

Logica en de Linguistic Turn 2012

# Predicatenlogica en Theorie van Taal

Maria Aloni  
ILLC-University of Amsterdam  
M.D.Aloni@uva.nl

30/10/12

# Plan voor vandaag

1. Predicatenlogica
2. Tractatus: Theorie van taal (3.1–3.5)
3. Tractatus: Filosofie, tonen versus zeggen (4-4.041, 4.1-4.1213)

## Huiswerk:

- ▶ Gamut: 3.1, 3.2, 3.4; Opg. 3.1, 3.2, 3.5 (I)-(x).
- ▶ Tractatus: logica als systeem 4.2-4.23, 4.25-4.52, 5, 5.1-5.123, 5.133-5.143.

**Mededeling:** resultaten opdracht 3 en zaaltentamen morgen op blackboard (met aanpassingen resultaten opdracht 1)

# Predicatenlogica

- ▶ Ontwikkeld door Gottlob Frege (1848–1925)
- ▶ Bestudeert redeneerschema's opgebouwd uit
  - Connectieven uit de propositielogica:  $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ ;
  - Twee kwantoren:
    1. existentiële kwantor:  $\exists$  ('er is')
    2. universele kwantor:  $\forall$  ('voor alle')
- ▶ Alles wat in de **propositielogica** (PL) kon worden uitgedrukt, kan ook in de predicatenlogica (PredL) uitgedrukt worden (middels connectieven);
- ▶ Alles wat in de **categorische logica** (CL) kon worden uitgedrukt, kan ook in de predicatenlogica (PredL) uitgedrukt worden (middels  $\exists, \forall$ , en connectieven).

# Predicatenlogica, propositiologica en categorische logica

- ▶ Maar de PredL is meer dan  $PL + CL$
- ▶ Bij voorbeeld: in PredL (maar niet in  $PL+CL$ ) kunnen wij de interne structuur van de volgende zinnen representeren (en dus de geldigheid van de redenering):
  - (1) a. Sommige studenten lezen alle boeken.  $\Rightarrow$
  - b. Sommige studenten lezen de Tractatus.
- ▶ Wat missen  $PL+CL$ ? Representaties/vertalingen voor
  - Relaties: lezen, houden van, groter zijn dan, ...
  - en individuele termen: de Tractatus, Plato, deze ketel, ...

# Vocabulaire van predicaatenlogica

## ► Constant deel:

- PL connectieven:  $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$
- kwantoren:  $\forall, \exists$
- oneindig veel individuele variabelen:  $x, y, z, \dots$

## ► Variabel deel:

- Individuele constanten:  $a, b, c$   
verwijzen naar individuen, entiteiten ('de Tractatus, Plato')
- $n$ -plaatsige predikaatconstanten
  - 1-plaatsige predikaatconstanten:  $P, Q$   
verwijzen naar eigenschappen ('sterfelijk, mens, lachen')
  - 2-plaatsige predikaatconstanten:  $R$   
verwijzen naar binaire relaties ('lezen, groter zijn dan')
  - ...

## ► hulpmiddelen: $), ($

# Atomaire zinnen: subject-predikaatstructuur

- ▶ In PL of CL:

- (2) Aristoteles is sterfelijk.

- a. PL:  $p$

- b. CL: ? (volgens Leibniz AaS)

- ▶ In PredL, middels individuele constanten en 1-plaatsige predikaatconstanten

- (3) Aristoteles is sterfelijk.  $\mapsto Sa$

- (4) Aristoteles is een mens.  $\mapsto Ma$

- (5) Deze ketel lekt.  $\mapsto Lk$

## Atomaire zinnen: $n$ -plaatsige relaties

- ▶ Met 2-plaatsige predikaatconstanten

(6) Socrates is ouder dan Plato.  $\mapsto O_{sp}$

(7) Plato bewondert Socrates.  $\mapsto B_{ps}$

- ▶ Met 3-plaatsige predikaatconstanten

(8) Marie zit tussen Jan en Piet.  $\mapsto T_{mjp}$

- ▶ Vertalingssleutels: Volgorder is belangrijk, variabels nuttig (geen eigen betekenis, zij markeren een plaats in de zin)

(9)  $T_{xyz}$  :  $x$  zit tussen  $y$  en  $z$

# Kwantoren

- Kwantificerende uitdrukkingen niet vertaalbaar door middels van individuele constanten. Waarom?

