

Logica en de Linguistic Turn 2013

Natuurlijke deductie en solipsisme en realisme

Maria Aloni
ILLC-University of Amsterdam
M.D.Aloni@uva.nl

November 19, 2013

Plan voor vandaag

1. Natuurlijke deductie: introductie en eliminatieregels
2. Tractatus: over solipsisme en realisme (5.6-5.641)

Huiswerk:

- ▶ Gamut: 4.3.1-4.3.5, 4.4. Opg.: 4.3-4.5, 4.11.
- ▶ Tractatus: Ethiek (6.37-7)

Mededeling:

- ▶ Meer dan 4 keer afwezig zonder goede rede = onvoldoende bij participatie
- ▶ Wiki:
 - Laatste groep: Roel, Laurens en Thomas
 - Deadline commentaar: 26 november 2013
 - Deadline lemma's: 1 December 2013
- ▶ Werkgroep ma 9 dec (ipv di 10 dec)
 - tijd: 11-13, zaal 229, BG5 (boven het Atrium) (nieuwe zaal)

Twee benadering van geldigheid

► Semantische

- Interpretatie van een zin als toekenning van waarheidswaarde in een model;
- Geldigheid in termen van een universele kwantificatie over de *oneindige* verzameling van alle modellen.

► Syntactische

- Interpretatie van een zin in termen van de conclusies die uit de zin kunnen worden getrokken;
- Geldigheid in termen van *eindige* lijsten van geldige redeneerstapjes (**afleidingen**).

Syntactische geldigheid

- ▶ Redenering $\phi_1, \dots, \phi_n / \psi$ is *syntactisch geldig*, $\phi_1, \dots, \phi_n \vdash \psi \Leftrightarrow$ er is een afleiding van ψ uit ϕ_1, \dots, ϕ_n
- ▶ Verschillende methoden om de notie van afleiding te definiëren:
 - axiomasystemen
 - tableauxsystemen
 - **natuurlijke deductie** (hier)

Natuurlijke Deductie

- ▶ Ontwikkeld door Gentzen (1934–35)
- ▶ Een natuurlijke deductie systeem bestaat uit
 1. een eindige lijst van **regels** (= kleine redeneerstapjes die zonder meer als juist worden voorondersteld)
 2. een specificatie van hoe deze regels samengevoegd kunnen worden tot **afleidingen** (formeel equivalent van redeneringen)
- ▶ Hier bespreken wij alleen de regels voor de propositielogica

Afleiding

- Een **afleiding** bestaat uit een rij van formules

1. ϕ_1

\vdots

n. ϕ_n

zodat $\forall i : 1 \leq i \leq n \Rightarrow$

- Of ϕ_i is een aanname (of **assumptie**);
 - Of ϕ_i is uit bepaalde erbovenstaande formules met een **regel** verkregen.
- Als ϕ_1, \dots, ϕ_m de assumpties zijn van de afleiding, dan schrijven wij:

$$\phi_1, \dots, \phi_m \vdash \phi_n$$

(= er is een afleiding van conclusie ϕ_n uit assumpties ϕ_1, \dots, ϕ_m)

Regels

- ▶ Voor ieder connectief \bullet hebben wij twee regels:
 - een **introductieregel** (I_\bullet)
 - (a) Hoe kan tot een formule met dit connectief als hoofdteken worden geconcludeerd?
 - een **eliminatieregel** (E_\bullet)
 - (b) Hoe kan een formule met dit connectief als hoofdteken worden gebruikt voor het trekken van een conclusie?
- ▶ Bijvoorbeeld, conjunctie
 - Introductieregel (I_\wedge): $\phi \wedge \psi$ kan als conclusie getrokken worden als beide ϕ en ψ voorhanden zijn als assumpties of als al getrokken conclusies.
 - Eliminatieregel (E_\wedge): ϕ , zowel ψ kunnen als conclusie getrokken worden uit $\phi \wedge \psi$.

Conjunctie: Introductieregel (I_{\wedge})

$$\begin{array}{ll} 1. & . \\ & \vdots \\ m_1. & \phi \\ & \vdots \\ m_2. & \psi \\ & \vdots \\ n. & \phi \wedge \psi \quad I_{\wedge}, m_1, m_2 \end{array}$$

Conjunctie: Eliminatieregel (E_{\wedge})

Twee mogelijkheden:

1. .
 :
 $m.$ $\phi \wedge \psi$
 :
 $n.$ ϕ E_{\wedge}, m

1. .
 :
 $m.$ $\phi \wedge \psi$
 :
 $n.$ ψ E_{\wedge}, m

Voorbeeld van afleiding

1. $p \wedge q$ *ass*
2. p $E_{\wedge}, 1$
3. q $E_{\wedge}, 1$
4. $q \wedge p$ $I_{\wedge}, 3,2$

