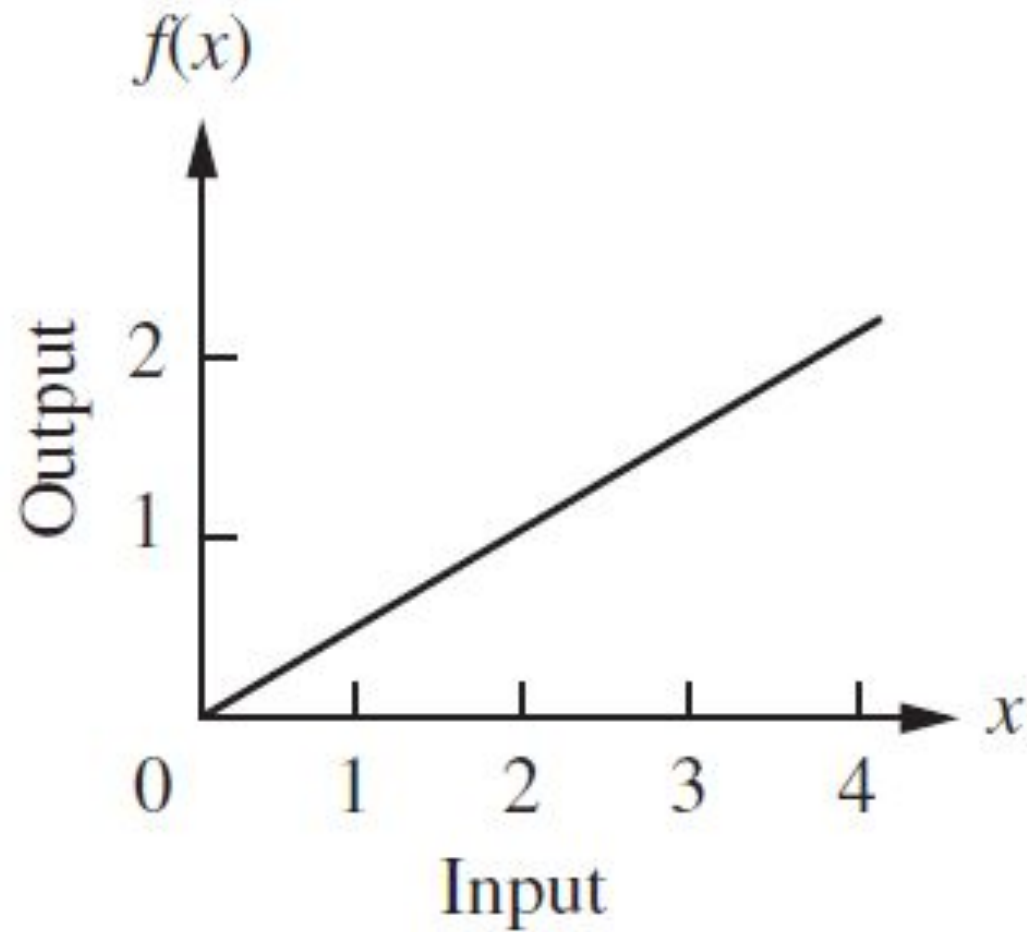
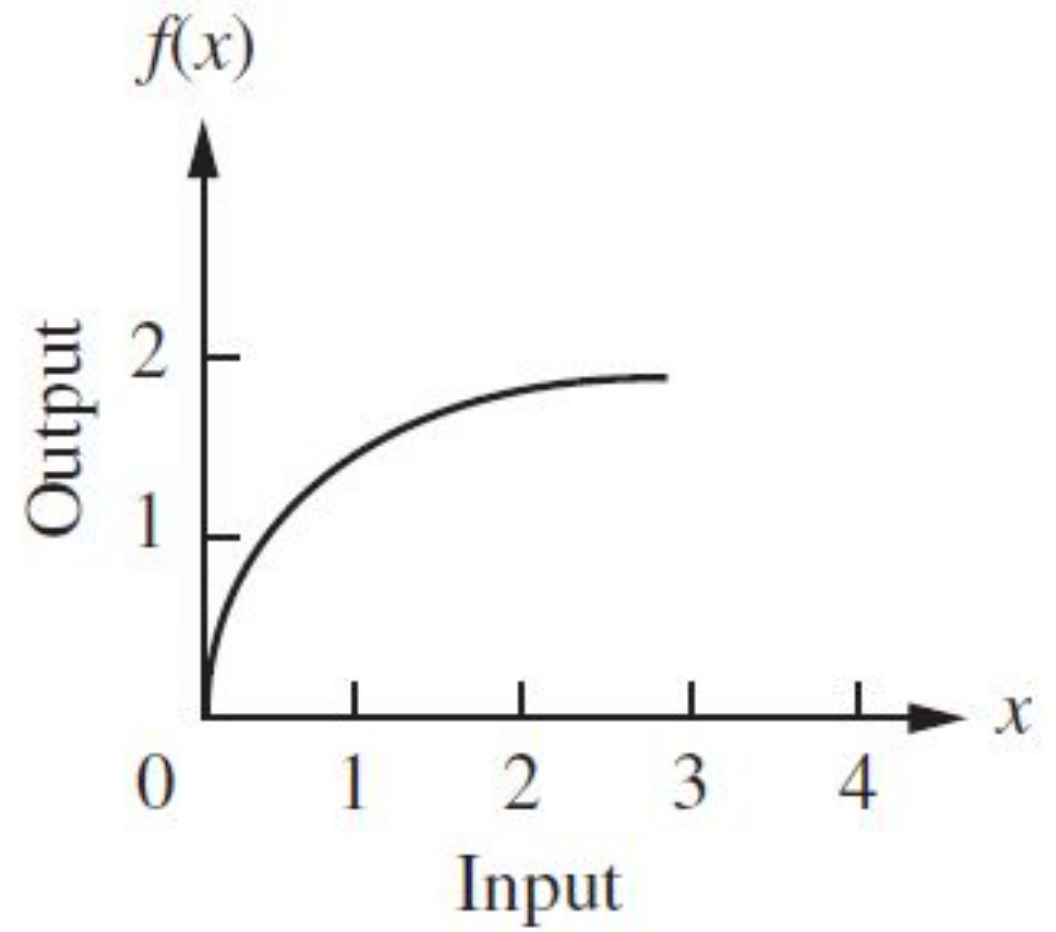


