Punto 7

Juan Sebastian Leon y Maria Fernanda Garces

Metodo de Runge-Kutta

Logran una exactitud del procedimiento de una serie de Taylor, sin requerir el calculo de derivadas superiores. Los metodos de Runge Kutta de cualquier orden se deducen mediante el desarrollo de la serie de Taylor de la funci??n $f(t, y)$.

$$y_{n+1} + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

donde

$$k_1 = hf(x_n, y_n)$$

$$k_2 = hf(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{k_1}{2})$$

$$k_3 = hf(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{k_2}{2})$$

$$k_4 = hf(x_n + h, y_n + k_3)$$

Ejercicio

Utilizar el metodo de Runge-Kutta de tercer y cuarto orden para encontrar 10 puntos de la solucion considerando la ecuacion diferencial:

$$\frac{dy}{dx} = 1 - x^2 + x + y$$

Con los valores iniciales:

$$y_0 = 1, x_0 = 0, h = 0.1$$

Ademas, hay que comparar sus resultados con los del metodo de Euler

Codigo

```r
library(phaseR)

f<-function(fcn,x,y){
  return(eval(fcn))
}

dy<-function(x,y)
{
  a<-(1-(x**2))+x+y
  return(a)
}

fy<-function(x)
{
  return((x**2)+x+exp(x))
}

#Cuarto Orden
```

```r
rk4<-function(dy, ti, tf, y0, h){
  t<-seq(ti, tf, h)
  y<-c(y0)

  for(i in 2:length(t)){
    k1=h*f(dy, t[i-1], y[i-1])
    k2=h*f(dy, t[i-1]+h/2, y[i-1]+k1*(0.5))
    k3=h*f(dy, t[i-1]+h/2, y[i-1]+k2*(0.5))
    k4=h*f(dy, t[i-1]+h, y[i-1]+k3)
    y<-c(y, y[i-1]+1/6*(k1+2*k2+2*k3+k4))
  }

  rta<-data.frame(X = t, Y = y)
}

#Tercer Orden
rk3<-function(dy, ti, tf, y0, h){
  t<-seq(ti, tf, h)
  y<-c(y0)

  for(i in 2:length(t)){
    k1=h*f(dy, t[i-1], y[i-1])
    k2=h*f(dy, t[i-1]+h/2, y[i-1]+k1*(0.5))
    k3=h*f(dy, t[i-1]+h, y[i-1]-k1+2*k2)
    y<-c(y, y[i-1]+1/6*(k1+4*k2+k3))
  }

  rta<-data.frame(X = t, Y = y)
  }

#metodo de Euler
metodoEuler <- function(f, h, xi, yi, xf)
{
  N = (xf - xi) / h
  x = y = numeric(N+1)
  x[1] = xi;
  y[1] = yi;
  i = 1
  while (i <= N)
  {
    x[i+1] = x[i]+h
    y[i+1] = y[i]+(h*f(x[i],y[i]))
    i = i+1
  }
  return (data.frame(X = x, Y = y))
}

e1<-metodoEuler(dy, 0.1, 0, 1, 0.9)
r4<-rk4(expression((1-(x**2))+x+y), 0, 0.9, 1, 0.1)
r3<-rk3(expression((1-(x**2))+x+y), 0, 0.9, 1, 0.1)
```

Resultados

```
## x    Valor RK3       Valor RK4       Euler
##
## 0     1       1       1
## 0.1   1.215158        1.215171        1.2
## 0.2   1.461376        1.461402        1.429
## 0.3   1.739816        1.739858        1.6879
## 0.4   2.051763        2.051823        1.97769
## 0.5   2.398638        2.398719        2.299459
## 0.6   2.782012        2.782116        2.654405
## 0.7   3.203618        3.20375         3.043845
## 0.8   3.665375        3.665537        3.46923
## 0.9   4.169402        4.169599        3.932153
```

Grafico