

Logica en de Linguistic Turn 2012

Tractatus en Propositielogica

Maria Aloni
ILLC-University of Amsterdam
M.D.Aloni@uva.nl

4/10/12

Plan voor vandaag

1. Tractatus: ontologie (1-2.063)
2. Propositielogica: functionele volledigheid
3. Opgaven

Huiswerk:

- ▶ Gamut, 2.6 + (extra) opgaven (zie planning)
- ▶ Tractatus: 1-3.05

Groepindeling

gr.	leden	startdat.	begrippen
gr.1	Hoitzing, Koolen, vd Maas	04.10	Welt, Logischer Raum
gr.2	de Leeuw, Sukan	04.10	Tatsache, Sachverhalt, Gegenstand
gr.3	Hooyman, Luyckx,	09.10	Bild, Element des Bildes, Abbildende Beziehung
gr.4	Delver, Kruithof, Meester	11.11	logisches Bild, Gedanke
gr.5	Mol, de Lint, van Wijk	16.11	Satz, Satzzeichen, Name
gr.6	Kroon, van Hoorn, deCuba	30.10	Zeigen, Sagen
gr.7	Lazâr, Koks, Labrujere	01.11	Tautologie, Kontradictie
gr.8	vervalt	06.11	Form, Struktur
gr.9	Ubbels, Post, Rietveld	08.11	Solipsismus Realismus

Structuur van de Tractatus

- ▶ Voorwoord
- ▶ **Ontologie (1–2.063)**
- ▶ De algemene beeldtheorie (2.1–3.05)
- ▶ Theorie van taal (3.1–4.2)
- ▶ Logica (4.2–6.13)
- ▶ Wiskunde (6.2–6.3)
- ▶ Natuurwetenschap (6.31–6.372)
- ▶ Ethiek en het mystieke (6.373–6.4321, 6.44–6.522)
- ▶ Filosofie en de Tractatus zelf (6.53, 6.54)
- ▶ Besluit (7)

1 Die Welt ist alles, was der Fall ist.

1 The world is everything that is the case.

1.1 Die Welt ist die Gesamtheit der Tatsachen, nicht der Dinge.

1.1 The world is the totality of facts, not of things.

1.11 Die Welt ist durch die Tatsachen bestimmt und dadurch, dass es alle Tatsachen sind.

1.11 The world is determined by the facts, and by these being all the facts.

1.12 Denn, die Gesamtheit der Tatsachen bestimmt, was der Fall ist und auch, was alles nicht der Fall ist.

1.12 For the totality of facts determines both what is the case, and also all that is not the case.

1.13 Die Tatsachen im logischen Raum sind die Welt.

1.13 The facts in logical space are the world.

1.2 Die Welt zerfällt in Tatsachen.

1.2 The world divides into facts.

1.21 Eines kann der Fall sein oder nicht der Fall sein und alles übrige gleich bleiben

1.21 Any one can either be the case or not be the case, and everything else remain the same.

2 Was der Fall ist, die Tatsache, ist das Bestehen von Sachverhalten. [2-2.06]

What is the case, the fact, is the existence of atomic facts (state of affairs).

2.01 Der Sachverhalt ist eine Verbindung von Gegenständen. (Sachen, Dingen.)

An atomic fact is a combination of objects (entities, things) [vorm]

2.02 Der Gegenstand ist einfach. / The object is simple. [substantie]

2.03 Im Sachverhalt hängen die Gegenstände ineinander, wie die Glieder einer Kette.

In the atomic fact objects hang one in another, like the links of a chain.

2.04 Die Gesamtheit der bestehenden Sachverhalte ist die Welt.

The totality of existent atomic facts is the world.

2.05 Die Gesamtheit der bestehenden Sachverhalte bestimmt auch, welche Sachverhalte nicht bestehen.

The totality of existent atomic facts also determines which atomic facts do not exist.

