

Logica en de Linguistic Turn 2012

# Propositielogica en Tractatus

Maria Aloni  
ILLC-University of Amsterdam  
M.D.Aloni@uva.nl

2/10/12

# Plan voor vandaag

1. Propositielogica: tautologies, contradicties, logische equivalenties en geldigheid
2. Vertalingen
3. Tractatus: ontologie (tot 2.02)

## Huiswerk:

- ▶ Gamut, 2.5, 4.2.1 (t/m p. 118) + opgaven
- ▶ Tractatus: 1-2.063

# Valuatie

Een valuatie  $V$  voor taal  $L$  van PL is een functie met als domein de formules van  $L$  en als bereik de waarheidswaarden, i.e.

$$(1) \quad V: \text{formules van } L \rightarrow \{0, 1\}$$

die de volgende condities vervult (voor alle formules  $\phi$  en  $\psi$ ):

- (i)  $V(\neg\phi) = 1$  desda  $V(\phi) = 0$ ;
- (ii)  $V(\phi \wedge \psi) = 1$  desda  $V(\phi) = V(\psi) = 1$ ;
- (iii)  $V(\phi \vee \psi) = 0$  desda  $V(\phi) = V(\psi) = 0$ ;
- (iv)  $V(\phi \rightarrow \psi) = 0$  desda  $V(\phi) = 1$  en  $V(\psi) = 0$ ;
- (v)  $V(\phi \leftrightarrow \psi) = 1$  desda  $V(\phi) = V(\psi)$ .

De valuatie moet in overstemming zijn met de interpretatie van de connectieven, die in de waarheidstafels is vastgelegd.

# Tautologie, en contradictie

- ▶ Formule  $\phi$  is een **tautologie**,  $\models \phi$ , desda voor ieder evaluatie  $V$ :  $V(\phi) = 1$ ;
- ▶ Formule  $\phi$  is een **contradictie** desda voor ieder evaluatie  $V$ :  $V(\phi) = 0$ ;
- ▶ Formules die noch tautologien zijn noch contradicties worden **contingenties** genoemd.

**Opgave:** Ga van de volgende formules na of het tautologieën, contradicties of contingenties zijn.

$$(2) \quad (p \rightarrow \neg p)$$

$$(3) \quad (p \rightarrow (p \vee q))$$

$$(4) \quad (p \wedge (\neg \neg p \rightarrow \neg p))$$

(Hint: gebruik samengestelde waarheidstafels)

# Samengestelde waarheidstafel voor $\phi$

- ▶ Kolommen: subformules van  $\phi$  (= ieder formule die voorkomt in de construtieboom van  $\phi$ )
- ▶ Rijen: relevante waarderingen voor  $\phi$  (afhankelijk van aantal propositieletters in  $\phi$ )

# Logische equivalentie

- Formules  $\phi$  en  $\psi$  zijn logisch equivalent,  $\phi \equiv \psi$  (of  $\phi \Leftrightarrow \psi$ ) desda voor ieder evaluatie  $V$ :  $V(\phi) = V(\psi)$ .
- Voorbeelden

$$(5) \quad \phi \vee \psi \equiv \neg(\neg\phi \wedge \neg\psi)$$

$$(6) \quad \phi \equiv \neg\neg\phi \quad (\text{wet van dubbel negatie})$$

$$(7) \quad (\phi \vee \psi) \vee \chi \equiv \phi \vee (\psi \vee \chi) \quad (\text{associativiteit van } \vee)$$

$$(8) \quad (\phi \wedge \psi) \wedge \chi \equiv \phi \wedge (\psi \wedge \chi) \quad (\text{associativiteit van } \wedge)$$

Waarom hier  $\phi$  en in eerdere opgave  $p$ ?

- ▶  $\phi$  (metataal) kan complex of atomair zijn (cf. *Sachlagen* in de Tractatus)
- ▶  $p$  (objecttaal) is atomair (cf. *Sachverhalt*)

Probeer om te bepalen of de volgende een tautologie of een contradictie is:

$$(9) \quad \phi \rightarrow \neg\phi$$

(9) kan een tautologie of een contradictie zijn afhankelijk van  $\phi$ .



## Stelling 1

$\phi$  en  $\psi$  zijn logisch equivalent desda  $\phi \leftrightarrow \psi$  is een tautologie.

## Stelling 2

Als  $\phi$  een tautologie is, dan is  $\neg\phi$  een contradictie.

## Stelling 3

Als  $\phi$  een contradictie is, dan is  $\neg\phi$  een tautologie.