- (10)
- a. Alle mensen zijn sterfelijk.  $\nrightarrow Sa$
  - b. Geen mensen zijn sterfelijk.  $\nrightarrow Sg$

- Aristoteles: Kwantificerende zinnen drukken relaties tussen predicaten uit.

- (11)
- a. Alle mensen zijn sterfelijk.  $\mapsto MaS$
  - b. Geen mensen zijn sterfelijk  $\mapsto MeS$

- Maar geen analyse van volgende redenering:

- (12)
- a. Geen student leest de Tractatus.  $\Rightarrow$
  - b. Geen student leest alle boeken.



## Frege's oplossing

- Frege's oplossing: een kwantificerende zin is het resultaat van een 'step by step' constructie, die wordt getoond door de kwantoren-variabel notatie.
- (13) a. Iedereen lacht  
b.  $\forall x Lx$   
'voor alle entiteiten  $x$  in ons domein geldt dat  $x$  lacht'
- (14) a. Iemand lacht  
b.  $\exists x Lx$   
'er is een entiteit  $x$  in ons domein zo dat  $x$  lacht'
- (15) a. Niemand lacht  
b.  $\neg \exists x Lx$  of 'er is geen  $x$ :  $x$  lacht'  
c.  $\forall x \neg Lx$  'voor alle  $x$ :  $x$  lacht niet'

# Zinnen met twee kwantoren

- De volgende zin is ambigu:

(16) Iedereen bewondert iemand

- a. Lezing A: verschillende mensen bewonderen  
verschillende mensen, bijv. Jan bewondert Jaap,  
Marie bewondert Joke, ...  
Vertaling:  $\forall x \exists y Bxy$   
'voor alle  $x$ : er is een  $y$ :  $x$  bewondert  $y$
- b. Lezing B: iedereen bewondert hetzelfde mens, bijv.  
Martin Luther King  
Vertaling:  $\exists y \forall x Bxy$   
'er is een  $y$ : voor alle  $x$ :  $x$  bewondert  $y$

- De twee lezingen van (16) corresponderen met twee manieren  
waarin de zin opgebouwd kan worden.

## Vertalingen categorische proposities

- (17) a. Alle mensen zijn sterfelijk. ( $MaS$ )  
b.  $\forall x(Mx \rightarrow Sx)$   
'Voor alle  $x$ : als  $x$  een mens is, dan is  $x$  sterfelijk'
- (18) a. Sommige mensen zijn sterfelijk ( $MiS$ )  
b.  $\exists x(Mx \wedge Sx)$   
'Er is een  $x$ :  $x$  is een mens en  $x$  is sterfelijk'
- (19) a. Geen mensen zijn sterfelijk ( $MeS$ )  
b.  $\neg \exists x(Mx \wedge Sx)$   
'Er is geen  $x$ :  $x$  is een mens en  $x$  is sterfelijk'
- (20) a. Sommige mensen zijn niet sterfelijk ( $MoS$ )  
b.  $\exists x(Mx \wedge \neg Sx)$   
'Er is een  $x$ :  $x$  is een mens en  $x$  is niet sterfelijk'

# Structuur van de Tractatus

- ▶ Ontologie (1–2.063)
- ▶ De algemene beeldtheorie (2.1–3.05)
- ▶ **Theorie van taal (3.1–4.2)**
- ▶ Logica (4.2–6.13)
- ▶ Wiskunde (6.2–6.3)
- ▶ Natuurwetenschap (6.31–6.372)
- ▶ Ethiek en het mystieke (6.373–6.4321, 6.44–6.522)
- ▶ Filosofie en de Tractatus zelf (6.53, 6.54)
- ▶ Besluit (7)

# Theorie van taal (3.1–3.3)

3.1 In de zin (Satz) drukt de gedachten zich zinnelijk waarneembaar uit.

⋮

3.3 Alleen de zin (Satz) heeft zin (Sinn); alleen in het context van een zin heeft een naam betekenis (Bedeutung)

## **Korte inhoudsopgave**

- ▶ Zinsteken (Satzzeichen)
- ▶ Zin (Satz)
- ▶ Betekenisvolle zin (Sinvolle Satz)
- ▶ **Naam**
- ▶ **Analyse**

