

Kripke-modellen en Quine

Maria Aloni
ILLC-University of Amsterdam
M.D.Aloni@uva.nl

Logica en de Linguistic Turn 2012

28/11/13

Plan voor vandaag

1. Modale logica: Kripke modellen en semantiek
2. Quine

Huiswerk:

- ▶ NatDed: opgaven; Syllabus, 4.2 incl. opgaven.
- ▶ HW3 (deadline 1 dec)
- ▶ Wiki: eindversie lemma (deadline 1 dec)

Mededeling:

4 dec (vanaf 19uur) Wittgenstein film avond, Doelenzaal UB

Modale logica: Kripke semantiek

- ▶ Modale logica: propositielogica + \Box en \Diamond
 - ▶ $\Box \mapsto$ noodzakelijkheid
 - ▶ $\Diamond \mapsto$ mogelijkheid
- ▶ Semantiek van de modale logica gedefiniëerd zijn in termen van mogelijke werelden in een Kripke-model.

Saul Kripke (1940)

- ▶ Saul Kripke, Amerikaanse filosoof en logicus (Princeton)
- ▶ Belangrijke werken:
 - ▶ 1959. 'A Completeness Theorem in Modal Logic', Journal of Symbolic Logic 24(1):114.
 - ▶ 1970. 'Naming and Necessity'. Cambridge, Mass.: Harvard University Press.
 - ▶ ...

Kripke-modellen voor modale logica

Een Kripke-model K is een viertal $\langle W, R, V, w \rangle$ waarbij:

1. $W \neq \emptyset$ is een verzameling objecten [de mogelijke werelden]
2. R is een binaire relatie over W [de modale basis]
geeft aan welke werelden toegankelijk zijn vanuit welke wereld
3. V is een valuatiefunctie zodanig dat voor elke wereld w , V_w de waarde bepaalt van alle propositieletters in w
 - ▶ $V_w(p) = 1$ lezen we dan als ' p is waar in w '
 - ▶ $V_w(p) = 0$ lezen we dan als ' p is onwaar in w '[wereld afhankelijk valuatie]
4. w is een van de elementen van W [de actuele wereld]

Kripke modellen tekenen

- ▶ $\mathcal{K} = \langle W, R, V, w^* \rangle$, voor $PROP = \{p\}$
 - ▶ $W = \{w^*, v\}$,
 - ▶ $R = \{\langle w^*, v \rangle, \langle v, w^* \rangle\}$,
 - ▶ $V_{w^*}(p) = 1$ en $V_v(p) = 0$
- ▶ $\mathcal{L} = \langle W, R, V, w^* \rangle$, voor $PROP = \{p, q\}$
 - ▶ $W = \{w^*, w_1, w_2, w_3\}$
 - ▶ $R = \{\langle w^*, w_1 \rangle, \langle w^*, w_2 \rangle, \langle w_1, w_1 \rangle, \langle w_1, w_2 \rangle, \langle w_2, w_1 \rangle, \langle w_2, w_2 \rangle, \langle w_2, w_3 \rangle, \langle w_3, w_3 \rangle\}$
 - ▶ $V_{w^*}(p) = 1, V_{w_1}(p) = 1, V_{w_2}(p) = 0, V_{w_3}(p) = 0,$
 $V_{w^*}(q) = 1, V_{w_1}(q) = 0, V_{w_2}(q) = 1, V_{w_3}(q) = 0.$

Semantiek van de modale propositielogica

1. $\langle W, R, V, w \rangle \models p$ desda $V_w(p) = 1$;
2. $\langle W, R, V, w \rangle \models \neg\phi$ desda $\langle W, R, V, w \rangle \not\models \phi$;
3. ...
4. $\langle W, R, V, w \rangle \models \Diamond\phi$ desda er is een $v \in W$ zodanig dat Rwv en $\langle W, R, V, v \rangle \models \phi$;
5. $\langle W, R, V, w \rangle \models \Box\phi$ desda voor elke $v \in W$ zodanig dat Rwv geldt $\langle W, R, V, v \rangle \models \phi$.

