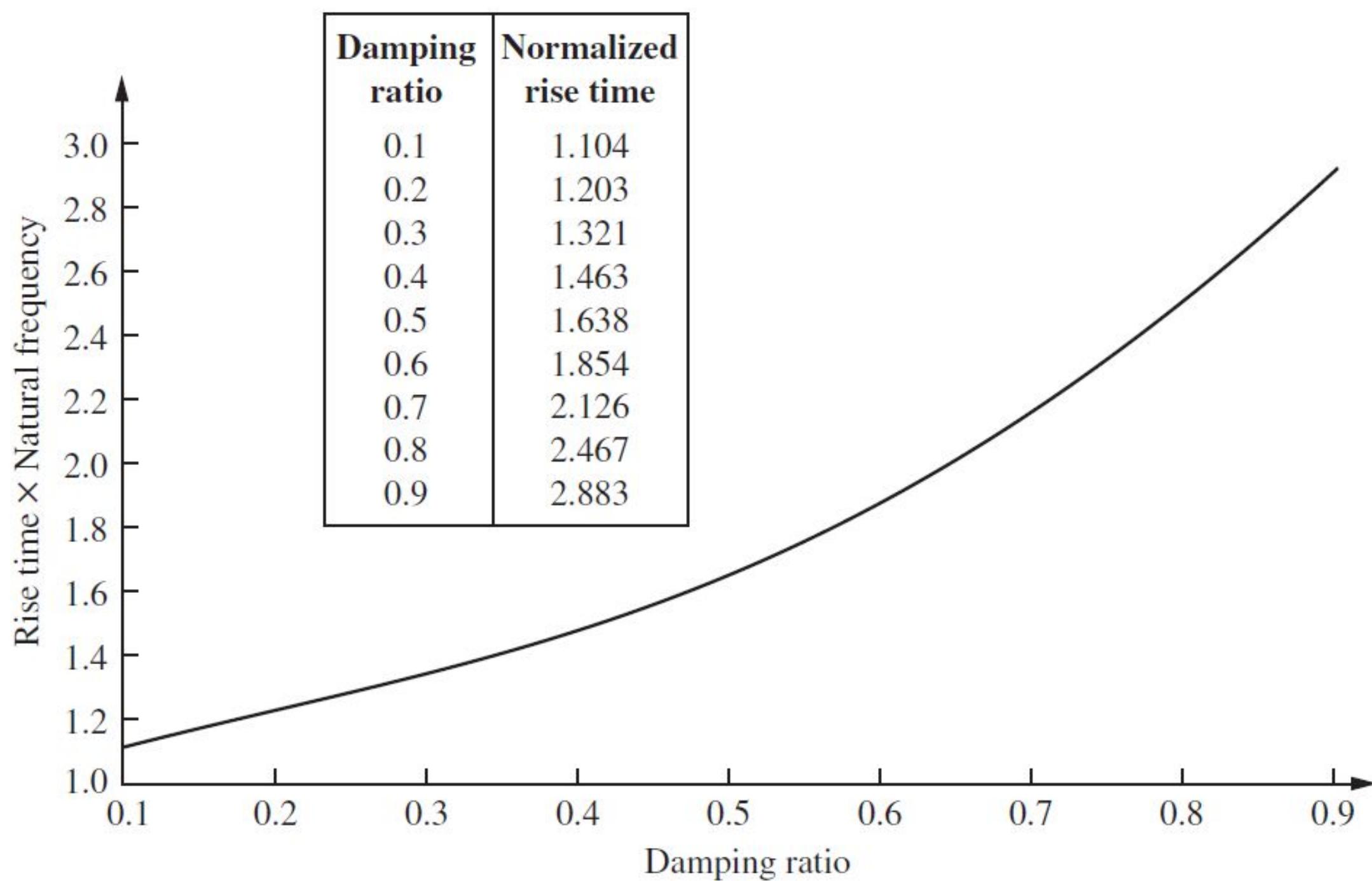
- a. Esboce o lugar geométrico das raízes.
- b. Utilizando uma aproximação de segunda ordem, projete o valor de K para resultar em 10 % de ultrapassagem para uma entrada em degrau unitário.
- c. Estime o tempo de acomodação, o instante de pico, o tempo de subida e o erro em regime permanente para o valor de K projetado no Item (b).
- d. Determine a validade de sua aproximação de segunda ordem.

RESPOSTAS:

- a. Veja a solução disponível no GEN-I0, Ambiente de Aprendizagem do Grupo GEN.
- b. $K = 45,55$
- c. $T_s = 1,97\text{ s}$, $T_p = 1,13\text{ s}$, $T_r = 0,53\text{ s}$ e $e_{\text{degrau}}(\infty) = 0,51$
- d. A aproximação de segunda ordem não é válida.

A Nyquist plot showing a single point in the complex plane. The horizontal axis is labeled 'Real' and the vertical axis is labeled 'Imaginary'. A green line segment connects the origin to the point, which is highlighted with a black dot. A callout box contains the following system parameters:

System: g
Gain: 45.6
Pole: -2.03 + 2.77i
Damping: 0.591
Overshoot (%): 10
Frequency (rad/s): 3.43



$$T_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}} = \frac{\pi}{\omega_d}$$

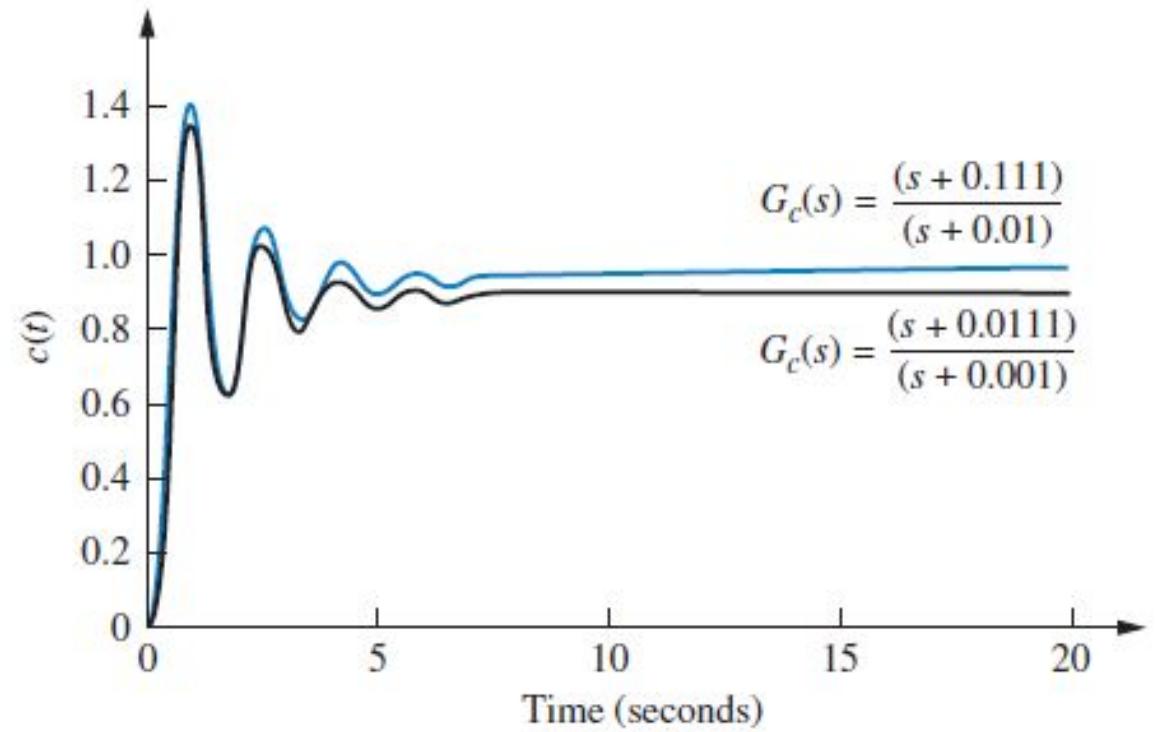
$$T_s = \frac{4}{\zeta \omega_n} = \frac{\pi}{\sigma_d}$$

Melhorando a Resposta Transitória Via Compensação em Cascata

Fundamentos de Controle

Compensação Derivativa Ideal (PD)

$$G_c(s) = s + z_c$$

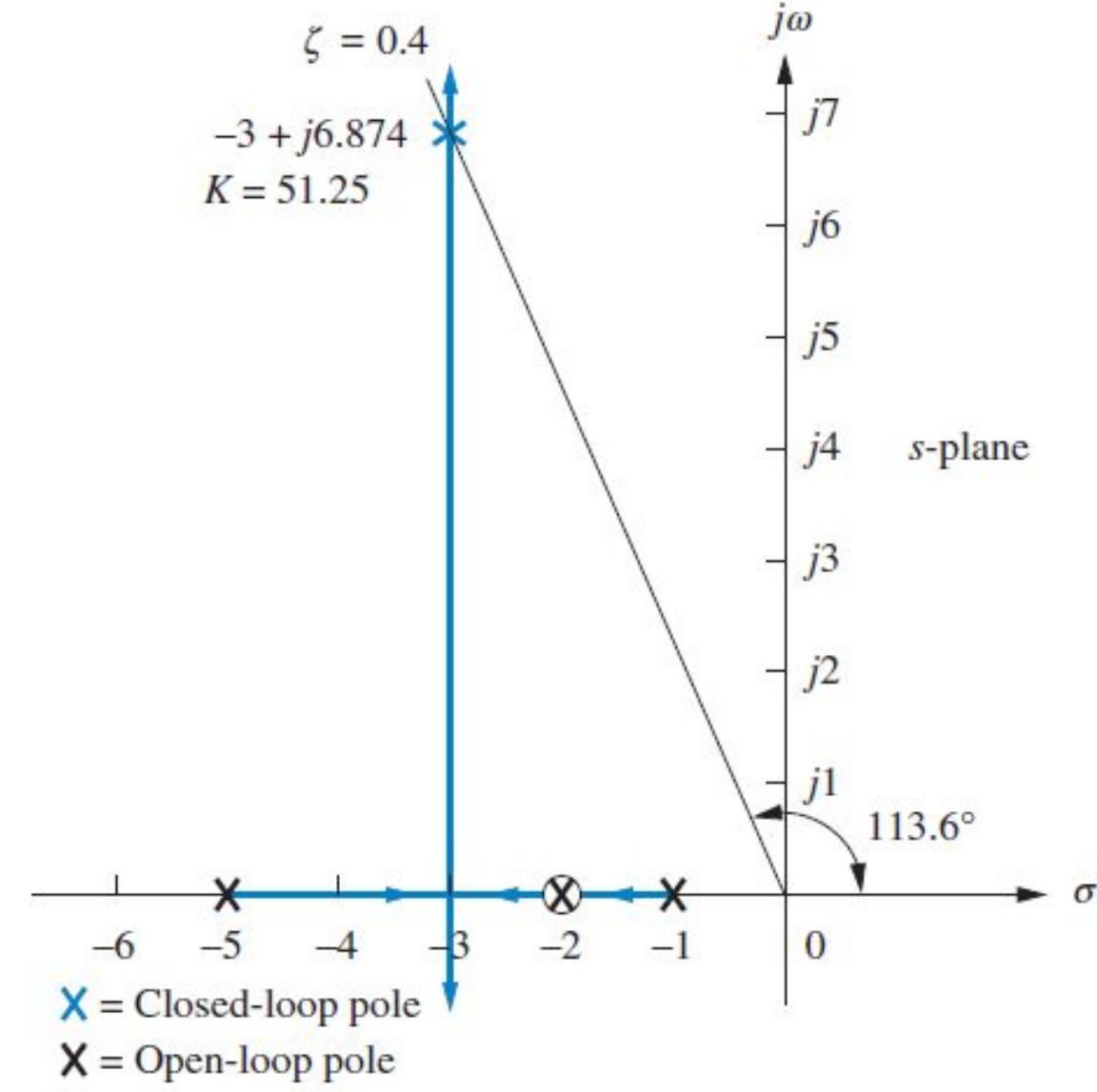
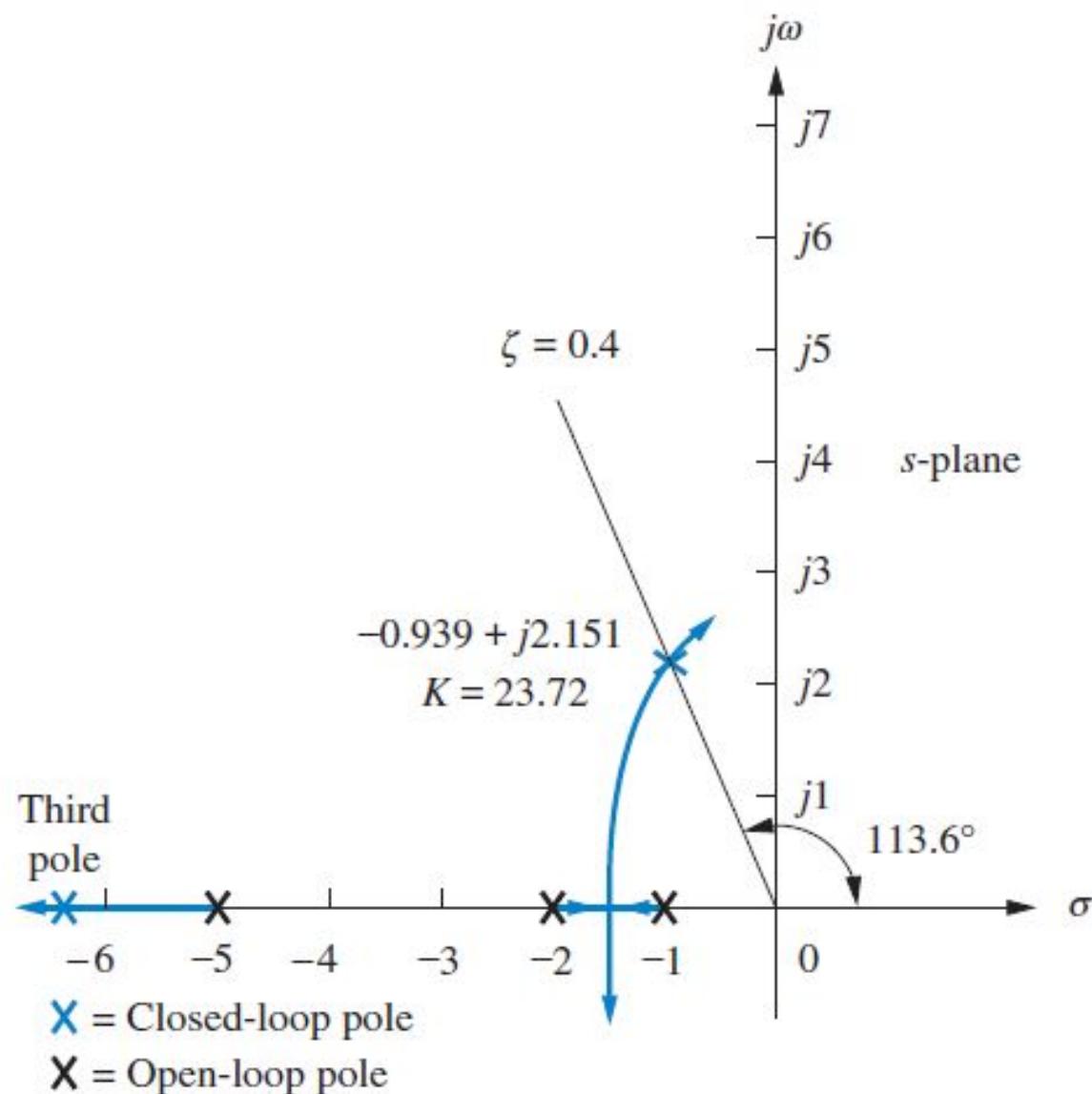


