
*Domáca úloha číslo 03 –
exponenciálne funkcia,
exponenciálne rovnice / nerovnice*

1. Nakresli graf exponenciálnej funkcie a urči vlastnosti funkcie:

(definičný obor funkcie, obor hodnôt funkcie, funkcia je/nie je prostá, je/nie je spojitá, párna/nepárna funkcia, neohraničená/ohraničená zdola/zhora, súradnice priesečníkov so súradnicovými osami, lokálne minimum, lokálne maximum, rastúca/klesajúca funkcia).

a) $f: y = 3^x$

b) $f: y = 3^{2x}$

c) $f: y = 3^{2x+1}$

d) $f: y = 2 + 3^{x-1}$

e) $f: y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

f) $f: y = \left(\frac{1}{2}\right)^{3x-1}$

g) $f: y = 2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{x+3}$

h) $f: y = 2^x \cdot 5^{-x}$

i) $f: y = 5 \cdot 4^{x-1}$

j) $f: y = 5^{3x+1} - 4$

k) $f: y = \left(\frac{1}{6}\right)^{3x+1} - 4$

l) $f: y = 16^{-0.25x} + 2$

m) $f: y = \frac{3^x}{0.3^x} - 3$

n) $f: y = 2 \cdot 3^{-2x} + 4 \cdot 9^{-x}$

o) $f: y = -3 \cdot \frac{12^x}{4^x}$

p) $f: y = 8 \cdot 2^x \cdot 4^{-x}$

q) $f: y = 2^{3x-1} - 4$

r) $f: y = -3 \cdot 2^{-x}$

s) $f: y = -4 \cdot 2^{-x-5} - 2$

Nasledujúca séria príkladov je členená podľa typov úloh – to znamená že v každej sérii sú zoradené principiálne podobné úlohy. Skúste vyriešiť polovicu príkladov, ale ak to bude príliš veľa, tak minimálne niečo zo začiatku a niečo z konca danej série a o ostatných príkladoch musíte mať presnú predstavu, čo by ste s nimi mali spáchať, aby ste sa dopracovali ku výsledkom.

2. Nájdi riešenie nasledujúcich rovníc v \mathbb{R} (elementárne rovnice)

a) $2^x = 64$

b) $10^x = 0.0001$

c) $2^{-x} = \frac{1}{8}$

d) $25^x = \left(\frac{1}{5}\right)^{-3}$

e) $4^{3x-2} = 256$

f) $0.125^{x-1} = 128$

g) $0.2^{x+1} = 25$

h) $9^x = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2}$

i) $81^{-x} = 27$

j) $10^x = \sqrt[3]{10^2}$

k) $\left(\frac{1}{5}\right)^x = \frac{1}{125}$

l) $\left(\frac{3}{7}\right)^{x+1} = \frac{49}{9}$

m) $\left(\frac{2}{3}\right)^{2x+1} = \frac{27}{8}$

n) $\left(\frac{5}{2}\right)^{x-1} = \left(\frac{8}{125}\right)^{x+1}$

$$\begin{array}{lll} \text{o) } \left(\frac{3}{5}\right)^x = \left(1\frac{2}{3}\right)^3 & \text{q) } \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{3x^2-1}{2}} = \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{x^2+1}{3}} & \text{s) } \left(\frac{5}{8}\right)^{\frac{2x+1}{x-1}} = \left(\frac{512}{125}\right)^{3-x} \\ \text{p) } \left(\frac{1}{4}\right)^{2x+3} = \left(\frac{1}{8}\right)^{x+2} & \text{r) } \frac{1}{3^x} = \frac{1}{9} & \text{t) } \left(1 - \frac{1}{3}\right)^{x+1} = \frac{9}{4} \end{array}$$

3. Nájdi riešenie nasledujúcich rovníc v \mathbb{R} (normálne príklady)

$$\begin{array}{ll} \text{a) } 5^{2x+1} = \sqrt{25^x} & \text{g) } 2^{x+4}\sqrt{4^{8+x}} = \sqrt[6]{128} \\ \text{b) } 3^{1-x} = \sqrt[3]{27^x} & \text{h) } 3^{x-1} = 1 \\ \text{c) } \sqrt{4^{x-1}} = \sqrt[3]{2^{1+x}} & \text{i) } 2^{x+3} = 1 \\ \text{d) } x+2\sqrt{2^x} = 8 & \text{j) } 5^{x^2-x} = 1 \\ \text{e) } x+2\sqrt[3]{27} = x+1\sqrt{9} & \text{k) } 4^{x^3-4x} = 1 \\ \text{f) } 2^{x+3}\sqrt{x^{3-x}} = 1024 & \text{l) } 7^{x^2-5x+6} = 1 \end{array}$$