Ga nu na, voor het eerder beschouwde model \mathcal{K} of de volgende formules waar zijn in \mathcal{K} : p , $\Diamond p$, $\Diamond\neg p$, $\Box p$, $\Box\neg p$,

$\Diamond\Diamond p$, $\Box\Box p$, $\Box\Diamond p$, $\Diamond\Box p$

Opgave

1. Vertaal de volgende zinnen in ML, en definieer K-modellen waarin ze waar zijn:
 - (1) Drinken is toegestaan, rijden is toegestaan, maar drinken en rijden is niet toegestaan.
 - (2) Ik mag je verbieden te roken, maar dat doe ik niet.
 - (3) Wij weten dat Marie ziek is, maar wij weten niet of Jan ook ziek is.
2. Voor iedere formule in (4) definieer een K-model waarin de formule onwaar is:
 - (4)
 - a. $\Box p \rightarrow p$
 - b. $\Box p \rightarrow \Box \Box p$
 - c. $p \rightarrow \Box \Diamond p$

Quine (1948) 'On what there is'

- ▶ Mooi voorbeeld van filosofie als taalkritiek in de zin van Wittgenstein
- ▶ Structuur van het artikel
 1. Het oude platonische raadsel van het niet-zijn en zijn
verdwijning middels logische analyse
 2. Universalia en betekenis
 3. Twee ontologische principes
 - 3.1 Ontologische verbintenis
'To be is to be the value of a bound variable'
 - 3.2 Ontologische economie
- ▶ Andere werken van W.V.O. Quine (1908 – 2000)
 - ▶ 'Two Dogmas of Empiricism' (1951)
tegen analytisch-synthetisch onderscheid
 - ▶ 'Word and Object' (1960)
onbepaaldheid van vertaling, en semantisch holisme

Het oude platonische raadsel van het niet-zijn

- ▶ Algemene formulering (Parmenides, Plato):

*Nonbeing must in some sense be, otherwise what is it
that there is not?* [Quine, 1948]

- ▶ Toegepast op Pegasus:

*If Pegasus were not, McX argues, we should not be
talking about anything when we use the word; therefore it
would be nonsense to say even that Pegasus is not.
Thinking to show thus that the denial of Pegasus cannot
be coherently maintained, he concludes that Pegasus is.
[Quine, 1948]*

Uitwerking argument voor het bestaan van Pegasus

► McX argument:

1. Stel dat 'Pegasus bestaat niet' waar is
2. Als Pegasus niet bestaat, dan is 'Pegasus' betekenisloos – hij verwijst naar niets
3. Als 'Pegasus' betekenisloos is, dan is iedere zin waarin 'Pegasus' voorkomt ook betekenisloos
4. Dus iedere zin waarin 'Pegasus' voorkomt is betekenisloos
5. Dus 'Pegasus bestaat niet' is betekenisloos
6. Dit is tegenstrijdig met onze aanname [in 1] dat de zin waar is (ware zinnen kunnen niet betekenisloos zijn)
7. Dus, middels reductie, Pegasus bestaat

► Commentaar:

► Reductio ad absurdum:

Pegasus bestaat niet (+ aannames 2 en 3) $\Rightarrow \perp$,
dus Pegasus bestaat

- Aannames 2 en 3 gevolg van uitgangspunten van extensionele semantiek (semantiek van de PredL)

Mogelijke reacties/oplossingen

1. Dus Pegasus moet zijn [tekstvraag]

Pegasus op een bepaalde manier moet zijn, wil men over het feitelijk niet-bestaan ervan kunnen spreken

1.1 als fysiek object

1.2 als idee

[$McX \mapsto ?McTaggart$]

1.3 als ongerealiseerde mogelijkheid

[$Wyman \mapsto Meinong$]

\mapsto minder zuinige ontologie

2. Frege: [volgende week]

onderscheid zin (Sinn) en verwijzing (Bedeutung)

\mapsto rijkere notie van betekenis (betekenis \neq verwijzing)

3. Quine (en Russell): [vandaag]

logisch gezien is 'Pegasus' geen echte naam

- ▶ oplossing middels logische analyse
- ▶ aantrekkelijke kanten van extensionele semantiek bewaard

Dus Pegasus is

Vraag 1 (over Pegasus)

In het eerste deel van het artikel beschouwt Quine verschillende mogelijke referenten voor 'Pegasus' als: (i) een fysiek object, (ii) een idee, (iii) een ongerealiseerde mogelijkheid. (a) Wat zijn de belangrijkste argumenten die Quine geeft tegen deze drie posities? (b) Waaraan refereert 'Pegasus', volgens Quine?

(b) Volgens Quine refereert 'Pegasus' aan niets.

