

Logica en de Linguistic Turn 2013

Categorische Logica

Maria Aloni

ILLC-University of Amsterdam

M.D.Aloni@uva.nl

September 4, 2013

Plan voor vandaag

1. Kennismaken;
2. Praktische informatie;
3. Inleiding logica (Gamut 1.1, 1.2, 1.3):
 - Redeneringen, geldige redeneringen, redeneerschema's en logische systemen;
4. Categorische logica: Taal en semantiek (Syll. t/m 1.2.3)

Over mijzelf

Maria Aloni

<http://staff.science.uva.nl/~maloni/>

M.D.Aloni@uva.nl

ma, di en do: kamer 1.16 (Oude Turfmarkt 143)

wo en vr: kamer F1.40 (Science Park 107)

tel. 020 - 5254526/4537

slides WG: <http://staff.science.uva.nl/~maloni/LLT13>

Werkgroepsbijeenkomsten

1. Gewone week (2x2uur per week)

- Dinsdag 9-11: formele logica
- Donderdag 9-11: formele logica (1uur) + filosofische tekst (1uur)

2. Tractatus week (2x3uur per week)

- Dinsdag 9-12: formele logica (2uur) + wittgenstein (1uur)
- Donderdag 9-12: formele logica (2uur) + wittgenstein (1uur)

► Zaal: C.323, OMHP

Participatie

- ▶ Een participatieopdracht per week
- ▶ Deadline: woensdag 12 uur 's middags
- ▶ Beoordeling: + of – (geen cijfer)
- ▶ Inlevering: via email aan m.d.aloni@uva.nl
- ▶ Jullie mogen samen werken (moet vermeld worden in email)
- ▶ Participatieopdracht deze week:
 - (1) Lees de tekst van Aristoteles en bedenk twee vragen: een begripsvraag en een discussievraag
- ▶ Vragen over Blackboard, handleiding, planning?

Logica

Leer van de vormen en methoden van het juiste denken
(sinds Aristoteles 384-322 v.C)

Doelstelling

In de logica bestudeert men redeneringen met het doel er achter te komen wat een redenering tot een *geldige redenering* maakt.

Logici beogen *theorieën* te ontwikkelen met behulp waarvan redeneringen op hun geldigheid *getoetst* kunnen worden.

Redenering

Rij tje zinnen waarvan de laatste de *conclusie* van de redenering is, en de daaraan voorafgaande de *premissen* van de redenering.

Verticale notatie:

$$\begin{array}{lcl}
 A_1 & & \\
 \vdots & & \\
 A_n & \text{premissen} & \\
 \hline
 B & \text{conclusie} &
 \end{array}$$

Horizontale notatie: $A_1 \dots A_n / B$

Geldige redeneringen

Een redenering is *geldig* \Leftrightarrow (dan en slechts dan als (desda))
als de premissen waar zijn, *dan* is de conclusie dat onvermijdelijk
ook.

(In dat geval, zegt men dat de conclusie *logisch volgt* vanuit de
premissen)

Voorbeelden: geldig of ongeldig?

- | | | |
|-----|---|----------|
| (2) | A_1 : Mensen sterven
A_2 : Bomen sterven
<hr/> B : Mensen zijn bomen | ongeldig |
| (3) | Alle Grieken zijn mensen
Alle mensen zijn sterfelijk
<hr/> Alle Grieken zijn sterfelijk | geldig |
| (4) | Sommige mensen zijn sterfelijk
Sokrates is een mens
<hr/> Sokrates is sterfelijk | ongeldig |

Voorbeelden: geldig of ongeldig?

(5) Alle vissen zijn paarden
 Moby Dick is een vis

 Moby Dick is een paard

geldig

(6) Alle paarden zijn zoogdieren
 Alle paarden zijn sterfelijk

 Alle zoogdieren zijn sterfelijk

ongeldig

⇒ Feitelijk waarheid irrelevant:

- ▶ niet noodzakelijk (zie (5)),
- ▶ maar ook niet voldoende (zie (6)).

Vraag: Wat bepaalt of een redenering (bv de volgende) geldig is?

