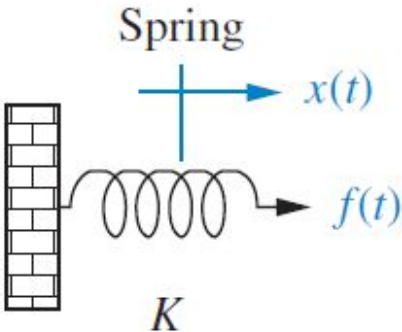
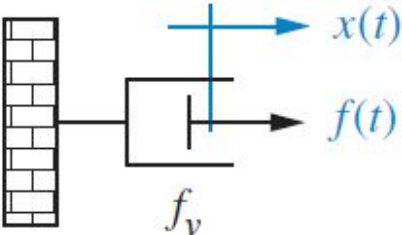
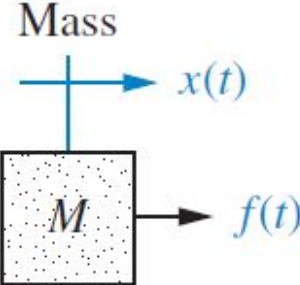


Funções de Transferência de Sistemas Mecânicos Translacionais

Fundamentos de Controle

Component	Force-velocity	Force-displacement	Impedance $Z_M(s) = F(s)/X(s)$
<p>Spring</p> 	$f(t) = K \int_0^t v(\tau) d\tau$	$f(t) = Kx(t)$	K
<p>Viscous damper</p> 	$f(t) = f_v v(t)$	$f(t) = f_v \frac{dx(t)}{dt}$	$f_v s$
<p>Mass</p> 	$f(t) = M \frac{dv(t)}{dt}$	$f(t) = M \frac{d^2 x(t)}{dt^2}$	$M s^2$

Exemplo 2.16

Função de Transferência – Uma Equação de Movimento

PROBLEMA: Determine a função de transferência, $X(s)/F(s)$, para o sistema da Figura 2.15(a).

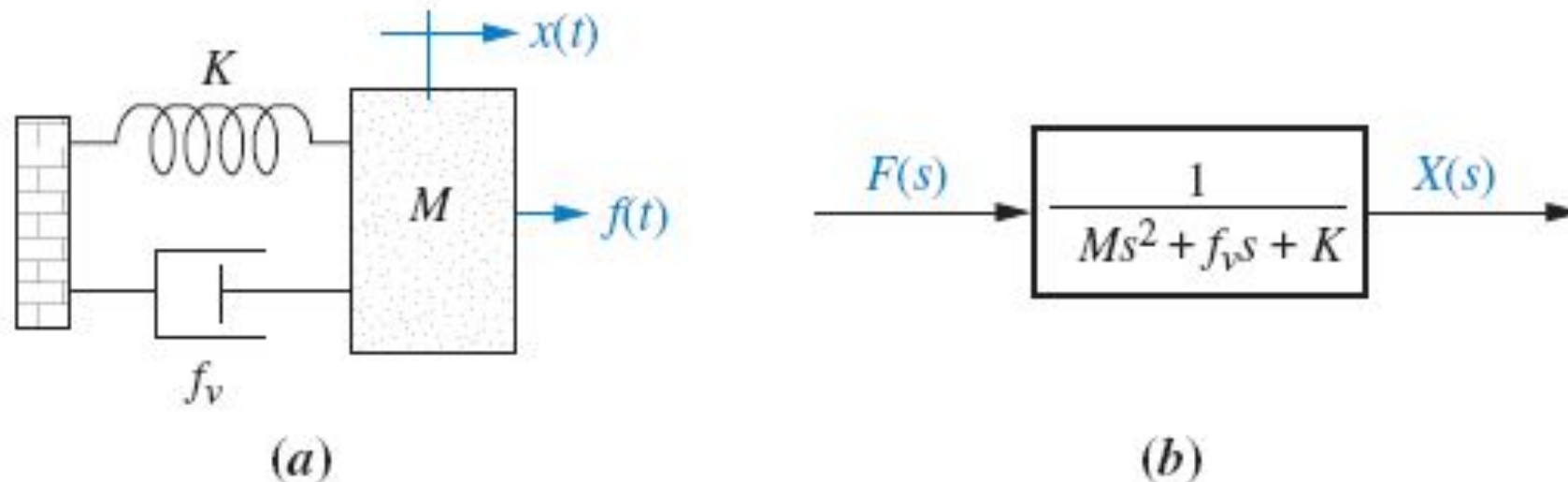
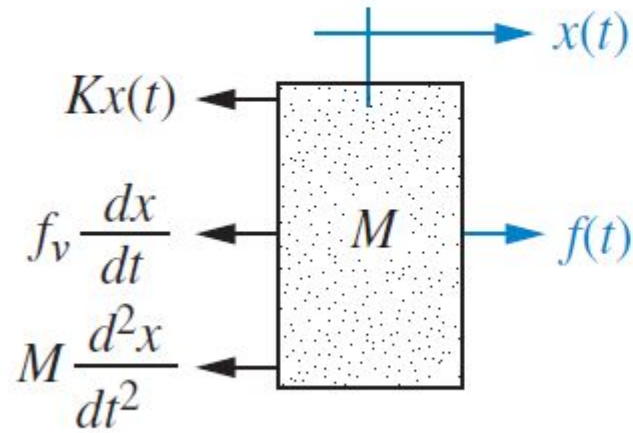
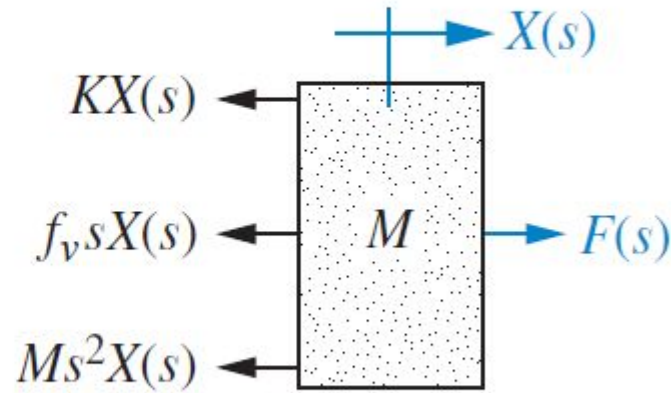


