

Logica en de Linguistic Turn 2013

# Natuurlijke deductie en ethiek

Maria Aloni

ILLC-University of Amsterdam

M.D.Aloni@uva.nl

November 21, 2013

# Plan voor vandaag

1. Natuurlijke deductie: introductie en eliminatieregels
2. Tractatus: Ethiek (6.37-7)

## Huiswerk:

- ▶ Gamut: 4.3.1-4.3.5, 4.4. Opg.: 4.3-4.5, 4.11. Gamut, opg. 4.6; extra opg. 1,2.

## Mededeling:

- ▶ Meer dan 4 keer afwezig zonder goede rede = onvoldoende bij participatie
- ▶ Wiki:
  - Deadline commentaar: 26 november 2013
  - Deadline lemma's: 1 December 2013
- ▶ Werkgroep ma 9 dec (ipv di 10 dec)
  - tijd: 11-13, zaal 229, BG5 (boven het Atrium) (nieuwe zaal)

# Afleiding

- Een **afleiding** bestaat uit een rij van formules

1.  $\phi_1$

$\vdots$

n.  $\phi_n$

zodat  $\forall i : 1 \leq i \leq n \Rightarrow$

- Of  $\phi_i$  is een aanname (of **assumptie**);
  - Of  $\phi_i$  is uit bepaalde erbovenstaande formules met een **regel** verkregen.
- Als  $\phi_1, \dots, \phi_m$  de assumpties zijn van de afleiding, dan schrijven wij:

$$\phi_1, \dots, \phi_m \vdash \phi_n$$

(= er is een afleiding van conclusie  $\phi_n$  uit assumpties  $\phi_1, \dots, \phi_m$ )

# Regels

- ▶ Voor ieder connectief  $\bullet$  hebben wij twee regels:
  - een **introductieregel** ( $I_\bullet$ )
    - (a) Hoe kan tot een formule met dit connectief als hoofdteken worden geconcludeerd?
  - een **eliminatieregel** ( $E_\bullet$ )
    - (b) Hoe kan een formule met dit connectief als hoofdteken worden gebruikt voor het trekken van een conclusie?
- ▶ Vorige keer: conjunctie, implicatie
- ▶ Vandaag: disjunctie, negatie, EFSQ,  $\neg\neg$ -regel

## Disjunctie: Introductieregel ( $I_V$ )

$$\begin{array}{l} 1. \quad . \\ \quad \vdots \\ m. \quad \phi \\ \quad \vdots \\ n. \quad \phi \vee \psi \quad I_V, m \end{array}$$
$$\begin{array}{l} 1. \quad . \\ \quad \vdots \\ m. \quad \psi \\ \quad \vdots \\ n. \quad \phi \vee \psi \quad I_V, m \end{array}$$

## Disjunctie: Eliminatieregel ( $E_V$ )

$$\begin{array}{lcl} 1. & . & \\ & \vdots & \\ m_1. & \phi \vee \psi & \\ & \vdots & \\ m_2. & \phi \rightarrow \chi & \\ & \vdots & \\ m_3. & \psi \rightarrow \chi & \\ & \vdots & \\ n. & \chi & E_V, m_1, m_2, m_3 \end{array}$$

Voorbeeld:  $q \vee p \vdash p \vee q$

## Negatie: Eliminatieregel ( $E_{\neg}$ )

$$\begin{array}{lcl} 1. & . & \\ & \vdots & \\ m_1. & \neg\phi & \\ & \vdots & \\ m_2. & \phi & \\ & \vdots & \\ n. & \perp & E_{\neg}, m_1, m_2 \end{array}$$

## Negatie: Introductieregel ( $I_{\neg}$ )

1.	.	
	$\vdots$	
$m.$	$\phi$	ass
	$\vdots$	
$n - 1.$	$\perp$	
$n.$	$\neg\phi$	$I_{\neg}$ , ass in $m$ vervalt (of wordt ingetrokken)

