

Logica en de Linguistic Turn 2012

# Semantiek van predicaatenlogica en Tractatus

Maria Aloni

ILLC-University of Amsterdam

M.D.Aloni@uva.nl

1/11/12

# Plan voor vandaag

1. Predicatenlogica: semantiek
2. Tractatus: filosofie v.d. logica en wiskunde (5.55-5.5521, 5.5563-5.5571, 6.1-6.1202, 6.124-6.1251, 6.13-6.22)
3. Modeluitwerking opdracht 3

## Huiswerk:

- ▶ Gamut: 3.6.1, 3.6.2; Opg. 3.5 (xxi)-(xxxi), 3.7; Extra opg. 2a-d.
- ▶ Tractatus: 5.6-5.641 over solipsisme en realisme

**Mededeling:** 22 November (vanaf 8uur) Wittgenstein film avond, CREA theater

# Semantiek van de predicaatenlogica

- ▶ Middels **valuaties gebaseerd op modellen**,  $V_M$

$$V_M : \text{zinnen van } L \rightarrow \{0, 1\}$$

- ▶ Modellen  $M$  geven interpretaties van
  - Individuele constanten:  $a, b, c$
  - $n$ -plaatsige predicaaten:  $P, Q, R$
- ▶ Connectieven geïnterpreteerd zoals in PL
- ▶ Substitutie-interpretatie (approach A) voor de kwantoren (niet gebruikelijk, maar meer intuïtief)

# Modellen

Een model  $M$  voor een predikaatlogische taal  $L$  bestaat uit een domein  $D$  (een niet-lege verzameling) en een interpretatiefunctie  $I$  gedefinieerd op de verzameling constanten en predikaatletters uit het vocabulaire van  $L$  met de volgende eigenschappen:

- (i) als  $c$  een constante van  $L$  is, dan  $I(c) \in D$
- (ii) als  $B$  een  $n$ -plaatsige predikaatletter van  $L$  is, dan  $I(B) \subseteq D^n$

## Valuaties gebaseerd op modellen

Is  $M = \langle D, I \rangle$  een model voor  $L$ , dan is  $V_M$ , de valuatie  $V$  gebaseerd op  $M$ , gedefinieerd als volgt:

- (i) Is  $A_1...a_n$  een atomaire zin van  $L$ , dan is  $V_M(Aa_1...a_n) = 1$  desda  $\langle I(a_1), \dots, I(a_n) \rangle \in I(A)$
- (ii)  $V_M(\neg\phi) = 1$  desda  $V_M(\phi) = 0$
- (iii)  $V_M(\phi \wedge \psi) = 1$  desda  $V_M(\phi) = 1$  en  $V_M(\psi) = 1$
- (iv)-(vi) ...
- (vii)  $V_M(\forall x\phi) = 1$  desda  $V_M([c/x]\phi) = 1$  voor alle  $c$  van  $L$
- (viii)  $V_M(\exists x\phi) = 1$  desda  $V_M([c/x]\phi) = 1$  voor tenminste één  $c$  van  $L$

**Belangrijk** Voor  $\exists$  en  $\forall$ ,  $I$  moet een functie zijn zodat voor ieder  $d \in D$ : er is een constant  $c$ :  $I(c) = d$  (vrg. suriectief)

# Notatie

Als  $\phi$  een formule is,  $c$  een constante en  $x$  een variabele, dan is  $[c/x]\phi$  de formule die ontstaat door in  $\phi$  alle vrije voorkomens van  $x$  te vervangen door  $c$ .

$\phi$	$[c/x]\phi$
$Axy$	$Acy$
$Axx$	$Acc$
$\forall x Axx$	$\forall x Axx$
$Ay$	$Ay$

# Structuur van de Tractatus

- ▶ Ontologie (1–2.063)
- ▶ De algemene beeldtheorie (2.1–3.05)
- ▶ Theorie van taal (3.1–4.2)
- ▶ **Logica (4.2–6.13)**
- ▶ **Wiskunde (6.2–6.3)**
- ▶ Natuurwetenschap (6.31–6.372)
- ▶ Ethiek en het mystieke (6.373–6.4321, 6.44–6.522)
- ▶ Filosofie en de Tractatus zelf (6.53, 6.54)
- ▶ Besluit (7)

# Filosofie van de logica en wiskunde

## Inhoudsopgave:

- ▶ 5.55 – 5.552: Logica en ervaring, en de aard van elementaire zinnen
- ▶ 5.5563–5.5571 logica en toepassing
- ▶ 6.1–6.1202, 6.124–6.1251, 6.13–6.22: de aard van logische (en wiskundige) uitspraken
- ▶ NB: 5.6–5.641 worden de volgende keer behandeld