Dus,

$$p \wedge q \vdash q \wedge p$$

(= er is een afleiding van conclusie $q \wedge p$ uit assumptie $p \wedge q$)

Opdracht: Laat zien dat $q \wedge (p \wedge r) \vdash (q \wedge p) \wedge r$

Relatie tussen semantische en syntactische geldigheid

- ▶ In de predikatenlogica, semantische en syntactische benaderingswijzen van logische gevolg komen op hetzelfde neer.
- ▶ Voor alle zinnen $\phi_1, \dots, \phi_n, \psi$ van een predikaatlogische taal:

$$(1) \quad \phi_1, \dots, \phi_n \vdash \psi \Leftrightarrow \phi_1, \dots, \phi_n \models \psi$$

- ▶ Opgesplitst in implicaties in twee richtingen:

$$(2) \quad \phi_1, \dots, \phi_n \vdash \psi \Rightarrow \phi_1, \dots, \phi_n \models \psi \quad \textbf{(Correctheid)}$$

$$(3) \quad \phi_1, \dots, \phi_n \models \psi \Rightarrow \phi_1, \dots, \phi_n \vdash \psi \quad \textbf{(Volledigheid)}$$

- ▶ Meer hierover in Gamut 4.4.

Implicatie: Eliminatieregel (E_{\rightarrow})

$$\begin{array}{lcl} 1. & . & \\ & \vdots & \\ m_1. & \phi \rightarrow \psi & \\ & \vdots & \\ m_2. & \phi & \\ & \vdots & \\ n. & \psi & E_{\rightarrow}, m_1, m_2 \end{array}$$

Voorbeeld: $q \wedge p, p \rightarrow r \vdash q \wedge r$

Implicatie: Introductieregel (I_{\rightarrow})

1. .
 \vdots
 $m.$ ϕ ass
 \vdots
 $n - 1.$ ψ
 $n.$ $\phi \rightarrow \psi$ I_{\rightarrow} , ass in m vervalt (of wordt ingetrokken)

Voorbeelden:

1. $\vdash (p \wedge q) \rightarrow p$
2. $(p \wedge q) \rightarrow r \vdash (q \wedge p) \rightarrow r$
3. $\vdash ((p \wedge q) \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$

Herhaling (Repetition)

$$\begin{array}{ll} 1. & . \\ & \vdots \\ m. & \phi \\ & \vdots \\ n. & \phi \quad \text{Her, } m \text{ (of Rep, } m) \end{array}$$

Voorbeeld: $\vdash p \rightarrow (q \rightarrow p)$

Solipsisme en Realisme (5.6–5.641)

5.6 Die Grenzen meiner Sprache bedeuten die Grenzen meiner Welt.
The limits of my language mean the limits of my world.

- ▶ Twee verrassende elementen:
 - W spreekt hier over *mijn* taal en *mijn* wereld
 - De grenzen van de taal en van de wereld vallen samen
- ▶ *Inhoudsopgave*
 - Grenzen van de taal en van de wereld en de rol van logica
 - Mijn taal en mijn wereld
 - Solipsisme en realisme
 - Empirisch vs metafysisch subject
- ▶ *Achtergrond*
 - Discussie over de relatie tussen logica en ervaring (5.55)

Grenzen van taal en van de wereld

- ▶ De grenzen van de taal en de grenzen van de wereld vallen samen (5.6)
- ▶ Waarom verrassend? In 1, de wereld = de totaliteit van feiten, maar taal kan ook niet bestaande situaties beschrijven.
- ▶ Wat bedoelt dan W hier met (mijn) wereld?
- ▶ Stokhof: het gaat hier over de grenzen van mogelijke ervaringen (achtergrond: discussie over relatie logica en ervaring (5.55)):
 - (mijn) wereld= al (mijn) mogelijke ervaringen (ervaring is altijd ervaring van een situatie)
- ▶ Met deze interpretatie, zijn taal en wereld een spiegelbeeld van elkaar:
 - Iedere mogelijke ervaring (situatie) kan worden beschreven door een zinvolle zin
 - Ieder zinvolle zin is de beschrijving van een mogelijke ervaring (situatie)

De rol van de logica (5.61)

- ▶ De logica vult de wereld. De grenzen van de wereld zijn ook haar grenzen
- ▶ De logica geeft de grenzen van de wereld in de zin dat zij bepaalt wat mogelijk is en niet in de zin dat zij zegt wat er wel en niet in de wereld is
- ▶ Grens \neq scheidslijn tussen iets en iets anders. Er is niets aan de andere kant van de grens.
- ▶ De grenzen van iets zijn op te vatten als bepaling van de mogelijkheden van iets.
- ▶ Logica is transcendentiaal

5.61

Die Logik erfüllt die Welt; die Grenzen der Welt sind auch ihre Grenzen. Wir können also in der Logik nicht sagen: Das und das gibt es in der Welt, jenes nicht.