Voorbeeld:  $\vdash \neg(p \wedge \neg p)$



# EFSQ en $\neg\neg$ -regel

- ▶ Minimale logica: Introductie en eliminatie regels voor alle connectieven
- ▶ Minimale logica  $\neq$  klassieke logica
  - Tautologieën die niet afleidbaar zijn in minimale logica:
    1.  $\neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$
    2.  $(p \vee \neg p)$
- ▶ Intuitionistische logica = minimale logica + EFSQ (ex falsum sequitur quodlibet)
- ▶ Klassieke logica = Intuitionistische logica +  $\neg\neg$ -regel

## EFSQ regel

$$\begin{array}{l} 1. \quad . \\ \quad \vdots \\ n-1. \quad \perp \\ n. \quad \phi \quad \text{EFSQ, } n-1 \end{array}$$

Voorbeelden:

1.  $\vdash \neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$
2.  $(p \vee q), \neg p \vdash q$

## $\neg\neg$ -regel

1.       .  
          :  
          :  
*m.*    $\neg\neg\phi$   
          :  
*n.*    $\phi$       $\neg\neg, m$

Voorbeeld:  $\vdash (p \vee \neg p)$

# Relatie tussen semantische en syntactische geldigheid

- ▶ In de predikatenlogica, semantische en syntactische benaderingswijzen van logische gevolg komen op hetzelfde neer.
- ▶ Voor alle zinnen  $\phi_1, \dots, \phi_n, \psi$  van een predikaatlogische taal:
  - (1)  $\phi_1, \dots, \phi_n \vdash \psi \Leftrightarrow \phi_1, \dots, \phi_n \models \psi$
- ▶ Opgesplitst in implicaties in twee richtingen:
  - (2)  $\phi_1, \dots, \phi_n \vdash \psi \Rightarrow \phi_1, \dots, \phi_n \models \psi$  **(Correctheid)**
  - (3)  $\phi_1, \dots, \phi_n \models \psi \Rightarrow \phi_1, \dots, \phi_n \vdash \psi$  **(Volledigheid)**
- ▶ I.e. semantische geldige redeneerschema's kunnen precies verkregen worden met afleidingen uit een formeel bewijssysteem
- ▶ Dit geldt voor de predikatenlogica (Gödel eerste theorem), maar niet voor de tweede orde logica of de wiskunde (Gödel tweede theorem). Meer hierover in laatste hoorcollege en Gamut 4.4.

## Andere formulering itv consistentie

- (4) Definitie consistentie:  
 $\phi_1, \dots, \phi_n$  heet consistent als  $\phi_1, \dots, \phi_n \not\vdash \perp$
  - (5) Er is een model voor  $\phi_1, \dots, \phi_n \Rightarrow \phi_1, \dots, \phi_n$  is consistent  
**(Correctheid)**
  - (6)  $\phi_1, \dots, \phi_n$  is consistent  $\Rightarrow$  er is een model voor  $\phi_1, \dots, \phi_n$   
**(Volledigheid)**
- ▶ Extra opgave: Laat zien dat (3) en (6) equivalent zijn.
  - ▶ Andere metalogische resultaten in Gamut 4.4 (hoeft niet maar wel leuk om te lezen)

# Prooftheoretic semantics en Prior Tonk

- ▶ Prooftheoretic semantics: betekenis in termen van introductie, eliminatie regels ipv in termen van waarheidscondities
  - Modeltheoretic/truthconditional semantics: betekenis als waarheidscondities zoals in de Tractatus
  - Prooftheoretic semantics: betekenis als gebruik (introductie, eliminatie regels) zoals in Wittgenstein Phil Untersuchungen
- ▶ Potentieel problem voor prooftheoretic semantics (opg. 11)
  - Prior tonk: introductie regel van disjunctie en eliminatie regel van conjunctie
  - Wat gaat fout? In een afleiding systeem met tonk:  $\phi \vdash \psi$  voor alle  $\phi, \psi$ . Laat zien waarom.
  - Prior: Geen redelijke betekenis voor tonk, maar wel regels. Dus regels alleen kunnen geen betekenis bepalen.
  - Belnap, Dennett: Niet alle paren van regels bepalen betekenis, maar wel regels die bepaalde condities (logical harmony) voldoen.

