

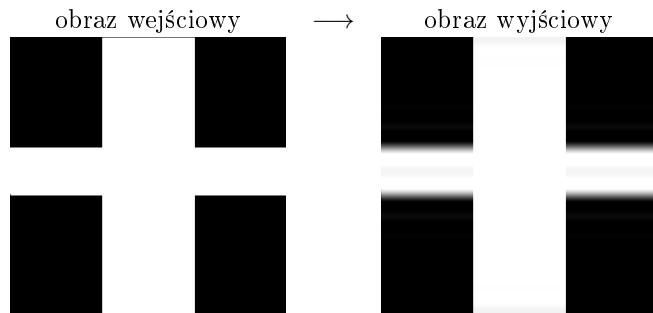
Przetwarzanie obrazów

Zestaw zadań nr 4

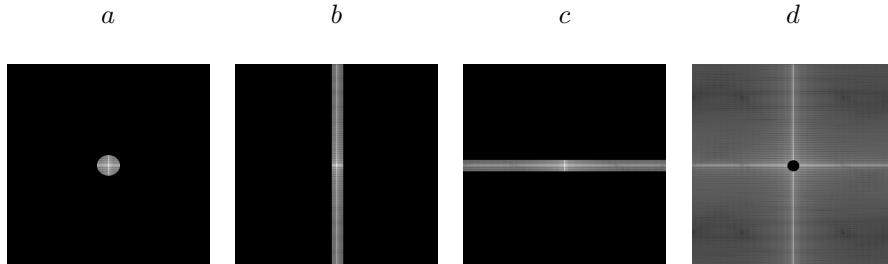
*: zadania na ocenę

1. Idealne filtry liniowe -egzamin SL 2024

Obraz wejściowy został przetworzony filtrem idealnym:



Który z idealnych filtrów a , b , c czy d został zastosowany?



2. Filtrowanie obrazów 1

Dany jest obraz w skali szarości i jądro filtra h . Proszę podać wynik filtrowania obrazu (splot) w zaznaczonych pozycjach na obrazie wynikowym. Centralny piksel jądra ("hot spot") jest zaznaczony na czerwono. (Zakres

wartości wynikowego obrazu może zawierać liczby ujemne.)

obraz													h		
1	4	5	6	5	8	4	6	1	1	3	1		1	0	-1
1	4	2	4	5	3	8	9	1	5	1	9		1	0	-1
0	3	4	5	7	2	8	6	1	3	6	1		1	0	-1
1	3	4	3	7	1	7	6	1	1	5	1				
1	4	5	6	5	8	4	6	3	1	3	3				
1	2	3	3	5	6	7	8	7	6	5	4				

obraz wyjściowy												
			X	X	X							

3. Filtrowanie obrazów 2

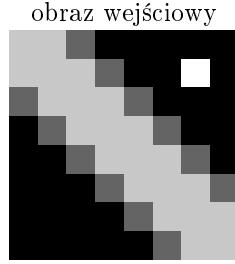
Dany jest obraz w skali szarości i jądro filtra h . Proszę podać wynik filtrowania obrazu (splot) w zaznaczonych pozycjach na obrazie wynikowym. Centralny piksel jądra ("hot spot") jest zaznaczony na czerwono. (Zakres wartości wynikowego obrazu może zawierać liczby ujemne.)

obraz													h		
1	4	5	6	5	8	4	6	1	1	3	1		1	2	1
4	2	2	1	1	6	3	1	5	1	9	3		0	0	0
0	3	1	1	5	3	2	6	1	3	6	1		-1	-2	-1
1	3	0	4	3	4	2	6	1	1	5	1				
1	4	5	6	5	8	4	6	3	1	3	3				
1	2	3	3	5	6	7	8	7	6	5	4				

obraz wyjściowy												
			X	X	X							

4. Filtrowanie obrazu - egzamin SL 2024

(Zaszumiony) obraz wejściowy o wymiarach 8×8



	a	b	c	d	e	f	g	h
1	200	200	100	0	0	0	0	0
2	200	200	200	100	0	0	255	0
3	100	200	200	200	100	0	0	0
4	0	100	200	200	200	100	0	0
5	0	0	100	200	200	200	100	0
6	0	0	0	100	200	200	200	100
7	0	0	0	0	100	200	200	200
8	0	0	0	0	0	100	200	200

ma zostać przetworzony filtrem o jądrze $h = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