## Stelling 4

$\phi$  is contingent desda  $\neg\phi$  is contingent.

# Semantische geldigheid

- ▶ Voor formules  $\phi_1, \dots, \phi_n, \psi$  van PL, een redenering  $\phi_1, \dots, \phi_n / \psi$  is geldig,  $\phi_1, \dots, \phi_n \models \psi$  als, voor alle valuaties  $V$ , waarvoor  $V(\phi_1) = \dots V(\phi_n) = 1$ , ook  $V(\psi) = 1$ .
- ▶ Voorbeelden

(10)      $p \rightarrow q, \neg q / \neg p$      geldig

(11)      $p \rightarrow q, \neg p / \neg q$      ongeldig

## Vertalingen

- (12) Zowel de VVD als de PvdA steunde het wetsontwerp.
- a.  $p \wedge q$  [vertaling]
  - b.  $p$ : De VVD steunde het wetsontwerp [vertaalsleutel]  
 $q$ : De PvdA steunde het wetsontwerp
- (13) Jan is thuis, maar Piet niet.
- a.  $p \wedge \neg q$
  - b.  $p$ : Jan is thuis  
 $q$ : Piet is thuis
- (14) Hoewel het heel koud was, bleef Jan niet thuis.
- a.  $p \wedge \neg q$
  - b.  $p$ : Het was heel koud  
 $q$ : Jan bleef thuis

## Vertalingen

- (15) Terwijl Anneke steeds problemen maakt, is Hannekke de liefde zelf.
- a.  $p \wedge q$
  - b.  $p$ : Anneke maakt steeds problemen  
 $q$ : Hannekke is de liefde zelf
- (16) Jan en Marie ontmoeten elkaar morgen avond.
- a.  $p$
  - b.  $p$ : Jan en Marie ontmoeten elkaar morgen avond.
- (17) Aardvarkens zijn geen zoogdieren.
- a.  $\neg p$
  - b.  $p$ : Aardvarkens zijn zoogdieren.

## Vertalingen

(18) Als Jan de keuken of zijn kamer opruimt, dan krijgt hij 10 euro.

- a.  $(p \vee r) \rightarrow q$
- b.  $p$ : Jan ruimt de keuken op  
 $r$ : Jan ruimt zijn kamer op  
 $q$ : Jan krijgt 10 euro

(19) Er is niemand thuis.

- a.  $\neg p$
- b.  $p$ : Er is iemand thuis

(20) Jan is noch thuis noch op school.

- a.  $\neg(p \vee q)$
- b.  $p$ : Jan is thuis  
 $q$ : Jan is op school

## Vertalingen

(21) Jan huilt, als hij zijn hoofd gestoten heeft.

a.  $p \rightarrow q$

b.  $p$ : Jan heeft zijn hoofd gestoten.  
 $q$ : Jan huilt.

(22) Jan heeft alleen een slecht humeur als hij net uit bed komt.

a.  $p \rightarrow q$

b.  $p$ : Jan heeft een slecht humeur.  
 $q$ : Jan komt net uit bed.

(23) Jan heeft een slecht humeur als en alleen als hij net uit bed komt.

a.  $p \leftrightarrow q$

b.  $p$ : Jan heeft een slecht humeur.  
 $q$ : Jan komt net uit bed.

# Tractatus Logico-Philosophicus

## Doelstelling

De grenzen van het denkbare te bepalen door het betekenisvolle taalbegruik af te grenzen van het betekenisloze.

kritische traditie (Kant) + talige wending

Wat is **betekenisvol** (sinnavol)?

Wittgenstein's antwoord:

(24)     Zin A is betekenisvol  $\Leftrightarrow$  A is beeld van een (contingent)  
              feit

$\mapsto$  theorie van werkelijkheid (ontologie) (1–2.063), beeldtheorie  
(2.1–3.05) en theorie van taal (3.1–4.2)



Wat is **betekenisloos** (sinnlos)?

- ▶ logische uitspraken (6.1, 6.13, 5.552)
- ▶ wiskunde (6.2)
- ▶ ethiek, esthetiek (6.4–6.421)
- ▶ filosofie (4.003, 4.112, 6.53) en de Tractatus zelf (6.54)

Betekenisloos dus onuitspreekbaar (7), maar niet onbelangrijk (integendeel zie (6.52)).

# Sinnvol, sinnlos, unsinnig

- ▶ **Sinnvol:** natuurwetenschap

Een betekenisvolle zin heeft betekenis, d.w.z. zegt iets over de stand van zaken in de wereld.