Das würde nämlich scheinbar voraussetzen, dass wir gewisse Möglichkeiten ausschließen, und dies kann nicht der Fall sein, da sonst die Logik über die Grenzen der Welt hinaus müsste; wenn sie nämlich diese Grenzen auch von der anderen Seite betrachten könnte.

Was wir nicht denken können, das können wir nicht denken; wir können also auch nicht *sagen*, was wir nicht denken können.

Mijn taal en mijn wereld

- ▶ Verrassend spreekt W in 5.6 over *mijn* taal en *mijn* wereld.
- ▶ Dit hangt samen met W's opvatting over het **solipsisme** in 5.62–5.641:
 1. Het solipsisme heeft gelijk, de wereld is mijn wereld. Alleen toont dat zich, gezegd worden kan niet (5.62)
 2. Het solipsisme, streng doorgevoerd, valt samen met een zuiver realisme (5.64)
- ▶ Wat is solipsisme? Wat is realisme?

Solipsisme and Realisme

Solipsisme

- ▶ Er bestaat niets buiten *mijn* eigen geest (dus de wereld is mijn wereld)
- ▶ Verschillende interpretaties voor het *ik*, W verwijst naar de tweede (vgl 5.641):
 1. Ik als empirisch subject: triviaal solipsisme (er bestaat maar één empirisch subject)
 2. Ik als metafysisch subject: een vorm van idealisme (er bestaat maar één metafysisch subject)

Realisme

- ▶ Er bestaat een werkelijkheid onafhankelijk van het subject

Het solipsisme heeft gelijk (5.62)

- ▶ Wat het solipsisme bedoelt (namelijk dat de wereld mijn wereld is) is juist. Alleen toont dat zich, gezegd worden kan niet
- ▶ Dat de wereld mijn wereld is blijkt uit de feit dat de grenzen van de taal (van de taal die ik alleen versta) de grenzen van mijn wereld bepalen (5.62)
- ▶ Stokhof reconstructie van het argument:
Wat W hier zegt is dat mijn wereld (in de zin van al mijn mogelijke ervaringen) enerzijds niet groter is dan de wereld, anderzijds niet noodzakelijkerwijs kleiner (er zijn geen noodzakelijke beperkingen op wat ik kan ervaren, vgl. 5634).

De wereld is mijn wereld

- ▶ De wereld = al de mogelijke ervaringen
Mijn wereld = al mijn mogelijke ervaringen
- ▶ Geen deel van mijn ervaring is a priori (5.634), dwz geen ervaring is a priori wel of niet een deel van mijn ervaring
- ▶ Wat ik ervaren kan is alleen door de grenzen van de logica beperkt, dus door de grenzen van de taal
- ▶ Dus de wereld en mijn wereld hebben dezelfde grenzen (de grenzen van *de* taal), dus de wereld is mijn wereld (5.62)
- ▶ Dus, er is slechts één taal (sinds er slechts één logica is) en er is een 'perfect match' tussen de taal, de wereld en de totaliteit van de mogelijke ervaringen (van mij, van jou of van wie dan ook)

De taal en mijn taal

- ▶ Boven is de eerste interpretatie voorondersteld voor *der Sprache (der Sprache, die allein ich verstehe)* in 5.62
 1. de enige taal die ik (of jij of wie dan ook) begrijp, de taal zoals in de Tractatus beschreven
 2. de taal die ik alleen begrijp (verwijzing naar een prive-taal)
- ▶ Er zijn natuurlijk meerdere talen, maar uit het gegeven dat in hun volledige analyse al de talen isomorf zijn met elkaar en met de wereld, volgt dat je inderdaad over één, de taal kan spreken (vgl 4.014)

Metafysisch subject, solipsisme en realisme

- ▶ De wereld is mijn wereld, dus heeft het solipsisme gelijk.
- ▶ Maar het subject waarvan in het solipsisme sprake is, het metafysisch subject (het denkende, voorstellende subject) bestaat niet, is niet iets in de wereld, maar is een grens van de wereld (5.631, 5.632 en metaphor oog-gezichtsveld 5.633–5.6331)
- ▶ In die zin valt het solipsisme samen met een zuiver realisme. Het Ik verdwijnt en de werkelijkheid blijft (5.64).
- ▶ Dit metafysisch subject is dus niet op te vatten als een lichamelijk of psychisch wezen in de wereld (5.641)

Besluit

- ▶ Er is één logica, dus één wereld, dus ook één metafysisch subject (= grens van de wereld)
- ▶ Dus solipsisme heeft gelijk, de wereld is mijn wereld (de wereld begrensd door het metafysisch subject)
- ▶ Dus solipsisme valt samen met realisme (het metafysisch subject bestaat niet in de wereld, is een grens, dus verdwijnt, terwijl de werkelijkheid blijft)