Não Linearidades

Fundamentos de Controle

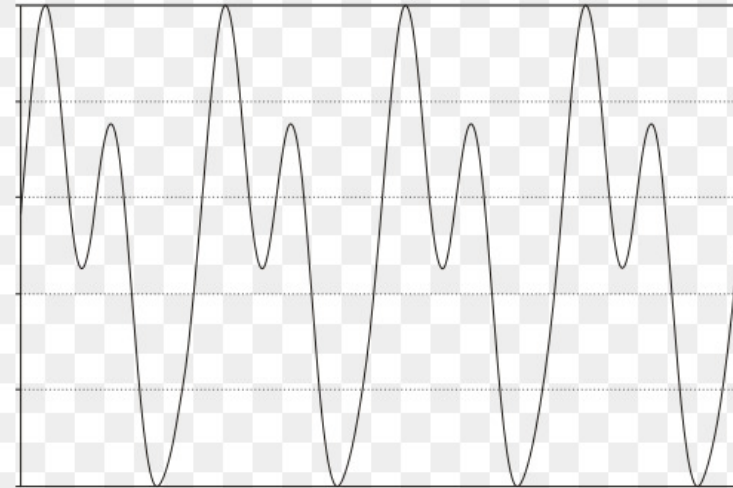
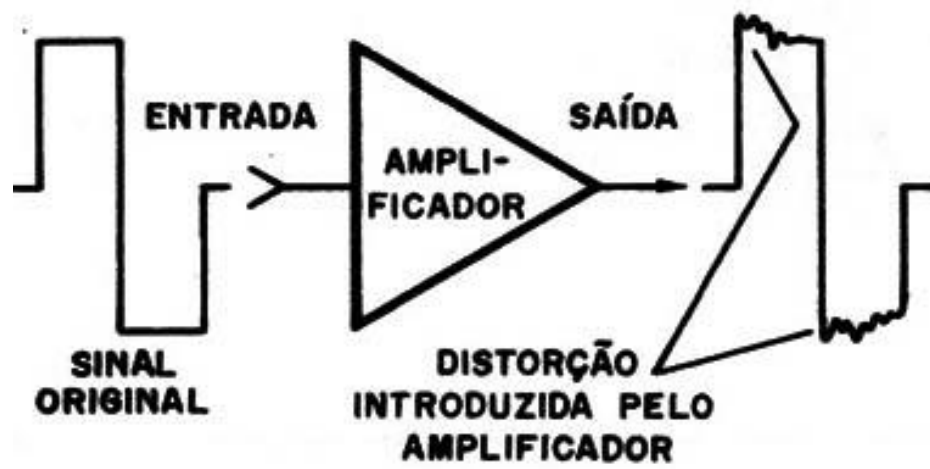


(a)