- ▶ **Sinnlos:** logica, wiskunde, filosofie, ...

Betekenisloos taalgebruik heeft geen betekenis, het zegt niets maar laat iets zien, namelijk de grenzen tussen betekenisvol en betekenisloos. Het is eigenlijk transcendentiaal.

- ▶ **Unsinnig:** 'slechte' filosofie

Onzin is taalgebruik dat noch de wereld verbeeldt noch iets transcendentiaals te melden heeft. Bijvoorbeeld:

(25) Sokrates is identiek.

# Structuur van de Tractatus

- ▶ Voorwoord
- ▶ **Ontologie (1–2.063)**
- ▶ De algemene beeldtheorie (2.1–3.05)
- ▶ Theorie van taal (3.1–4.2)
- ▶ Logica (4.2–6.13)
- ▶ Wiskunde (6.2–6.3)
- ▶ Natuurwetenschap (6.31–6.372)
- ▶ Ethiek en het mystieke (6.373–6.4321, 6.44–6.522)
- ▶ Filosofie en de Tractatus zelf (6.53, 6.54)
- ▶ Besluit (7)

# Ontologie (1–2.063)

Leer van (de structuur van) de werkelijkheid, theorie van wat er is.

## **Logisch atomisme (1 – 1.21)**

De wereld is alles, wat het geval is: de totaliteit van de feiten niet van de dingen

1. De wereld bestaat uit discrete zelfstandig eenheden (atomen)
2. Atomen zijn (atomaire) feiten, niet dingen

## **Alternatieven**

- ▶ Holisme: het geheel is groter dan de verzameling van de delen
- ▶ Klassiek atomisme: atomen zijn dingen, niet feiten

## TLP 1-1.13

1 Die Welt ist alles, was der Fall ist.

1 The world is everything that is the case.

1.1 Die Welt ist die Gesamtheit der Tatsachen, nicht der Dinge.

1.1 The world is the totality of facts, not of things.

1.11 Die Welt ist durch die Tatsachen bestimmt und dadurch, dass es alle Tatsachen sind.

1.11 The world is determined by the facts, and by these being all the facts.

1.12 Denn, die Gesamtheit der Tatsachen bestimmt, was der Fall ist und auch, was alles nicht der Fall ist.

1.12 For the totality of facts determines both what is the case, and also all that is not the case.

1.13 Die Tatsachen im logischen Raum sind die Welt.

The facts in logical space are the world.

## TLP 1.2–2

1.2 Die Welt zerfällt in Tatsachen.

1.2 The world divides into facts.

1.21 Eines kann der Fall sein oder nicht der Fall sein und alles übrige gleich bleiben

1.21 Any one can either be the case or not be the case, and everything else remain the same.

2 Was der Fall ist, die Tatsache, ist das Bestehen von Sachverhalten.

2 What is the case, the fact, is the existence of atomic facts (state of affairs).

# Tatsachen en Sachverhalten

Feiten (*Tatsachen*) zijn bestaande standen van zaken (*Sachverhalten*) (2).

## Voorbeelden

- |      |                                 |                                       |
|------|---------------------------------|---------------------------------------|
| (26) | Sokrates was ouder dan Plato    | <i>Sachverhalt</i> en <i>Tatsache</i> |
| (27) | Aristoteles was ouder dan Plato | alleen <i>Sachverhalt</i>             |

## Sachlagen

(Verbindingen van) standen van zaken worden ook aangeduid als *Sachlagen* (situaties, toestanden) (2.0122, 2.11)

- ▶ De standen van zaken zijn de echte atomen (2.061, 2.062)
- ▶ *Sachlagen* kunnen zowel atomair als complex zijn

## Voorbeelden

(28) Aristoteles was ouder dan Plato  
*Sachlagen, Sachverhalt, geen Tatsache*

(29) Aristoteles was ouder dan Plato en Sokrates was onwijs  
*Sachlagen*, geen *Sachverhalt*, geen *Tatsache*



# Standen van zaken en objecten

- ▶ Standen van zaken bestaan uit een (direct) verbinding van objecten (*Gegenständen*) (2.01)
- ▶ De objecten zijn de kleinste bouwstenen, maar geen atomen, want niet zelfstandig (2.011, 2.0121, 2.0122)
- ▶ De objecten
  - bepalen de *vorm* van de wereld [2.01] en
  - zijn de *substantie* van de wereld [2.02]