## Logica en ervaring (5.551–5.5521)

- ▶ VRAAG: Zijn logische uitspraken a priori?
- ▶ Elke vraag in de **logica** moet a priori beantwoord zijn (5.551).
- ▶ Contrast tussen:
  - Hoe: wisselen, contingent (stand van zaken)
  - Wat: vaste, noodzakelijk (objecten) (vgl 2.0271)
- ▶ De logica is verbonden met het laaste, met de ‘ervaring’ dat er een wereld is, niet met hoe de wereld in elkaar zit (5.552, 5.5521)
- ▶ De logische ‘ervaring’ (eigenlijk geen ervaring want ze is niet met iets in de wereld verbonden) is de ervaring van het bestaan, niet van het bestaan van iets.

## De aard van elementaire zinnen en toepassing van logica (5.55, 5.557, 5.5571)

- ▶ VRAAG: Moeten wij de vraag over mogelijke vormen van elementaire zinnen a priori beantwoorden? Kunnen wij dat?
- ▶ Elke vraag in de **logica** moet a priori beantwoord zijn. Dus ook de vraag naar de mogelijke vormen van **elementaire zinnen**.
- ▶ Wij hebben a priori een bepaalde notie van een elementaire zin, namelijk dat een elementaire zin bestaat uit namen.
- ▶ Maar over aantallen namen, en dus mogelijke samenstellingen van elementaire zinnen, valt a priori niets te zeggen (5.55)
- ▶ Het enige dat te verwachten is, is dat een *analyse van zinnen* in elementaire zinnen (**toepassing van logica**) zal laten zien welke elementaire zinnen er (onder anderen) zijn (5.557)
- ▶ Al het andere zal tot onzin leiden (5.5571)

## Over dagelijkse taal (5.5563)

- ▶ VRAAG Is ons dagelijkse taal betekenisvol, logisch 'in orde'?
- ▶ Het bestaan van elementaire zinnen volgt uit de betekenisvolheid van ongeanalyseerde zinnen (vgl. 3.23, 3.25, 4.221. 4.411).
- ▶ In die zin, zijn ook de zinnen van de **dagelijkse taal** logisch gezien geordend (dan wel 'in orde')
- ▶ De logica staat niet naast de taal, maar ligt eronder (5.5563)

# De aard van logische uitspraken (6.1–6.113)

- ▶ VRAAG Wat zijn logische uitspraken (Sätze der Logika) (6.1)? Wat zeggen logische uitspraken (6.11)? Wat is het verschil tussen logische en niet logische afspraken (6.113)?
- ▶ Logische uitspraken (Sätze der Logika) zijn tautologien (6.1), en zeggen dus niets (6.11, vgl 4.461)
- ▶ Onderscheid logische – niet-logische uitspraken (6.113)
  - Logische uitspraken: analytisch (de waarheid ervan kan men aan de uitspraak zelf afzien), dus geen beelden
  - Niet-logische uitspraken: niet analytisch
- ▶ (NB: ‘Satz’ staat in deze context eerder voor ‘wet’, ‘stelling’, dan voor ‘zin’. vandaar de vertaling ‘uitspraak’.)

## De nut van logische uitspraken (6.12-6.1202, 6.124-6.1251)

- ▶ VRAAG Wat is dan de nut van logische uitspraken?
- ▶ Dat logische uitspraken tautologien zijn, toont de formele, interne eigenschappen van de taal en van de wereld (6.12, vgl 6.13)
- ▶ Logische uitspraken brengen het (logisch) geraamte (*logische Gerüst* vgl 4.023) van de wereld tot uitdrukking door te tonen dat sommige verbindingen van symbolen (die zelfstandig wel betekenis hebben) geen betekenis hebben. De logica berust op het beeld karakter van de taal (6.124)
- ▶ Het is mogelijk a priori alle logische wetten (tautologien) te geven, en kan nooit sprake zijn van verrasingen (6.125, 6.1251)

## Logica als transcendentiaal (6.13)

6.13 Die Logik ist keine Lehre, sondern ein Spiegelbild der Welt.  
Die Logik ist transzendental.

- ▶ VRAGEN: Wat betekent transcendentiaal? Waarom is logica transcendentiaal?
- ▶ De logica is transcendentiaal (vgl 6.421), i.e.
  - is onafhankelijk van ervaring
  - bepaalt de mogelijkheid van ervaring (vgl 5.552)
- ▶ De logica is geen leer, maar een spiegelbeeld van de wereld
- ▶ VRAGEN: Wat is een leer? Waarom is logica geen leer? Is filosofie een leer (4.112)? Wat is de relatie tussen logica en filosofie?