4. Nájdi riešenie nasledujúcich rovníc v \mathbb{R} (normálne písomkové príklady)

$$\begin{array}{ll} \text{a) } 2^{6x} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{9+x} = 2^{3x-5} & \text{g) } \frac{2^{x-3} \cdot 3^{x-2}}{6^{7-x} \cdot 8^{x-1}} = \frac{9^{x-2}}{3} \\ \text{b) } 4 \cdot 2^{x^2} = 2^{3x} & \text{h) } \left(\frac{7}{3}\right)^{1-3x} \cdot \frac{9}{49} = \left(\frac{49}{9}\right)^{1-2x} \\ \text{c) } 32^{x-1} \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^{3x-2} = 1 & \text{i) } \left(\frac{3}{2}\right)^{2x-1} \cdot \left(\frac{8}{27}\right)^{x+3} = \frac{16}{81} \\ \text{d) } 16^{3x-2} = 2 \cdot 8^x & \text{j) } \frac{64}{25} \cdot \left(\frac{8}{5}\right)^{\frac{3}{x-1}} = \left(\frac{125}{512}\right)^{3-x} \\ \text{e) } 27^{5x-6} \cdot 81^{2x+3} = 9^{4x-2} \cdot 3^{7x-2} & \\ \text{f) } \frac{10^{x^2}}{2^{-15}} = \frac{5^{-15}}{10^{12-12x}} & \end{array}$$

5. Nájdi riešenie nasledujúcich rovníc v \mathbb{R} (súčtové úlohy)

$$\begin{array}{ll} \text{a) } 2^{x+2} - 2^x = 96 & \text{g) } 3^x + 3^{x+1} - 3^{x-1} = \frac{11}{9} \\ \text{b) } 3^x + 3^{x+2} = \frac{10}{3} & \text{h) } 3^{x-1} + 3^{x-2} + 3^{x-3} = 13 \\ \text{c) } 3^{x-2} + 3^{x-1} = 36 & \text{i) } 4 \cdot 3^{x+1} - 3^{x+2} = 72 + 3^{x-1} \\ \text{d) } 3 \cdot 2^x - 20 = 2^{x-1} & \text{j) } \frac{9}{2} \cdot 3^{5x-1} + 3^{5x+2} - \frac{5}{2} = 3^{5x+1} \\ \text{e) } 5^x + 3 \cdot 5^{x-2} = 140 & \text{k) } 3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} = 40 \\ \text{f) } 7^{x+2} + 2 \cdot 7^{x-1} = 345 & \text{l) } 3^x + 2 = 3^{x+2} \end{array}$$

6. Nájdi riešenie nasledujúcich rovníc v \mathbb{R} (substitúcia)

$$\begin{array}{ll} \text{a) } 4^x - 9 \cdot 2^x + 8 = 0 & \text{f) } 2^{2x+1} - 33 \cdot 2^{x-1} + 4 = 0 \\ \text{b) } 3^{x+1} + 9^x - 108 = 0 & \text{g) } \frac{8}{3} \cdot 3^{x-1} + 1 = 9^{x-1} \\ \text{c) } 16^{2x} + 16 = 2^{4x+3} & \text{h) } 16^{x-1} + 4 \cdot (4^x - 384) = 0 \\ \text{d) } 3^{x+2} + 9^{x+1} - 810 = 0 & \text{i) } 3^x (19 - 3^x) = 90 \\ \text{e) } 3^{2x-1} + 3 \cdot 3^x - 12 = 0 & \end{array}$$

7. Nájdi riešenie nasledujúcich nerovníc

a) $2^{3x-4} \geq 1$

b) $\left(\frac{1}{7}\right)^{3x} < 1$

c) $2^{x+1} > 16$

d) $9^{\frac{4}{x}} < \sqrt{3}$

e) $3^{x+4} > 3^{1-x}$

f) $\left(\frac{1}{9}\right)^{x+4} > \left(\frac{1}{9}\right)^{1-x}$

g) $\left(\frac{1}{9}\right)^{x+4} > 3^{1-x}$

h) $2^{3x+5} - 4^{x-1} \geq 0$

i) $6^{4x+1} - 6 > 1290$

j) $10^{x^2-5x} < 0.1^6$

k) $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2} > \left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^x$

l) $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1+x}{1-x}} \geq 243$

m) $\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{3x^2-1}{2}} \leq \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{x+1}{3}}$

n) $\left(\frac{4}{9}\right)^{x+1} \leq \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{8}{27}\right)^x$

o) $0.25^{2-x} \geq 256 \cdot 2^{-x-3}$

p) $4^x - 3 \cdot 2^x < 4$

q) $4^x - 12 \cdot 2^x + 32 \leq 0$

r) $4^{-x+\frac{1}{2}} - 7 \cdot 2^{-x} - 4 < 0$

s) $2^x - 4 \cdot 4^{x-1} > 4^{-1} - 2^{x-2}$

t) $\left(\frac{1}{2}\right)^x - \left(\frac{1}{2}\right)^{1-x} \geq 1$

u) $\frac{2^{1-x} - 2^x + 1}{2^x - 1} \leq 0$