FIGURA 2.15 **a.** Sistema massa, mola e amortecedor; **b.** diagrama de blocos.

$$M \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + f_v \frac{dx(t)}{dt} + Kx(t) = f(t)$$



(a)



(b)

$$F(s) = KX(s)$$

$$F(s) = Ms^2 X(s)$$

$$F(s) = f_v sX(s)$$

$$Z_M(s) = \frac{F(s)}{X(s)}$$

$$Ms^2 X(s) + f_v sX(s) + KX(s) = F(s)$$

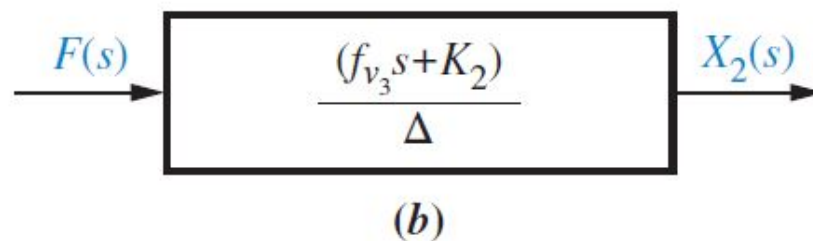
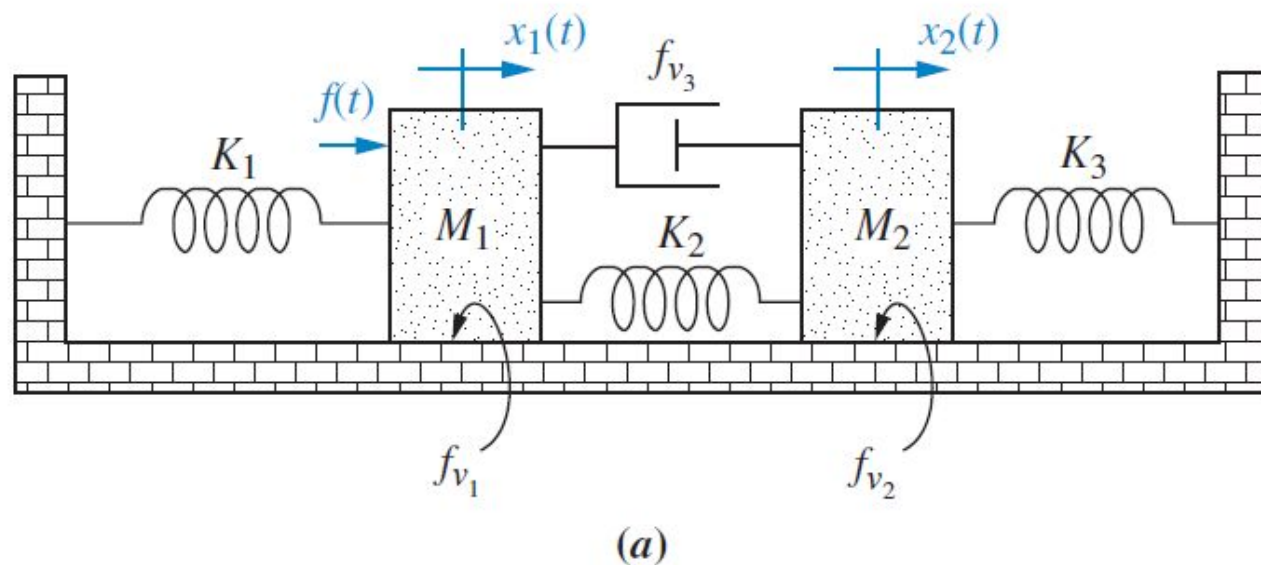
$$(Ms^2 + f_v s + K)X(s) = F(s)$$