# Theorie van taal (3.31, 3.32–3.33, 3.34–3.5)

## Korte inhoudsopgave

- ▶ Symbool *versus* teken
- ▶ Ambiguiteit, logische syntaxis
- ▶ Het wezenlijke van tekens en notatie
- ▶ De zin als bepaling van een plek in de logische ruimte

# Filosofie, tonen versus zeggen (4–4.041, 4.1–4.1213)

## Korte inhoudsopgave

- ▶ 4–4.001: gedachten, zinnen en taal
- ▶ 4.002–4.0031: de logica van de dagelijkse taal, de aard van filosofische uitspraken, de rol van de filosofie
- ▶ 4.01–4.041: de zin als beeld van de werkelijkheid
- ▶ 4.1–4.116 de rol van de filosofie in het licht van de doelstelling van de Tractatus
- ▶ 4.12–4.1213 tonen versus zeggen

# Namen: vragen

1. Wat zijn namen?
2. Zijn namen simpel of complex?
3. Wat is de betekenis van een naam?
4. Wat kunnen wij zeggen over de relatie naam-object?
5. Zijn namen zelfstandig?



# Namen

- ▶ Namen zijn de elementen waaruit een zin is opgebouwd (3.2, 3.201, 3.202)
- ▶ Namen zijn enkelvoudig, niet samengesteld (*einfache Zeichen*)
- ▶ De betekenis (Bedeutung) van een naam is het object waar het voor staat (3.203, 3.22)
- ▶ Namen benoemen, vertegenwoordigen (vertreten) hun objecten, ze beschrijven ze niet (3.221). Beschrijven is iets dat een zin doet.
- ▶ Namen zijn oerteken (logisch gezien), er is geen definitie van mogelijk (3.26, 3.221), de relatie naam-object is inmiddelijk en noodzakelijk, kan alleen verhelderd worden, niet gedefinieerd (3.262, 3.263)
- ▶ Namen hebben alleen betekenis in de context van een zin (3.3) (vgl. Frege's contextprincipe uit de Grundlagen) (vgl 2.0122)

# Analyse: vragen

1. Wanneer is een zin volledig geanalyseerd?
2. Kunnen alle zinnen volledig geanalyseerd worden?
3. Voor welke zinnen moet een volledig analyse mogelijk zijn en waarom?

# Analyse

- ▶ Het is mogelijk een gedachte in een zin zo uit te drukken dat de objecten in de gedachten precies corresponderen met de elementen (namen) van het zinsteken (3.2)
- ▶ Zo'n zin heet volledig geanalyseerd (3.201)
- ▶ Elke betekenisvolle zin moet tot zo'n zin te herleiden zijn, door tekens die voor complexe dingen staan via definities te herleiden tot combinaties van namen, die voor enkelvoudige objecten staan (3.23, (3.24), 3.25, 3.261)
- ▶ Op deze wijze wordt betekenis uiteindelijk ontologisch gefundeerd
- ▶ Stel geen enkelvoudige tekens of objecten, dan oneindige deelbaarheid, dus geen bepaaldheid van betekenis (vergelijk 2.0201, 2.0211, 2.0212)

# Onderscheid symbool–teken

- ▶ Generalisatie van het onderscheid volzin–zinsteken.
  - Een symbol is elk deel van een zin dat bijdraagt tot zijn betekenis (3.31)
  - Het teken is het zintuigelijk waarneembare aan het symbool (3.32)
- ▶ Het symbol is het teken met de wijze van betekenen (3.322, 3.323)
  1. Geef een voorbeeld van twee teken met eenzelfde wijze van betekenen: Synoniemen: *object*, *voorwerp*
  2. Geef een voorbeeld van twee woorden die eenzelfde teken zijn, maar verschillende symbolen. Homoniemen: *bank*
- ▶ Om het symbol uit het teken te halen moet je letten op het betekenisvolle gebruik ervan (3.326)

- (21)
- a. Ik zit op mijn bank.
  - b. Ik heb geld aan je bank opgestuurd.

