

Riešenie 1. zadania

ANALÝZA KOMBINAČNÝCH OBVODOV

Zadanie:

Urobte analýzu kombinačného logického obvodu, ktorého štruktúra je daná na obrázku nižšie.

1. Zo známej štruktúry obvodu:

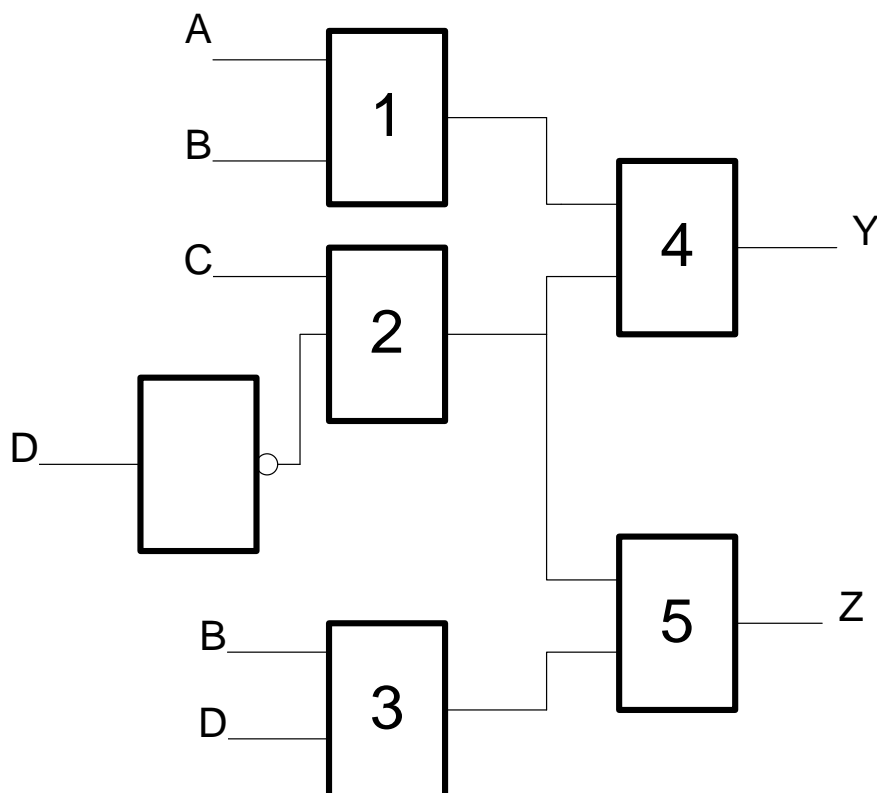
- Odvoďte boolovské funkcie zodpovedajúce výstupom Y a Z obvodu,
- Boolovské funkcie s použitím pravidiel boolovskej algebry upravte na minimálnu DNF a zapíšte do Karnaughových máp (najskôr do máp, v ktorých vystupujú všetky vstupné premenné obvodu a potom do najmenších máp),
- Boolovské funkcie s použitím pravidiel boolovskej algebry upravte na minimálnu KNF a zapíšte do Karnaughových máp (najskôr do máp, v ktorých vystupujú všetky vstupné premenné obvodu a potom do najmenších máp).

2. Pomocou systému LOGISIM (príp. LOG/FITBOARD):

- Vytvorte schému zadaného obvodu a simuláciou overte správnosť mapových zápisov boolovských funkcií (pre jednotlivé kombinácie hodnôt na vstupoch porovnajte výstupy s hodnotami v mapách),
- Vytvorte schému obvodu z rovníc, ktoré ste získali pri úprave na DNF formu,
- Vytvorte schému obvodu z rovníc, ktoré ste získali pri úprave na KNF formu,
- Všetky tri vytvorené schémy pripojte na spoločné vstupy a zodpovedajúce si výstupy obvodov umiestnite vedľa seba (viď. obrázok príkladu).