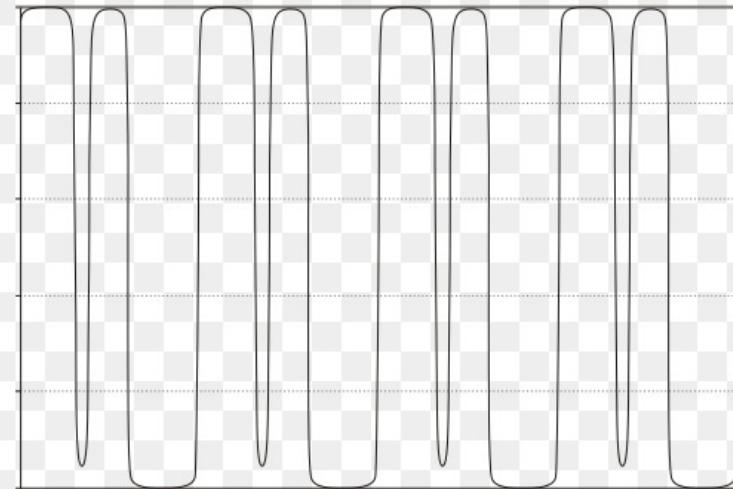


(b)

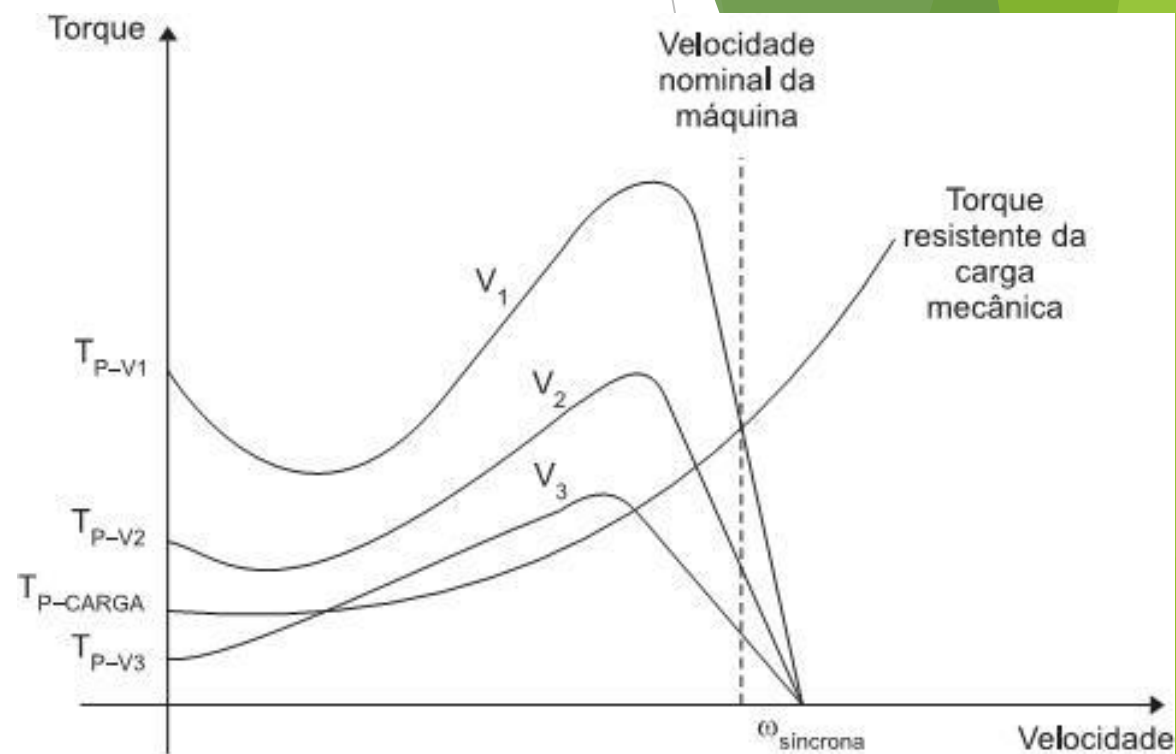