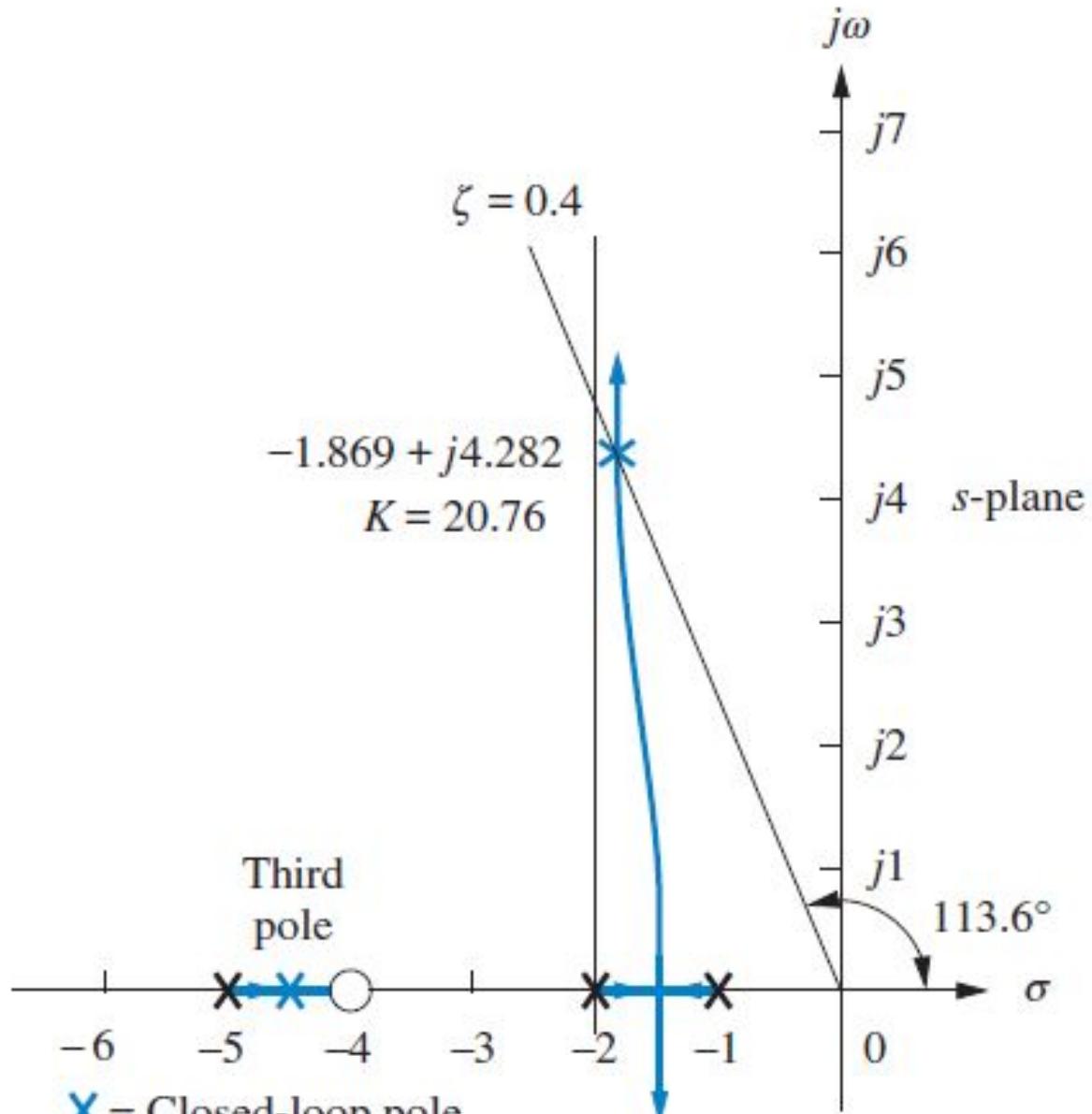
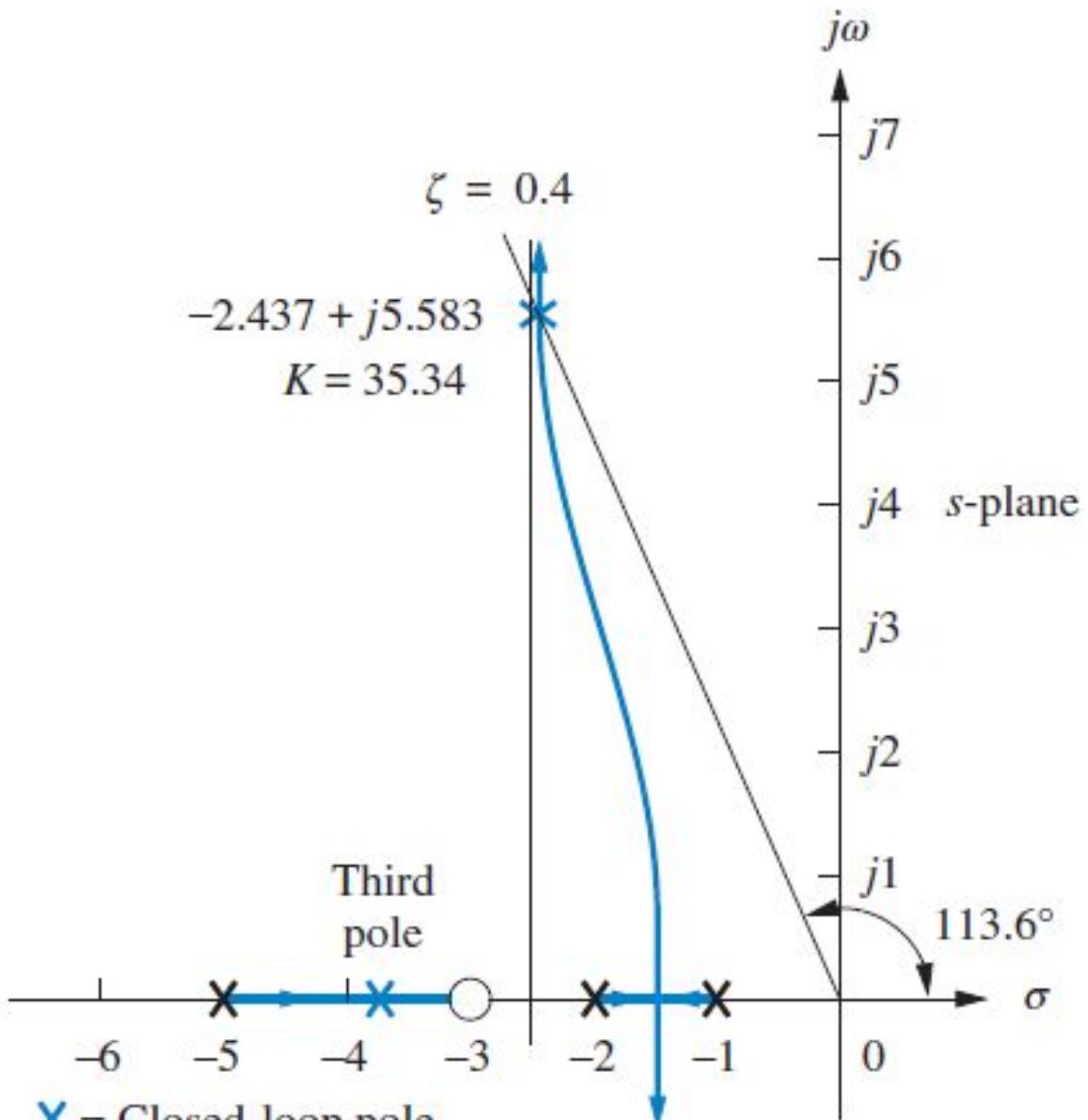
$$\frac{K}{(s + 1)(s + 2)(s + 5)}$$

$$\frac{K(s + 2)}{(s + 1)(s + 2)(s + 5)}$$

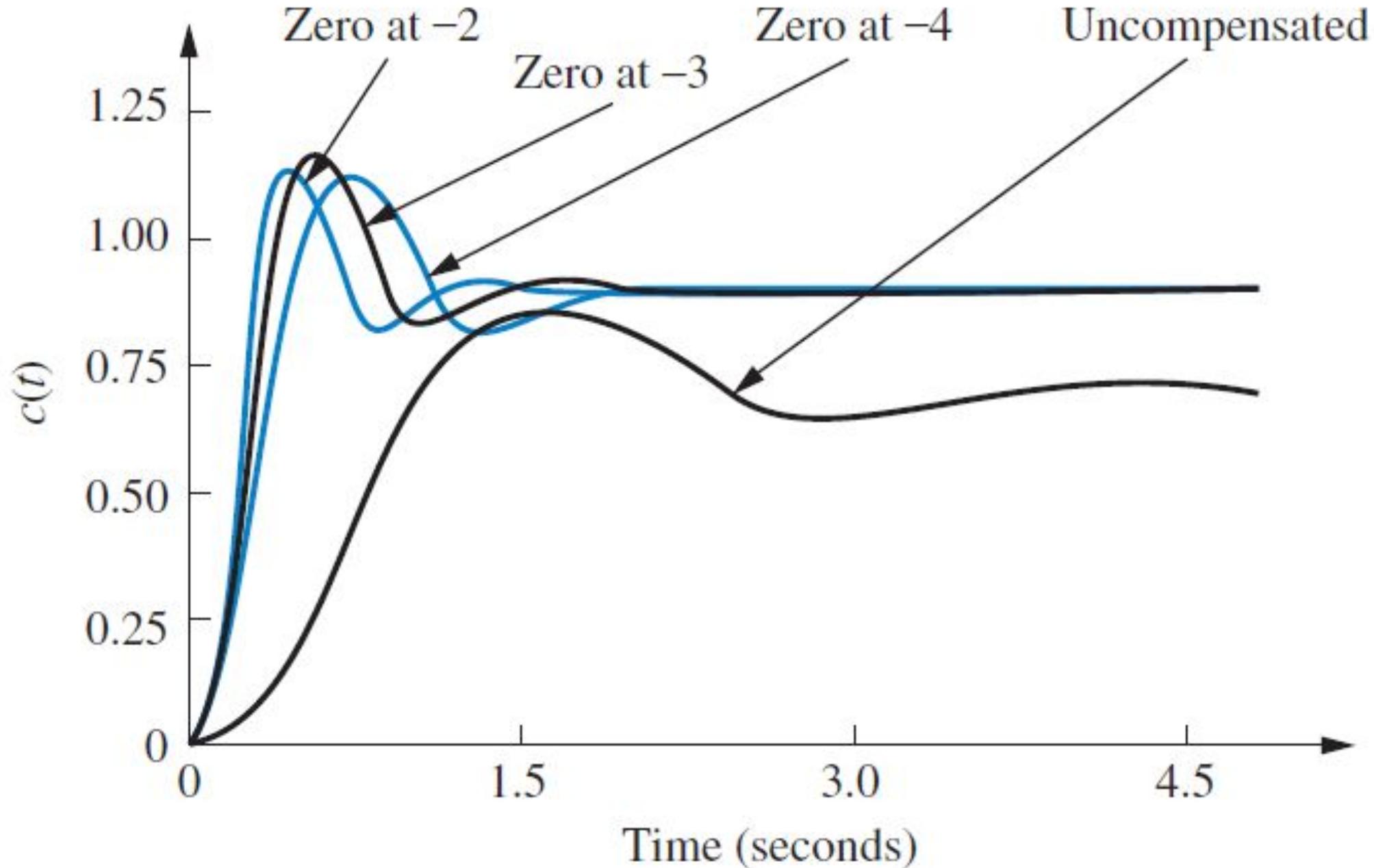
$$\frac{K(s + 3)}{(s + 1)(s + 2)(s + 5)}$$

$$\frac{K(s + 4)}{(s + 1)(s + 2)(s + 5)}$$





	Uncompensated	Compensation b	Compensation c	Compensation d
Plant and compensator	K $\frac{1}{(s+1)(s+2)(s+5)}$	$K(s+2)$ $\frac{1}{(s+1)(s+2)(s+5)}$	$K(s+3)$ $\frac{1}{(s+1)(s+2)(s+5)}$	$K(s+4)$ $\frac{1}{(s+1)(s+2)(s+5)}$
Dom, poles	$-0.939 \pm j2.151$	$-3 \pm j6.874$	$-2.437 \pm j5.583$	$-1.869 \pm j4.282$
K	23.72	51.25	35.34	20.76
ζ	0.4	0.4	0.4	0.4
ω_n	2.347	7.5	6.091	4.673
%OS	25.38	25.38	25.38	25.38
T_s	4.26	1.33	1.64	2.14
T_p	1.46	0.46	0.56	0.733
K_p	2.372	10.25	10.6	8.304
$e(\infty)$	0.297	0.089	0.086	0.107
Third pole	-6.123	None	-3.127	-4.262
Zero	None	None	-3	-4
Comments	Second-order approx. OK	Pure second-order	Second-order approx. OK	Second-order approx. OK



Exemplo 9.3

Projeto de Compensador Derivativo Ideal

PROBLEMA: Dado o sistema da Figura 9.17, projete um compensador derivativo ideal para resultar em 16 % de ultrapassagem, com uma redução de três vezes no tempo de acomodação.

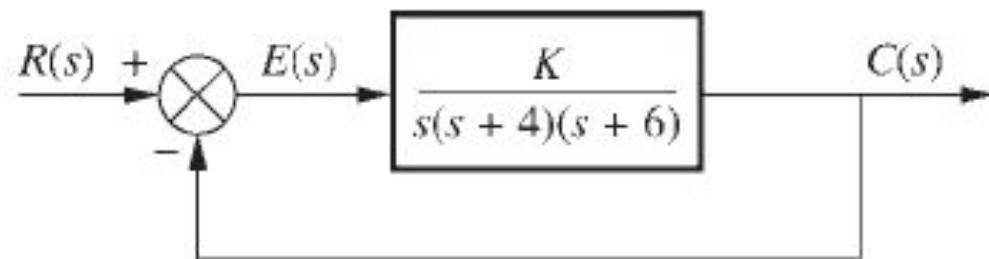
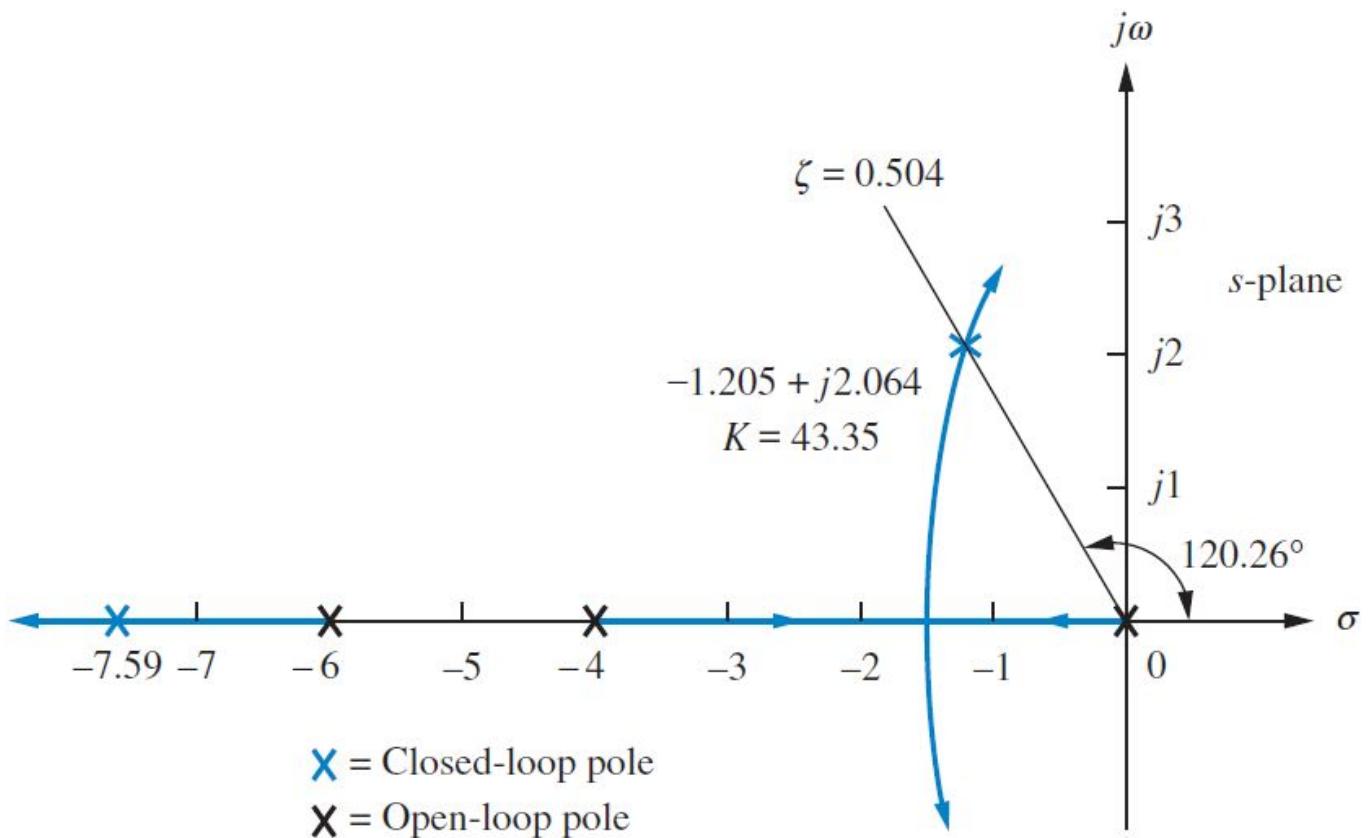


