

Modale logica en redeneerpatronen in autisme

Maria Aloni
ILLC-University of Amsterdam
M.D.Aloni@uva.nl

Logica en de Linguistic Turn 2012

6/12/12

Plan voor vandaag

1. Modale logica: geldigheid van formules in modellen en op frames
2. Redeneerpatronen in autisme: regels en uitzonderingen

Huiswerk:

- ▶ **HWO6**: deadline zondag 9 Dec 22uur
- ▶ Syllabus, 4.4 incl. opgaven.
- ▶ Wiki: stemmen voor het beste lemma via email naar mij deadline 10-12 om 15uur (graag "wiki" noemen in mail header)

Geldigheid

In modale logica worden verschillende noties van geldigheid onderscheiden:

1. Geldigheid in een model,
2. Geldigheid op een frame, en,
3. Logisch geldig.

Eerder geldigheid van redeneringen, hier *geldigheid van een formule*.

Kripke modellen, modellen en frames

- ▶ Kripke model $\mapsto K = (W, R, V, w)$
- ▶ Model $\mapsto M = (W, R, V)$
- ▶ Frame $\mapsto F = (W, R)$

Geldigheid in een model

Een formule ϕ is geldig in een model $\mathcal{M} = \langle W, R, V \rangle$, $\mathcal{M} \models \phi$,
desda $\langle W, R, V, w \rangle \models \phi$ voor alle werelden $w \in W$.

Voorbeeld: $\mathcal{M} \models \Diamond p$, maar $\mathcal{M} \not\models \Box p$, voor \mathcal{M} als in (1):

- (1) $\mathcal{M} = \langle W, R, V \rangle$, voor $L = \{p\}$
- a. $W = \{w_1, w_2\}$,
 - b. $R = \{\langle w_1, w_1 \rangle, \langle w_1, w_2 \rangle, \langle w_2, w_1 \rangle\}$,
 - c. $V_{w_1}(p) = 1$ en $V_{w_2}(p) = 0$

Opgave

Voor $P = \{p, q\}$, beschouw het model $M = \{W, R, V\}$ met

- ▶ $W = \{w_1, w_2, w_3\}$
- ▶ $R = \{\langle w_1, w_1 \rangle, \langle w_1, w_2 \rangle, \langle w_2, w_1 \rangle, \langle w_1, w_3 \rangle\}$
- ▶ $V_{w_1}(p) = 1, V_{w_2}(p) = 0, V_{w_3}(p) = 0,$
 $V_{w_1}(q) = 0, V_{w_2}(q) = 1, V_{w_3}(q) = 0.$

Laat zien dat de volgende formules niet geldig zijn in \mathcal{M} :

- (2) a. $p \vee q$
 b. $\Box\Box p \vee \Diamond\Box p$

Onthoud: Om te laten zien dat een formule ϕ *niet geldig is in een model* $\mathcal{M} = \langle W, R, V \rangle$ moet een wereld $w \in W$ worden gegeven waarvoor de formule onwaar is, i.e., $\langle W, R, V, w \rangle \not\models \phi$.

Geldigheid op een frame

- ▶ Een structuur $\mathcal{F} = \langle W, R \rangle$ noemen wij een *frame*.
- ▶ Een formule ϕ is geldig op een frame $\mathcal{F} = \langle W, R \rangle$, $\mathcal{F} \models \phi$, desda voor alle valuaties V geldt dat $\mathcal{M} = \langle W, R, V \rangle \models \phi$.
- ▶ Voorbeeld: $\mathcal{F} \models \Box p \rightarrow \Diamond p$, maar $\mathcal{F} \not\models \Box p \rightarrow p$, voor \mathcal{F} als in (3):

$$(3) \quad \mathcal{F} = \langle W, R \rangle$$

$$\text{a.} \quad W = \{w_1, w_2\},$$

$$\text{b.} \quad R = \{\langle w_1, w_1 \rangle, \langle w_2, w_1 \rangle\}$$

Opgave

Beschouw de frame $F = \{W, R\}$ met

- ▶ $W = \{w_1, w_2, w_3\}$
- ▶ $R = \{\langle w_1, w_1 \rangle, \langle w_1, w_2 \rangle, \langle w_2, w_1 \rangle, \langle w_1, w_3 \rangle\}$

Laat zien dat de volgende formules niet geldig zijn op \mathcal{F} :

- (4)
- a. $\Box p \rightarrow \Diamond p$
 - b. $\Box p \rightarrow p$
 - c. $\Diamond \Diamond p \rightarrow \Diamond p$
 - d. $p \rightarrow \Box \Diamond p$

Onthoud: Om te laten zien dat een formule ϕ *niet geldig is op een frame* $\mathcal{F} = \langle W, R \rangle$ moet een valuatie V en een wereld $w \in W$ worden gegeven waarvoor de formule onwaar is, *i.e.*, $\langle W, R, V, w \rangle \not\models \phi$.