(7) Jan komt op het feestje of Marie komt op het feestje
 Jan komt niet op het feestje

Marie komt op het feestje

Niet zijn feitelijk (on)waarheid, niet zijn inhoud, maar zijn **vorm**.

Jan, en anderen inhoudelijke woorden kunnen vervangen worden zonder dat daarmee de geldigheid van de redenering verloren gaat:

- (8) **Piet** komt op het feestje of Marie komt op het feestje
 Piet komt niet op het feestje
-

Marie komt op het feestje

Vraag: Zijn alle woorden te vervangen?

- (9) Jan komt op het feestje **als** Marie op het feestje komt
Jan komt niet op het feestje
-

Marie komt op het feestje

- (10) Jan komt op het feestje of Marie komt op het feestje
Jan komt (**wel**) op het feestje
-

Marie komt op het feestje

Het enige dat niet kan, is het voegwoord *of* vervangen door een ander, of het woord *niet* weglaten.

De geldigheid van (7) (en (8)) berust op het feit dat:

- (i) een van de premissen bestaat uit twee zinnen verbonden door het voegwoord *of*;
- (ii) de andere premisse de ontkenning is van een zin uit de eerste premisse;
- (iii) de conclusie bestaat uit de andere zin.

De geldigheid van (7) en (8) berust op hun gemeenschappelijk **vorm**:

$$\frac{p \text{ of } q \quad \text{Niet } p}{q}$$

Redeneerschema

In een redeneerschema is afgezien van al die elementen in een concrete redenering die niet van invloed zijn op de geldigheid of ongeldigheid ervan.

Opgave Wat zijn de redeneerschema's voor de volgende redeneringen?

- (11) Jan komt op het feestje als Marie op het feestje komt
Marie komt op het feestje

Jan komt op het feestje
- (12) Alle mensen zijn sterfelijk
Sokrates is een mens

Sokrates is sterfelijk
- (13) Alle paarden zijn zoogdieren
Alle zoogdieren zijn sterfelijk

Alle paarden zijn sterfelijk

Logische Systemen

Verschillende logische systemen bestuderen bepaalde klassen van redeneerschema's.

Categorische logica

\mapsto redeneerschema's opgebouwd uit zogenoemd categorische proposities.

(14) Categorische proposities:

a Alle A zijn B.

i Sommige A zijn B.

e Geen A zijn B.

o Sommige A zijn niet B.

affirmo

nego

Logische Systemen

Propositielogica

→ redeneerschema's opgebouwd uit voegwoorden zoals *en*, *of*, *als* (*...*, *dan*), *dan en slechts dan als*, en de zinsontkenning *niet*.

Predikatenlogica

→ ook kwantificerende uitdrukkingen, zoals *alle* en *sommige*, (en individuele termen, zoals *Sokrates*, en relatietermen zoals *langer zijn dan*).

Modale logica

→ ook modale operatoren, zoals *noodzakelijk* en *mogelijk*.

Logische Systemen

- ▶ Doel: formele definitie van geldige redeneringen
- ▶ Twee mogelijke perspectieven:
 1. *Semantisch*: Een redenering is *geldig* desda in alle gevallen waarin de premissen *waar* zijn ook de conclusie *waar* is.
 2. [*Syntactisch*: Een redenering is *geldig* desda een *afleiding* bestaat van de premissen naar de conclusie]

Voor vele logische systemen kunnen wij bewijzen dat 1 en 2 equivalent zijn [completeness theorem].

- ▶ Componenten van een logische systeem:
 - Definitie van de **taal**
 - **Semantiek**: Definitie van *waarheid condities* (betekenis) van de uitdrukkingen in de taal (semantische perspectief)
 - [Afdleiding systeem: verzameling van regels voor hoe wij *afleidingen* mogen construeren (syntactische perspectief)]
 - Definitie van **geldige redeneringen**

Categorische Logica

- ▶ Bestudeert redeneringen opgebouwd uit categorische proposities (a-, i-, e- en o-zinnen);
 - ▶ Harde kern van een aantal theorieën die alle hun wortels bij Aristoteles vinden;
 - ▶ Verschil met Aristoteles: *formele* karakter.
 - ▶ Componenten:
 1. Definitie van de **taal**
 2. Definitie van betekenissen van de zinnen in de taal (**semantiek**)
 3. Definitie van **geldigheid** van redeneringen in termen van betekenissen van premissen en conclusies
- [Afleiding systeem later]

Formele talen

Een formele taal bestaat uit twee elementen:

1. **Vocabulaire** = lijst van basisuitdrukkingen (woorden) van de taal
2. **Syntaxis** = definitie van de afgeleide uitdrukkingen van de taal

Waarom gebruikt de moderne logica formele talen?