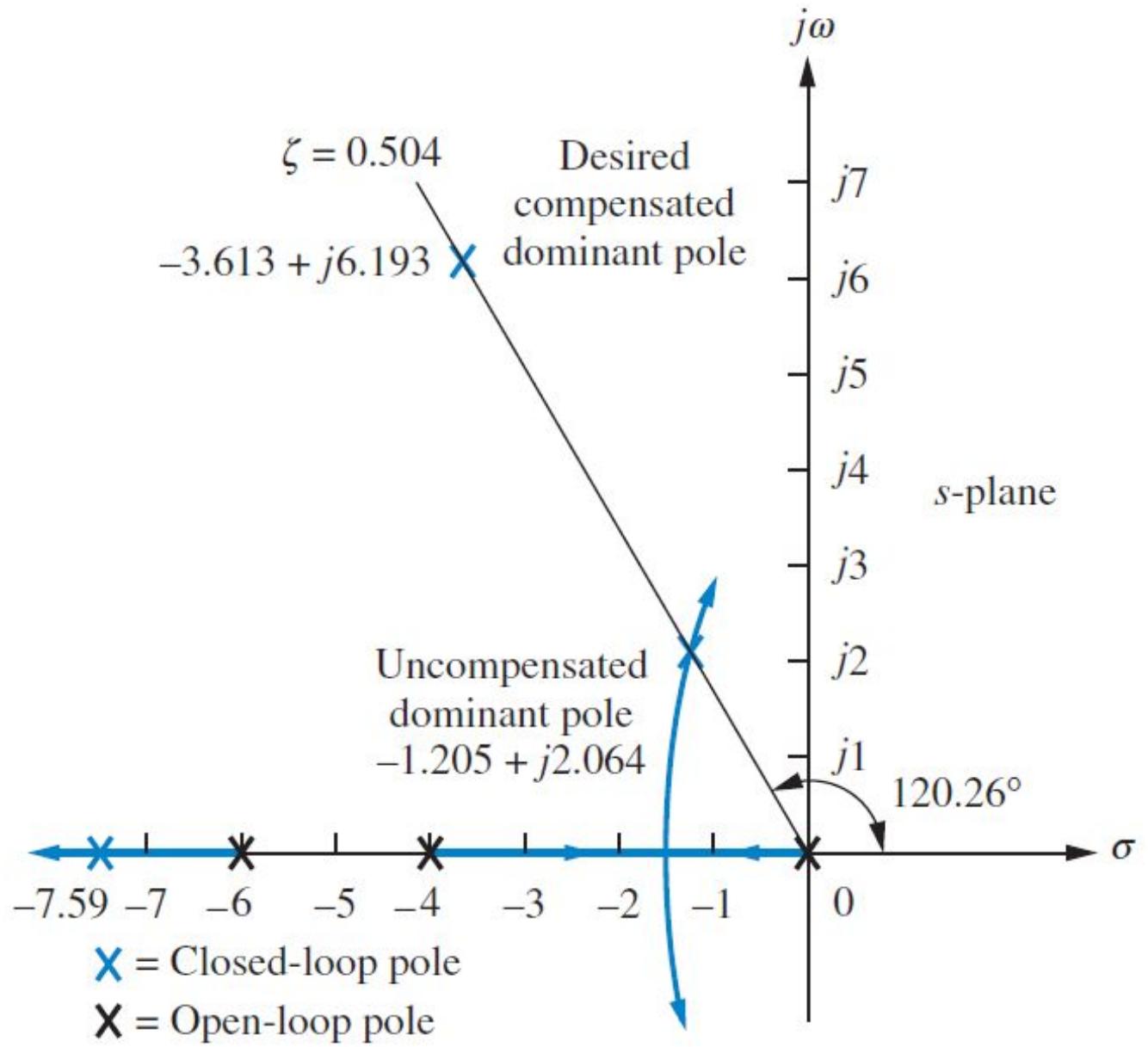
FIGURA 9.17 Sistema de controle com realimentação para o Exemplo 9.3.

$$T_s = \frac{4}{\zeta \omega_n} = \frac{4}{1.205} = 3.320$$

$$\sigma = \frac{4}{T_s} = \frac{4}{1.107} = 3.613$$

$$\omega_d = 3.613 \tan(180^\circ - 120.26^\circ) = 6.193$$

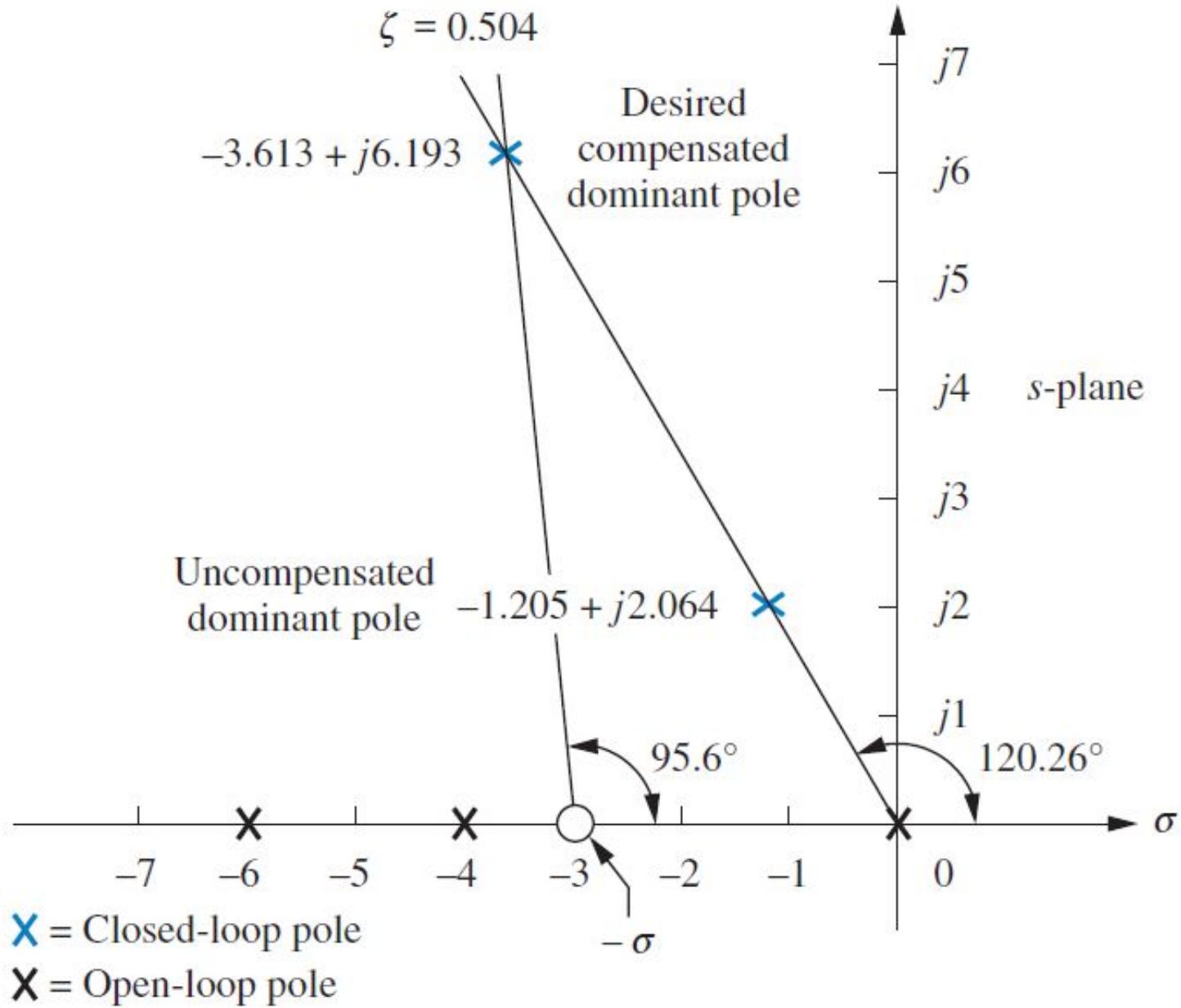




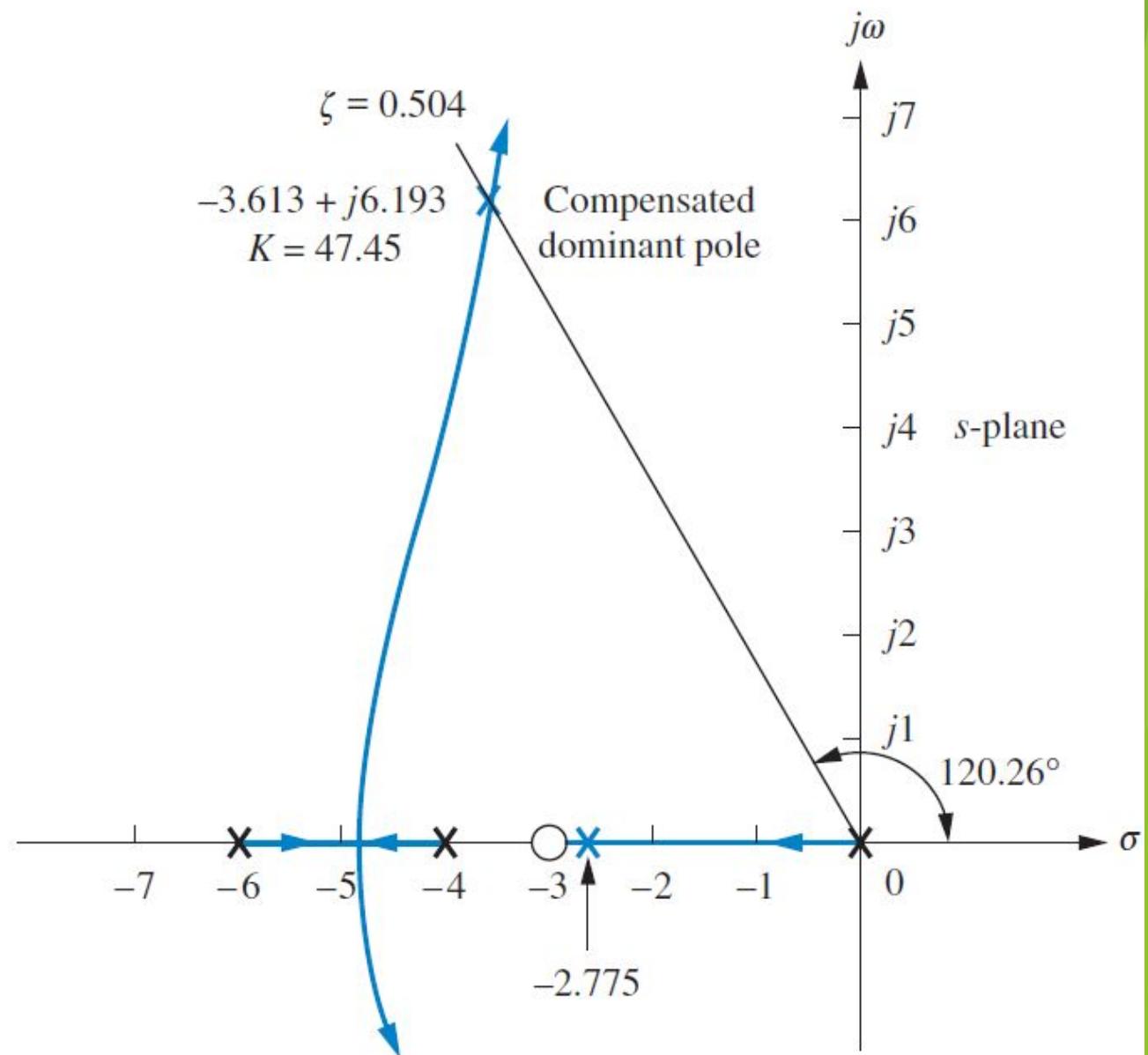
$$T(s) = \frac{KG(s)}{1 + KG(s)H(s)}$$

$$\angle KG(s)H(s) = (2k + 1)180^\circ$$

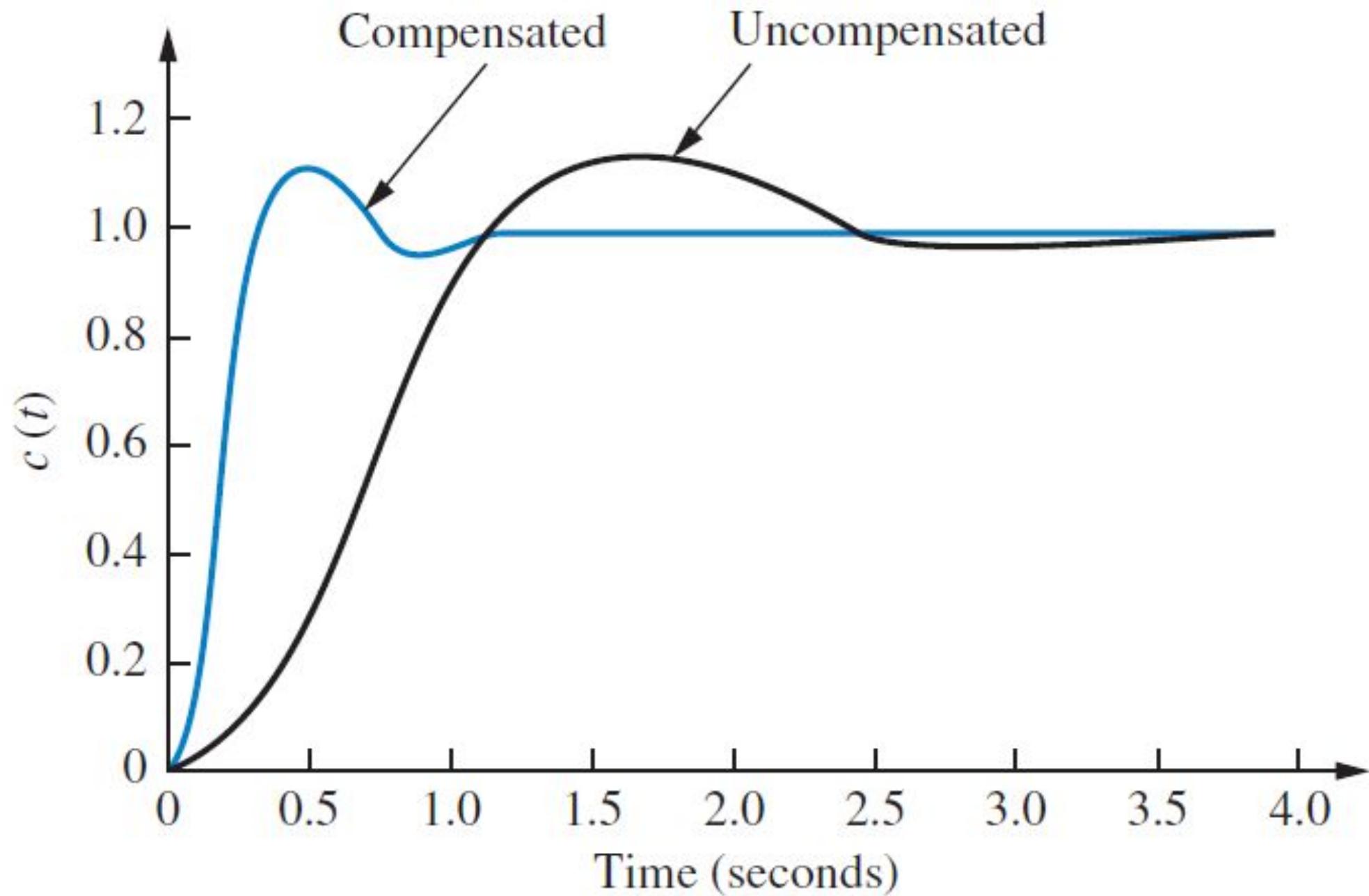
$$\begin{aligned}\theta &= \sum \text{zero angles} - \sum \text{pole angles} \\ &= \sum_{i=1}^m \angle(s + z_i) - \sum_{j=1}^n \angle(s + p_j)\end{aligned}$$