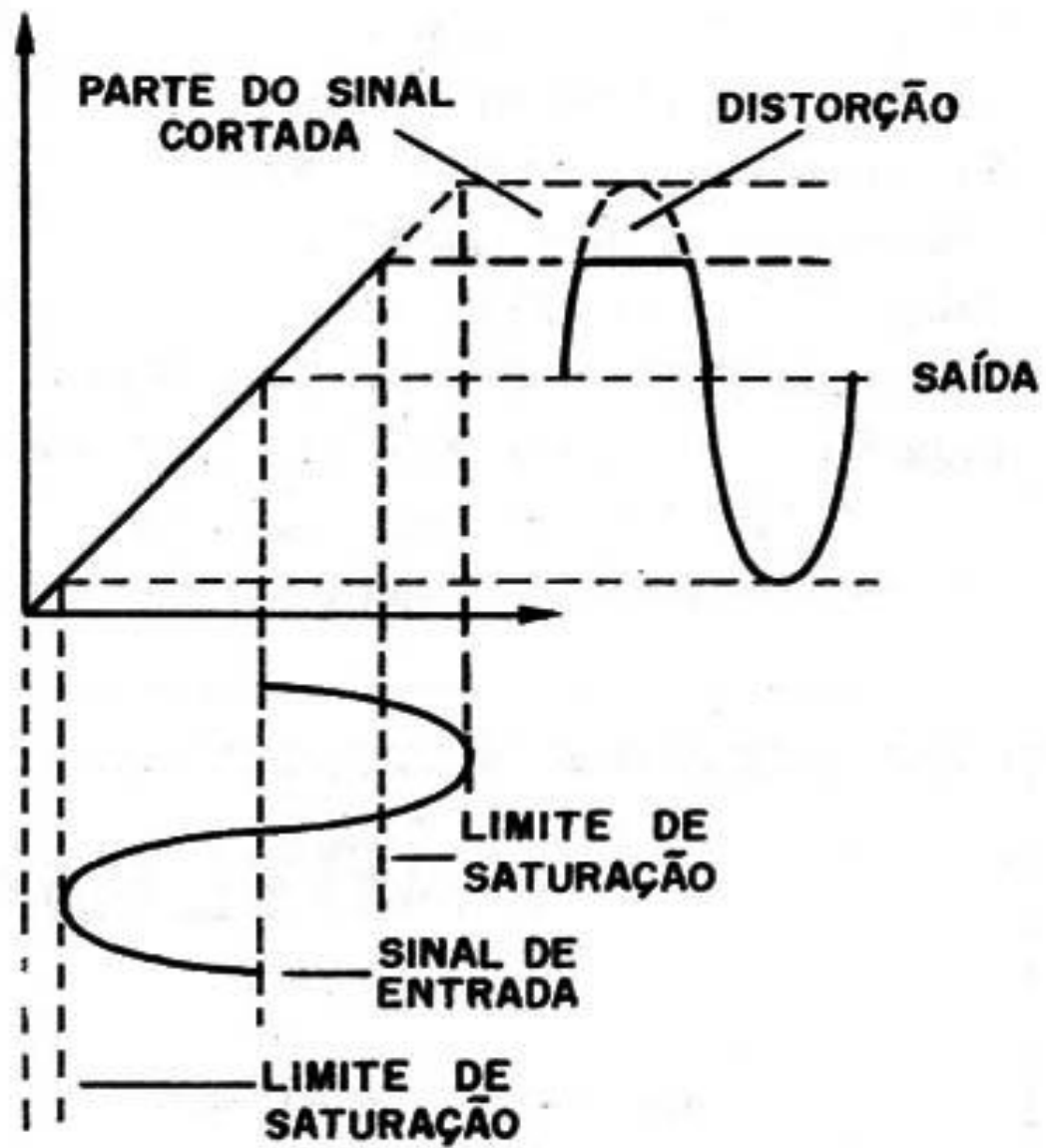
FIGURE 2.45 a. Linear system; b. nonlinear system