- ▶ Formele talen zijn niet ambigu
- ▶ Formele talen laten de structuur van de redenering beter zien
- ▶ ...

Wittgenstein over (niet formele) talen

De mens heeft de vaardigheid talen te bouwen, waarmee zich elke betekenis laat uitdrukken, zonder er enig idee van te hebben, hoe en wat elk woord beduidt. Zoals men ook spreekt, zonder te weten, hoe de afzonderlijke geluiden voortgebracht worden. De omgangstaal is een deel van het menselijk organisme en niet minder gecompliceerd dan deze. Het is volstrekt onmogelijk de logica van de taal rechtstreeks uit haar op te maken.

De taal vermomt de gedachten. En wel zo, dat men uit de uiterlijke vorm van het kleet, niet de vorm van de beklede gedachte kan opmaken; omdat de uiterlijke vorm van het kleet voor hele andere doelen gevormd is dan om de vorm van het lichaam uit te laten komen. De stilzwijgende overeenkomsten die nodig zijn voor het begrijpen van de omgangstaal zijn enorm gecompliceerd. [Wittgenstein, TLP, 4.002]

Twee voorbeelden

- (15) Geen kind mag werken.
Iedereen is het kind van iemand.
Dus, niemand mag werken.
- (16) Uit het NRC
'Het begon met een uiteenzetting van Marcel van Dam.
Over logica in de politiek. Over een opmerking van
Kruisinga die niet logisch zou zijn. Immers, Kruisinga had
gezegd: "Ik pas in de CHU, de CHU past in het CDA, dus
ik pas in de CDA." "Een redeneerfout," noemde van Dam
het, en gaf een analoge redenering: "Ik pas in mijn jas,
mijn jas past in mijn tas, dus ik pas in mijn tas." Gelach.'

De taal van de categorische logica

- ▶ **Vocabulaire:** de woorden die in de taal gebruikt worden
 1. Niet logische constanten: termen
 $A, A_1, A_2, \dots, B, B_1, B_2, \dots$
 2. Logische constanten: a, i, e, o
- ▶ **Syntaxis** regels die vastleggen welke sequenties van woorden wel en welke niet tot de taal behoren
 1. Als X en Y termen zijn, en \bullet een van de vier logische constanten is, dan is $X \bullet Y$ een zin in de categorische taal;
 2. Alleen sequenties die door clause (1) gegenereerd zijn zijn zinnen in de categorische taal.
- ▶ Bijvoorbeeld,
 - De sequentie ABi is geen zin, maar de sequentie AiB wel;
 - Andere voorbeelden (zinnen of geen zinnen?):
 $aei, BoC, aBo, blc, ReW, \dots$

De semantiek van de categorische logica

1. De betekenis van een **term** bestaat uit alle (en alleen die) elementen die door de term uitgedrukte eigenschap bezitten.

Voorbeeld: Als A de eigenschap appel-zijn uitdrukt, dan de betekenis van A is alle (en alleen die) dingen die een appel zijn

2. De betekenis van **zinnen** is gegeven via *Venn diagrammen*.
3. Postulaat van existentiële import: voor ieder term die in een zin voorkomt, er ten minstens één object met de door die term uitgedrukte eigenschap moet zijn.

Huiswerk voor donderdag

- ▶ Gamut, 1.1, 1.2, 1.3 en Syllabus, t/m 1.2.3 lezen;
- ▶ Tekst op Blackboard lezen (Aristoteles, *Prior Analytics*), tekstvragen beantwoorden;
- ▶ Participatieopdracht (NB: voor woensdag 12 uur 's middags inleveren)
- ▶ Extra opgave: Definieer een formele taal waarin redeneringen (7) and (11) uitgedrukt kunnen worden.