Theory of mind

Vraag

In cognitiewetenschap is er grote belangstelling voor autisme, vooral door de hypothese dat autisten een 'theory of mind' missen.

- (a) Wat is de 'theory of mind'?
- (b) Waarover is deze hypothese gebaseerd?
- (c) Wat voor kritiek wordt in de tekst besproken op de 'theory of mind' verklaring voor autisme?

Theory of mind

Antwoord

- (a) theory of mind = een speciale genetisch bepaald module die ons in staat stelt ons in te leven in de geest van een ander.
- (b) Autisten scoren slecht in 'false belief task', dit wordt zo geïnterpreteerd dat autisten grote moeilijkheden zouden hebben met zich inleven in de ander door het ontbreken of beschadigd zijn van de 'theory of mind' module.
- (5) 'false belief task' (Perner & Wimmer 1987): Een kind ziet samen met een pop hoe chocola in een doos gedaan wordt. De pop wordt buiten de kamer gebracht, en vervolgens verplaatst de experimentator de chocola van doos naar kast. De pop komt de kamer weer in, en de exp. vraagt: 'Waar gaat de pop de chocola zoeken?'
- (c) Niet genoeg evidentie dat er sprake is van een 'theory of mind' module, geen verklaring van een aantal symptomen bij autisten, (maar ook problemen met false belief task)

Doos experiment

Vraag

Autisten hebben moeilijkheden bij het omgaan met regels met uitzonderingen (Russell's doos experiment)

- (6) Russell's doos experiment: Om de knikker te kunnen pakken, moet je eerst de schakelaar omzetten anders verdwijnt de knikker door het valluik, omdat de lichtstraal onderbroken wordt
- (a) Wat is de logische structuur van de redenering die de proef persoon bij de doos-taak moet maken, volgens MvL?
- (b) En wat is de rol van 'closed world reasoning'?

'Closed world reasoning': wanneer niet expliciet gegeven is dat de bewering p waar is, neem dan aan dat p onwaar is.

Redenering doos experiment

- (7)
- a. Wanneer ik mijn hand door de opening steek, (en er is niets gek aan de hand), dan kan ik de knikker pakken. [default regel]
 - b. Ik weet van niets gek dat er aan de hand zou kunnen zijn, dus er is niets gek aan de hand. [closed world reasoning]
 - c. Dus om de knikker te pakken moet ik mijn hand door de opening steken.
 - d. De knikker valt voor dat ik hem heb kunnen pakken, dus, er is wel iets gek aan de hand [gevolg van 1]
 - e. Wanneer ik de schakelaar omzet, en er is verder niets gek aan de hand, dan kan ik de knikker pakken. [extra info]
 - f. Als de schakelaar verkeerd staat, is er iets gek aan de hand.
 - g. Er is iets gek aan de hand als de schakelaar verkeerd staat, maar alleen dan. [closed world reasoning]
 - h. Om de knikker te pakken moet ik mijn hand door de opening steken en de schakelaar omzetten.
- (8)
- a. Als je de knikker probeert te pakken en er is niks gek aan de hand, dan kun je de knikker pakken
 - b. Dus als je de knikker niet te pakken krijgt, dan is er iets gek aan de hand (en met de regel is op zich niets mis)
 - c. en het probleem met de schakelaar is de enige de enige uitzondering/voorwaarde [closed world reasoning]

Suppressie taak

Een redeneer-taak met dezelfde logische structuur

- (9)
- a. Als Marion een werkstuk moet maken, studeert ze de hele middag in de bibliotheek.
 - b. Marion moet een werkstuk maken.
 - c. Studeert Marion de hele middag in de bibliotheek?
95% antwoordt dan 'ja'.
- (10)
- a. Als Marion een werkstuk moet maken, studeert ze de hele middag in de bibliotheek.
 - b. Als de bibliotheek geopend is, studeert Marion de hele middag in de bibliotheek. [extra premisse]
 - c. Marion moet een werkstuk maken.
 - d. Studeert Marion de hele middag in de bibliotheek?
60% of minder antwoordt dan 'ja'.

Wat is de logische structuur van de twee argumenten volgens MvL?