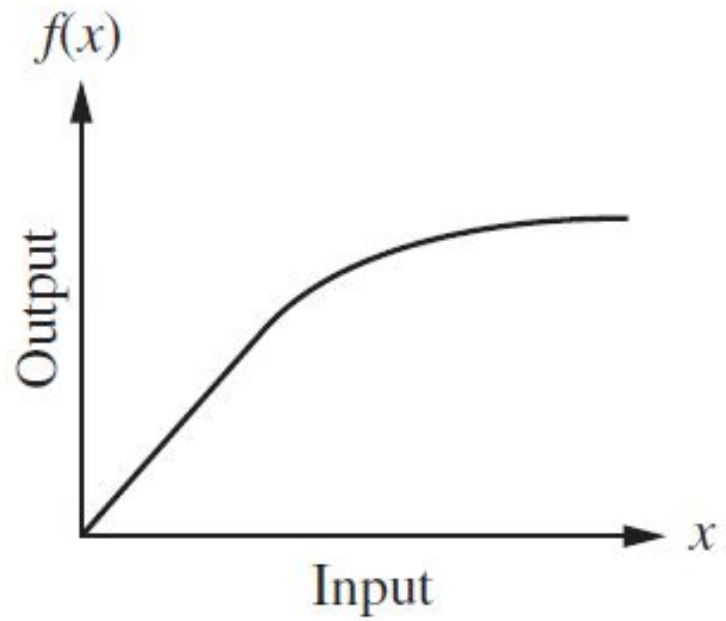
Original waveform



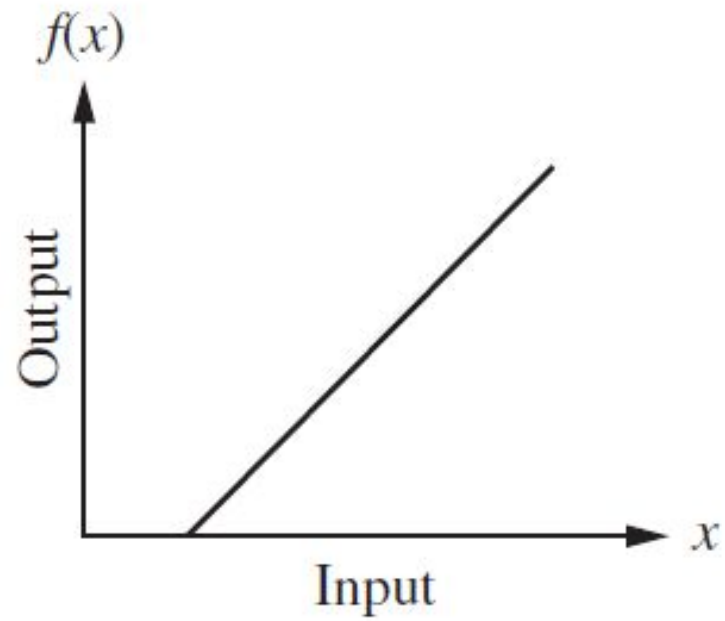
Distorted waveform



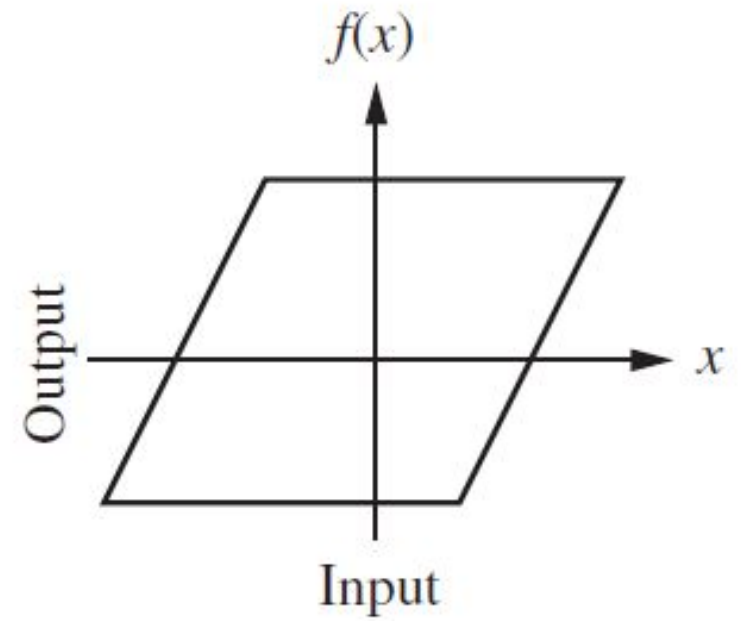
Amplifier saturation



Motor dead zone



Backlash in gears



Linearização

$$[f(x) - f(x_0)] \approx m_a(x - x_0)$$

$$\delta f(x) \approx m_a \delta x$$

$$f(x) \approx f(x_0) + m_a(x - x_0) \approx f(x_0) + m_a \delta x$$

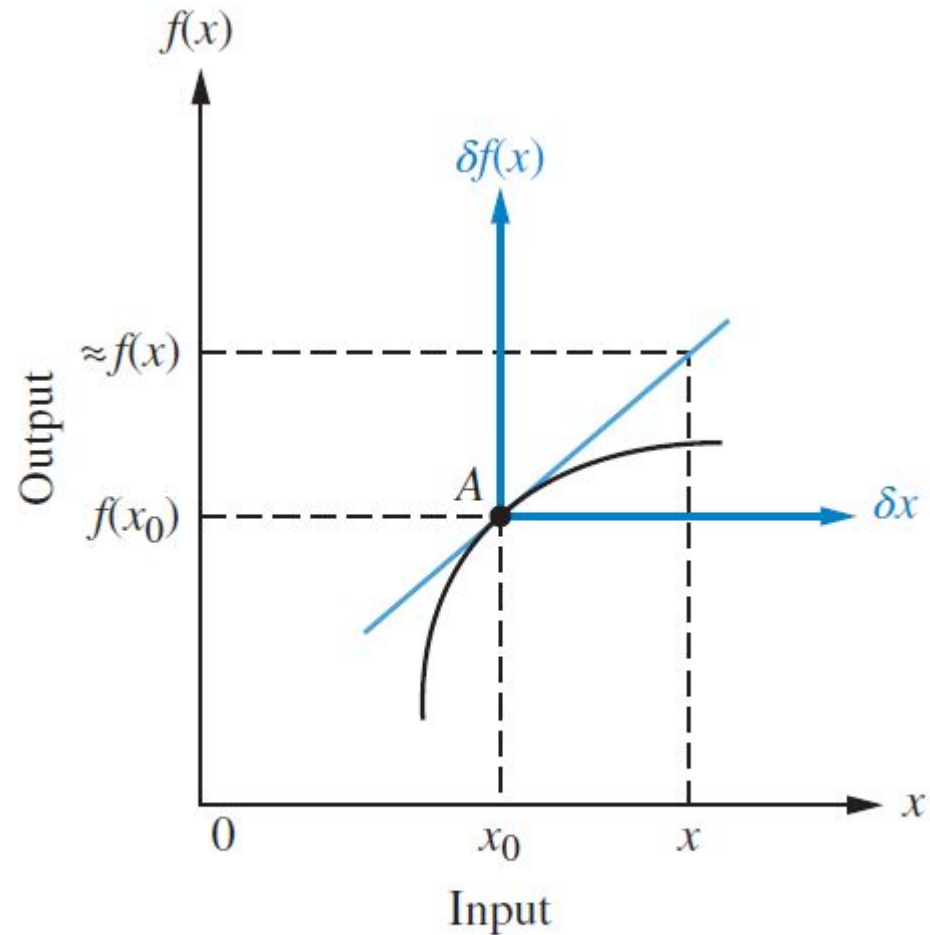