- (a) (i) 'McX cannot persuade himself that any region of space-time, real or remote, contains a flying horse of flesh and blood' [Quine, p. 1]
- (ii) Vliegende paarden en ideeën hebben verschillende eigenschappen (bv. fysiek tegen mentaal) en een mentale entiteit 'is not what people are talking about when they deny Pegasus' [Quine, p. 1-2]

(iii) Tegen ongerealiseerde mogelijkheden [p.2]

Wyman's overpopulated universe is in many ways unlovely. It offends the aesthetic sense of us who have a taste for desert landscapes, but this is not the worst of it. Wyman's slum of possibles is a breeding ground for disorderly elements. Take, for instance, the possible fat man in that doorway; and, again, the possible bald man in that doorway. Are they the same possible man, or two possible men? How do we decide? How many possible men are there in that doorway? Are there more possible thin ones than fat ones? How many of them are alike? Or would their being alike make them one? Are no two possible things alike? Is this the same as saying that it is impossible for two things to be alike? Or, finally, is the concept of identity simply inapplicable to unactualized possibles? But what sense can be found in talking of entities which cannot meaningfully be said to be identical with themselves and distinct from one another? These elements are well-nigh incorrigible. By a Fregean therapy of individual concepts, some effort might be made at rehabilitation; but I feel we'd do better simply to clear Wyman's slum and be done with it.

(iii) Tegen ongerealiseerde mogelijkheden [p.2]

- ▶ Belangrijke argument: Wyman's ontologie voldoet niet aan Ockham scheermes (geen zuinig ontologie) en geen identiteit criteria mogelijk voor ongerealiseerde mogelijkheden
- ▶ Andere argument: Wyman's onderscheid tussen *bestaan* en *zijn* is kunstmatig, zo gebruiken wij de woorden niet

'Wyman by the way is one of those philosophers who have united in ruining the good old word 'exists' ...'
- ▶ Andere argument: 'the round square cupola of Berkeley'

Over namen en beschrijvingen

Vraag 2 (over namen/beschrijvingen)

(a) Welke analyse stelt Russell voor, van de zin 'The author of Waverley was a poet'? (b) Zou deze zin ons, volgens zijn analyse, verbinden aan het bestaan van de auteur van Waverley? (c) Hoe is Russells theorie van beschrijving gerelateerd aan Quines analyse van eigennamen zoals 'Pegasus'?

Russell en Quine over namen en beschrijvingen

(a) Russells analyse

- (5)
- a. The author of Waverley was a poet
 - b. $\exists x(Ax \wedge \forall y(Ay \rightarrow x = y) \wedge Px)$
 - c. Er is een object x waarvoor geldt:
 - (i) x was de auteur van Waverley
 - (ii) niets anders was auteur van Waverley en
 - (iii) x was een poet

(b) Ja, (5) verbindt ons aan het bestaan van de auteur van Waverley

(c) Volgens Quine, is 'Pegasus' geen echte naam, maar een verkapt descriptie (of beschrijving) in de zin van Russell:

- (6) Pegasus = the thing that pegasizes [Quine, 1948]
- (7)
- a. Pegasus does not exist.
 - b. $\neg \exists x(Px \wedge \forall y(Py \rightarrow x = y))$
 - c. There is no unique x that pegasizes

Deze formulering beweert dat de naam geen verwijzing heeft. Als Pegasus niet bestaat is de zin waar

Raadsel opgelost

► Het argument

1. Stel dat 'Pegasus bestaat niet' waar is
2. Als Pegasus niet bestaat, dan is 'Pegasus' betekenisloos – hij verwijst naar niets
3. Als 'Pegasus' betekenisloos is, dan is iedere zin waarin 'Pegasus' voorkomt ook betekenisloos
4. Dus iedere zin waarin 'Pegasus' voorkomt is betekenisloos
5. Dus 'Pegasus bestaat niet' is betekenisloos
6. Dit is tegenstrijdig met onze aanname [in 1.] dat de zin waar is (ware zinnen kunnen niet betekenisloos zijn)
7. Dus, middels reductie, Pegasus bestaat

► Russell/Quine's analyse:

- Argument berust op verkeerd begrip van de logica van onze taal
- Aanname 2 klopt niet: 'Pegasus' (een verkapte descriptie) hoeft niet naar iets te verwijzen om betekenisvol te zijn, dus Pegasus bestaat niet

Ontologische verbintenis

Vraag 3 (over de ontologische verbintenis)

Stel McX beweert dat bepaalde dingen bestaan (bijv. universalia of getallen), terwijl ik het daarmee oneens ben. (a) Waarom kan ik, volgens Quine, onze verschillen niet als volgt verwoorden:

(8) Er zijn dingen (bijv. universalia of getallen) waarvan McX het bestaan erkent, maar ik niet.

