Logica en de Linguistic Turn 2013

Reducties & distributie

Maria Aloni
ILLC-University of Amsterdam
M.D.Aloni@uva.nl

September 17, 2013

Plan voor vandaag

- Reducties tot perfecte syllogismen: Reductio ad absurdum (1.4.4)
- Redeneringen met meer dan twee premissen (1.4.5)
- Geldigheid via distributie (1.4.6)

Huiswerk:

- Syllabus 1.4.4, 1.4.5 en 1.4.6. Opg. 10–13
- Russell en Carnap + tekstvragen
- Proeftentamen
- Participatieopdracht (voor woensdag): Bedenk twee vragen, een over de tekst van Russell en een over de tekst van Carnap.
  - Email onderwerp: PO3: Russell en Carnap
  - Vragen als email tekst (geen attachment)
- Participatieopdracht: oefenvraag (voor vrijdag)

Reductics tot perfecte syllogismen

Stelling 1 (Aristoteles) De geldigheid van elk syllogisme kan worden aangetoond door gebruik te maken van de volgende principes.

1. de vier perfect syllogismen: aaa-1, eae-1, aii-1, eio-1
2. conversie: XiY/YiX en XeY/YeX
3. subalternatie: XaY/XiY en XeY/XoY
4. de *reductio ad absurdum* regel.

Opgave 7 Leidt de geldigheid van het syllogisme (aii-3) af onder gebruikmaking van het perfecte syllogisme (aii-1).
Opgave 8 Leidt de geldigheid van het syllogisme (aee-4) af onder gebruikmaking van het perfecte syllogisme (eae-1).

Opgave 9 iai-3 (vanuit aii-1) en eao-3 (vanuit eio-1).

Reductio ad absurdum

- Algemene vorm:

(1) Als $\phi_1, ..., \phi_n, \neg\psi \Rightarrow \bot$, dan $\phi_1, ..., \phi_n \Rightarrow \psi$

- In woorden:

(2) Te bewijzen ψ vanuit $\phi_1, ..., \phi_n$:

a. Stel $\phi_1, ..., \phi_n$ en $\neg\psi$ (niet ψ).

b. Stel nu dat we uit $\phi_1, ..., \phi_n$ en $\neg\psi$ zowel χ als $\neg\chi$ kunnen afleiden (een tegenspraak, $\bot$).

c. **Gevolg**: $\phi_1, ..., \phi_n$ & $\neg\psi$ kunnen niet allebei waar zijn: dus $\phi_1, ..., \phi_n \Rightarrow \psi$

- Aangenomen:
  elke zin moet ofwel waar ofwel onwaar zijn (*tertium non datur*)

Voorbeeld: Bocardo_3 vanuit Barbara_1

Afleiding van oao-3 vanuit aaa-1

1. MoP major
2. MaS minor
3. SoP middels *reductio ad absurdum* + aaa-1

Reductio

a. SaP negatie van 3. (a. en 3. zijn contradictoir)
b. MaP aaa-1 met a. (major) en 2 (minor)
c. $\perp$ (b. en 1. zijn contradictoir)
d. Dus, SoP reductio

Opgave: Barocco_2 vanuit Barbara_1

Voorbeeld: Barocco$_2$ vanuit Barbara$_1$

Afleiding van aoo-2 vanuit aaa-1

1. *PaM* — major
2. *SoM* — minor
3. *SoP* — middels *reductio ad absurdum* + aaa-1

Reductio

a. *SaP* — negatie van 3. (a. en 3. zijn contradictoir)
b. *SaM* — aaa-1 met 1 (major) en a (minor)
c. $\perp$ — (b. en 2. zijn contradictoir)
d. Dus, *SoP* — reductio

Middeleeuws ezelsbruggetje

- Alle geldige syllogistische vormen hebben een naam:

Barbara1	Barocco2	Bocardo3	Camenes4
Celarent1	Camestres2	Datisi3	Dimaris4
Darii1	Cesare2	Disamis3	Fresison4
Ferio1	Festino2	Ferison3	(Bramantip4)
(Barbari1)	(Camestrop2)	(Darapti3)	(Camenop4)
(Celaront1)	(Cesaro2)	(Felapton3)	(Fesapo4)

