

Logica en de Linguistic Turn 2012

Reducties & distributie

Maria Aloni
ILLC-University of Amsterdam
M.D.Aloni@uva.nl

18/9/12

Plan voor vandaag

- ▶ Reducties tot perfecte syllogismen: Reductio ad absurdum (1.4.4)
- ▶ Redeneringen met meer dan twee premissen (1.4.5)
- ▶ Geldigheid via distributie (1.4.6)

Huiswerk:

- ▶ Syllabus 1.4.4, 1.4.5 en 1.4.6. Opg. 10–13
- ▶ Anselm + tekstvragen
- ▶ Proeftentamen

Reducties tot perfecte syllogismen

Stelling 1 (Aristoteles) De geldigheid van elk syllogisme kan worden aangetoond door gebruik te maken van de volgende principes.

1. de vier perfect syllogismen: aaa-1, eae-1, aii-1, eio-1
2. conversie: XiY/YiX en XeY/YeX
3. subalternatie: XaY/XiY en XeY/XoY
4. de *reductio ad absurdum* regel.

Opgave 7 Leidt de geldigheid van het syllogisme (aii-3) af onder gebruikmaking van het perfecte syllogisme (aii-1).

Opgave 8 Leidt de geldigheid van het syllogisme (aee-4) af onder gebruikmaking van het perfecte syllogisme (eae-1).

Opgave 9 iai-3 (vanuit aii-1) en eao-3 (vanuit eio-1).

Reductio ad absurdum

► Algemene vorm:

(1) Als $\phi_1, \dots, \phi_n, \neg\psi \Rightarrow \perp$, dan $\phi_1, \dots, \phi_n \Rightarrow \psi$

► In woorden:

(2) Te bewijzen ψ vanuit ϕ_1, \dots, ϕ_n :

- a. Stel ϕ_1, \dots, ϕ_n en $\neg\psi$ (niet ψ).
- b. Stel nu dat we uit ϕ_1, \dots, ϕ_n en $\neg\psi$ zowel χ als $\neg\chi$ kunnen afleiden (een tegenspraak, \perp).
- c. **Gevolg:** ϕ_1, \dots, ϕ_n & $\neg\psi$ kunnen niet allebei waar zijn:
dus $\phi_1, \dots, \phi_n \Rightarrow \psi$

► Aangenomen:

elke zin moet ofwel waar ofwel onwaar zijn (*tertium non datur*)

Voorbeeld: Bocardo₃ vanuit Barbara₁

Afleiding van oao-3 vanuit aaa-1

1. *MoP* major
2. *MaS* minor
3. *SoP* middels *reductio ad absurdum* + aaa-1

Reductio

- a. *SaP* negatie van 3. (a. en 3. zijn contradictoir)
- b. *MaP* aaa-1 met a. (major) en 2 (minor)
- c. \perp (b. en 1. zijn contradictoir)
- d. Dus, *SoP* reductio

Opgave: Barocco₂ vanuit Barbara₁

Voorbeeld: Barocco₂ vanuit Barbara₁

Afleiding van aoo-2 vanuit aaa-1

- | | |
|---------------|---|
| 1. <i>PaM</i> | major |
| 2. <i>SoM</i> | minor |
| 3. <i>SoP</i> | middels <i>reductio ad absurdum</i> + aaa-1 |

Reductio

- | | |
|--------------------|--|
| a. <i>SaP</i> | negatie van 3. (a. en 3. zijn contradictoir) |
| b. <i>SaM</i> | aaa-1 met 1 (major) en a (minor) |
| c. \perp | (b. en 2. zijn contradictoir) |
| d. Dus, <i>SoP</i> | reductio |

Middeleeuws ezelsbruggetje

- ▶ Alle geldige syllogistische vormen hebben een naam:

Barbara1	Barocco2	Bocardo3	Camenes4
Celarent1	Camestres2	Datisi3	Dimaris4
Darii1	Cesare2	Disamis3	Fresison4
Ferio1	Festino2	Ferison3	(Bramantip4)
(Barbari1)	(Camestrop2)	(Darapti3)	(Camenop4)
(Celaront1)	(Cesaro2)	(Felapton3)	(Fesapo4)

- ▶ De klinkers geven de modus aan.
- ▶ Aan de medeklinkers kan zien hoe ze tot een perfect syllogisme gereduceerd kunnen worden
 - 1ste medeklinker \Rightarrow 1ste medeklinker van het perfecte syllogisme waartoe de reductie leidt;
 - m \Rightarrow premissen moeten verwisseld worden;
 - s \Rightarrow conversie;
 - p \Rightarrow subalternatie en conversie;
 - c \Rightarrow reductio ad absurdum

