Syllogismen en Geldigheid: Venn-Diagrammen

Sylvia Pauw

September 9, 2013

1 Redeneringen: drie soorten

1. Redenering met 0 premissen.
   Als φ een zin is, dan is $/\varphi$ een redenering.
   Voorbeeld 1: $/AaB$ (ongeldig)
   Voorbeeld 2: $/AaA$ (geldig)
   Een geldige redenering met 0 premissen heet een *logische waarheid*.

2. Redenering met 1 premisse (onmiddelijke gevolgtrekkingen)
   Als φ en ψ zinnen zijn, dan is φ/ψ een redenering.
   Voorbeeld 1: AaB/BaA (ongeldig)
   Voorbeeld 2: AaB/AiB en AeB/AoB (*subalternatie*). Geldig.
   Voorbeeld 3: XeY/YeX en XiY/YiX (*conversie*). Geldig.

3. Redenering met 2 premissen (middelijke gevolgtrekking)
   Als φ, ψ en χ zinnen zijn, dan is $\varphi, \psi/\chi$ een redenering.

2 Syllogismen

Een syllogisme is een specifiek soort redenering. Een syllogisme is een redenering met twee premissen en een conclusie, waarin drie termen optreden, alledrie tweemaal, geen enkele maal twee keer in dezelfde zin en telkens gepaard met een andere term.

3 Geldigheid

Een redenering $P_1,...,P_n/C$ is **geldig** desda in alle gevallen waarin $P_1,...,P_n$ waar zijn ook C waar is.

M.b.v. Venn-diagrammen kunnen we de geldigheid onderzoeken van

- onmidddelijke gevolgtrekkingen als AaB/AiB.
- syllogismen

Onderzoeken of een syllogisme geldig is doen we als volgt:

1. Teken drie elkaar overlappende cirkels, nummer de verschillende gebieden en label elke cirkel met één van de termen van het syllogisme.
2. Geef in het Venn-diagram de betekenis van de *premissen* van het syllogisme (dus niet van de conclusie!).
3. Geef als existentiële import geldt aan wat we op basis van existentiële import weten over het Venn-diagram.
4. Kijk of je uit het resulterende Venn-diagram de waarheid van de conclusie af kunt lezen.
   Ja $\Longrightarrow$ het syllogisme is geldig.
   Nee $\Longrightarrow$ het syllogisme is ongeldig.

4 Geldigheid en ongeldigheid aantonen

D.m.v. een Venn-diagram kunnen we de geldigheid of ongeldigheid van een syllogisme *bewijzen*. Zo'n bewijs ziet er als volgt uit.

- We tekenen een Venn-diagram.
- We geven de betekenis van de zinnen in ons Venn-diagram en schrijven op hoe we dit doen: bijv. 'Op basis van de majorpremisse mogen we vakje ... en vakje ... arceren', 'Op basis van de minorpremisse mogen we een kruisje zetten in ...'.
- Als het postulaat van existentiële import geldt geven we aan wat we in het Venn-diagram mogen zetten op basis van dit postulaat. Ook dit schrijven we op: bijv. 'Omdat existentiële import geldt moet er een kruisje komen in...'.

- Wanneer de redenering geldig blijkt te zijn, dan leggen we uit waarom de waarheid van de conclusie uit het Venn-diagram kan worden afgelezen. Dus: ‘De conclusie is waar, want er staat een kruisje in ...’, ‘De conslusie is waar, want ... en ... zijn gearceerd’, etc.

- Wanneer de redenering *niet* geldig is geven we een **tegenvoorbeeld**: een Venn-diagram dat de premissen van de redenering waar maakt, maar de conclusie onwaar. We leggen uit waarom dit Venn-diagram een tegenvoorbeeld is.

Voorbeeld 1:
Te bewijzen: $aaa - 1$ is geldig.
Bewijs:

- Op basis van de majorpremisse mogen we vakje 3 en 4 arceren.

- Op basis van de minorpremisse mogen we vakje 1 en 5 arceren.

- Omdat existentiële import geldt moet er een kruisje komen in 7.

- De conclusie is nu waar, want vakje 1 en 4 zijn gearceerd. Dit betekent dat de redenering geldig is. Q.E.D.

Voorbeeld 2:
Te bewijzen: $eee - 2$ is ongeldig.

- Op basis van de majorpremisse mogen we vakje 6 en 7 arceren.
- Op basis van de minorpremisse mogen we vakje 4 en 7 arceren.
- Op basis van existentiële import moet er een kruisje komen in 3. Ook moet er een kruisje komen in 1 of 5 en in 2 of 5 (maar we weten niet waar).
- Om de conclusie waar te maken zouden vakje 5 en 7 gearceerd moeten zijn. Dit is niet het geval. De redenering is dus niet geldig.
- We kunnen een tegenvoorbeeld geven. In het volgende Venn-diagram zijn de premissen van de redenering waar (want vakje 6, 4 en 7 zijn gearceerd), maar de conclusie onwaar (want er staat een kruisje in vakje 5).

Q.E.D.