## Ambiguiteit en logische syntaxis

- ▶ De verwisseling van teken met symbol leidt tot misverstanden.
- ▶ In de dagelijkse taal kan eenzelfde teken de zintuigelijke waarneembare uitdrukking zijn van verschillende symbolen (3.321, 3.323)
- ▶ B.v. *zijn*: eenzelfde teken, verschillende symbolen: copula, identiteit, existentie

- (22)      a.    Maria is moe.                      [Welke logische vertalingen?]  
             b.    Jan is Piet.  
             c.    Er is een hond in de tuin.

- ▶ Het gebruik van een tekentaal waarin dergelijke **ambiguiteiten** vermeden zijn, helpt die misverstanden te voorkomen. Een tekentaal dus die aan de **logische syntaxis** gehoorzaamt. Bijv. Frege's en Russell's logische symbolismen (3.325)

# Het wezenlijke van symbolen en notatie

- ▶ Symbolen hebben **wezenlijke** en **toevallige** kenmerken (3.34, 3.341)
- ▶ Het wezenlijke aan een symbool is wat het met alle andere symbolen die voor hetzelfde staan, gemeen heeft (3.341)

- (23)
- a. De zon is geel.
  - b. The sun is yellow.

- ▶ Dus het teken is willekeurig. (3.322)
- ▶ Elke notatie (taal) heeft willekeurige en wezenlijke trekken.
- ▶ Bv. gemeenschappelijk (dus wezenlijk) van alle notaties voor de waarheidsfuncties: Zij kunnen worden vervangen door de notatie van  $\neg p$  en  $p \vee q$ . (3.3441) [cf. Gamut over functionele volledigheid]

## 3.342-3.343

- ▶ Als wij 'A' gebruiken als naam voor a, dan is dat willekeurig.
- ▶ Maar 'A', ook een object, draagt als zodanig alle combinatiemogelijkheden met andere namen in zich.
- ▶ Met de namen zijn alle betekenisvolle zinnen gegeven, en dat is iets noodzaakelijk. (3.342)
- ▶ De vorm van een naam is een weerspiegeling van de vorm van de benoemde object.
- ▶ En daarmee bepaalt dus de vorm van de werkelijkheid de vorm van elke notatiesysteem.
- ▶ Gevolg is dat alle die systemen (talen) in elkaar vertaalbaar zijn (3.343).

## Zin als bepaling van een plek in de logische ruimte (3.4-3.5)

- ▶ De betekenis van een zin is een situatie, dwz een plek in de logische ruimte van alle standen van zaken.
- ▶ De existentie hiervan is gegarandeerd door de betekenisvolheid van de uiteindelijke constituenten van de zin.
- ▶ De namen verwijzen naar de objecten, een zinvolle combinatie van namen correspondeert automatisch met een combinatie van objecten, een stand van zaken (*logische Koordinaten*: correlatie tussen namen en objecten)
- ▶ Door een plek in de logische ruimte te bepalen, bepaalt een zin tevens zijn relaties met alle andere zinnen.
- ▶ Gegeven de betekenis van een zin, zijn zijn logische relaties met alle andere zinnen bepaald. (Metafoor van de staketsel (geraamte, of skelet))



# Filosofie, tonen versus zeggen (4–4.041, 4.1–4.1213)

## Korte inhoudsopgave

- ▶ 4–4.001: gedachten, zinnen en taal
- ▶ 4.002–4.0031: de logica van de dagelijkse taal, de aard van filosofische uitspraken, de rol van de filosofie
- ▶ 4.01–4.041: de zin als beeld van de werkelijkheid
- ▶ 4.1–4.116 de rol van de filosofie in het licht van de doelstelling van de Tractatus
- ▶ 4.12–4.1213 tonen versus zeggen

# Gedachten, zinnen en taal

- ▶ Wat is de relatie tussen gedachten en zinnen? Kan ieder gedachte door een zin wordt uitgedrukt? Drukt ieder zin een gedachte uit?
- ▶ De gedachte is de zinvolle zin (4)
  - ieder gedachte kan worden uitgedrukt door een zinvolle zin.
  - ieder zinvolle zin is de uitdrukking van een gedachte.
- ▶ Hoe wordt de taal gedefinieerd?
- ▶ De totaliteit van de zinnen is de taal (4.001)