$$\frac{6.193}{3.613 - \sigma} = \tan(180^\circ - 95.6^\circ)$$



X = Closed-loop pole
X = Open-loop pole



$$G_c(s) = K_2s + K_1 = K_2 \left(s + \frac{K_1}{K_2} \right)$$

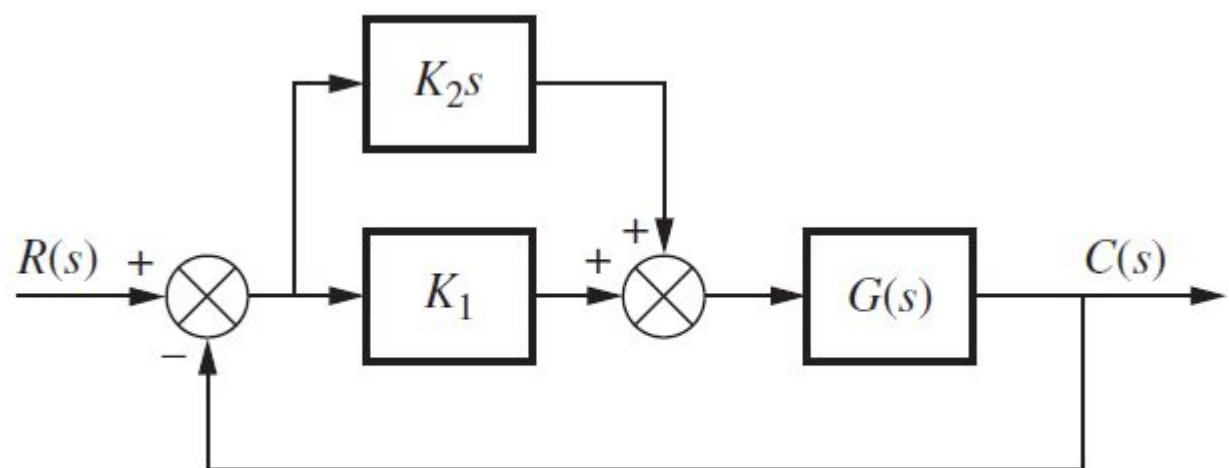
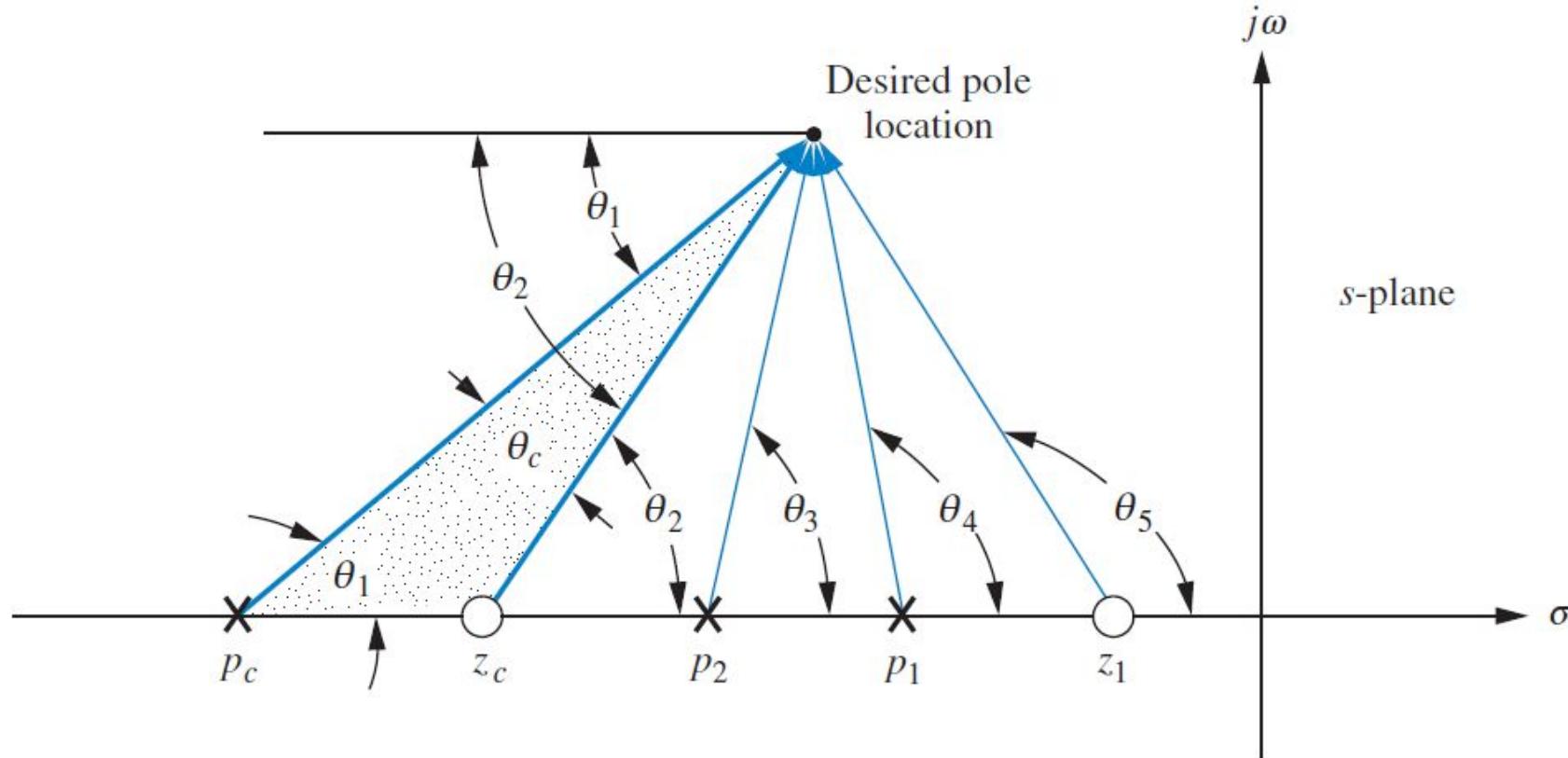


FIGURE 9.23 PD controller

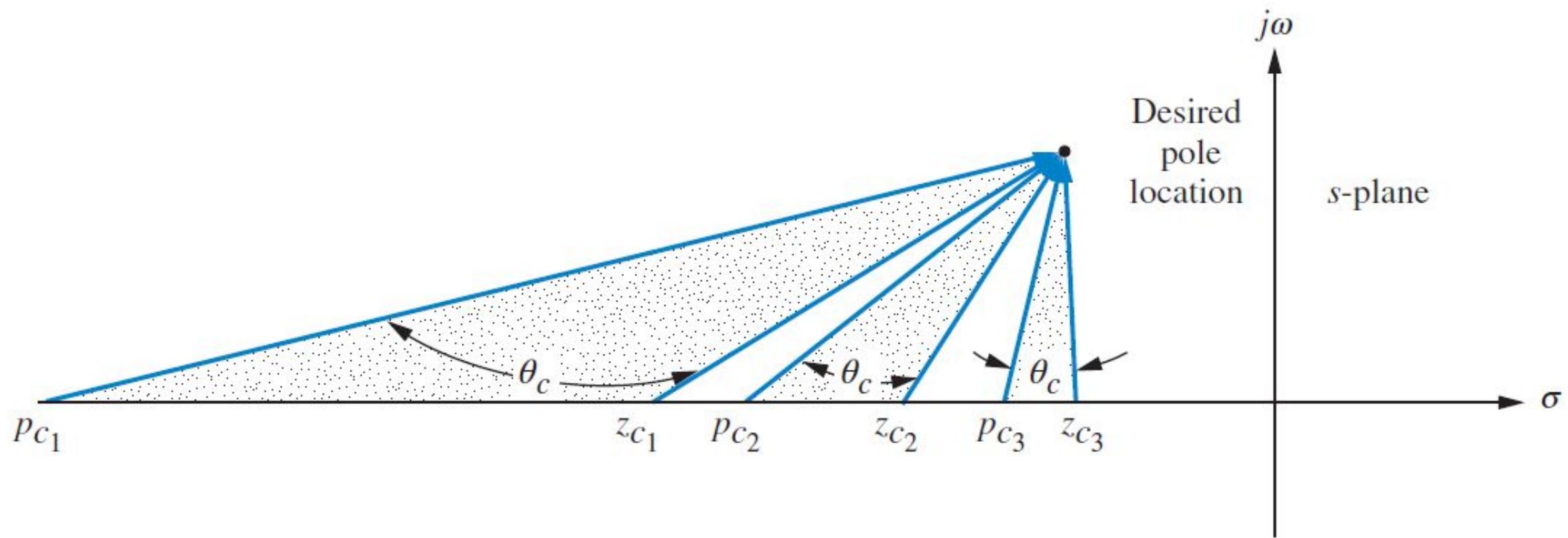
	Uncompensated	Simulation	Compensated	Simulation
Plant and compensator	$\frac{K}{s(s+4)(s+6)}$		$\frac{K(s+3.006)}{s(s+4)(s+6)}$	
Dominant poles	$-1.205 \pm j2.064$		$-3.613 \pm j6.193$	
K	43.35		47.45	
ζ	0.504		0.504	
ω_n	2.39		7.17	
%OS	16	14.8	16	11.8
T_s	3.320	3.6	1.107	1.2
T_p	1.522	1.7	0.507	0.5
K_v	1.806		5.94	
$e(\infty)$	0.554		0.168	
Third pole	-7.591		-2.775	
Zero	None		-3.006	
Comments	Second-order approx. OK		Pole-zero not canceling	