## Wiskunde (6.2-6.22)

- ▶ VRAAG: Zijn de stellingen van wiskunde betekenisvol, betekenisloos of onzinnig?
- ▶ De wiskunde is een logische methode
- ▶ De stellingen van de wiskunde zijn vergelijkingen, dus ook *Scheinsätze* (6.2)
- ▶ Zij drukken geen gedachten uit (6.21), zij zijn geen beelden van de werkelijkheid, dus betekenisloos
- ▶ Maar niet onzinnig:
  - Zij tonen de logica van de wereld (6.22)
  - Zij hebben ook praktische nuttigheid (6.211). Ze kunnen worden gebruikt om contingente zinnen van andere contingente zinnen af te leiden

# Opgave 1

In Bild und Abgebildeten muß etwas identisch sein, damit das eine überhaupt ein Bild des anderen sein kann (2.161)

- *Wat is dat gemeenschappelijke van beeld en afgebeelde?*
  - Het beeld moet met datgene dat het afbeeld de *Form der Abbildung* gemeen hebben [2.17].
  - Het moet in elk geval de *logische Form* gemeen hebben. Dit is de vorm van de werkelijkheid [2.18].
- *En wat is er nog meer noodzakelijk voor de totstandkoming van een beeld?*
  - Er moet een *Abbildende Beziehung* bestaan, die de *Elemente des Bildes*, i.e. de *Gegenstände* waaruit het beeld is opgebouwd correleert met de *Gegenständen* in de *Sachlage* die wordt afgebeeld. [2.1513, 2.1514]



- *Waarom zijn er volgens de Tr. geen a-priori ware beelden?*

- Lange antwoord:

1. Een a priori ware Bild zou dus een Bild moeten zijn waarvoor men aan het Bild zelf kan zien of de Sachlage die het afbeeldt gerealiseerd is.
2. Maar elke Bild is per definitie een afbeelding van een Sachlage, i.e. iets dat het geval kan zijn of niet, i.e. contingent is.
3. Om erachter te komen of een Bild waar is, moeten wij dus naar de feiten kijken; we moeten het met de werkelijkheid vergelijken [2.223].
4. Dus kunnen er ook geen Bilder zijn die a priori waar zijn [2.224, 2.225].

- Korter antwoord (ook goed):

Er zijn geen a priori ware beelden (2.225) omdat er geen noodzakelijke Tatsachen zijn (b.v. 2.0271), want ware beelden verbeelden Tatsachen (=Sachverhalten die bestaan (2)) (bv. 2.221, 2.222), en iets contingent kan jij niet weten los van ervaring [2.223](dus is a posteriori).

## Opgave 2

- *Wittgenstein heeft het onder 2.02 over die Substanz der Welt. Welke rol speelt die Substanz in de Tractatus? Wat zijn cruciale eigenschappen van de Gegenständen die garanderen dat de Substanz deze rol kan vervullen?*
  - ROL: Dan zou het niet meer mogelijk zijn om beelden te maken [2.0212] Zonder substantie zou de betekenis van een zin afhankelijk zijn van of een andere zin waar is. [2.0211] De definitie van betekenis is dan circulair, niet meer gefundeerd.
  - EIGENSCHAP: Objecten zijn enkelvoudig [2.02] (en bestaan [2.0271]).
  - ROL: Zonder substantie zou er geen vaste vorm van de wereld zijn [2.023] (evt. [2.025]).
  - EIGENSCHAP: Objecten hebben vorm [2.0141] (of interne eigenschappen [2.01231]). Het is objecten eigen om in Sachverhalten te kunnen voorkomen. De vaste vorm van de wereld wordt gedefinieerd door de vorm van de objecten [2.023].

- *Wittgensteins ontologie wordt wel als “atomair” beschreven. Wat zouden deze atomen kunnen zijn? Beargumenteer kort uw antwoord.*
  - De atomen zijn de standen van zaken (*Sachverhalte*), of feiten. Standen van zaken (feiten) bestaan onafhankelijk van elkaar. [1.21] Objecten zijn enkelvoudig [2.02], maar ze kunnen niet onafhankelijk van elkaar bestaan. [2.011, 2.0122]