# Structuur van de Tractatus

- ▶ Ontologie (1–2.063)
- ▶ De algemene beeldtheorie (2.1–3.05)
- ▶ Theorie van taal (3.1–4.2)
- ▶ Logica (4.2–6.13)
- ▶ Wiskunde (6.2–6.3)
- ▶ Natuurwetenschap (6.31–6.372)
- ▶ **Ethiek en het mystieke (6.373–6.4321, 6.44–6.522)**
- ▶ **Filosofie en de Tractatus zelf (6.53, 6.54)**
- ▶ **Besluit (7)**

## 6.37–7

### *Inhoudsopgave*

- ▶ 6.37–6.3751: logische noodzakelijkheid als enige vorm van noodzakelijkheid
- ▶ 6.4–6.4321: waarden, ethische uitspraken
- ▶ 6.44–6.522: het mystieke, de oplossing van het levensprobleem
- ▶ 6.53–6.54: de methode van de filosofie; de status van de Tractatus
- ▶ 7: Van dat, waarover niet kan worden gesproken, moet men zwijgen



## 6.37-6.3751: Logische noodzakelijkheid als enige vorm van noodzakelijkheid

- ▶ Over de dwaling van de moderne *Weltaanschauung*
- ▶ Over relatie tussen wil en wereld
- ▶ Over kleurenuitspraken

## Over de dwaling van de moderne *Weltaanschauung* (6.37-6.372)

- ▶ De hele moderne *Weltaanschauung* berust op de dwaling dat natuurwetten noodzakelijk zijn en daarmee de wereld verklaren (6.371, 6.372)
- ▶ De enige echte noodzakelijkheid is die van de logica (6.37)
- ▶ Zulke wetten zoals de wet van de causaliteit zijn vormen van empirische, contingente wetmatige uitspraken
- ▶ Een relatie tussen twee elkaar in de tijd opeenvolgende gebeurtenissen, kan nooit een noodzakelijke relatie zijn (vgl 5.135–5.1362)

## Wil en wereld (6.373- 6.374)

- ▶ De enige vorm van noodzakelijkheid is logische noodzakelijkheid (6.37)
- ▶ Om die rede is de wereld onafhankelijk van mijn wil (6.373)
- ▶ Er is geen logische relatie tussen wil en wereld (6.374), relatie tussen 'wens' (wat wir wünschen) en handeling veroorzaakt door wens is contingent

## Kleurenuitspraken (6.3751)

- ▶ In 6.3751 wordt het bestaan van één logische noodzakelijkheid (en dus één logische onmogelijkheid, 6.375) in verband gebracht met kleurenuitspraken.
- ▶ (7-a) en (7-b) zijn niet onafhankelijk van elkaar. Zij sluiten elkaar noodzakelijk uit.

- (7)     a.    Dit is rood  
          b.    Dit is geel

- ▶ W's conclusie is dat kleur een logische structuur heeft. Dus zijn (7-a) en (7-b) geen elementaire zinnen, maar complexe gehelen die elkaar logisch uitsluiten.
- ▶ De onmogelijkheid deze onderliggende logische vorm te achterhalen, zal W later leiden tot een revisie, en uiteindelijk tot een verwerping van de uitgangspunten van de Tractatus.