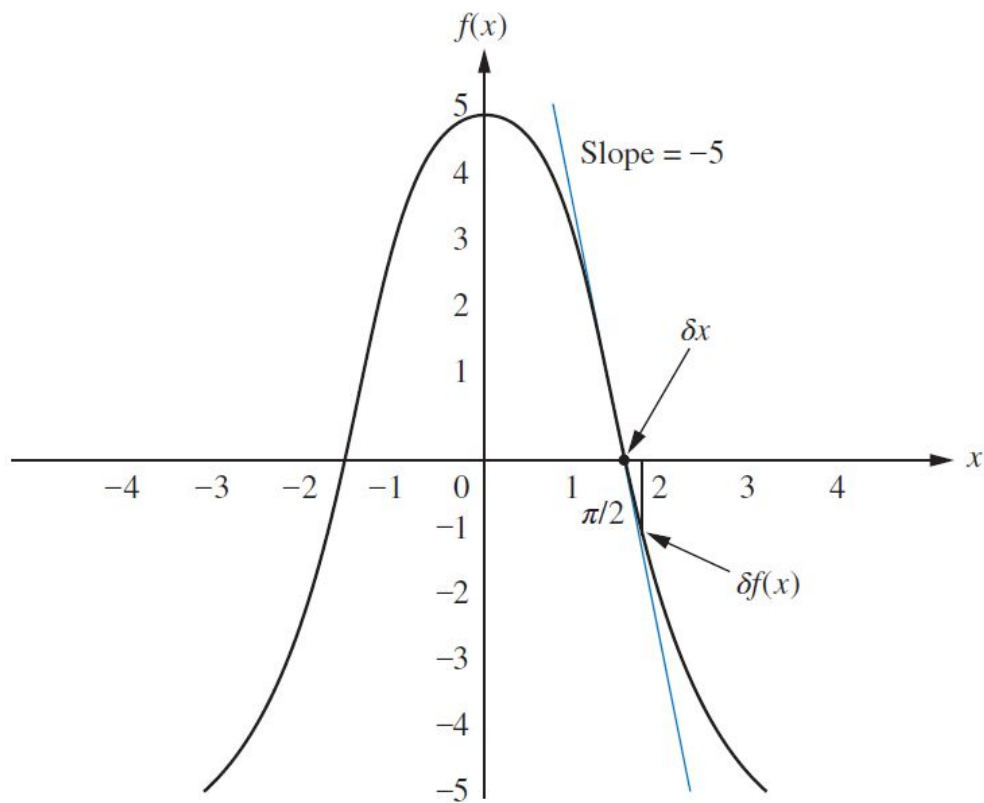


FIGURE 2.47 Linearization about point A

Exemplo 2.26

Linearizando uma Função

PROBLEMA: Linearize $f(x) = 5 \cos x$ em torno de $x = \pi/2$.



$$df/dx = (-5 \sin x)$$

$$x = \pi/2$$

$$f(x_0) = f(\pi/2) = 5 \cos(\pi/2) = 0$$

$$f(x) = -5 \delta x$$

Exemplo 2.27

Linearizando uma Equação Diferencial

PROBLEMA: Linearize a Equação (2.184) para pequenas variações em torno de $x = \pi/4$.