$$G(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{Ms^2 + f_v s + K}$$

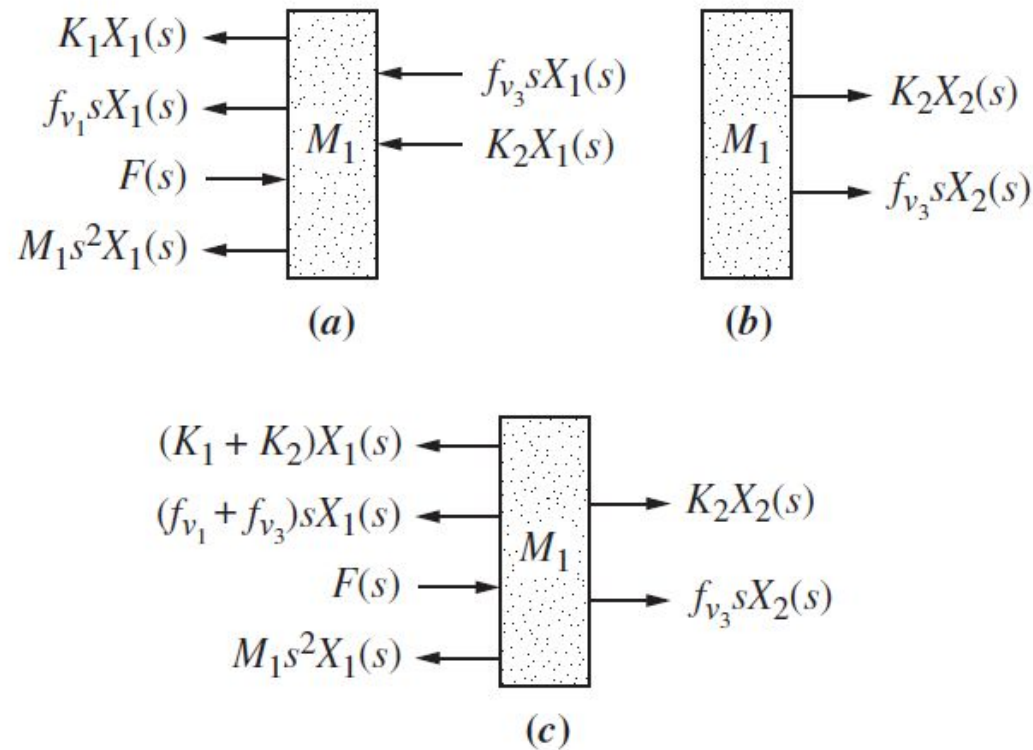
Exemplo 2.17

Função de Transferência – Dois Graus de Liberdade

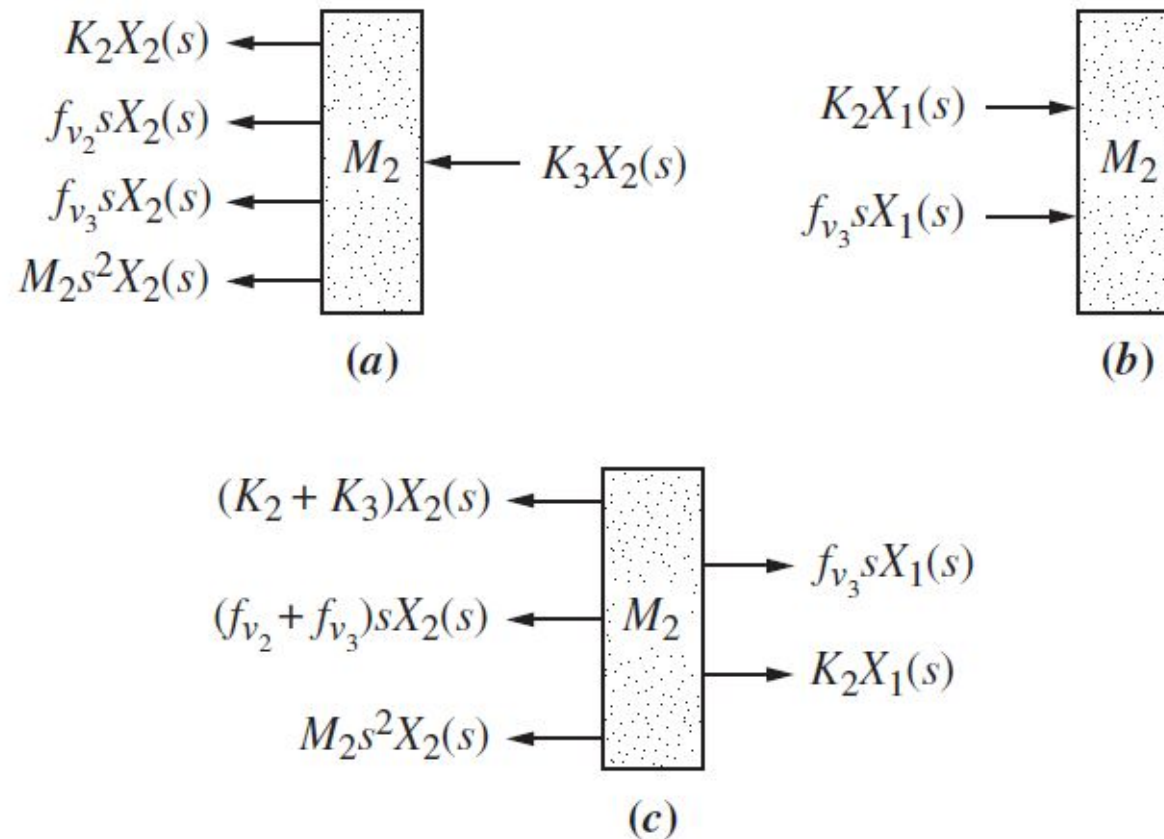
PROBLEMA: Determine a função de transferência, $X_2(s)/F(s)$, para o sistema da Figura 2.17(a).



a. Forças sobre M_1 decorrentes apenas de movimento de M_1 ; b. forças sobre M_1 decorrentes apenas de movimento de M_2 ; c. todas as forças sobre M_1 .



a. Forças sobre M_2 decorrentes apenas de movimento de M_2 ; b. forças sobre M_2 decorrentes apenas de movimento de M_1 ; c. todas as forças sobre M_2 .



$$[M_1 s^2 (F_{v_1} + f_{v_3})s + (K_1 + K_2)]X_1(s) - (f_{v_3}s + K_2)X_2(s) = F(s)$$

$$- (f_{v_3}s + K_2)X_1(s) + [M_2 s^2 + (f_{v_2} + f_{v_3})s + (K_2 + K_3)]X_2(s) = 0$$