# De aard en status van verschillende soorten uitspraken

- ▶ 6.1-6.13 logische uitspraken zijn tautologien, noodzakelijk (dus betekenisloos, maar niet onzinnig, want zij hebben een functie)
- ▶ 6.2-6.241 wiskundige uitspraken zijn schijnzinnen (dus betekenisloos, maar niet onzinnig, want zij hebben een functie)
- ▶ 6.3-6.3751 uitspraken van de natuurwetenschap zijn contingenties (dus betekenisvol)
- ▶ Wat is de status van ethische uitspraken?
- ▶ 6.4-6.421
  - ethische uitspraken zijn niet contingenties en niet noodzakelijk
  - dus ethische uitspraken zijn geen zinnen (6.42)
  - zin = waarheidsfunctie van elementaire zinnen, i.e. betekenisvolle zin of tautologie of contradictie

## Ethische uitspraken (6.4)

- ▶ Ethische uitspraken zijn geen zinnen (6.42)
  - Niet noodzakelijk: de enige echte noodzakelijkheid is die van de logica
  - Niet contingent: waarde is niet iets toevalligs, contingents, dus kan niet in de wereld zijn

6.41 Der Sinn der Welt muss außerhalb ihrer liegen. . . . Was es nichtzufällig macht, kann nicht *in* der Welt liegen, denn sonst wäre dies wieder zufällig.

The sense of the world must lie outside the world. . . . What makes it non-accidental cannot lie *within* the world, since if it did it would itself be accidental.

- ▶ De ethiek is transcendentiaal (6.421, vgl 6.13)

# Vragen over ethiek

De ethiek is transcendentiaal, maar

- ▶ Zijn straf en beloning dan een deel van de wereld of niet?
- ▶ Is het willende (ethische) subject een deel van de wereld of niet?
- ▶ Is er een ethische taak voor het empirisch subject, voor jou en mij? Hoe moeten wij volgens Wittgenstein leven?
- ▶ Wat is de oplossing van ons levensprobleem?

## Straf en beloning (6.422)

- ▶ Het niet-contingent karakter van het ethische wordt nader uitgewerkt met betrekking tot straf en beloning
- ▶ Ethiek heeft niets te maken met straf en beloning in de gebruikelijke zin
- ▶ Straf en beloning in ethische zin zijn geen contingente gebeurtenissen die volgen op een handeling
- ▶ Ze liggen niet in bijkomenden gebeurtenissen maar in de handeling zelf



## Wil als grens van de wereld (6.423-6.43)

- ▶ De wil als drager van het ethische is niet iets in de wereld (er kan dus niet over gesproken worden), maar, net als het metafysisch subject, een grens ervan (6.423, vgl 5.631)
- ▶ Het goede of slechte willen kan dus niet de wereld veranderen door iets *in* de wereld te veranderen (daarmee zou het iets contingents worden), maar alleen door de grens ervan te veranderen, door de wereld in zijn geheel in een andere daglicht te stellen, door aan alles een andere ethische dimensie te geven
- ▶ In die zin is de wereld van de gelukkige een totaal andere als de wereld van de ongelukkige (6.43)

# Hoe moeten wij dan leven?

- ▶ Is er een ethische taak voor het empirisch subject, voor jou en mij? Hoe moeten wij volgens Wittgenstein leven?
- ▶ Misschien ethische taak voor ons is in harmonie met het ethische subject te leven, dus in harmonie met de wereld, gelukkig zijn (6.43), in de tegenwoordige tijd leven (6.4311)

## Het mystieke (6.44-6.45)

- ▶ Niet *hoe* de wereld is maar *dat* de wereld is, is het mystieke (6.44)
- ▶ Hoe de wereld is, is contingent, en dat is onderwerp van de natuurwetenschap.
- ▶ Dat de wereld is, het gevoel van de wereld als begrensd geheel, is het mystieke (6.45, vgl 5.552 over de logische 'ervaring')
- ▶ Vergelijk Heidegger: 'Warum gibt es überhaupt Seiendes, und nicht vielmehr Nichts?'