Redenering suppressie taak

(11) Zonder extra premisse

- a. Als Marion een werkstuk moet maken, en er is niets gekst aan de hand, dan studeert ze de hele middag in de bibliotheek.
- b. Marion moet een werkstuk maken.
- c. Ik weet van niets gekst dat er aan de hand zou kunnen zijn, dus er is niets gekst aan de hand. [closed world reasoning]
- d. Marion studeert de hele middag in de bibliotheek. [MP]

(12) Met extra premisse

- a. Als Marion een werkstuk moet maken, en er is niets gekst aan de hand, dan studeert ze de hele middag in de bibliotheek.
- b. Als de bibliotheek geopend is, en er is niets gekst aan de hand, studeert Marion de hele middag in de bibliotheek.
- c. Als de bibliotheek dicht is, dan is er iets gekst aan de hand.
- d. Er is iets gekst aan de hand als de bibliotheek dicht is, maar alleen dan. [closed world reasoning]
- e. Zonder de extra informatie dat de bibliotheek open is valt er nu niets meer te concluderen.

Modus Tollens

Wat is modus tollens?

Modus tollens is een type redenering, bijvoorbeeld:

- (13)
- a. Als Marion een werkstuk moet maken, studeert ze de hele middag in de bibliotheek.
 - b. Marion studeert niet de hele middag in de bibliotheek.
 - c. Dus hoeft Marion geen werkstuk te maken.

Waarom volgens jullie is modus tollens moeilijker dan modus ponens?

- (14)
- a. Modus Ponens: $\phi \rightarrow \psi, \phi \models \psi$
 - b. Modus Tollens: $\phi \rightarrow \psi, \neg\psi \models \neg\phi$

MP

MP = modus ponens

(15) twee premissen MP

- a. Als Marion een werkstuk moet maken, studeert ze de hele middag in de bibliotheek.
- b. Marion moet een werkstuk maken.
- c. Studeert Marion de hele middag in de bibliotheek?

(16) drie premissen MP

- a. Als Marion een werkstuk moet maken, studeert ze de hele middag in de bibliotheek.
- b. Als de bibliotheek geopend is, studeert Marion de hele middag in de bibliotheek. [extra premisse]
- c. Marion moet een werkstuk maken.
- d. Studeert Marion de hele middag in de bibliotheek?

Wat was MvL verwachting over suppressie van MP in (16) in autisten?

Geen suppressie van MP bij autisten

BC (of AC)

BC bevestiging van het consequens

(17) BC 2 premissen

- a. Als Marion een werkstuk moet maken, studeert ze de hele middag in de bibliotheek.
- b. Marion studeert de hele middag in de bibliotheek.
- c. Moet Marion een werkstuk maken? 55% antwoordt dan ja

(18) BC 3 premissen

- a. Als Marion een werkstuk moet maken, studeert ze de hele middag in de bibliotheek.
- b. Als Marion voor een tentamen moet leren, studeert ze de hele middag in de bibliotheek.
- c. Marion studeert de hele middag in de bibliotheek.
- d. Moet Marion een werkstuk maken? 15% antwoordt dan ja

Is BC volgens MvL drogreden? Nee, kan worden gezien als toepassing van 'closed world reasoning'

Is er sprake van suppressie van BC in (18) bij autisten?

Ja, wel suppressie van BC bij autisten

Experiment

Wat zijn de resultaten van de experiment over suppressie van MP, MT en BC?

1. alle 6 proefpersonen weigerden MP (en MT) te suppresseren
2. de 4 proefpersonen die BC toepasten bij twee premissen, suppresserden deze inferenties bij drie premissen
3. interventies van de experimentator hadden geen effect

Conclusie van MvL:

Deze analyse leert ons dat het redeneer 'defect' bij deze autisten heel specifiek is. Het is geen probleem met de capaciteit van het werkgeheugen, dat redeneren met drie premissen zou belemmeren. Het is geen probleem met 'central coherence' dat de autist zou belemmeren het geheel van de premissen te overzien. Het is evenmin een algemeen probleem met 'closed world reasoning' dat zou verhinderen dat men voorlopige conclusies op basis van mogelijk onvolledige informatie trekt. Waar het wel om gaat is redeneren met (mogelijk nog onbekende) uitzonderingen, precies zoals nodig is voor flexibel plannen.

Laatste vraag

Empirisch onderzoek laat zien dat persoonlijkheidskenmerken correleren met het accepteren of verwerpen van inferentie-patronen. Wat zegt dit over de normatieve status van logica?