Compensação de Avanço de Fase



$$\theta_2 - \theta_1 - \theta_3 - \theta_4 + \theta_5 = (2k + 1)180^\circ$$

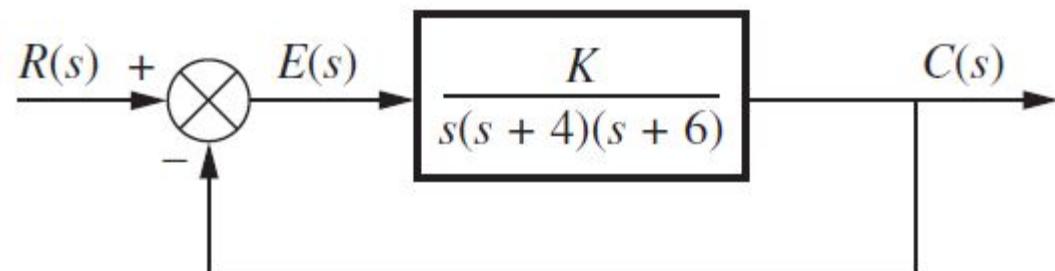
$$(\theta_2 - \theta_1) = \theta_c$$

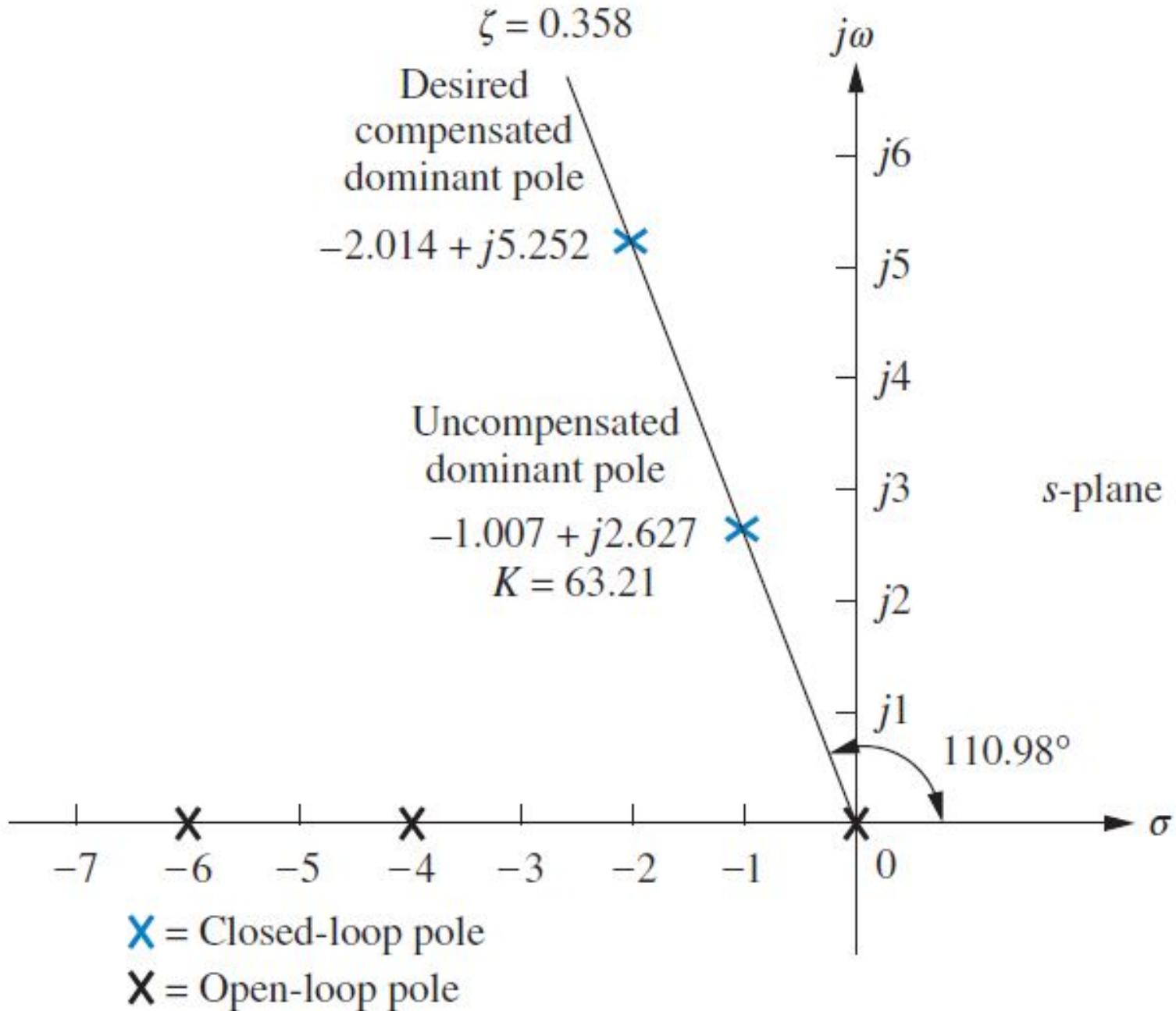


Exemplo 9.4

Projeto de Compensador de Avanço de Fase

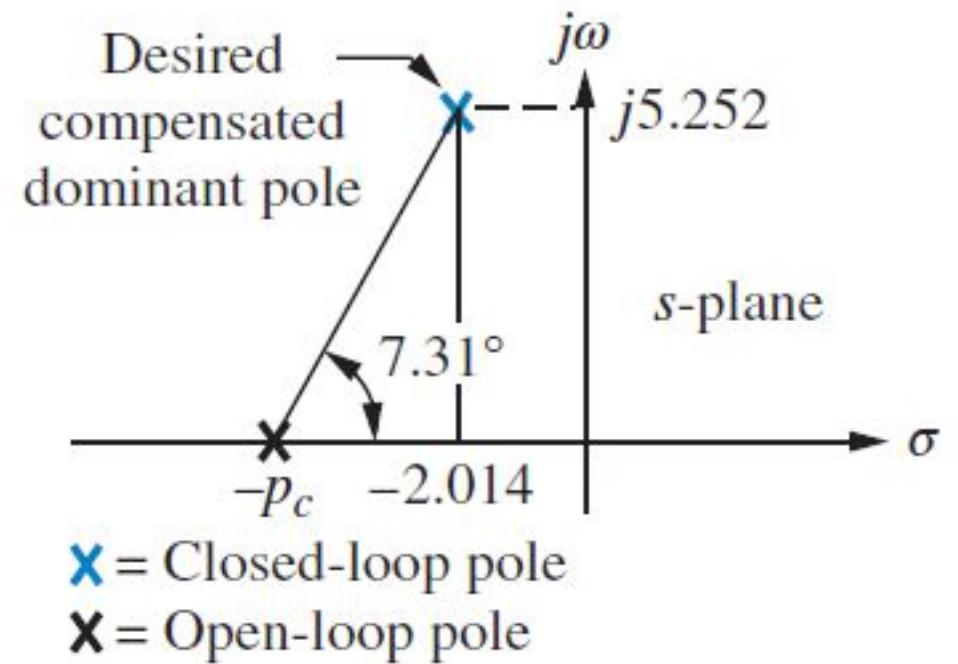
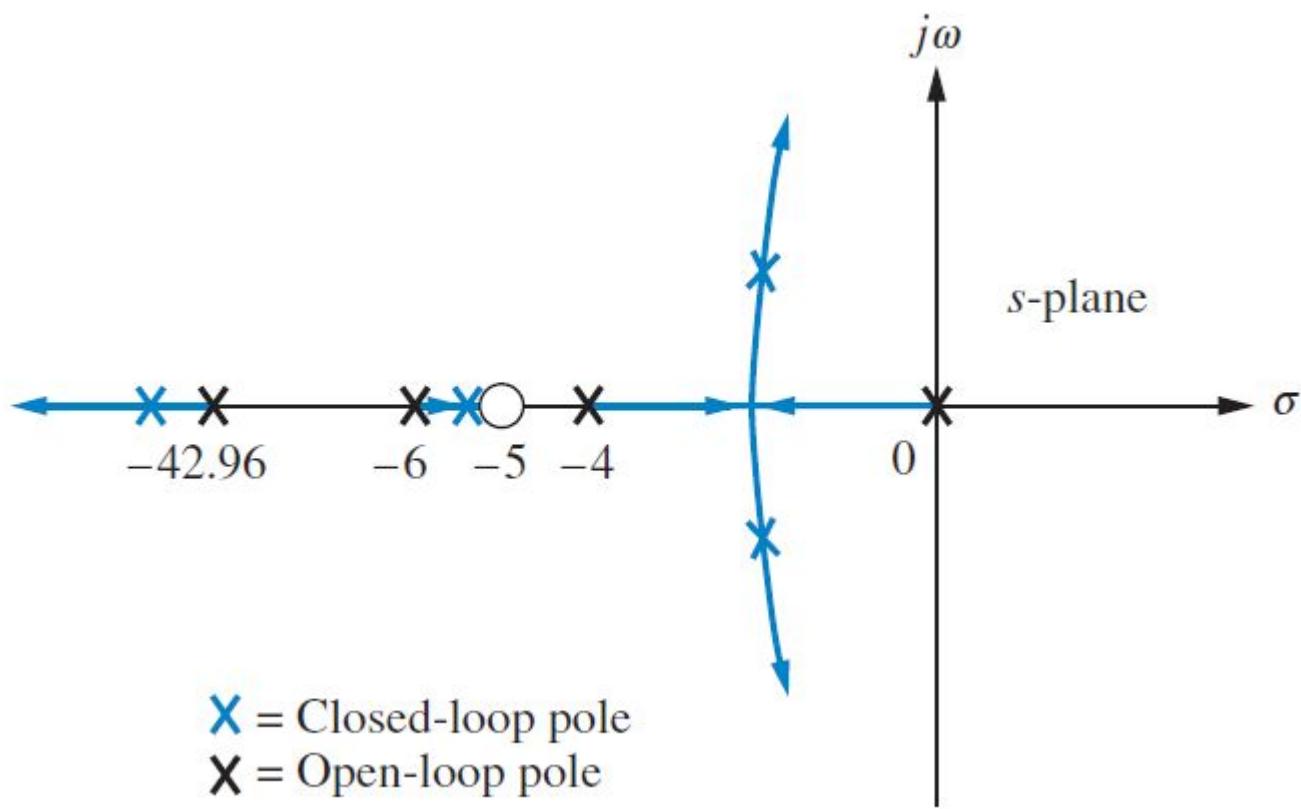
PROBLEMA: Projete três compensadores de avanço de fase para o sistema da Figura 9.17 que irão reduzir o tempo de acomodação por um fator de 2 enquanto mantém 30 % de ultrapassagem. Compare as características do sistema entre os três projetos.



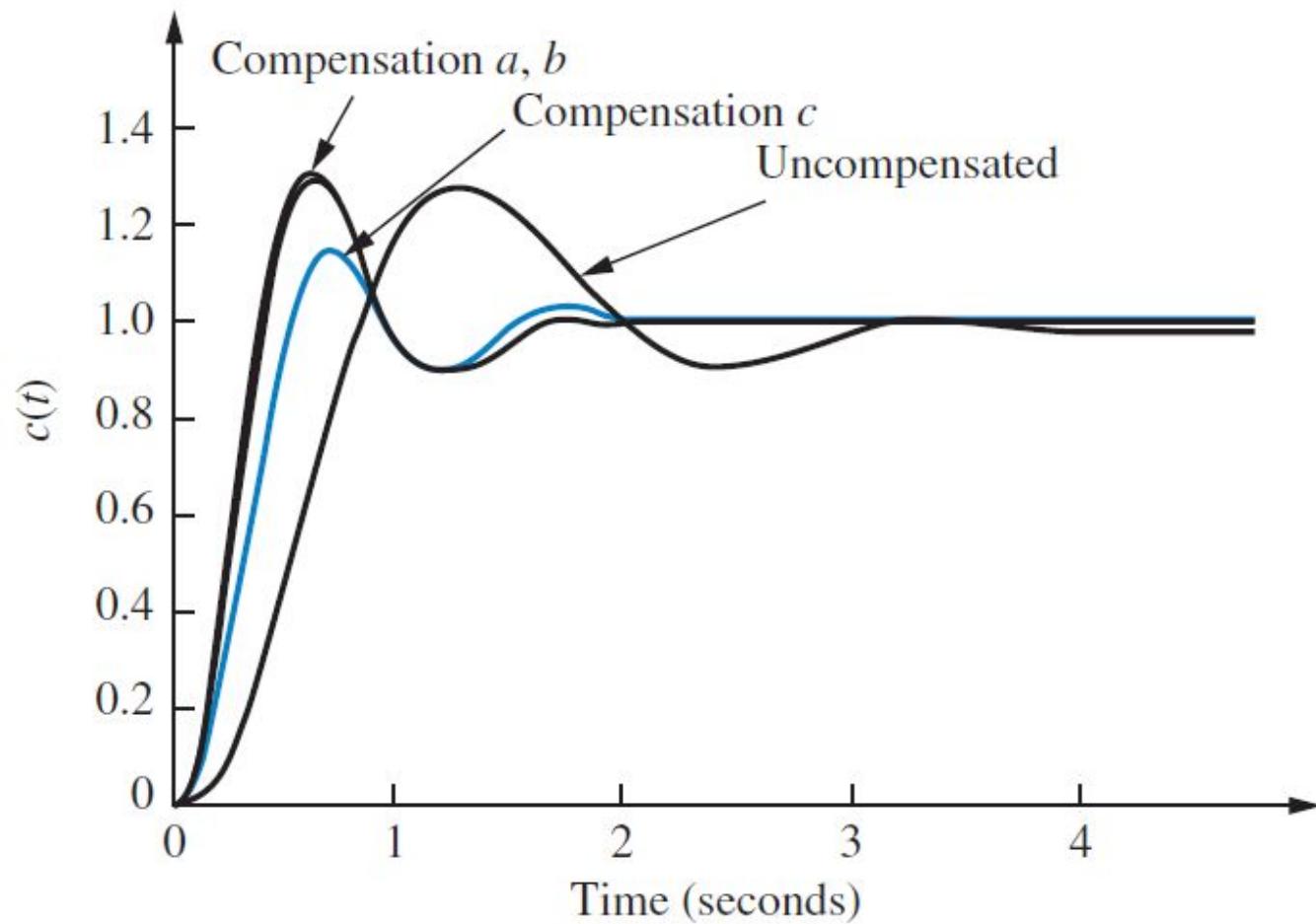


$$\frac{5.252}{p_c - 2.014} = \tan 7.31^\circ$$

$$p_c = 42.96$$



	Uncompensated	Compensation a	Compensation b	Compensation c
Plant and compensator	$\frac{K}{s(s+4)(s+6)}$	$\frac{K(s+5)}{s(s+4)(s+6)(s+42.96)}$	$\frac{K(s+4)}{s(s+4)(s+6)(s+20.09)}$	$\frac{K(s+2)}{s(s+4)(s+6)(s+8.971)}$
Dominant poles	$-1.007 \pm j2.627$	$-2.014 \pm j5.252$	$-2.014 \pm j5.252$	$-2.014 \pm j5.252$
K	63.21	1423	698.1	345.6
ζ	0.358	0.358	0.358	0.358
ω_n	2.813	5.625	5.625	5.625
%OS*	30 (28)	30 (30.7)	30 (28.2)	30 (14.5)
T_s^*	3.972 (4)	1.986 (2)	1.986 (2)	1.986 (1.7)
T_p^*	1.196 (1.3)	0.598 (0.6)	0.598 (0.6)	0.598 (0.7)
K_v	2.634	6.9	5.791	3.21
$e(\infty)$	0.380	0.145	0.173	0.312
Other poles	-7.986	-43.8, -5.134	-22.06	-13.3, -1.642
Zero	None	-5	None	-2
Comments	Second-order approx. OK	Second-order approx. OK	Second-order approx. OK	No pole-zero cancellation



Exercício 9.2

PROBLEMA: Um sistema com realimentação unitária com a função de transferência à frente

$$G(s) = \frac{K}{s(s + 7)}$$

está operando com uma resposta ao degrau em malha fechada que tem 15 % de ultrapassagem. Faça o seguinte:

- Calcule o tempo de acomodação.
- Projete um compensador de avanço de fase para reduzir o tempo de acomodação por um fator de três. Escolha o zero do compensador em -10 .

RESPOSTAS:

a. $T_s = 1,143 \text{ s}$

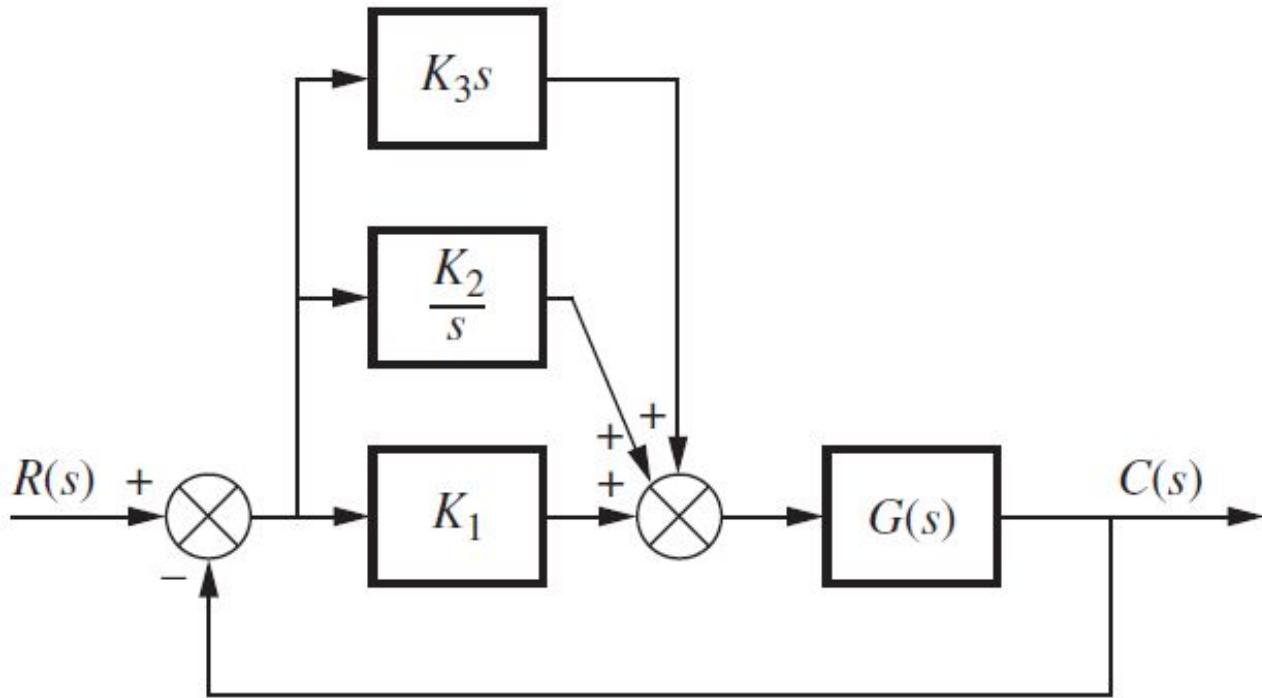
b. $G_{\text{avanço}}(s) = \frac{s + 10}{s + 25,52} \quad K = 476,3$

A solução completa está disponível no GEN-IO, Ambiente de Aprendizagem do Grupo GEN.

Melhorando o Erro em Regime Permanente e a Resposta Transitória

Fundamentos de Controle

Projeto de Controlador PID



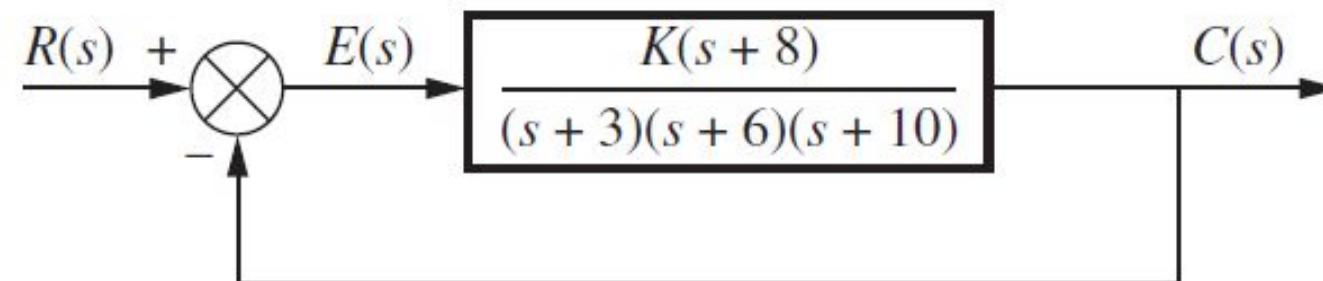
$$G_c(s) = K_1 + \frac{K_2}{s} + K_3s = \frac{K_1s + K_2 + K_3s^2}{s} = \frac{K_3\left(s^2 + \frac{K_1}{K_3}s + \frac{K_2}{K_3}\right)}{s}$$