Zadanie 1: AND – NAND – OR – XOR – NOR

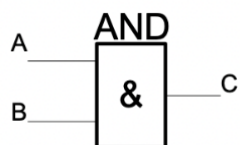
1. Schéma zadaného obvodu



Typy použitých logických členov: AND – NAND – OR – XOR – NOR

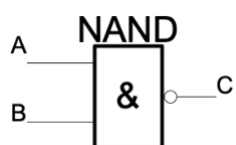
AND Funkcia

$$C = A \cdot B$$



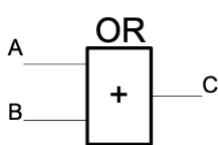
NAND Funkcia

$$C = \overline{A \cdot B}$$



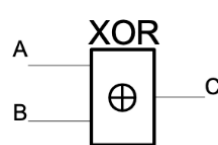
OR Funkcia

$$C = A + B$$



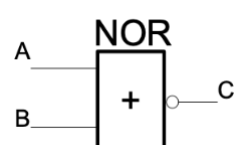
XOR Funkcia

$$C = \bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B}$$



NOR Funkcia

$$C = \overline{A + B}$$



Schémy

A	B	C
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A	B	C
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

A	B	C
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

A	B	C
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

A	B	C
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Tabuľky pravdivostných hodnôt

Odvozenie výrazov pre výstupné funkcie Y a Z

1) Vyjdeme zo štruktúry obvodu a zostavíme výrazy zodpovedajúce výstupom Y a Z:

$$Y = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot \overline{D} + A \cdot B \cdot \overline{C} \cdot \overline{D}$$

$$Z = \overline{\overline{C} \cdot \overline{D} + B + D}$$

Pre ľubovoľné výrazy A,B platí:

- | | |
|--|---|
| 1. $A+B = B+A$
$A \cdot B = B \cdot A$ | <i>Komutatívnosť</i> |
| 2. $A+(B+C) = (A+B)+C$
$A \cdot (B \cdot C) = A \cdot (B \cdot C)$ | <i>Asociatívnosť</i> |
| 3. $A+B \cdot C = (A+B) \cdot (A+C)$
$A \cdot (B+C) = A \cdot B + A \cdot C$ | <i>Distributívnosť</i> |
| 4. $A+A+\dots+A = A$
$A \cdot A \cdot \dots \cdot A = A$ | |
| 5. $\overline{A+B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$
$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$ | <i>de Morganové pravidlá</i> |
| 6. $\overline{\overline{A}} = A$
$\overline{\overline{\overline{A}}} = \overline{A}$ | <i>Pravidlá o dvojnásobnej a viacnásobnej negácii</i> |
| 7. $A + \overline{A} = 1$
$A \cdot \overline{A} = 0$ | <i>Pravidlá o komplemente</i> |
| 8. $A+1 = 1$
$A \cdot 0 = 0$ | <i>Pravidlá o adresívnosti hodnôt 0 a 1</i> |
| 9. $A+0 = A$
$A \cdot 1 = A$ | <i>Pravidlá o neutrálnosti hodnôt 0 a 1</i> |
| 10. $(A+B) \cdot (\overline{A} + \overline{B}) = B$
$A \cdot B + \overline{A} \cdot \overline{B} = B$ | <i>Pravidlá spojovania</i> |
| 11. $A+A \cdot B = A$
$A \cdot (A+B) = A$ | <i>Pravidlá absorpcie</i> |
| 12. $A + \overline{A} \cdot B = A + B$
$A \cdot (\overline{A} + B) = A \cdot B$ | |
| 13. $A \cdot B + \overline{A} \cdot C + B \cdot C = A \cdot B + \overline{A} \cdot C$
$(\overline{A} + \overline{B}) \cdot (\overline{B} + \overline{C}) \cdot (A + \overline{C}) = (\overline{A} + \overline{B}) \cdot (A + \overline{C})$ | <i>Konsenzus teorem</i> |

2) Výrazy prepíšeme na ekvivalentné normálne formy typu DNF:

Funkcia Y:

$$Y = \overline{1} \cdot 2 + 1 \cdot \overline{2}$$

$$\overline{1} = \overline{A \cdot B} =$$

$$= \overline{A} + \overline{B}$$

$$2 = \overline{C \cdot D} =$$

De Morganovo pravidlo

De Morganovo pravidlo

$$\begin{aligned}
 &= \bar{C} + \bar{\bar{D}} \\
 &= \bar{C} + D \\
 1 &= A \cdot B \\
 \bar{2} &= \overline{C \cdot \bar{D}} = \\
 &= \bar{C} \cdot \bar{\bar{D}} \\
 Y &= \bar{1} \cdot 2 + 1 \cdot \bar{2} = \\
 &= (\bar{A} + \bar{B}) \cdot (\bar{C} + D) + A \cdot B \cdot C \cdot \bar{D} = \\
 &= \bar{A} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot D + \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{B} \cdot D + A \cdot B \cdot C \cdot \bar{D}
 \end{aligned}$$

