UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

Maria Emilia Castello (GRR20203921)

MODELAGEM DO PROBLEMA DO TRANSPORTE DE PRODUÇÃO

CURITIBA
2023

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O seguinte trabalho tem como objetivo realizar a modelagem e implementação para resolver o problema de transporte de produção. A partir da descrição do problema, serão deifinidos a função objetiva e as restrições para que o lp_solve consiga resolver usando o método simplex.

PROBLEMA

Uma empresa (que produz um determinado produto) tem um fábricas (indexadas de 1 a m), cada uma delas com capacidade de produção dada (a fabrica i tem capacidade ci - em toneladas). A empresa deve suprir a demanda de n cidades da região (indexadas de 1 a n), sendo que a cidade j tem demanda de dj toneladas do produto. Os custos de transporte são dados em reais por tonelada, ou seja, para cada par fábrica i e cidade j, temos o custo de ti,j reais / tonelada. O diretor da empresa precisa determinar quanto cada fábrica envia para cada cidade. Para resolver este problema, você deve considerar as seguintes informações:

- O transporte do produto não pode ser aproveitado entre fábricas nem entre cidades, ou seja, cada carga de uma fábrica para uma cidade e independente das demais cargas;
- O custo do transporte é linear no peso da carga, ou seja, se a carga transportada da fábrica i para a cidade j e de k toneladas, o custo e de k × ti,j

MODELAGEM

Definindo a função objetiva para obter o menor custo possível:

$$min: \sum_{i=1,\, j=1}^{m,\, n} (Tij \cdot Xij)$$

Sendo que Tij é o custo de transporte por quantidade da fábrica i para a cidade j e Xij é a quantidade enviada da fábrica i para a cidade j.
Logo, se Tij é o custo por quantidade e Xij é a quantidade enviada, então a multiplicação de ambos retorna o valor gasto da fábrica i para a cidade j. Somando todos os valores, obtemos o valor final total.

Definindo as restrições:

Para cada fábrica i de 1 até m,

$$\sum_{j=1}^{n} (Xij) < = Ci$$

Sendo Xij a quantidade enviada da fábrica i para a cidade j e Ci a capacidade de cada fábrica i.
Com isso, temos que a soma de todas as quantidades enviadas por cada fábrica não pode superar a capacidade total da fábrica.

Para cada cidade j de 1 até n,

$$\sum_{i=1}^{m} (Xij) = Dj$$

Sendo Xij a quantidade enviada da fábrica i para a cidade j e Dj a demanda de cada cidade j.
Com isso, temos que a soma das quantidades enviadas pelas fábricas para cada cidade tem que ser igual a demanda da cidade

IMPLEMENTAÇÃO

1. Leitura de número de fábricas e número de cidades. Em seguida, leitura da capacidade de todas as fábricas, demandas de todas as cidades e custos de envio de todas as fábricas para todas as cidades

```
#include <stdlib.h>
#include <stdio.h>

int main(){
	int m, n;
	scanf("%d %d", &m, &n);
	double capacidades[m], demandas[n], custos[m*n];
	for(int i=0;i<m;i++){
		scanf("%lf", &capacidades[i]);
	}
	for(int i=0;i<n;i++){
		scanf("%lf", &demandas[i]);
	}
	for(int i=0;i<m*n;i++){
		scanf("%lf", &custos[i]);
	}
```

2. Imprimir a função objetiva baseada nos custos

```c
	printf("min: ");
	int index=0;
	for(int i=1;i<=m;i++){
		for(int j=1;j<=n;j++){
			printf("%lfx%d%d ", custos[index], i, j);
			if( j != n)
				printf("+ ");
			index++;
		}
	}
	printf(";\n");
```

3. Imprimir as restrições baseadas nas capacidades das fábricas

```c
	for(int i=1;i<=m;i++){
		printf("\t");
		for(int j=1;j<=n;j++){
			printf("x%d%d ", i, j);
			if( j != n)
				printf("+ ");
		}
		printf("<= %lf;\n", capacidades[i-1]);
	}
```

4. Imprimir as restrições baseadas nas demandas das cidades

```c
	for(int j=1;j<=n;j++){
		printf("\t");
		for(int i=1;i<=m;i++){
			printf("x%d%d ", i, j);
			if( i != m)
				printf("+ ");
		}
		printf("= %lf;\n", demandas[j-1]);
	}
```

5. Imprimir a limitação das quantidades para >= 0

```c
	for(int i=1;i<=m;i++){
		for(int j=1;j<=n;j++){
			printf("\t");
			printf("x%d%d >= 0;\n", i, j);
		}
	}
```

RESULTADOS

Dada a entrada a seguir:
3 4

1100 2000 1500
900 1000 750 950
60 100 50 150
100 120 80 60
80 70 100 80

Temos que 3 é o número de fábricas e 4 é o número de cidades. 1100, 2000 e 1500 são as capacidades de cada fábrica. 900, 1000, 750 e 950 são as demandas de cada cidade. E os demais valores são os custos de envio, sendo que 60, 100, 50 e 150 são os custos de envio da fábrica 1 para cada cidade respectivamente, 100, 120, 80 e 60 da fábrica 2 e 80, 70, 100 e 80 da fábrica 3.

Logo, após aplicar a modelagem proposta, temos o seguinte resultado:

min: 60.000000x11 + 100.000000x12 + 50.000000x13 + 150.000000x14 100.000000x21 + 120.000000x22 + 80.000000x23 + 60.000000x24 80.000000x31 + 70.000000x32 + 100.000000x33 + 80.000000x34 ;
x11 + x12 + x13 + x14 <= 1100.000000;
x21 + x22 + x23 + x24 <= 2000.000000;
x31 + x32 + x33 + x34 <= 1500.000000;
x11 + x21 + x31 = 900.000000;
x12 + x22 + x32 = 1000.000000;
x13 + x23 + x33 = 750.000000;
x14 + x24 + x34 = 950.000000;
x11 >= 0;
x12 >= 0;
x13 >= 0;
x14 >= 0;
x21 >= 0;
x22 >= 0;
x23 >= 0;
x24 >= 0;
x31 >= 0;
x32 >= 0;
x33 >= 0;
x34 >= 0;

Resolvendo com o lp_solve, obtemos:

Value of objective function: 230000.00000000

Actual values of the variables:
x11 400
x12 0

x13	700
x14	0
x21	0
x22	0
x23	50
x24	950
x31	500
x32	1000
x33	0
x34	0

Analisando o resultado, podemos concluir que o menor gasto possível é de 230000. Visto que, a fábrica 1 envia 400 toneladas para a cidade 1 e 700 para a cidade 3, a fábrica 2 envia 50 toneladas para a cidade 3 e 950 para a cidade 4 e a fábrica 3 envia 500 toneladas para a cidade 1 e 1000 para a cidade 2.

A cidade 1 recebe 400 da fábrica 1 e 500 da fábrica 3, a cidade 2 recebe 1000 da fábrica 3, a cidade 3 recebe 700 da fábrica 1 e 50 da fábrica 2 e a cidade 4 recebe 950 da fábrica 2.

Logo, a fábrica 1 envia um total de 1100 toneladas, a fábrica 2 envia 1000 toneladas e a fábrica 3 envia 1500 toneladas. A cidade 1 recebe 900 toneladas, a cidade 2 recebe 1000 toneladas, a cidade 3 recebe 750 toneladas e a cidade 4 recebe 950 toneladas.

CONCLUSÃO

Dado o resultado final do lp_solve após a aplicação da modelagem, podemos concluir que a modelagem proposta fornece os resultados desejados de acordo com todas as restrições apresentadas na descrição do problema.