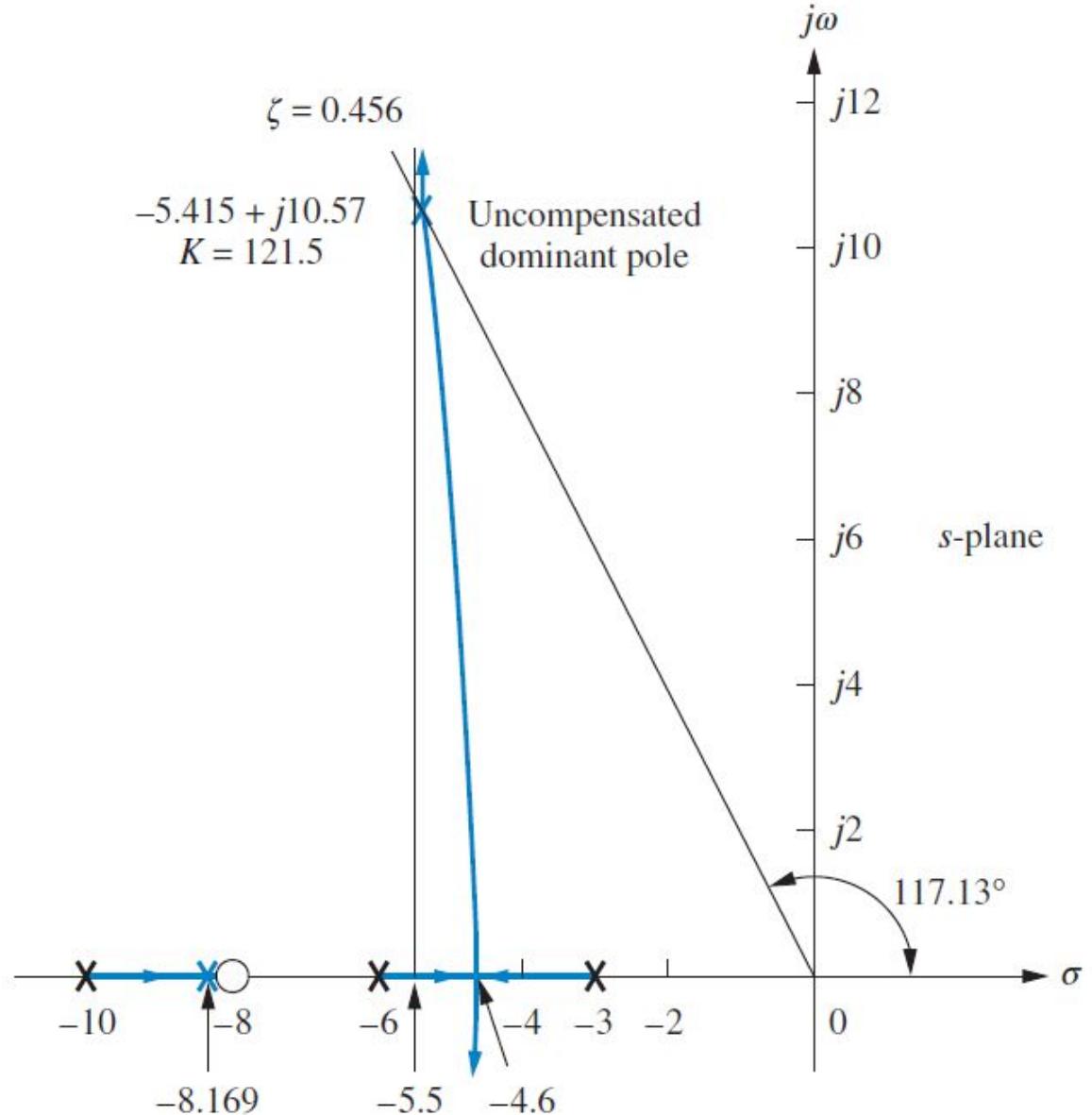
1. Avalie o desempenho do sistema sem compensação para determinar quanta melhoria na resposta transitória é requerida.
2. Projete o controlador PD para atender às especificações de resposta transitória. O projeto inclui a posição do zero e o ganho de malha.
3. Simule o sistema para ter certeza de que todos os requisitos foram atendidos.
4. Projete novamente se a simulação mostrar que os requisitos não foram atendidos.
5. Projete o controlador PI para resultar no erro em regime permanente desejado.
6. Determine os ganhos K₁, K₂ e K₃.
7. Simule o sistema para ter certeza de que todos os requisitos foram atendidos.
8. Projete novamente se a simulação mostrar que os requisitos não foram atendidos.

Exemplo 9.5

Projeto de Controlador PID

PROBLEMA: Dado o sistema da Figura 9.31, projete um controlador PID de modo que o sistema possa operar com um instante de pico que é dois terços do instante de pico do sistema sem compensação com 20 % de ultrapassagem e com erro em regime permanente nulo para uma entrada em degrau.





X = Closed-loop pole

X = Open-loop pole

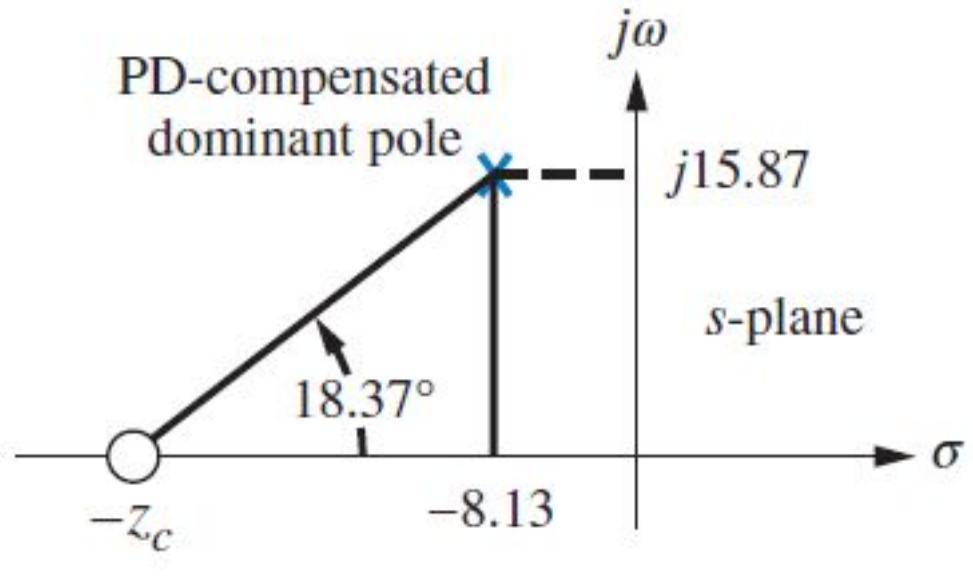
$$\omega_d = \frac{\pi}{T_p} = \frac{\pi}{(2/3)(0.297)} = 15.87$$

$$\sigma = \frac{\omega_d}{\tan 117.13^\circ} = -8.13$$

$$\frac{15.87}{z_c - 8.13} = \tan 18.37^\circ$$

$$z_c = 55.92$$

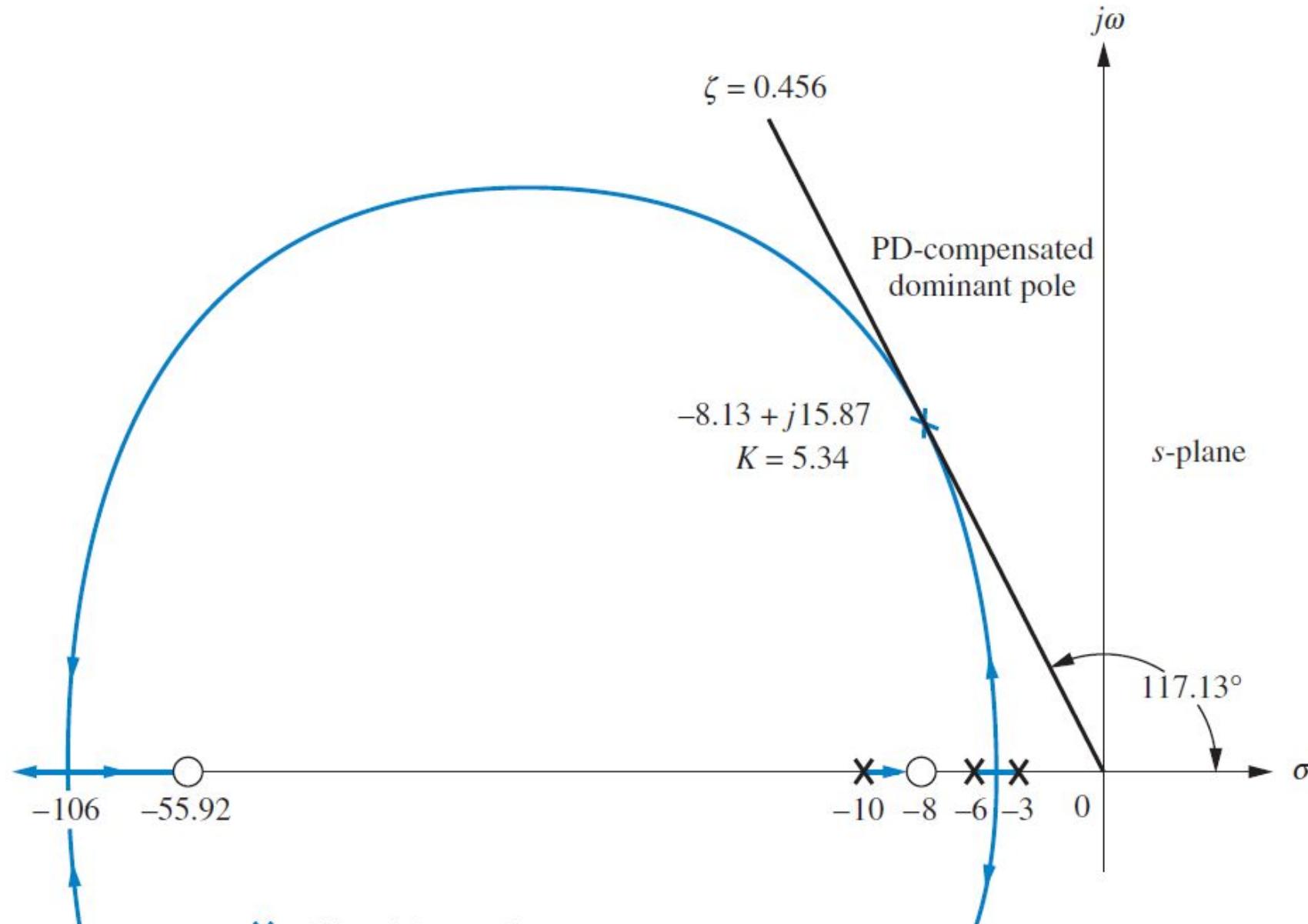
$$G_{\text{PD}}(s) = (s + 55.92)$$



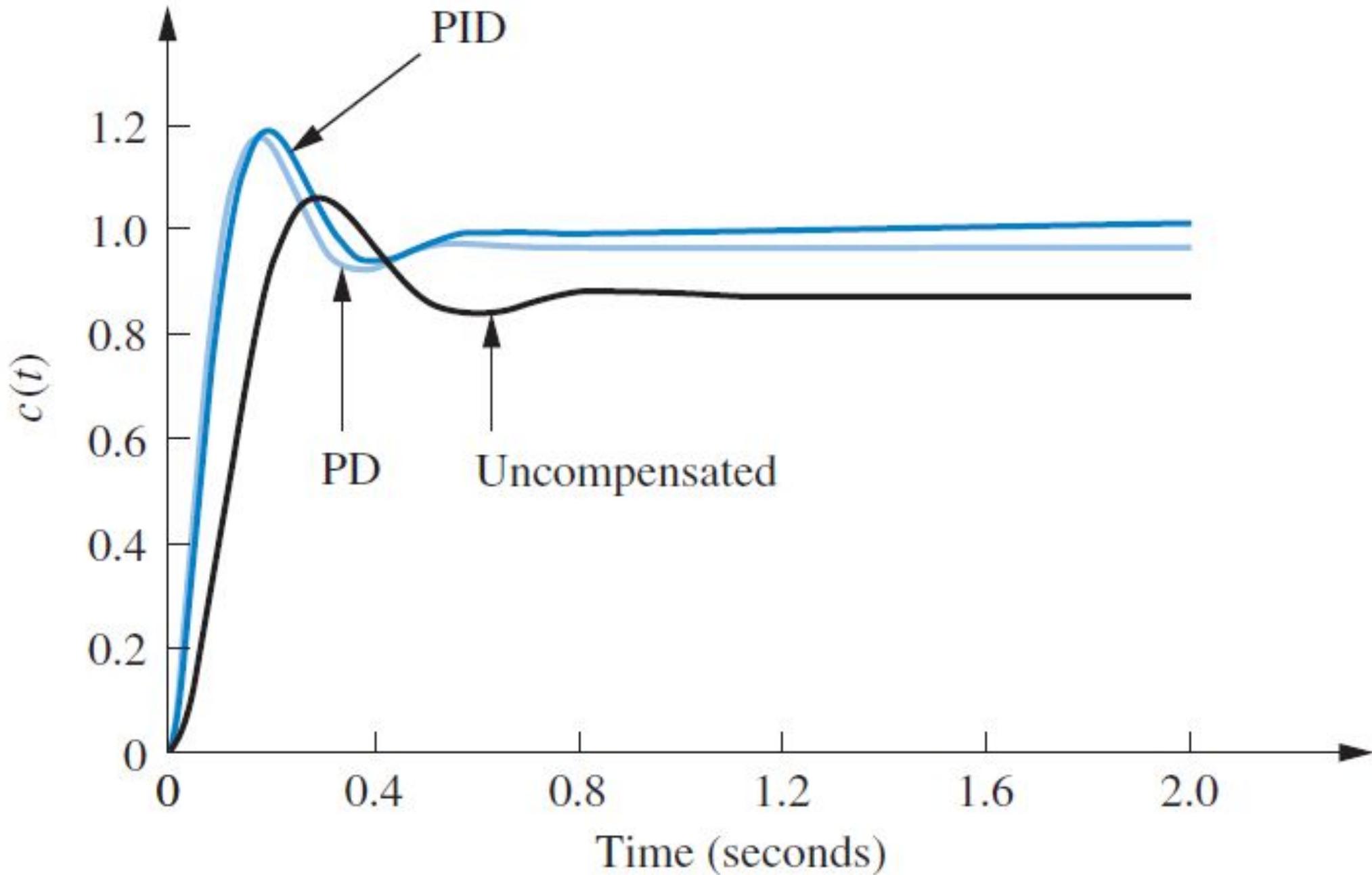
X = Closed-loop pole

$$T_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}} = \frac{\pi}{\omega_d}$$

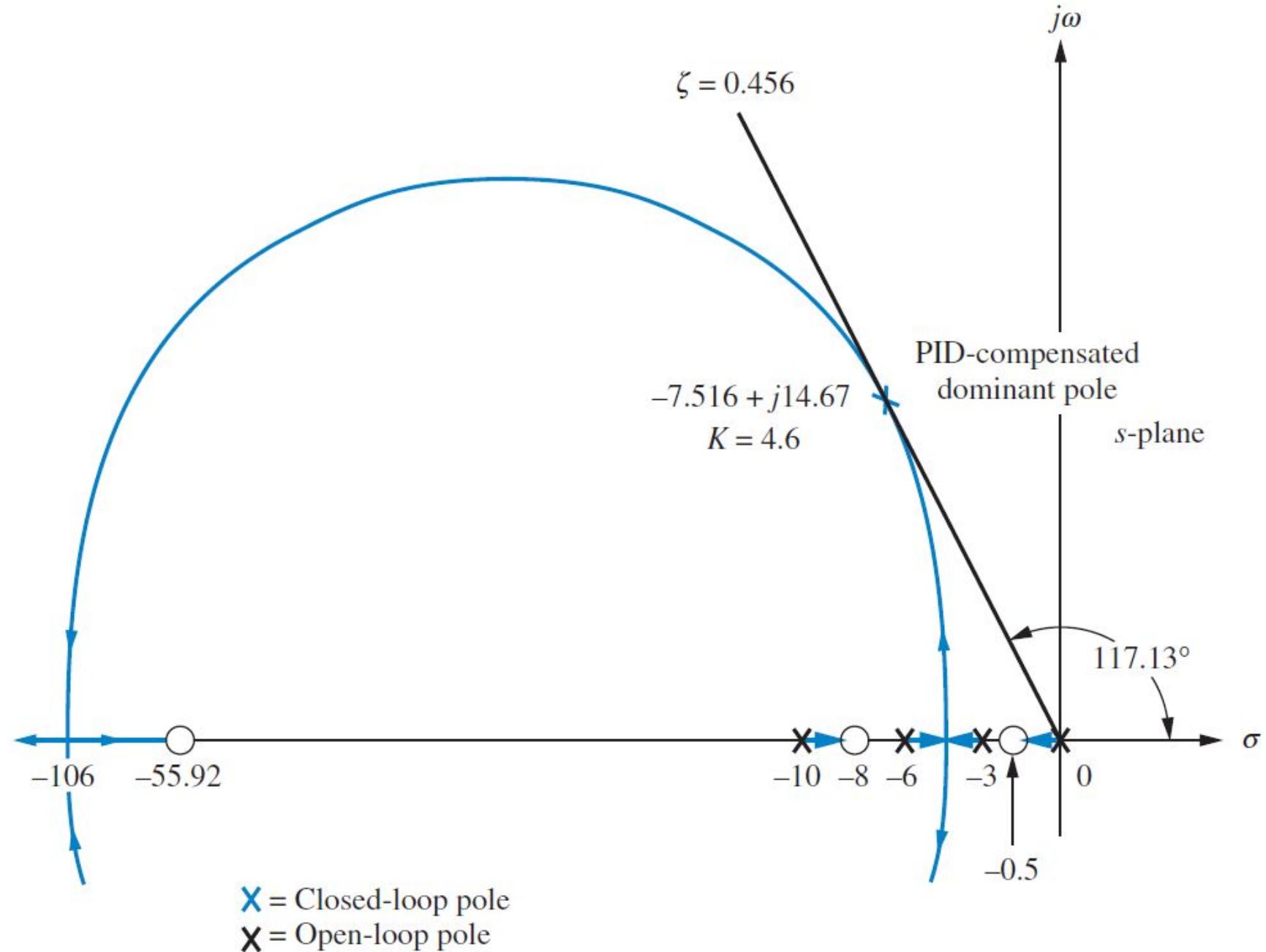
$$T_s = \frac{4}{\zeta \omega_n} = \frac{\pi}{\sigma_d}$$