Proszę wyznaczyć wartości szarości w obrazie wyjściowym w punktach P_1, \dots, P_4 (kontynuacja obrazu wartościami 0):

	bez clippingu	z clippingiem
P_1 = $(h, 2)$		
P_2 = $(d, 3)$		
P_3 = $(d, 5)$		
P_4 = $(d, 7)$		

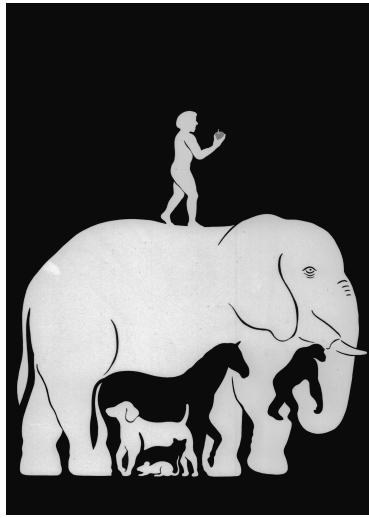
5. Filtrowanie obrazów w ImageJ $\star (1 + 0.5 + 0.5 + 0.5)$

- (a) Proszę wykonać operacje filtrowania obrazu TestFiltrowSlon.png (znormalizowanymi) filtrami o jądrach splotu

$$h_a = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 5 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad h_b = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 5 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

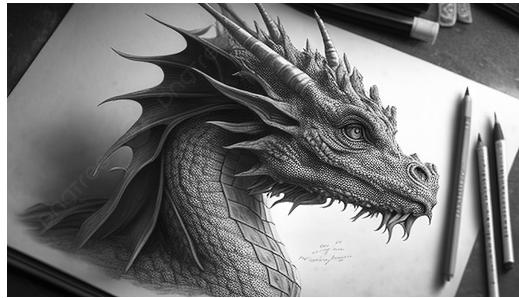
$$h_c = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad h_d = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- (b) Które jądra filtrów są filtrami dolnoprzepustowymi, które górnoprzepustowymi?
- (c) Które krawędzie (wschód, południowy-wschód, południe, itp.) uwypukla filtr h_c ?
- (d) Które krawędzie (wschód, południowy-wschód, południe, itp.) wykrywa gradientowy filtr kierunkowy h_d ?



Uwaga: W ImageJ możliwe jest podanie współczynników wag filtra liniowego h^* w formie macierzy: *Process* → *Filters* → *Convolve*. Formalnie obliczana w ten sposób operacja to korelacja. Jednak w przetwarzaniu sygnałów filtrowanie realizowane jest za pomocą operacji splotu, ponieważ splot w przestrzeni odpowiada iloczynowi transformat Fouriera. Jądro splotu h powiązane jest ze współczynnikami wag filtra h^* poprzez wyrażenie $h(i, j) = h^*(-i, -j)$.

6. **Filtr dolnoprzepustowy o współczynnikach dwumianowych**
Proszę wyznaczyć jądro filtra h o współczynnikach dwumianu Newtona i wymiarach 7×7 .
7. **Splot jąder filtrów $\star (0.5 + 0.5 + 1 + 1)$**
Obraz g (smok.png) ma zostać wygładzony filtrem uśredniającym h_1 o rozmiarach 3×3 , a następnie przetworzony jednowymiarowym pionowym filtrem gradientowym h_2 .



Proszę

- (a) wyznaczyć w ImageJ obraz $g_1 = g * h_1$,
 - (b) wyznaczyć w ImageJ obraz $g_2 = g_1 * h_2$,
 - (c) połączyć przez splot jądra filtrów h_1 i h_2 w jeden dwuwymiarowy filtr $h_3 = h_1 * h_2$ i wyznaczyć w ImageJ obraz $g_3 = g_1 * h_3$,
 - (d) zinterpretować wyniki.