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2 \frac{dx}{dt} + \cos x = 0 \quad (2.184)$$

$$\frac{d^2 \left(\delta x + \frac{\pi}{4} \right)}{dt^2} + 2 \frac{d \left(\delta x + \frac{\pi}{4} \right)}{dt} + \cos \left(\delta x + \frac{\pi}{4} \right) = 0$$

$$\frac{d^2 \left(\delta x + \frac{\pi}{4} \right)}{dt^2} = \frac{d^2 \delta x}{dt^2}$$

$$\frac{d \left(\delta x + \frac{\pi}{4} \right)}{dt} = \frac{d \delta x}{dt}$$

$$\cos\left(\delta x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \left.\frac{d \cos x}{dx}\right|_{x=\frac{\pi}{4}} \delta x = -\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \delta x$$

$$\cos\left(\delta x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \delta x = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \delta x$$

$$\frac{d^2 \delta x}{dt^2} + 2 \frac{d\delta x}{dt} - \frac{\sqrt{2}}{2} \delta x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Exemplo 2.28

Função de Transferência – Circuito Elétrico Não Linear

PROBLEMA: Determine a função de transferência, $V_L(s)/V(s)$, para o circuito elétrico mostrado na Figura 2.49, que contém um resistor não linear cuja relação tensão-corrente é definida por $i_r = 2e^{0,1v_r}$, em que i_r e v_r são a corrente e a tensão no resistor, respectivamente. Além disso, $v(t)$ na Figura 2.49 é uma fonte de pequenos sinais.

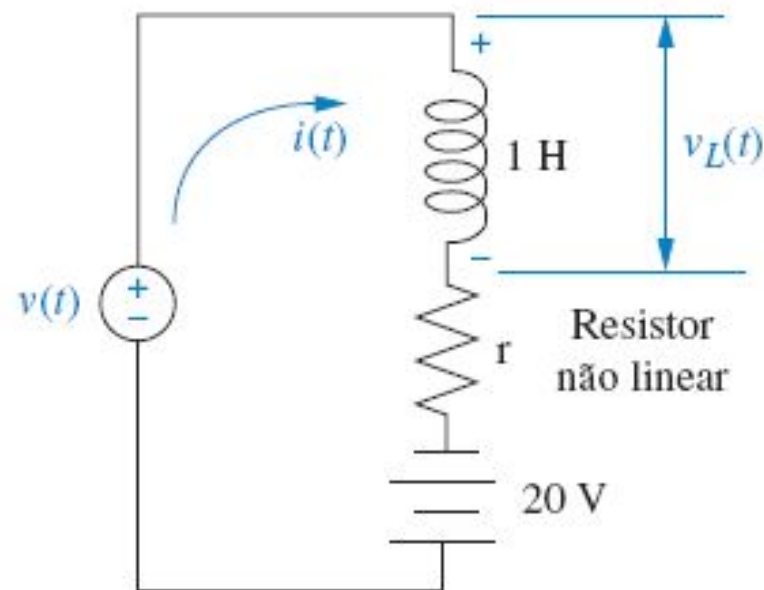


FIGURA 2.49 Circuito elétrico não linear.