## Das Problem des Lebens (6.5-6.52)

- ▶ De vraag naar het waarom van de wereld laat zich overigens niet stellen, ze is niet betekenisvol. Er is immers geen betekenisvol antwoord op mogelijk (6.5, 6.51)
- ▶ Daarom ook zijn de antwoorden op de vragen die zich wel laten stellen, die van de wetenschap van geen enkel belang voor de oplossing van onze levensproblemen (6.52)

6.52 Wir fühlen, dass, selbst wenn alle *möglichen* wissenschaftlichen Fragen beantwortet sind, unsere Lebensprobleme noch gar nicht berührt sind. Freilich bleibt dann eben keine Frage mehr; und eben dies ist die Antwort.

- ▶ Het antwoord op de vraag naar het waarom, naar de zin van het leven, is het inzicht dat het geen vraag is.
- ▶ Dan verdwijnt de vraag, lost het probleem zichzelf op, in plaats van opgelost te worden (6.52, 6.521 vgl voorwoord)

## Vragen over 6.53-7

- ▶ Wat is de juiste methode van filosofie?
- ▶ Wat is de relatie tussen logica (ook transcendentiaal) en ethiek?
- ▶ Wat is de status van de Tractatus?

## De methode van de filosofie (6.53)

- ▶ De juiste filosofische methode is het bewaken van de grens tussen het zegbare en het onzegbare (6.53 vgl 4.112)
- ▶ De logica is daarbij het hulpmiddel bij uitstek (logica in de zin van logische analyse)

## Logica en ethiek

- ▶ Wat is de relatie tussen logica en ethiek?
- ▶ Beide betreffen zaken die niet *in* de wereld zijn, beide transcendentiaal
- ▶ Maar de ethiek is geen instrument van de filosofie, de logica wel.
- ▶ De logica is in die zin met de wereld verbonden dat ze er de vorm van bestudeert, logische uitspraken tonen de logische vorm van de wereld (6.124). Dat vooronderstelt taal, en het afbeeldende karakter van taal. Daarin komen de logische eigenschappen in uitdrukking.
- ▶ Voor de ethiek geldt dit niet. De ethiek heeft geen relatie met (zinvolle) taal. Als waarde zich toont, dan is dat in de interne, inherente kwaliteit van het handelen (6.422), in het licht waarin we de wereld zien (6.43)

# De status van de Tractatus

- ▶ De uitspraken in de Tractatus zijn niet contingent, en ook geen tautologien of contradicties, in die zin zijn ze **unsinnig**
- ▶ Unsinnig:
  1. uitspraken die categorie-fouten vertonen (zie 5.473)
  2. uitspraken die pogen te zeggen wat niet gezegd kan worden, b.v. de uitspraken van de Tractatus (zie ook 4.1272)
- ▶ Betekenisloos: tautologie en contradictie



# Besluit

7

Wovon man nicht sprechen kann, darüber muss man schweigen.

Whereof one cannot speak, thereof one must be silent.

Van dat, waarover niet kan worden gesproken, moet men zwijgen.

# Wittgenstein over het doel van de Tractatus

De pointe van het boek is een ethische. Ik wilde ooit in het voorwoord een zin opnemen die er nu niet in staat maar die ik hier nu voor u neerschrijf omdat het wellicht voor u een sleutel kan zijn tot het werk. Wat ik wilde schrijven was dit: Mijn werk bestaat uit twee gedeelten: dat wat er nu ligt, en alles wat ik niet heb opgeschreven, en het is precies dit tweede deel dat belangrijk is. Mijn boek begrenst het domein van het ethische van binnenuit, als het ware, en ik ben ervan overtuigd dat alleen op die manier die grenzen kunnen worden bepaald. Kort gezegd, ik ben er van overtuigd dat waar vele anderen vandaag de dag maar wat aan kletsen, ik er in geslaagd ben in mijn boek alles op zijn plek te zetten door er over te zwijgen. (Brief aan Ludwig Ficker, 1919)