Pravidlo o dvojnásobnej a viacnásobnej negácii

Komutatívnosť

Pravidlo o dvojnásobnej a viacnásobnej negácii

Dosadenie za $\bar{1}$, 1 a $\bar{2}$, 2

Roznásobovanie

Počet použitých logických členov: 10 (4xNOT, 5xAND, 1xOR)

Počet vstupov pre logickú funkciu: 21 (1 do NOT, 1 do NOT, 1 do NOT, 1 do NOT, 2 do AND, 2 do AND, 2 do AND, 2 do AND, 4 do AND, 5 do OR)

Funkcia Z:

$$\begin{aligned}
 Z &= \overline{2 + 3} \\
 2 &= \overline{C \cdot \bar{D}} = \\
 &= \bar{C} + \bar{\bar{D}} \\
 &= \bar{C} + D \\
 3 &= B + D \\
 Z &= \overline{2 + 3} = \\
 &= \overline{\bar{C} + D + B + D} = \\
 &= \bar{\bar{C} + B + D} = \\
 &= C \cdot \bar{B} \cdot \bar{D}
 \end{aligned}$$

De Morganovo pravidlo

Pravidlo o dvojnásobnej a viacnásobnej negácii

Komutatívnosť

Dosadenie za 2 a 3

$A+A+\dots+A=A$

De Morganovo pravidlo

Počet použitých logických členov: 3(2xNOT, 1xAND)

Počet vstupov pre logickú funkciu: 5(1 do NOT, 1 do NOT, 3 do AND)

Sumár obvodu:

Počet použitých logických členov: 11(4xNOT, 6xAND, 1xOR)

Počet vstupov pre logickú funkciu: 24(1 do NOT, 1 do NOT, 1 do NOT, 1 do NOT, 2 do AND, 2 do AND, 2 do AND, 2 do AND, 4 do AND, 3 do AND, 5 do OR)

3) Zostavíme mapové zápisy funkcií, ktoré zodpovedajú výrazom Y a Z:

[illegible]

Diagram illustrating the transformation of a 4x4 matrix Z into a 2x4 matrix Z through a series of row operations. The initial matrix Z has rows $[0, 0, 0, 1]$, $[0, 0, 0, 0]$, $[0, 0, 0, 0]$, and $[0, 0, 0, 1]$. The final matrix Z has rows $[0, 0, 0, 1]$ and $[0, 0, 0, 0]$. The transformation is indicated by a large arrow pointing from the initial matrix to the final matrix.

4) Výrazy prepíšeme na ekvivalentné normálne formy typu KNF:

$$\begin{aligned} Y &= \overline{\overline{A.C} + \overline{A.D} + \overline{B.C} + \overline{B.D} + A.B.C.\overline{D}} = \\ &= \overline{(\overline{A.C}).(\overline{A.D}).(\overline{B.C}).(\overline{B.D}).(A.B.C.\overline{D})} = \\ &= \overline{(A+C).(A+\overline{D}).(B+C)(B+\overline{D}).(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}+D)} = \\ &= \overline{(A+C.\overline{D}).(B+C.\overline{D}).(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}+D)} = \\ &= \overline{(A.B+C.\overline{D}).(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}+D)} = \end{aligned}$$

De Morganovo pravidlo

De Morganovo pravidlo

Distributívnost'

Distributívnost'

Roznásobovanie

$$\begin{aligned}
 &= \overline{(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + D) \cdot (A \cdot B) + (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + D) \cdot (C \cdot \bar{D})} = && \text{Pravidlá o komplemente} \\
 &= \overline{(\bar{A} \cdot A \cdot B + A \cdot B \cdot \bar{B} + A \cdot B \cdot \bar{C} + A \cdot B \cdot D) + (\bar{A} \cdot C \cdot \bar{D} + \bar{B} \cdot C \cdot \bar{D} + \bar{C} \cdot C \cdot \bar{D} + C \cdot D \cdot \bar{D})} = \\
 &= \overline{A \cdot B \cdot \bar{C} + A \cdot B \cdot D + \bar{A} \cdot C \cdot \bar{D} + \bar{B} \cdot C \cdot \bar{D}} = && \text{De Morganovo pravidlo} \\
 &= (\bar{A} + \bar{B} + C) \cdot (\bar{A} + \bar{B} + \bar{D}) \cdot (A + \bar{C} + D) \cdot (B + \bar{C} + D)
 \end{aligned}$$