$$i_r = 2e^{0.1v_r}$$

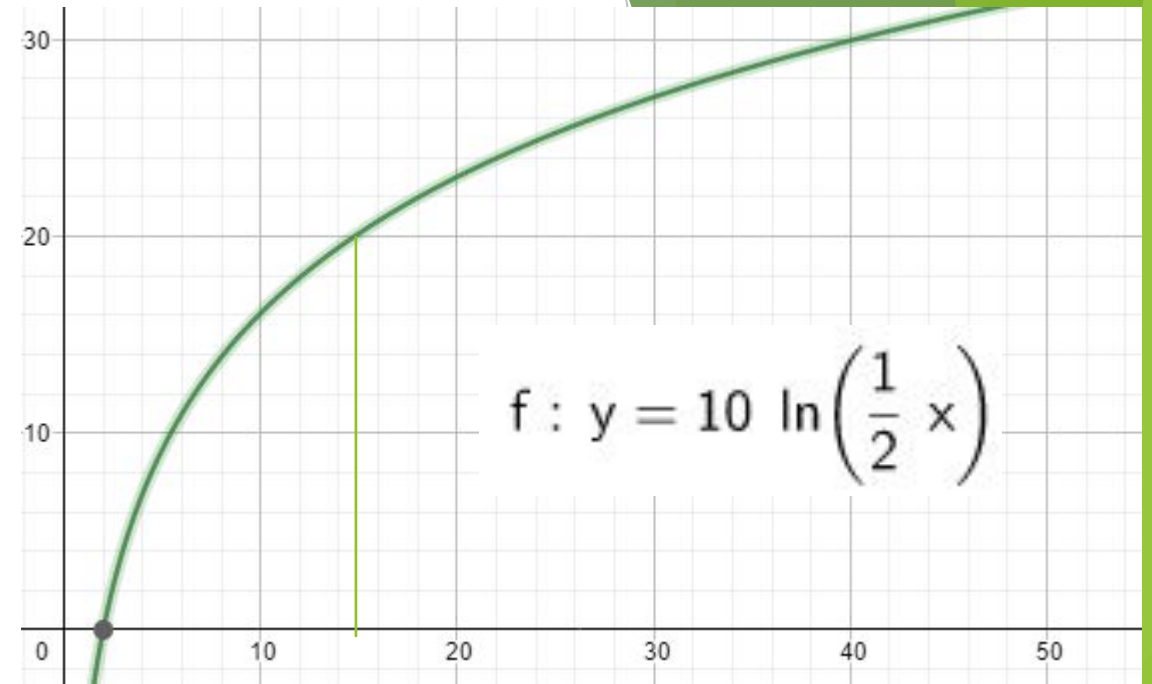
$$v_r = 10 \ln \frac{1}{2} i_r$$

$$L \frac{di}{dt} + 10 \ln \frac{1}{2} i - 20 = v(t)$$

$$L \frac{d(i_0 + \delta i)}{dt} + 10 \ln \frac{1}{2} (i_0 + \delta i) - 20 = v(t)$$

$$\ln \frac{1}{2} (i_0 + \delta i) - \ln \frac{1}{2} i_0 = \frac{d\left(\ln \frac{1}{2} i\right)}{di} \Big|_{i=i_0} \delta i = \frac{1}{i} \Big|_{i=i_0} \delta i = \frac{1}{i_0} \delta i$$

$$\ln \frac{1}{2} (i_0 + \delta i) = \ln \frac{i_0}{2} + \frac{1}{i_0} \delta i$$



$$i_0 = 14.78$$

$$\frac{d\delta i}{dt} + 0.677\delta i = v(t)$$

$$\delta i(s) = \frac{V(s)}{s + 0.677}$$

$$v_L(t) = L \frac{d}{dt}(i_0 + \delta i) = L \frac{d\delta i}{dt}$$

$$V_L(s) = Ls\delta i(s) = s\delta i(s)$$

$$\frac{V_L(s)}{V(s)} = \frac{s}{s + 0.677}$$

Exercício 2.13

PROBLEMA: Determine a função de transferência linearizada, $G(s) = V(s)/I(s)$, para o circuito elétrico mostrado na Figura 2.50. O circuito contém um resistor não linear cuja relação tensão-corrente é definida por $i_r = e^{v_r}$. A fonte de corrente, $i(t)$, é um gerador de pequenos sinais.

RESPOSTA: $G(s) = \frac{1}{s + 2}$

A solução completa está disponível no GEN-IO, Ambiente de Aprendizagem do Grupo GEN.

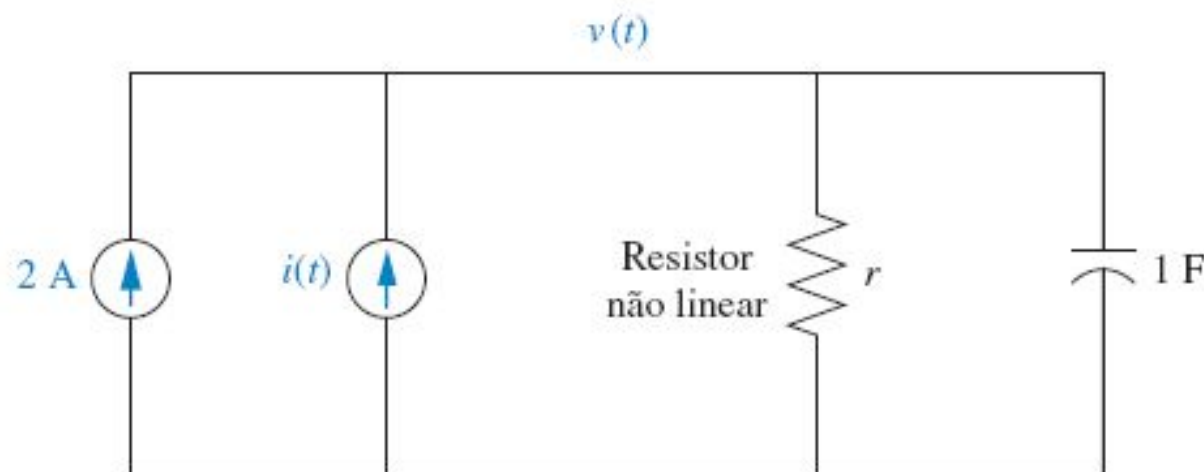


FIGURA 2.50 Circuito elétrico não linear para o Exercício 2.13.