## De logica van de dagelijkse taal (4.002)

4.002 Der Mensch besitzt die Fähigkeit Sprachen zu bauen, womit sich jeder Sinn ausdrücken lässt, ohne eine Ahnung davon zu haben, wie und was jedes Wort bedeutet. Wie man auch spricht, ohne zu wissen, wie die einzelnen Laute hervorgebracht werden. Die Umgangssprache ist ein Teil des menschlichen Organismus und nicht weniger kompliziert als dieser. Es ist menschenunmöglich, die Sprachlogik aus ihr unmittelbar zu entnehmen. Die Sprache verkleidet den Gedanken. Und zwar so, dass man nach der äußeren Form des Kleides, nicht auf die Form des bekleideten Gedankens schließen kann; weil die äußere Form des Kleides nach ganz anderen Zwecken gebildet ist als danach, die Form des Körpers erkennen zu lassen. Die stillschweigenden Abmachungen zum Verständnis der Umgangssprache sind enorm kompliziert.

## De logica van de dagelijkse taal (4.002)

- ▶ De dagelijkse taal is gecompliceerd, maar ook verhullend.
- ▶ Haar uiterlijke (grammaticale) vorm heeft weinig te maken met de (logische) vorm van de gedachten die ermee kunnen worden uitgedrukt.
- ▶ Het is daarom moeilijk haar logica te vatten, en dat is een brom van onsinnigheid.

## De aard van (slechte) filosofische uitspraken (4.003)

4.003 Die meisten Sätze und Fragen, welche über philosophische Dinge geschrieben worden sind, sind nicht falsch, sondern unsinnig. Wir können daher Fragen dieser Art überhaupt nicht beantworten, sondern nur ihre Unsinnigkeit feststellen. Die meisten Fragen und Sätze der Philosophen beruhen darauf, dass wir unsere Sprachlogik nicht verstehen. (Sie sind von der Art der Frage, ob das Gute mehr oder weniger identisch sei als das Schöne.) Und es ist nicht verwunderlich, dass die tiefsten Probleme eigentlich keine Probleme sind.

## De aard van (slechte) filosofische uitspraken (4.003)

- ▶ De meeste filosofische vragen en uitspraken zijn onsinnig (vergelijk voorwoord)
- ▶ Zij berusten op misverstand inzake de logica van ons taal, b.v.  
(24) Is het goede meer of minder identiek dan het schone?
- ▶ De meeste filosofische problemen zijn dus geen problemen.

# De rol van de (juiste) filosofie (4.0031)

4.0031 Alle Philosophie ist “Sprachkritik”. . . . Russell’s Verdienst ist es, gezeigt zu haben, dass die scheinbar logische Form des Satzes nicht seine wirkliche sein muss.

- ▶ Filosofie (dwz de juiste filosofie) is taalkritiek.
- ▶ Haar doel is de juiste logische vorm van onze taal achterhalen (vergelijk 6.53).
- ▶ Russell’s ‘On denoting’: logische vorm  $\neq$  grammaticale vorm

- (25)
- a. The king of France is bald. (grammaticale vorm)
  - b. There is a unique  $x$  such that  $x$  is king of France and  $x$  is bald. (logische vorm)

# Zin als beeld van de werkelijkheid

- ▶ Sluit direct aan op 4
- ▶ De zin is een (logische) beeld van de werkelijkheid
- ▶ Het is een model van de werkelijkheid zoals wij denken dat die in elkaar zit (4.01 vergelijk 2.1, 2.12)
- ▶ Zinnen hebben dus een waarheidspretentie.



