

Natuurlijke deductie en Modale Logica

Maria Aloni
ILLC-University of Amsterdam
M.D.Aloni@uva.nl

Logica en de Linguistic Turn 2013

12 December 2013

Plan voor vandaag

1. Proeftentamen
2. Natuurlijke Deductie: extra opgave 7, 8, 9, 10
3. Modale logica: extra opgave

Wiki winnaars

- ▶ Derde beste lemma's: Solipsismus, Element des Bildes, Bild, Tatsache, Gegenstand, Kontra/Tauto
- ▶ Tweede beste lemma: Sachverhalt
- ▶ Beste lemma: **Gedanke**

Extra opgave morale logica

Beschouw het volgende frame $\mathcal{F} = \langle W, R \rangle$:

$$W = \{w_1, w_2, w_3\}$$

$$R = \{\langle w_1, w_2 \rangle, \langle w_2, w_3 \rangle, \langle w_3, w_1 \rangle\}$$

Laat zien of de volgende formules geldig zijn op \mathcal{F} :

(i) $\Diamond p \rightarrow \Box p$

(ii) $\Diamond p \rightarrow \Diamond \Diamond p$

(iii) $\Diamond \Diamond p \rightarrow \Diamond p$

(iv) $\Box p \rightarrow \Diamond p$

Kripke modellen, modellen en frames

1. Een Kripke-model \mathcal{K} is een viertal $\langle W, R, V, w \rangle$ waarbij:
 - 1.1 W is een verzameling objecten [de mogelijke werelden]
 - 1.2 R is een binaire relatie over W [de modale basis]
geeft aan welke wereld v een mogelijkheid is in w
 - 1.3 V is een valuatiefunctie zodanig dat voor elke wereld w , V_w de waarde bepaalt van alle propositieletters in w
 - ▶ $V_w(p) = 1$ lezen we dan als ' p is waar in w '
 - ▶ $V_w(p) = 0$ lezen we dan als ' p is onwaar in w '

[wereld afhankelijk valuatie]
 - 1.4 w is een van de elementen van W [de actuele wereld]
2. Model $\mapsto M = \langle W, R, V \rangle$
3. Frame $\mapsto F = \langle W, R \rangle$

Waarheid en geldigheid

1. Waarheid in een Kripke model:

1.1 $\langle W, R, V, w \rangle \models p$ desda $V_w(p) = 1$;

1.2 $\langle W, R, V, w \rangle \models \neg\phi$ desda $\langle W, R, V, w \rangle \not\models \phi$;

1.3 ...

1.4 $\langle W, R, V, w \rangle \models \Diamond\phi$ desda er is een $v \in W$ zodanig dat Rwv en $\langle W, R, V, v \rangle \models \phi$;

1.5 $\langle W, R, V, w \rangle \models \Box\phi$ desda voor elke $v \in W$ zodanig dat Rwv geldt $\langle W, R, V, v \rangle \models \phi$.

2. Geldigheid in een model

Een formule ϕ is geldig in een model $\mathcal{M} = \langle W, R, V \rangle$,
 $\mathcal{M} \models \phi$, desda $\langle W, R, V, w \rangle \models \phi$ voor alle werelden $w \in W$.

3. Geldigheid op een frame

Een formule ϕ is geldig op een frame $\mathcal{F} = \langle W, R \rangle$, $\mathcal{F} \models \phi$,
desda voor alle valuaties V geldt dat $\mathcal{M} = \langle W, R, V \rangle \models \phi$.