8. Jądro filtra - egzamin SL 2024

Proszę połączyć przez splot dwa jednowymiarowe jądra filtrów w jeden dwuwymiarowy filtr:

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

9. Wykrywanie krawędzi w obrazie $\star (1 + 1 + 1 + 1)$

Dla obrazów o wymiarach 7×7 (kontynuacja obrazu poza tym obszarem ma wartość 0)

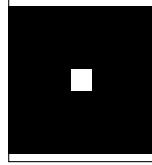
- krawędzi $g_1(m, n)$

- linii $g_2(m, n)$



$$g_2(m, n) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 255 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 255 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 255 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 255 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 255 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 255 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 255 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- punktu (szumu) $g_3(m, n)$



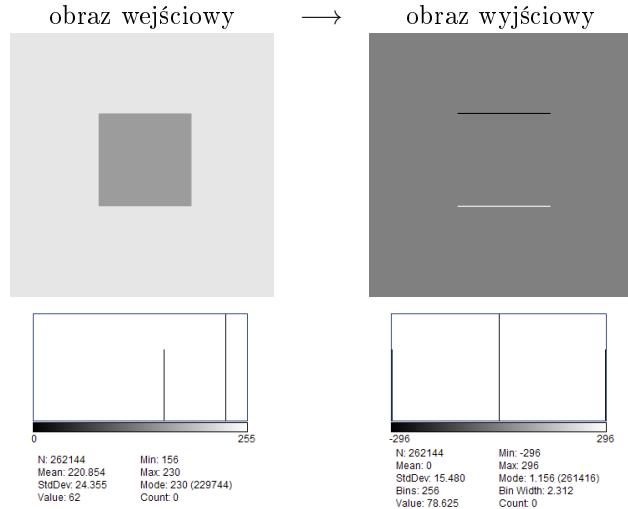
$$g_3(m, n) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 255 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

proszę

- podać gradientowy filtr kierunkowy h_g , który wykryje krawędź **wewnętrzna** w obrazie $g_1(m, n)$ oraz
 - obliczyć obrazy $g'_1 = g_1 * h_g$, $g'_2 = g_2 * h_g$ i $g'_3 = g_3 * h_g$,
 - ocenić na podstawie wyników, czy filtr gradientowy
 - pozwala na zastosowania, w których konieczna jest dokładna (na poziomie subpixsela) lokalizacja krawędzi?
 - jest odporny na zaszumienie obrazu?
- podać filtr kierunkowy Prewitta h_P , który wykryje krawędź **wewnętrzna** w obrazie $g_1(m, n)$ oraz
 - obliczyć obrazy $g'_1 = g_1 * h_P$, $g'_2 = g_2 * h_P$ i $g'_3 = g_3 * h_P$,
 - ocenić na podstawie wyników, czy filtr Prewitta
 - pozwala na zastosowania, w których konieczna jest dokładna (na poziomie subpixsela) lokalizacja krawędzi?
 - jest odporny na zaszumienie obrazu?
- podać filtr kierunkowy Sobela h_S , który wykryje krawędź **wewnętrzna** w obrazie $g_1(m, n)$ oraz
 - obliczyć obrazy $g'_1 = g_1 * h_S$, $g'_2 = g_2 * h_S$ i $g'_3 = g_3 * h_S$,
 - ocenić na podstawie wyników, czy filtr Sobela
 - pozwala na zastosowania, w których konieczna jest dokładna (na poziomie subpixsela) lokalizacja krawędzi?

- jest odporny na zaszumienie obrazu?
- (d) podać filtr Laplace'a h_L , który wykryje krawędź **wewnętrzną** w obrazie $g_1(m, n)$ oraz
- obliczyć obrazy $g'_1 = g_1 * h_L$, $g'_2 = g_2 * h_L$ i $g'_3 = g_3 * h_L$,
 - ocenić na podstawie wyników, czy filtr Laplace'a
 - pozwala na zastosowania, w których konieczna jest dokładna (na poziomie subpixela) lokalizacja krawędzi?
 - jest odporny na zaszumienie obrazu?
10. **Wykrywanie krawędzi w ImageJ** $\star (0.5 + 1 + 0.5)$
- Proszę wygenerować w ImageJ obrazy z zadania 9 (np. poprzez *File* \rightarrow *Import* \rightarrow *Text Image*)
 - W celu potwierdzenia wyników z zadania 9 proszę do wygenerowanych obrazów zastosować:
 - filtr gradientowy,
 - filtr kierunkowy Prewitta,
 - filtr kierunkowy Sobela,
 - filtr Laplace'a.
 - Jak w ImageJ filtrowane są piksele na krawędzi obrazów?
11. **Jądro filtra - egzamin 2024**
Do czego służy jądro filtra h ?
- $$h = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
- Tylko wygładzanie w kierunku y
 - Wygładzanie w kierunku y i wykrywanie krawędzi w kierunku x
 - Wykrywanie krawędzi w kierunku y i wygładzanie w kierunku x
 - Tylko wygładzanie w kierunku x
 - Wykrywanie krawędzi w kierunkach x i y
12. **Filtры liniowe - egzamin SL 2024**
Którym filtrem liniowym (operatorem Sobel'a) h_A, h_B, h_C czy h_D został