- De klinkers geven de modus aan.
- Aan de medeklinkers kan zien hoe ze tot een perfect syllogisme gereduceerd kunnen worden
  - 1ste medeklinker $\Rightarrow$ 1ste medeklinker van het perfecte syllogisme waartoe de reductie leidt;
  - m $\Rightarrow$ premissen moeten verwisseld worden;
  - s $\Rightarrow$ conversie;
  - p $\Rightarrow$ subalternatie en conversie;
  - c $\Rightarrow$ reductio ad absurdum

Redeneringen met meer dan twee premissen

- Geldige redeneringen met meer dan twee premissen kunnen altijd gereduceerd worden tot redeneringen die bestaan uit redeneerstappen die elk twee of minder premissen behelzen.
- Voorbeeld: Herschrijf de volgende categorische redenering als een keten van drie geldige syllogistische vormen:

(3) MaP, SaM, NeP, RiS/RoN

- Geldige syllogismen:

aaa-1	aoo-2	oao-3	aee-4
eae-1	aee-2	aii-3	iai-4
aii-1	eae-2	iai-3	eio-4
eio-1	eio-2	eio-3	(aai-4)
(aai-1)	(aeo-2)	(aai-3)	(aeo-4)
(eao-1)	(eao-2)	(eao-3)	(eao-4)

Bottom Up Strategy

- 1. *MaP* — Write down argument
  2. *SaM*
  3. *NeP*
  4. *RiS*
  5. *RoN*
- Build 1st syllogism:
  1. Take 5. as conclusion
  2. Choose one possible premise out of 1–4 (here 3. or 4.)
  3. Fill in 2nd premise looking at list of valid syllogisms, call it (a)
- Build 2nd syllogism:
  1. Take (a) as conclusion
  2. Choose one possible premise out of the remaining 1–4
  3. Fill in the second premise as above, call it (b)
- Build 3rd syllogism:
  1. Take (b) as conclusion
  2. and the two remaining premises as premises
- Write down solution (top down)

Distributie

- De scholastische logici wilden graag weten aan welke formele eigenschappen een syllogisme moet voldoen om haar geldig te maken.
- Een belangrijk begrip in dit verband betreft het al of niet **gedistribueerd** zijn van een term in een categorische zin.
- Volgens de scholastici is
  - de subjectterm gedistribueerd in (universele) a- en e-zinnen, en
  - de predikaatterm in de (negatieve) e- en o-zinnen.

	universeel	particulier
affirmatief	$\underline{\mathbf{S}}$aP	SiP
negatief	$\underline{\mathbf{S}}$e$\underline{\mathbf{P}}$	So$\underline{\mathbf{P}}$

- In moderne termen: een term is gedistribueerd als deze in een monotoon dalend (downward entailing, DE) context voorkomt.

Geldigheid in termen van distributie

Stelling 2 Een syllogisme is geldig desda het voldoet aan de volgende vier voorwaarden.

(i) De middenterm is gedistribueerd in minstens één van de premissen.

(ii) Elke term die gedistribueerd is in de conclusie is ook gedistribueerd in één van de premissen.

(iii) Minstens één van de premissen is affirmatief.

(iv) De conclusie is negatief desda één van de premissen negatief is.

Wanneer we het postulaat van existentiële import laten vallen, dan moeten we de bovenstaande voorwaarden nog aanvullen met een vijfde:

(v) Als de conclusie particulier is, dan is ook minstens één van de premissen particulier.

Derde methode om (on)geldigheid te bewijzen

Opgave: Onderzoek met behulp van stelling 2 of

(i) de volgende syllogismen geldig zijn, en

(ii) zij geldig blijven als wij EI laten vallen.

(4)
  a. aao-1
  b. aeo-2
  c. eio-4

Nog een opgave

Bewijs de volgende stelling met behulp van stelling 2:

(5) Een geldig syllogisme van de 4de figuur kan geen a-zin als conclusie hebben.

Bewijs: Stel (5) onwaar, i.e. er is een geldige syllogisme met vorm

$$\frac{\begin{array}{c} P \bullet M \\ M \bullet S \end{array}}{SaP}$$

$\Rightarrow$ S is gedistribueerd in conclusie	(distributie)
$\Rightarrow$ S moet gedistribueerd zijn in minorpremisse	volgens (ii)
$\Rightarrow$ Minorpremisse moet negatief zijn	distributie en 4-fig
$\Rightarrow$ Conclusie moet ook negatief zijn	volgens (iv)
$\Rightarrow$ $\perp$	(a-zinnen zijn niet negatief)
$\Rightarrow$ (5) is waar	(reductio)