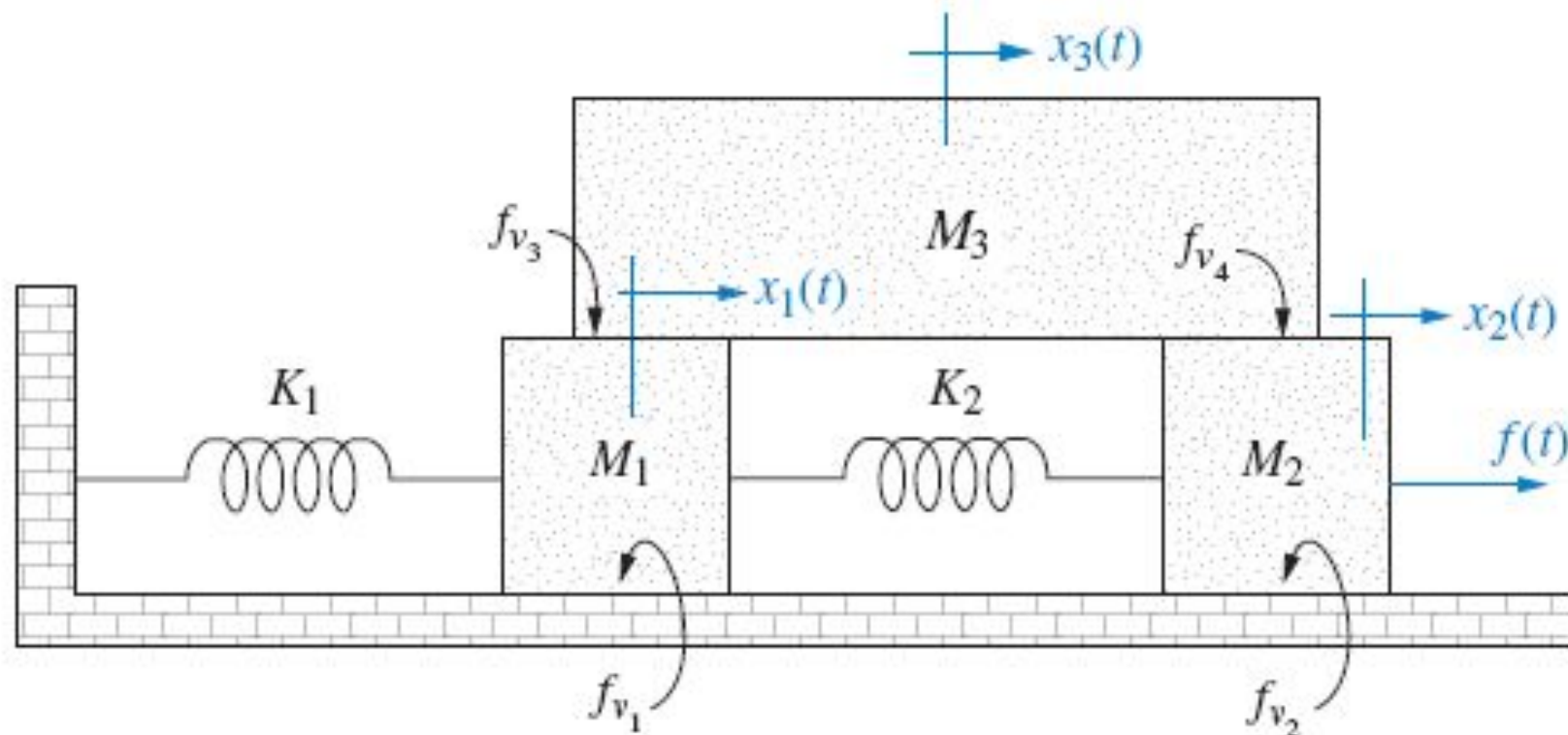
$$\frac{X_2(s)}{F(s)} = G(s) = \frac{(f_{v_3}s + K_2)}{\Delta}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} [M_1 s^2 + (f_{v_1} + f_{v_3})s + (K_1 + K_2)] & -(f_{v_3}s + K_2) \\ -(f_{v_3}s + K_2) & [M_2 s^2 + (f_{v_2} + f_{v_3})s + (K_2 + K_3)] \end{vmatrix}$$