2.06 Das Bestehen und Nichtbestehen von Sachverhalten ist die Wirklichkeit.

(Das Bestehen von Sachverhalten nennen wir auch eine positive, das Nichtbestehen eine negative Tatsache.)

Standen van zaken en objecten

- ▶ Standen van zaken bestaan uit een (direct) verbinding van objecten (*Gegenständen*) (2.01)
- ▶ De objecten zijn de kleinste bouwstenen, maar geen atomen, want niet zelfstandig (2.011, 2.0121, 2.0122, 2.013)
[...] Diesen Raum [logische ruimte] kann ich mir leer denken, nicht aber das Ding ohne den Raum.
- ▶ De objecten
 - bepalen de *vorm* van de wereld [2.01] en
 - zijn de *substantie* van de wereld [2.02]

Vorm (Form) [2.01]

- ▶ Kenmerken voor een object zijn de mogelijke standen van zaken waarin het voor kan komen (2.0123, 2.013)
- ▶ De vorm van een object is de mogelijkheid in die en die (maar niet die en die) standen van zaken voor te komen (2.0141)
- ▶ $\text{Vorm} \mapsto$ aanduiding van een geheel van mogelijkheden, noodzakelijk, intrinsiek (2.0123)
- ▶ Met de objecten zijn ook alle mogelijke standen van zaken gegeven, dus de logische ruimte, de vorm van de wereld (2.0124, 2.014)

Substantie [2.02]

- ▶ Substantie is dat, wat onafhankelijk van wat het geval is, bestaat (2.024)
- ▶ Objecten zijn de substantie van de wereld, daarom moeten zijn simpel zijn (2.021,2.02).
 - Complex \mapsto wisselend, contingent (standen van zaken)
 - Simpel \mapsto vast, bestaand, noodzakelijk (objecten)
- ▶ De objecten zijn het vaste, de configuratie is het wisselen (2.0271)
- ▶ Ontologie en taal
 - Standen van zaken (*Sachverhalten*) \mapsto verwijzing van de elementaire zinnen
 - Objecten (*Gegenständen*) \mapsto verwijzing van de namen

Ontologie vanaf de taal bedacht [2.02]

- ▶ Zonder simpele objecten, dan oneindig deelbaarheid, dus geen bepaaldheid van betekenis (2.0201-2.0212)
- ▶ Ieder zin over complexen kan worden ontleed in een verzameling van zinnen die geen verwijzing naar complexen inhouden (2.0201)
- ▶ Anders zou of een zin betekenisvol is ervan afhangen of een andere zin waar was (2.0211)

(1) Russell's example

- a. The king of France is bald
- b. There is a unique king of France.

Of een zin over complexen (1-a) betekenisvol is, is afhankelijk van de waarheid van een andere zin (1-b) (maar vergelijk met 3.24).

- ▶ dus zou het onmogelijk zijn een beeld van de wereld te ontwerpen (2.0212). [aangenomen als onacceptabel]

Vorm en structuur van standen van zaken [2.03]

- ▶ Standen van zaken zijn niets anders dan mogelijke configuratie van objecten (2.0272)
- ▶ De verbinding tussen de objecten tot een stand van zaken is direct, word door de objecten zelf tot stand gebracht. (Metafoor van de ketting, 2.03)
- ▶ De manier waarop de objecten samenhangen is de structuur van de stand van zaken (2.033), en de vorm is de mogelijkheid van de structuur (2.033)

Wereld en werkelijkheid [2.04-2.063]

- ▶ 2.04 De totaliteit van de bestaande standen van zaken is de wereld.
- ▶ 2.06 Het bestaan en niet bestaan van standen van zaken is de werkelijkheid.
- ▶ 2.063 De totale werkelijkheid is de wereld.
- ▶ Inconsistent terminologie?
- ▶ 2.05 De totaliteit van de bestaande standen van zaken bepaalt welke standen van zaken niet bestaan

PL: directe interpretatie van connectieven [Gamut 2.6]