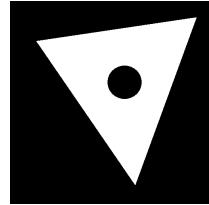
przetworzony obraz wejściowy na rysunku poniżej (wynik 32-bit)?



$$h_A = \begin{pmatrix} a & & \\ -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad h_B = \begin{pmatrix} b & & \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix} \quad h_C = \begin{pmatrix} c & & \\ -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad h_D = \begin{pmatrix} d & & \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

13. Filtry liniowe - egzamin SL 2024

Dany jest obraz wejściowy:

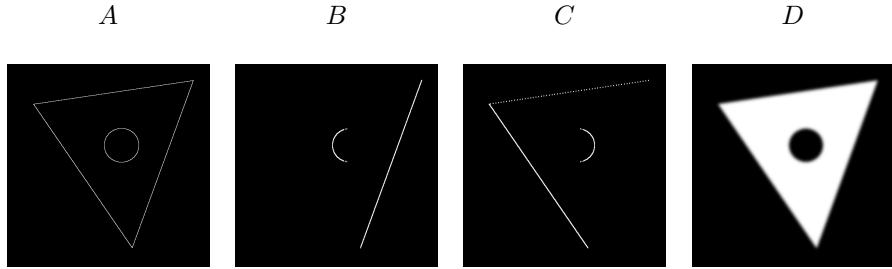


i jądra filtrów:

$$h_a = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad h_b = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad h_c = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad h_d = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Proszę przyporządkować zastosowane jądra filtrów h_a, h_b, h_c, h_d do obra-

zów wyjściowych A, B, C, D (wynik 8-bit).



14. Znajdywanie krawędzi w obrazie \star ($1 + 1 + 1 + 0.5$)

W ImageJ funkcja wykrywająca krawędzie ("Find Edges") wykorzystuje dwa operatory Sobela h_1 i h_2 , które generują pochodne poziome i pionowe w obrazie wejściowym g :

$$h_1 = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad h_2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Obraz wyjściowy f obliczany jest ze wzoru

$$f = \sqrt{(g * h_1)^2 + (g * h_2)^2}$$

Wykorzystując operacje

- I. na 8 bitach,
- II. na 32 bitach

proszę dla obrazu Escher.png (obraz g)

- (a) wykonać sploty $g_1 = g * h_1$ z operatorem generującym poziomą pochodną h_1 ,
 - (b) wykonać sploty $g_2 = g * h_2$ z operatorem generującym pionową pochodną h_2 ,
 - (c) obliczyć obrazy wyjściowe $g_3 = \sqrt{g_1^2 + g_2^2}$,
 - (d) porównać obrazy g_3 z obrazem wejściowym g filtrowanym funkcją "Find Edges" przez ImageJ.
- Proszę zinterpretować wyniki.



Zdjęcie: The M.C. Escher Company B.V.

15. **Highboost filtering** ★ (1)

Proszę zastosować technikę maskowania nieostrego (Highboost filtering) do wyostrzenia obrazu nosorożec.png.



Jako filtr wygładzający (dolnoprzepustowy) proszę zastosować filtr Gaussa. Do rozwiązania proszę załączyć wykorzystany obraz nieostrej maski (unsharp mask).

16. **Dekonwolucja obrazu** ★ (3)

Obraz jesien_filtered.png



to wynik filtrowania obrazu wejściowego filtrem dolnoprzepustowym o współczynnikach dwumianu Newtona $h = \frac{1}{256} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 6 & 24 & 36 & 24 & 6 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \end{pmatrix}$.

Proszę wykonać dekonwolucję obrazu algorytmem Van-Citterta. Do rozwiązania proszę załączyć obrazy po $k = 2, 5, 15$ iteracjach algorytmu.