Exemplo 2.18

Equações de Movimento por Inspeção

PROBLEMA: Escreva, sem resolver, as equações de movimento para o sistema mecânico da Figura 2.20.



$$[M_1 s^2 + (f_{v_1} + f_{v_3})s + (K_1 + K_2)]X_1(s) - K_2 X_2(s) - f_{v_3} s X_3(s) = 0$$

$$-K_2 X_1(s) + [M_2 s^2 + (f_{v_2} + f_{v_4})s + K_2]X_2(s) - f_{v_4} s X_3(s) = F(s)$$

$$-f_{v_3} s X_1(s) - f_{v_4} s X_2(s) + [M_3 s^2 + (f_{v_3} + f_{v_4})s]X_3(s) = 0$$

Exercício 2.8

PROBLEMA: Determine a função de transferência, $G(s) = X_2(s)/F(s)$, para o sistema mecânico translacional mostrado na Figura 2.21.

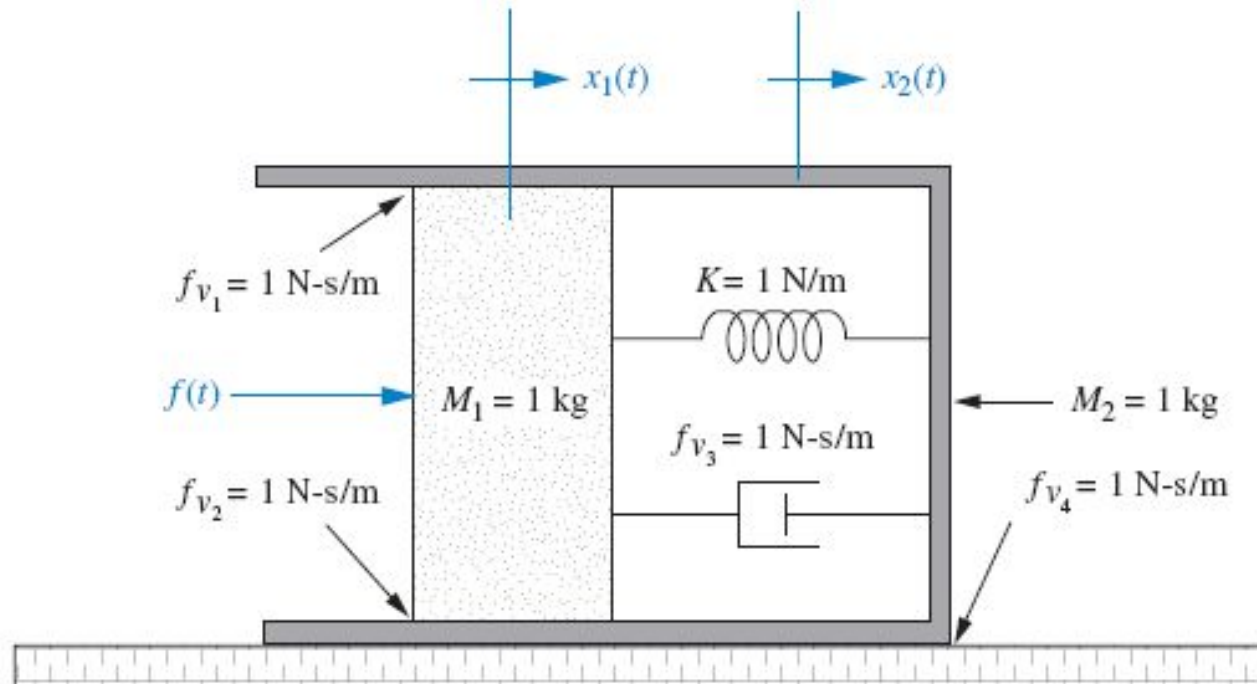


FIGURA 2.21 Sistema mecânico translacional para o Exercício 2.8.

RESPOSTA:
$$G(s) = \frac{3s + 1}{s(s^3 + 7s^2 + 5s + 1)}$$