Redeneringen met meer dan twee premissen

- ▶ Geldige redeneringen met meer dan twee premissen kunnen altijd gereduceerd worden tot redeneringen die bestaan uit redeneerstappen die elk twee of minder premissen behelzen.
- ▶ Voorbeeld: Herschrijf de volgende categorische redenering als een keten van drie geldige syllogistische vormen:

(3) *MaP, SaM, NeP, RiS/RoN*

- ▶ Geldige syllogismen:

aaa-1	aoo-2	oao-3	aee-4
eae-1	aee-2	a ii-3	iai-4
a ii-1	eae-2	iai-3	eio-4
eio-1	eio-2	eio-3	(aai-4)
(aai-1)	(aeo-2)	(aai-3)	(aeo-4)
(eao-1)	(eao-2)	(eao-3)	(eao-4)

Bottom Up Strategy

- ▶ 1. *MaP*
- 2. *SaM*
- 3. *NeP*
- 4. *RiS*
- 5. *RoN*
- ▶ Build 1st syllogism:
 - 1. Take 5. as conclusion
 - 2. Choose one possible premise out of 1–4 (here 3. or 4.)
 - 3. Fill in 2nd premise looking at list of valid syllogisms, call it (a)
- ▶ Build 2nd syllogism:
 - 1. Take (a) as conclusion
 - 2. Choose one possible premise out of the remaining 1–4
 - 3. Fill in the second premise as above, call it (b)
- ▶ Build 3rd syllogism:
 - 1. Take (b) as conclusion
 - 2. and the two remaining premises as premises
- ▶ Write down solution (top down)

Write down argument

Distributie

- ▶ De scholastische logici wilden graag weten aan welke formele eigenschappen een syllogisme moet voldoen om haar geldig te maken.
- ▶ Een belangrijk begrip in dit verband betreft het al of niet **gedistribueerd** zijn van een term in een categorische zin.
- ▶ Volgens de scholastici is
 - de subjectterm gedistribueerd in (universele) a- en e-zinnen, en
 - de predikaatterm in de (negatieve) e- en o-zinnen.

	universeel	particulier
affirmatief	<u>S</u> aP	SiP
negatief	<u>S</u> e <u>P</u>	So <u>P</u>

- ▶ In moderne termen: een term is gedistribueerd als deze in een monotoon dalend (downward entailing, DE) context voorkomt.

Geldigheid in termen van distributie

Stelling 2 Een syllogisme is geldig desda het voldoet aan de volgende vier voorwaarden.

- (i) De middenterm is gedistribueerd in minstens één van de premissen.
- (ii) Elke term die gedistribueerd is in de conclusie is ook gedistribueerd in één van de premissen.
- (iii) Minstens één van de premissen is affirmatief.
- (iv) De conclusie is negatief desda één van de premissen negatief is.

Wanneer we het postulaat van existentiële import laten vallen, dan moeten we de bovenstaande voorwaarden nog aanvullen met een vijfde:

- (v) Als de conclusie particulier is, dan is ook minstens één van de premissen particulier.

Derde methode om (on)geldigheid te bewijzen

Opgave: Onderzoek met behulp van stelling 2 of

- (i) de volgende syllogismen geldig zijn, en
- (ii) zij geldig blijven als wij EI laten vallen.

- (4) a. aao-1
- b. aeo-2
- c. eio-4

Nog een opgave

Bewijs de volgende stelling met behulp van stelling 2:

- (5) Een geldige syllogisme van de 4de figuur kan geen a-zin als conclusie hebben.

Bewijs: Stel (5) onwaar, i.e. er is een geldige syllogisme met vorm

$$\begin{array}{c} P \bullet M \\ M \bullet S \\ \hline SaP \end{array}$$

- | | |
|--|-------------------------------|
| $\Rightarrow S$ is gedistribueerd in conclusie | (distributie) |
| $\Rightarrow S$ moet gedistribueerd zijn in minorpremissie | volgens (ii) |
| \Rightarrow Minorpremissie moet negatief zijn | distributie en 4-fig |
| \Rightarrow Conclusie moet ook negatief zijn | volgens (iv) |
| $\Rightarrow \perp$ | (a-zinnen zijn niet negatief) |
| \Rightarrow (5) is waar | (reductio) |