X = Closed-loop pole
X = Open-loop pole



$$G_{\text{PI}}(s) = \frac{s + 0.5}{s}$$



$$\begin{aligned}G_{\text{PID}}(s) &= \frac{K(s + 55.92)(s + 0.5)}{s} = \frac{4.6(s + 55.92)(s + 0.5)}{s} \\&= \frac{4.6(s^2 + 56.42s + 27.96)}{s}\end{aligned}$$

	Uncompensated	PD-compensated	PID-compensated
Plant and compensator	$\frac{K(s+8)}{(s+3)(s+6)(s+10)}$	$\frac{K(s+8)(s+55.92)}{(s+3)(s+6)(s+10)}$	$\frac{K(s+8)(s+55.92)(s+0.5)}{(s+3)(s+6)(s+10)s}$
Dominant poles	$-5.415 \pm j10.57$	$-8.13 \pm j15.87$	$-7.516 \pm j14.67$
K	121.5	5.34	4.6
ζ	0.456	0.456	0.456
ω_n	11.88	17.83	16.49
%OS	20	20	20
T_s	0.739	0.492	0.532
T_p	0.297	0.198	0.214
K_p	5.4	13.27	∞
$e(\infty)$	0.156	0.070	0
Other poles	-8.169	-8.079	-8.099, -0.468
Zeros	-8	-8, -55.92	-8, -55.92, -0.5
Comments	Second-order approx. OK	Second-order approx. OK	Zeros at -55.92 and -0.5 not canceled

Projeto de Compensador de Avanço e Atraso de Fase

1. Avalie o desempenho do sistema sem compensação para determinar a melhoria necessária na resposta transitória.
2. Projete o compensador de avanço de fase para atender às especificações de resposta transitória. O projeto inclui a posição do zero, a posição do polo e o ganho de malha.
3. Simule o sistema para ter certeza de que todos os requisitos foram atendidos.
4. Projete novamente se a simulação mostrar que os requisitos não foram atendidos.
5. Avalie o desempenho do erro em regime permanente do sistema compensado com avanço de fase para determinar a melhoria adicional requerida no erro em regime permanente.
6. Projete o compensador de atraso de fase para resultar no erro em regime permanente requerido.
7. Simule o sistema para ter certeza de que todos os requisitos foram atendidos.
8. Projete novamente se a simulação mostrar que os requisitos não foram atendidos.

Exemplo 9.6

Projeto de Compensador de Avanço e Atraso de Fase

PROBLEMA: Projete um compensador de avanço e atraso de fase para o sistema da Figura 9.37, de modo que o sistema opere com 20 % de ultrapassagem e uma redução de duas vezes no tempo de acomodação. Além disso, o sistema compensado deve apresentar melhoria de dez vezes no erro em regime permanente para uma entrada em rampa.

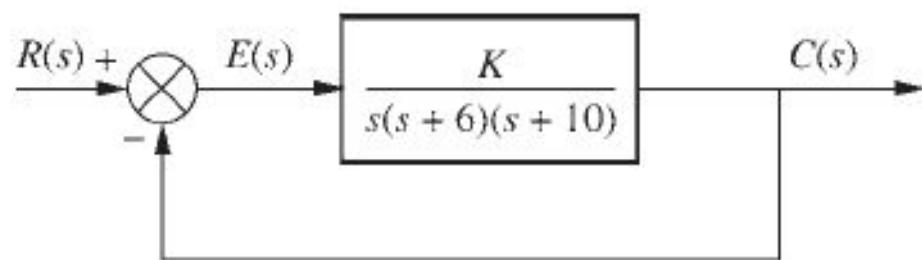
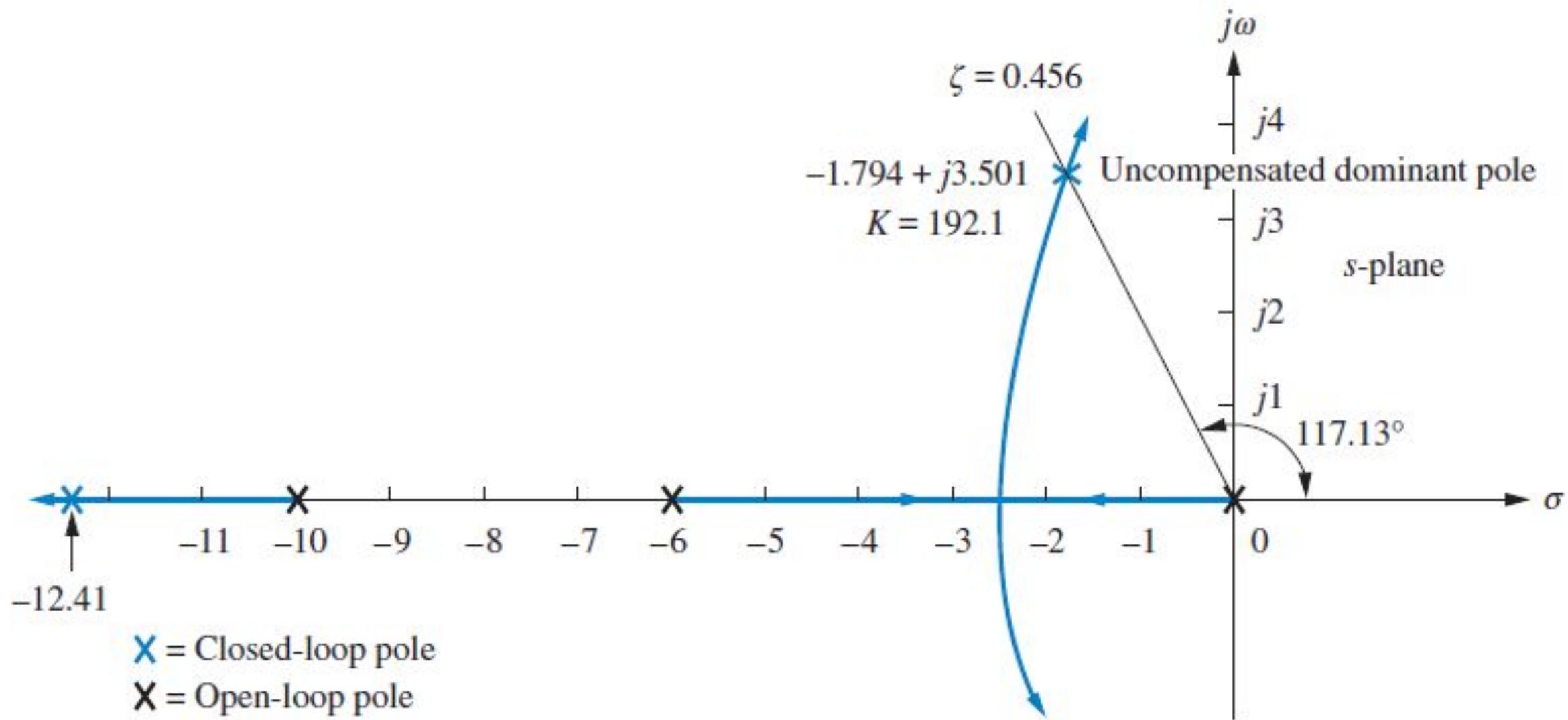
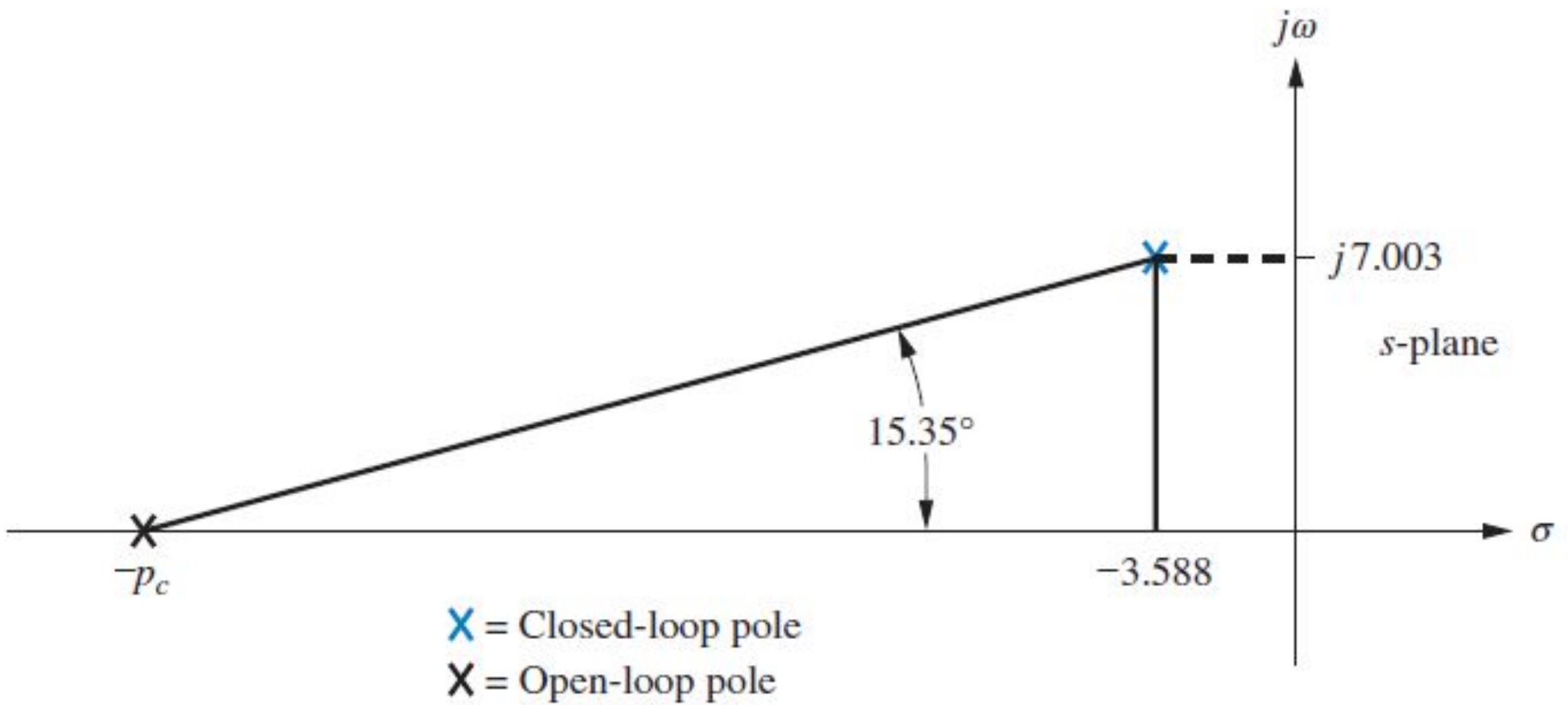


FIGURA 9.37 Sistema sem compensação para o Exemplo 9.6.