- ▶ Tot nu toe contextuele (syncategorematische) interpretatie van connectieven:
 - Bv. in de semantiek hebben wij niet direct \wedge zelf geïnterpreteerd maar alleen aangegeven hoe $\phi \wedge \psi$ wordt geïnterpreteerd, als de interpretaties van ϕ en ψ bepaald zijn.
- ▶ Connectieven kunnen ook direct (categorematisch) worden geïnterpreteerd als *waarheidsfuncties*:

(2) $f_{\neg} : \{0, 1\} \rightarrow \{0, 1\}$ 1-plaatsige waarheidsfunctie

(3) $f_{\wedge} : \{0, 1\}^2 \rightarrow \{0, 1\}$ 2-plaatsige waarheidsfunctie

(4) $f_{\vee} : \{0, 1\}^2 \rightarrow \{0, 1\}$ 2-plaatsige waarheidsfunctie

- ▶ Waarheidsfuncties: functies van (n -tuples van) waarheidswaarde naar waarheidswaarde

- **Vraag:** Er zijn vier 1-plaatsige waarheidsfuncties (i.e. van $\{0, 1\}$ naar $\{0, 1\}$). Welke nemen wij als interpretatie van \neg ?

$$f_1: \begin{array}{c|c} x & f_1(x) \\ \hline 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{array}$$

$$f_2: \begin{array}{c|c} x & f_2(x) \\ \hline 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{array}$$

$$f_3: \begin{array}{c|c} x & f_3(x) \\ \hline 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{array}$$

$$f_4: \begin{array}{c|c} x & f_4(x) \\ \hline 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{array}$$

- **Feit:** Alle 1-plaatsige waarheidsfuncties kunnen worden uitgedrukt middels \neg , \wedge en \vee , i.e. wij kunnen formules vinden die precies de waarheidstafels hebben overkomend met deze waarheidsfuncties:

$$(5) \quad f_1: p \vee \neg p \quad f_2: p \wedge \neg p \quad f_3: p \quad f_4: \neg p$$

- Dit resultaat kan worden gegeneraliseerd voor n -plaatsige waarheidsfuncties, als in Theorem 5

Functionele volledigheid van de propositie logica

Theorem 5:

Als f een n -plaatsige waarheidsfunctie is, dan is er een formule ϕ (met \wedge, \vee en \neg) met n propositieletters p_1, \dots, p_n zodat voor iedere valuatie V van p_1, \dots, p_n : $V(\phi) = f(V(p_1), \dots, V(p_n))$

Illustratie van algemene methode

Opgaven

- Bepaal met behulp van waarheidstafels voor elk van de onderstaande formules of het een tautologie, een contradictie, of een contingentie is.

$$(6) \quad (p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow p)$$

$$(7) \quad p \vee (p \rightarrow q)$$

- Bewijs of de volgende logische equivalenties geldig zijn:

$$(8) \quad \phi \rightarrow \psi \Leftrightarrow \neg\phi \rightarrow \neg\psi$$

$$(9) \quad \phi \rightarrow \psi \Leftrightarrow \neg\psi \rightarrow \neg\phi$$

$$(10) \quad \phi \leftrightarrow \psi \Leftrightarrow \neg\phi \leftrightarrow \neg\psi$$

Opgaven

- ▶ Onderzoek in een waarheidstafel de volgende redeneerschema's op hun geldigheid. Specificeer in geval van ongeldigheid een tegenvoorbeeld.

$$(11) \quad p, r \rightarrow (p \rightarrow q) / r \rightarrow q$$

$$(12) \quad p \vee q, (p \wedge q) \rightarrow r / r$$

- ▶ Bewijs of de volgende stellingen waar zijn of niet waar:

$$(13) \quad \text{Als } \phi \rightarrow \psi \text{ een contradictie is, dan is } \psi \rightarrow \phi \text{ een tautologie.}$$

$$(14) \quad \text{Als } \phi \rightarrow \psi \text{ een tautologie is, dan is } \psi \rightarrow \phi \text{ een contradictie.}$$