Počet použitých logických členov: 9(4xNOT, 1xAND, 4xOR)

Počet vstupov pre logickú funkciu: 20(1 do NOT, 1 do NOT, 1 do NOT, 1 do NOT, 3 do OR, 3 do OR, 3 do OR, 3 do OR, 4 do AND)

$$Z = C \cdot \bar{B} \cdot \bar{D}$$

DNF = KNF

Počet použitých logických členov: 3(2xNOT, 1xAND)

Počet vstupov pre logickú funkciu: 5(1 do NOT, 1 do NOT, 3 do AND)

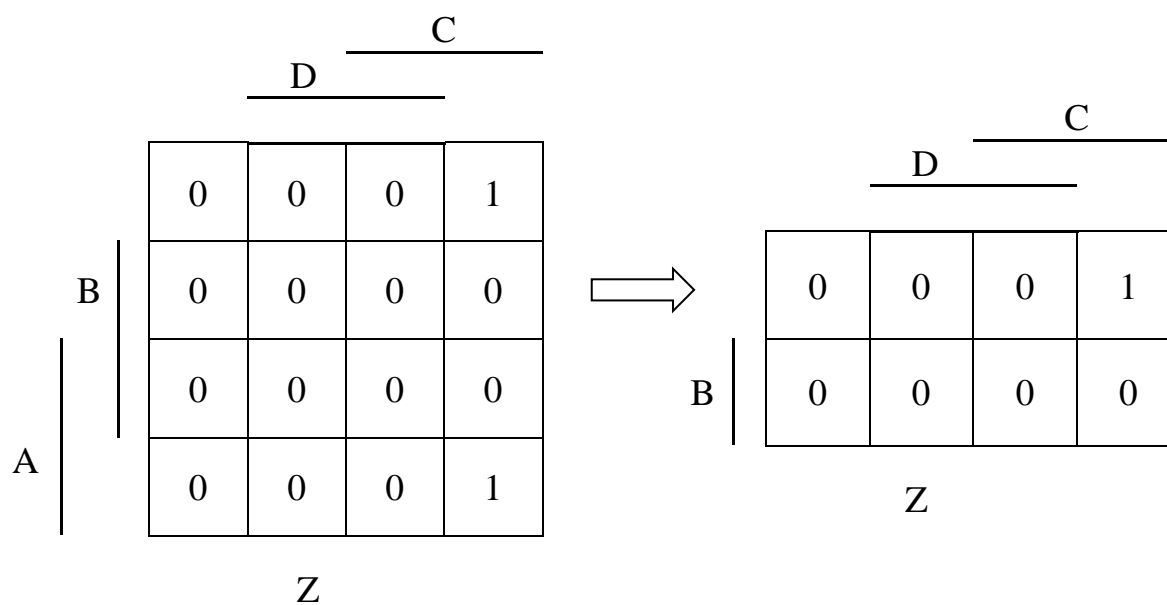
Sumár obvodu:

Počet použitých logických členov: 10(4xNOT, 2xAND, 4xOR)

Počet vstupov pre logickú funkciu: 23(1 do NOT, 1 do NOT, 1 do NOT, 1 do NOT, 3 do AND, 3 do OR, 3 do OR, 3 do OR, 4 do AND)

5) Zostavíme mapové zápisy funkcií, ktoré zodpovedajú výrazom Y a Z:

		<u> C </u>			
		<u> D </u>			
A	B	1	1	1	0
		1	1	1	0
		0	0	0	1
		1	1	1	0
Y					



Zhodnotenie:

Najprv sme analyzovali zadanie a rozdelili typy logických členov, ktoré sme následne použili v zadaní. Odvodili sme výrazy pre výstupné funkcie Y a Z zo štruktúry obvodu. Prepísali sme výrazy do formy DNF a KNF, kde pre výstup Z sa formy DNF a KNF rovnajú. Zostavili sme k nim mapy a vypísali sumáre obvodu. Nakoniec sme vytvorili schému obvodu v nástroji LOGISIM.