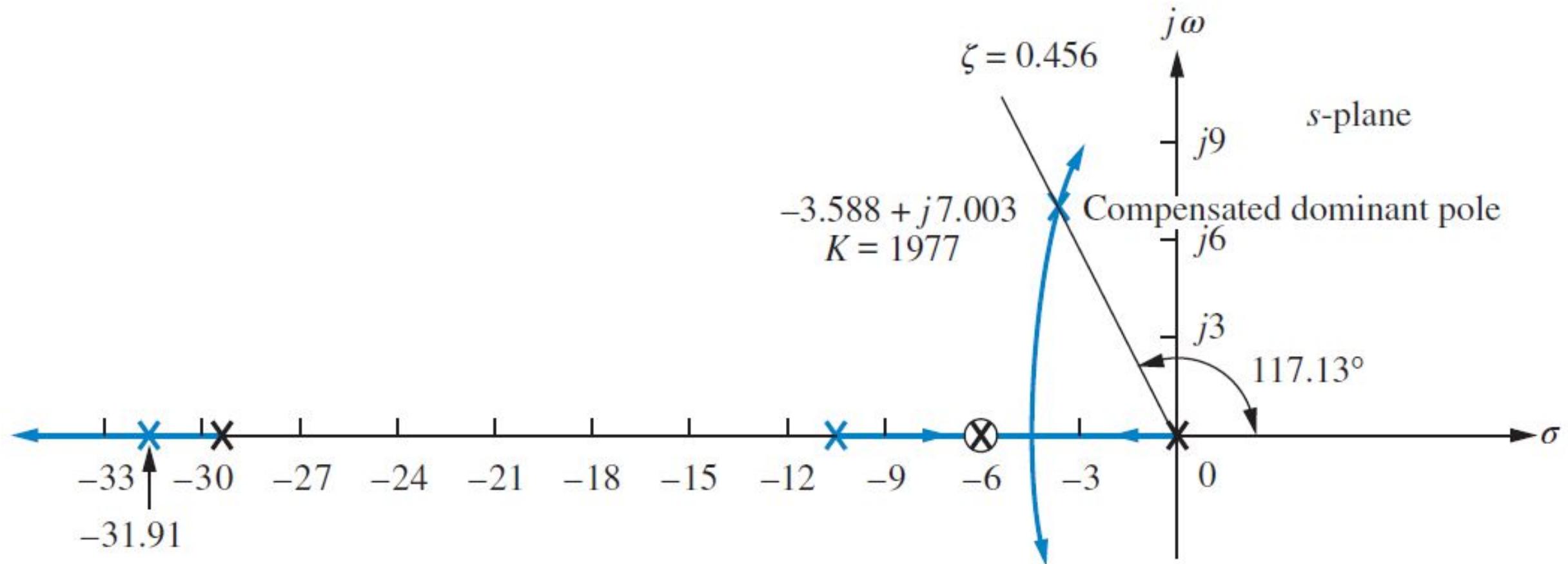




$$-\zeta\omega_n = -2(1.794) = -3.588$$

$$\omega_d = \zeta\omega_n \tan 117.13^\circ = 3.588 \tan 117.13^\circ = 7.003$$

$$\frac{7.003}{p_c - 3.588} = \tan 15.35^\circ$$



✖ = Closed-loop pole

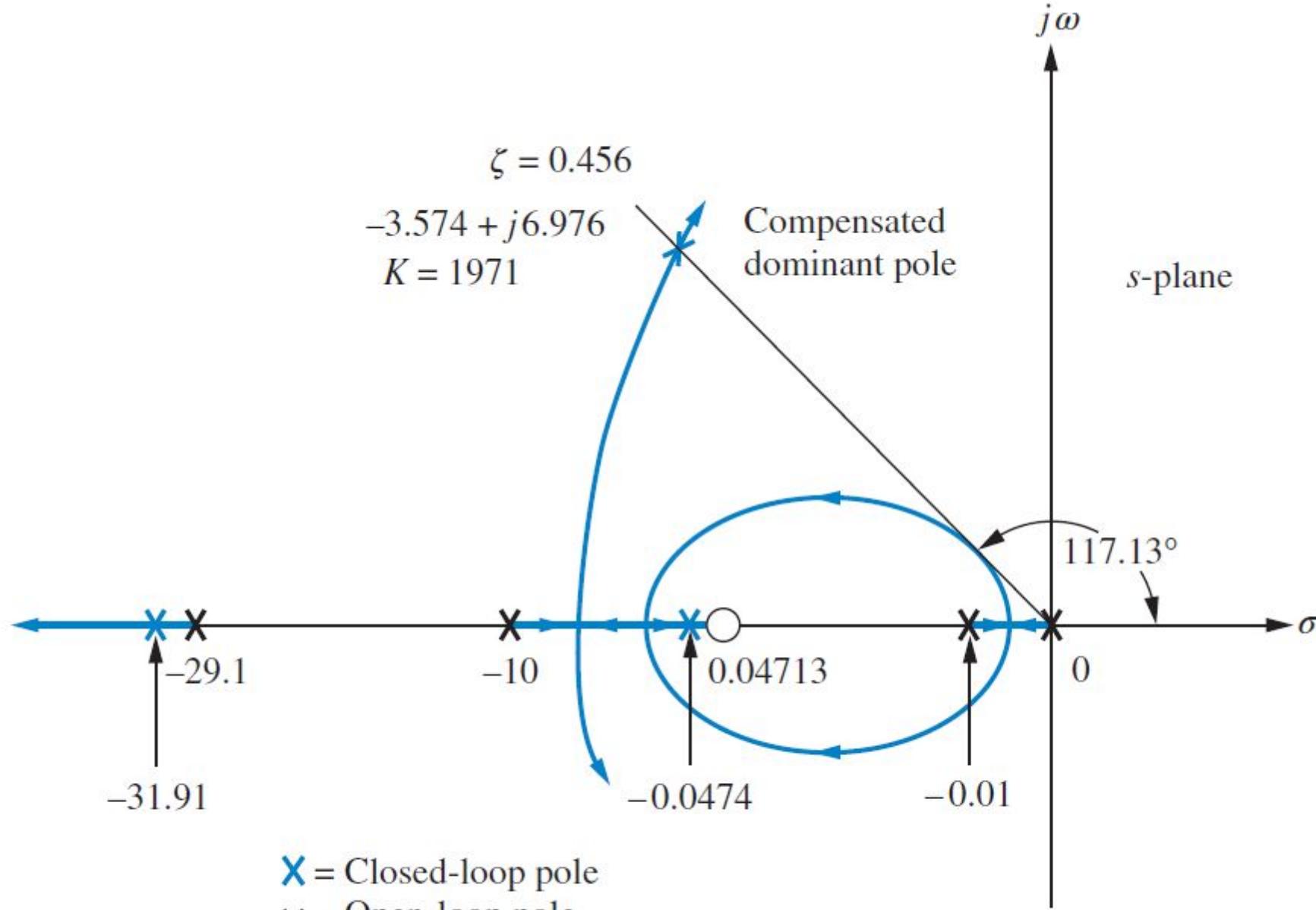
✗ = Open-loop pole

$$G(s) = \frac{192.1}{s(s+6)(s+10)}$$

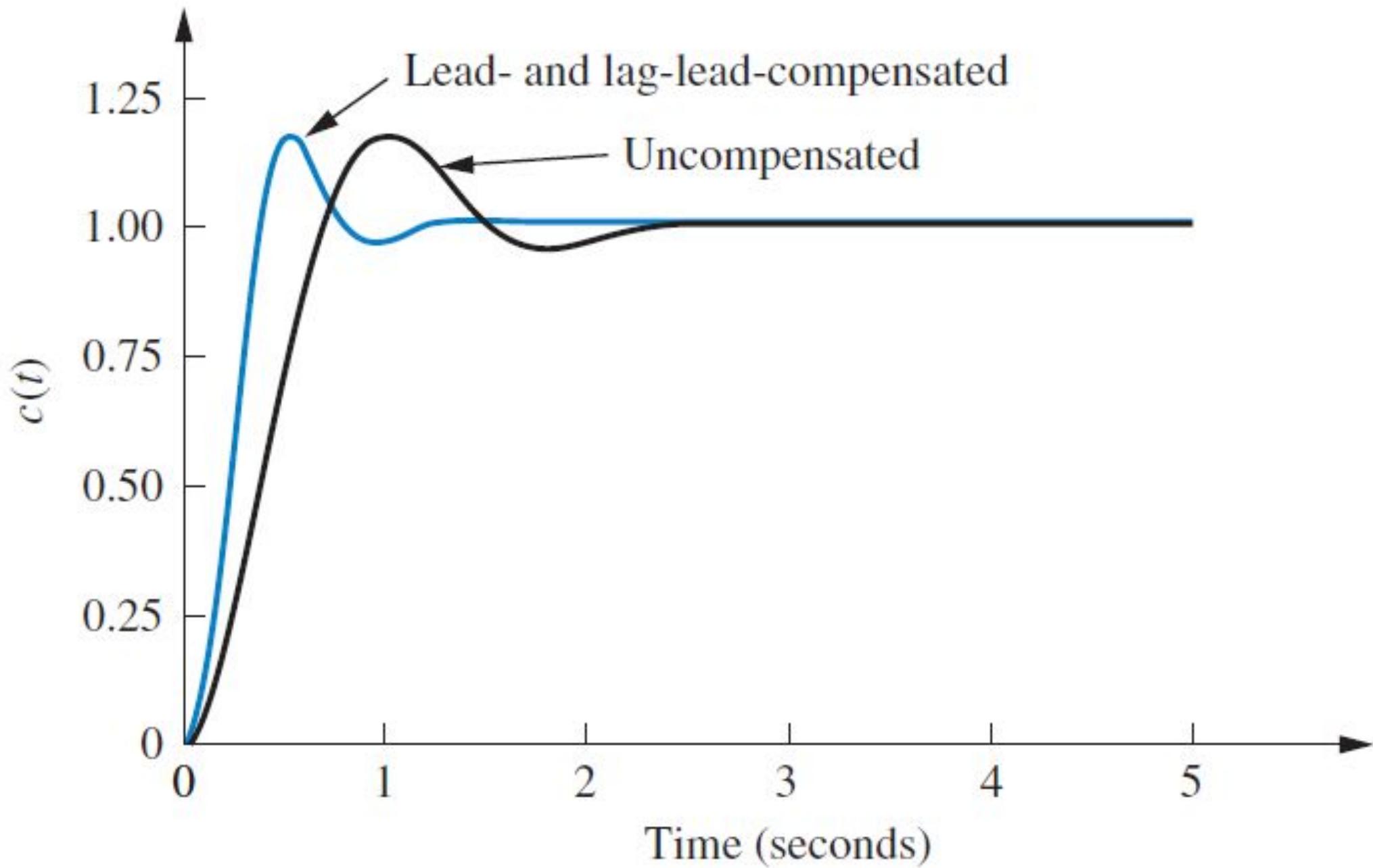
$$G_{\text{LC}}(s) = \frac{1977}{s(s+10)(s+29.1)}$$

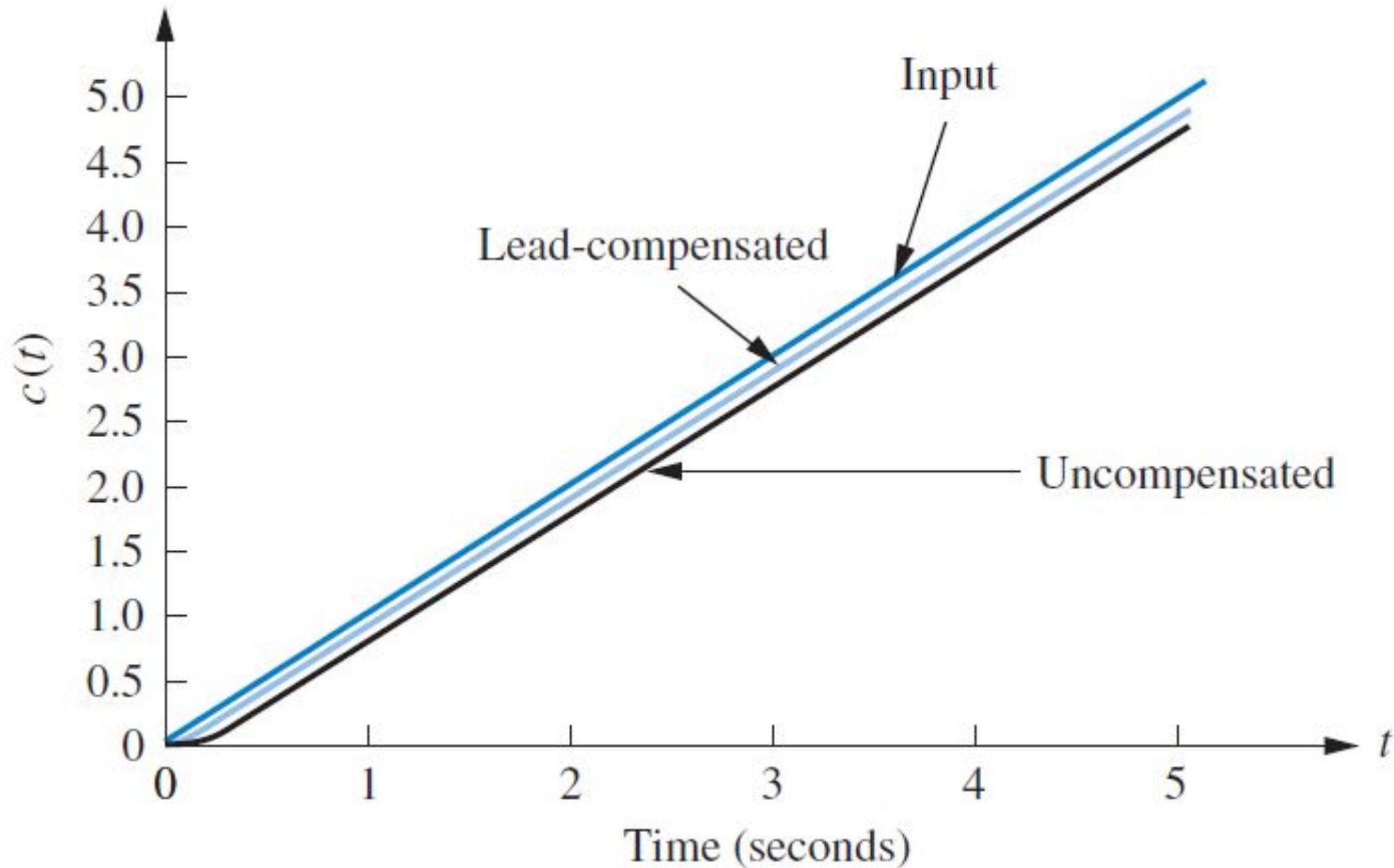
$$G_{\text{lag}}(s) = \frac{(s + 0.04713)}{(s + 0.01)}$$

$$G_{\text{LLC}}(s) = \frac{K(s + 0.04713)}{s(s+10)(s+29.1)(s+0.01)}$$



Note: This figure is not drawn to scale.





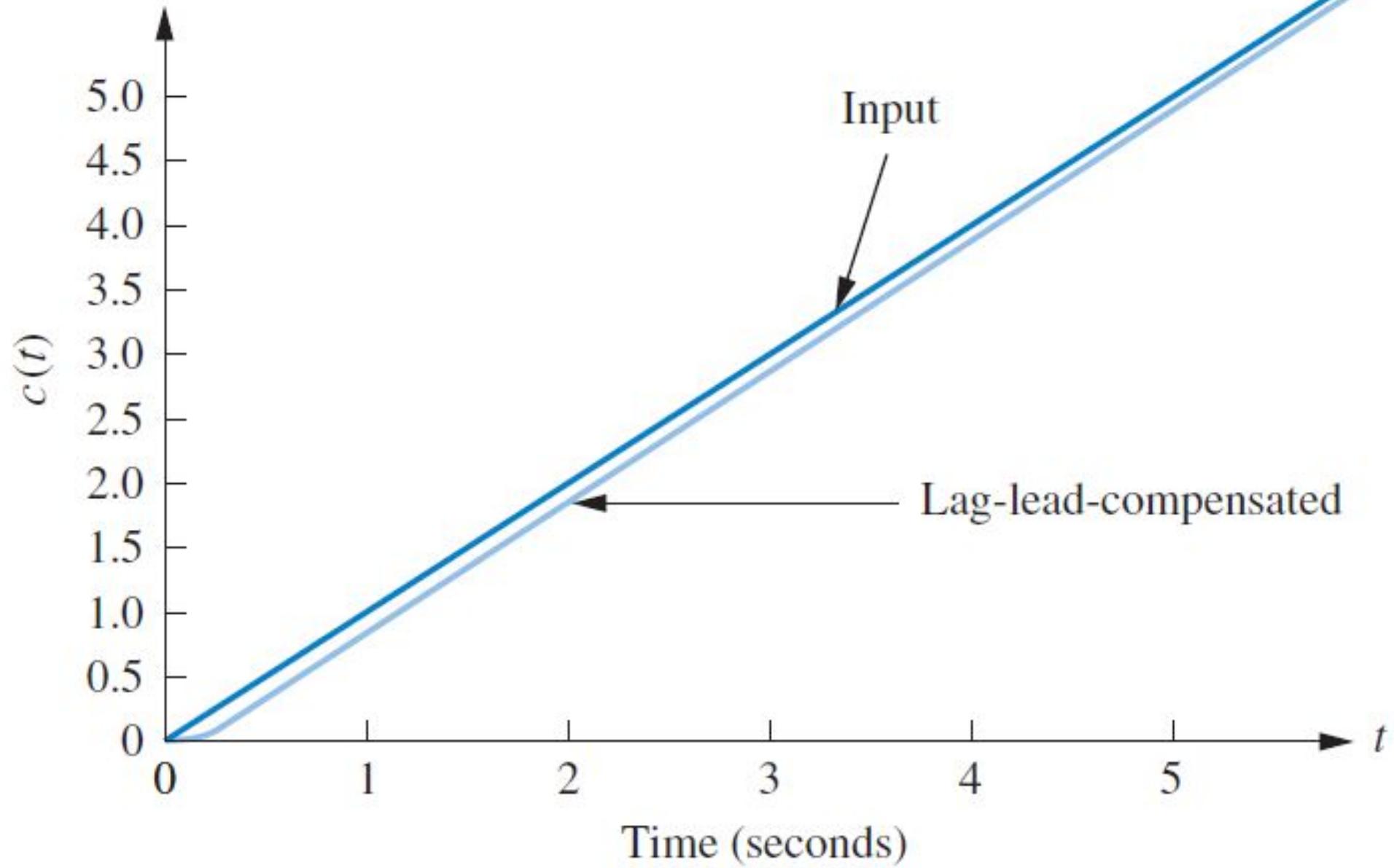


TABLE 9.6 Predicted characteristics of uncompensated, lead-compensated, and lag-lead-compensated systems of Example 9.6

	Uncompensated	Lead-compensated	Lag-lead-compensated
Plant and compensator	$\frac{K}{s(s + 6)(s + 10)}$	$\frac{K}{s(s + 10)(s + 29.1)}$	$\frac{K(s + 0.04713)}{s(s + 10)(s + 29.1)(s + 0.01)}$
Dominant poles	$-1.794 \pm j3.501$	$-3.588 \pm j7.003$	$-3.574 \pm j6.976$
K	192.1	1977	1971
ζ	0.456	0.456	0.456
ω_n	3.934	7.869	7.838
%OS	20	20	20
T_s	2.230	1.115	1.119
T_p	0.897	0.449	0.450
K_v	3.202	6.794	31.92
$e(\infty)$	0.312	0.147	0.0313
Third pole	-12.41	-31.92	-31.91, -0.0474
Zero	None	None	-0.04713
Comments	Second-order approx. OK	Second-order approx. OK	Second-order approx. OK