(b) Hoe zou ik dan wel ons verschil van mening kunnen beschrijven?

Antwoord (a): (8) leidt tot een contradictie: Als ik zeg 'Er zijn dingen ...' ik verbind me aan het bestaan van deze dingen (ontologische verbintenis), dit is tegenstrijdig met tweede conjunct.

'When I try to formulate our difference of opinion, on the other hand, I seem to be in a predicament. I cannot admit that there are some things which McX countenances and I do not, for in admitting that there are such things I should be contradicting my own rejection of them' [Quine, p.1]

Ontologische verbintenis

Vraag 3 (over de ontologische verbintenis)

Stel McX beweert dat bepaalde dingen bestaan (bijv. universalia of getallen), terwijl ik het daarmee oneens ben. (a) Waarom kan ik, volgens Quine, onze verschillen niet als volgt verwoorden:

(9) Er zijn dingen (bijv. universalia of getallen) waarvan McX het bestaan erkent, maar ik niet.

(b) Hoe zou ik dan wel ons verschil van mening kunnen beschrijven?

Antwoord (b): Hier is een betere manier om ons verschil van mening te beschrijven:

(10) McX zegt dat er dingen zijn zoals universalia of getallen – maar ik denk dat er geen dingen zijn zoals universalia of getallen.

'I can however consistently describe our disagreement by characterizing the statements which McX affirms. Provided that my ontology countenances linguistic forms, or at least concrete inscriptions and utterances I can talk about McX's sentences.'

'To be is to be the value of a bound variable'

► ONTOLOGISCHE VERBINTENIS PRINCIPE

Wij verbinden ons aan een ontologie alleen door existentiële uitspraken zoals:

'Er is iets (gebonden variabel) die ...'

Bijv. 'Er zijn centauren' verbindt ons aan het bestaan van centauren; 'Er zijn priemgetallen groter dan een miljoen' verbindt ons aan het bestaan van priemgetallen groter dan een miljoen, maar 'Pegasus bestaat niet' verbindt ons niet aan het bestaan van Pegasus

⇒ Quines ontologische verbintenis vertelt ons niet welke ontologie klopt, of welke we zouden moeten aannemen. Het vertelt ons alleen hoe een gegeven uitspraak ons verbindt aan een bepaalde ontologie.

Het (ontologische) economieprincipe

- ▶ Quine's tweede ontologische principe geeft wel een richtlijn over welke ontologie we zouden moeten aannemen:

ECONOMIEPRINCIPE

we moeten de eenvoudigste ontologie aannemen die met onze ervaring strookt

- ⇒ Wanneer er verschillende hypothesen zijn die een verschijnsel in gelijke mate kunnen verklaren, wordt vanuit dit principe aangeraden om die hypothese te kiezen welke de minste aannames bevat en de minste entiteiten veronderstelt (vgl Ockhams scheermes)

Over het economieprincipe

Vraag 4 (over het economieprincipe) Aan het eind van het artikel stelt Quine voor dat we de eenvoudigste ontologie dienen aan te nemen die met onze ervaring strookt. Hij beschouwt twee mogelijke ontologieën: de fysicalistische en de fenomenalistische. (a) Wat voor dingen bestaan er (de waarden van gebonden variabelen) volgens deze twee ontologieën? (b) En welke van deze twee ontologieën is eenvoudiger volgens Quine, en dient daarom verder te worden ontwikkeld?

Antwoord

(a) The phenomenalist scheme takes sensations (individual subjective events of sensation or reflection) as ultimately existing entities. The physicalist scheme takes external (or physical) objects as ultimately existing entities in their own right.

(b) Each of these is simpler in one way and more complex in another. The phenomenalist scheme is simpler in that it accepts fewer kinds of entities. But the physicalist scheme leads to simpler laws of physics. So simplicity can be an ambiguous criterion. For this reason, Quine suggests that we need to develop conflicting ontological views as far as we can – as we attempt to see which will ultimately prove to be the best.