# De logica van de afbeelding

- ▶ Beeld (taal) en afgebeelde (werkelijkheid) zijn gerelateerd door
  - de afbeeldende relatie en
  - de identiteit van logische vorm.
- ▶ Ook verschillende afbeelding van hetzelfde hebben die relatie tot elkaar: b.v. partituur, grammofoonplaat, muziek als gedachten zijn zo aan elkaar gerelateerd. Al de zaken hebben de logische bouw gemeen (4.014, 4.0141)
- ▶ De mogelijkheid tot het gehele beeldzijn van onze uitdrukkingswijze berust op de logica van de afbeelding. (4.015)

# Betekenis van zinnen als waarheidscondities

- ▶ De betekenis van een beeld (zin) is de afgebeelde situatie.
- ▶ De zin toont zijn betekenis (dus de beschreven situatie) en zegt dat die situatie bestaat (4.022)
- ▶ De zin beweert dat bepaalde standen van zaken bestaan, en andere niet. De beschreven situatie bepaalt de logische relatie met andere zinnen, de (on)waarheid ervan staat er los van (4.023)
- ▶ Een zin begrijpen, betekent, weten wat het geval is als hij waar is (4.024)

## Compositionaliteit en 'creativiteit' van betekenis

- ▶ Men begrijpt een zin, als men zijn delen begrijpt (4.024).
- ▶ Compositionaliteit verklaart 'creativiteit' van betekenis: oneindige nieuwe betekenissen kunnen worden uitgedrukt met oude woorden.
- ▶ We begrijpen de betekenis van een (nieuwe) zin via de betekenis van de (oude) woorden, dwz via de afbeeldende relatie tussen namen en objecten. De betekenis van de zin hoeft ons niet nog apart verklaard worden (4.02, 4.021, 4.025, 4.027, 4.03)
- ▶ Creativiteit en compositionaliteit berusten op het beeldkarakter van onze taal.

- ▶ Dat een zin een beeld kan zijn van een situatie berust op de mogelijkheid dat namen staan voor objecten (4.0312)
- ▶ Door de namen te combineren stelt de zin de stand van zaken voor die bestaat uit de corresponderende combinatie van objecten (4.0311)
- ▶ In de zin moet evenveel onderscheiden zijn als in de afgebeelde situatie: zij moeten dezelfde logische menigvuldigheid bezitten (4.032, 4.04)
- ▶ Net als de logische vorm, is de menigvuldigheid niet iets dat afgebeeld kan worden: het is geen object, of stand van zaken. Het is een vorm-aspect (4.041)

## De rol van de filosofie

- ▶ Sluit direct aan op 4.0031
- ▶ Zinnen zijn waar of onwaar, alle ware zinnen vormen samen de wetenschap (4.11)
- ▶ De filosofie is geen wetenschap (4.111). Filosofische uitsprake zijn niet waar of onwaar.
- ▶ Filosofie is geen leer, maar een bezigheid, die tot doel heeft de gedachten logisch te verhelderen (4.112)
- ▶ De filosofie bepaalt de grenzen van de wetenschap door het denkbare van het ondenkbare af te grenzen (4.113, 4.114, vgl voorwoord)
- ▶ Zij doet dat door te bepalen wat gezegd kan worden (4.115)
- ▶ Wat denkbaar is kan helder worden gadacht, en helder tot uitdrukking worden gebracht (4.116, vgl 6.5, 6.51)

# Tonen versus zeggen

- ▶ Een zin is een beeld van een situatie. De mogelijkheid ervan berust op een identiteit in vorm van beeld en afgebeelde.
- ▶ Deze logische vorm is niet weer af te belden (4.12 vgl 2.172–2.174)
- ▶ De logische vorm toont zich in het beeld (4.121)
- ▶ Wat wordt getoond kan niet gezegd worden (4.1212)
- ▶ Wat gezegd kan worden betreft contingenties, het bestaan of niet-bestaan van standen van zaken. Wat wordt getoond is iets noodzakelijk, b.v. dat twee zinnen elkaar tegenspreken (4.1211)

# Huiswerk: Logica als systeem (4.2–5.143)

## Korte inhoudsopgave

- ▶ 4.2–4.23, 4.25: elementaire zinnen
- ▶ 4.26–4.45: combinatie van elementaire zinnen
- ▶ 4.46–4.4661: tautologie en contradictie
- ▶ 4.5–4.53: de algemene zinsvorm
- ▶ 5–5.101 zinnen als waarheidsfuncties van elementaire zinnen
- ▶ 5.11–5.131, 5.133–5.143: logisch gevolg