

---

*Domáca úloha číslo 04 –  
logaritmická funkcia,  
logaritmické rovnice  
logaritmické/exponenciálne nerovnice*

---

**1. Nakresli graf logaritmickej funkcie a urči vlastnosti funkcie:**

(definičný obor funkcie, obor hodnôt funkcie, funkcia je/nie je prostá, je/nie je spojitá, párna/nepárna funkcia, neohraničená/ohraničená zdola/zhora, súradnice priesečníkov so súradnicovými osami, lokálne minimum, lokálne maximum, rastúca/klesajúca funkcia).

a)  $f : y = \log 3x$

b)  $f : y = \log(3x-1)$

c)  $f : y = \log(1-3x)$

d)  $f : y = \log(3x-1)^3$

e)  $f : y = 2 \log(3x-1)$

f)  $f : y = -2 \log(3x+1)$

g)  $f : y = 2 - \frac{1}{2} \log(2-3x)$

h)  $f : y = 2 + \log \sqrt{2x-4}$

i)  $f : y = \log_3(3x-1)$

j)  $f : y = \log_{\frac{1}{3}}(3x-1)$

k)  $f : y = 3 + \log_{\frac{1}{3}}(3x-1)$

l)  $f : y = 3 - \log_{\frac{1}{3}}(1-3x)$

m)  $f : y = 2 + \frac{1}{5} \log_3(1-3x)$

n)  $f : y = 2 - 5 \log_3(1-x)$

o)  $f : y = 2 + 3 \log_2 \left( x - \frac{1}{4} \right)$

p)  $f : y = -2 + \log_2(1-x)^3$

q)  $f : y = 2 + \frac{1}{2} \ln(1-x)$

r)  $f : y = -2 + 3 \ln(1+2x)$

Nasledujúca séria príkladov je členená podľa typov úloh – to znamená že v každej sérii sú zoradené principiálne podobné úlohy. Skúste vyriešiť polovicu príkladov, ale ak to bude príliš veľa, tak minimálne niečo zo začiatku a niečo z konca danej série a o ostatných príkladoch musíte mať presnú predstavu, čo by ste s nimi mali spáchať, aby ste sa dopracovali ku výsledkom.

**2. Nájdí riešenie nasledujúcich rovníc v  $\mathbb{R}$  + obor riešiteľnosti (vnorené rovnice)**

a)  $\log_3 \log_4 \log_5 x = 0$

b)  $\log_4 \log_3 \log_2 x = \frac{1}{2}$

c)  $\log_{\frac{1}{2}} \log_3(1+20 \log_2 x) = -2$

d)  $\log_2 \left[ 14 + 2 \log_7 \left( 1 + 2 \log_{\frac{1}{2}} x \right) \right] = 4$

e)  $\log_9 \{ 3 \log_2 [ 1 + \log_3(1 - 2 \log_3 x) ] \} = \frac{1}{2}$

3. Nájdi riešenie nasledujúcich rovníc v  $\mathbb{R}$  + obor riešiteľnosti (použitie vzorcov na úpravu)

a)  $\log_2 \frac{1}{8} - 3 \log_5 0.2 + \log_3 27 + \log_4 1 = \log_3 x$

b)  $-\log_4 a + \frac{1}{2} \log_4 b^3 - 3 \log_4 2 = \log_4 x$

c)  $10 \log x^2 + 4 \log x^5 + 3 \log x^3 + 2 \log \sqrt{x} = 100$

d)  $\log x^2 + \log \sqrt{x} - \log \frac{1}{x} = \frac{35}{2}$

e)  $\ln 2x + \ln x^2 - \ln \sqrt[3]{x} = 1 + \ln 2 - \ln x^{-3}$

f)  $2 \log x - \log \frac{1}{x} + \log 2\sqrt{x} = \log x^3 - \log \frac{1}{2} - 2$

g)  $\frac{3}{5} \log \sqrt[3]{x^4} - \frac{5}{2} \log \frac{1}{x} = 11$

h)  $\log(54 - x^3) = 3 \log x$

i)  $\log_{12}(2x + 4) - \log_{12}(x - 3) = \log_{12} 7$

j)  $\log_4(x + 3) - \log_4(x - 1) = 2 - \log_4 8$

4. Nájdi riešenie nasledujúcich rovníc v  $\mathbb{R}$  + obor riešiteľnosti (použitie vzorcov na úpravu)

a)  $\log \sqrt{2x - 2} = \log(x - 5)$

b)  $\log \sqrt{2x + 3} = \log(x - 3)$

c)  $\log_2 \sqrt{x + 1} = 3 - \log_2 4$

d)  $\log_8 \sqrt{x + 30} + \log_8 \sqrt{x} = 1$

e)  $\frac{1}{2} \log(x - 9) + \log \sqrt{2x - 1} = 1$

f)  $\log \sqrt{3x - 5} + \log \sqrt{7x - 3} = 1 + \log \frac{\sqrt{11}}{10}$

g)  $\log \sqrt{1 + x} + 3 \log \sqrt{1 - x} = \log \sqrt{1 - x^2} + 2$

5. Nájdi riešenie nasledujúcich rovníc v  $\mathbb{R}$  + obor riešiteľnosti

a)  $\frac{\log(x^2 + 13)}{2 \log(x + 5)} = 1$

d)  $\frac{\log(x^2 + 14)}{\log(7 - x)} = 2$

b)  $\frac{\log(2x + 13)}{\log(x + 5)} = 2$

e)  $\frac{2 \log 3x}{\log(2 - 7x)} = 1$

c)  $\frac{\log(x^2 + 3)}{\log(x + 3)} = 2$

6. Nájdi riešenie nasledujúcich rovníc v  $\mathbb{R}$  + obor riešiteľnosti (rôzne základy)

a)  $\log_2 x + \log_8 x = 8$

c)  $\log_7 2 + \log_{49} x = \log_{\frac{1}{7}} \sqrt{3}$

b)  $\log_9 x + \log_3 x = 6$

d)  $\log_{16} x + \log_4 x + \log_2 x = 7$

7. Nájdi riešenie nasledujúcich rovníc v  $\mathbb{R}$  + obor riešiteľnosti

a)  $\log_2(4 \cdot 3^x - 6) - \log_2(9^x - 6) = 1$

b)  $\log_7(2^x - 1) + \log_7(2^x - 7) = 1$

c)  $\log 10 + \frac{1}{3} \log(3^{2\sqrt{x}} + 271) = 2$

d)  $2 + \log_2(3^{x-2} + 1) = \log_2(9^{x-2} + 7)$

e)  $x + \log_2(1 - 3 \cdot 2^x) = x \log_2 4$

f)  $\log_3(4 \cdot 3^x - 1) = 2x + 1$

g)  $\log_5 10 \cdot 25^x - \log_5(5^x + 25) = x + 1$

h)  $x + \log_3(28 - 2 \cdot 3^x) = \log_3(9^x + 9)$

i)  $\log_4 \left\{ 2 \log_3 [1 + \log_2(1 + 3 \log_2 x)] \right\} = \frac{1}{2}$

8. Nájdi riešenie nasledujúcich rovníc v  $\mathbb{R}$  + obor riešiteľnosti

a)  $\log x - \frac{1}{\log x} = 0$

e)  $\frac{1}{1 + \log x} + \frac{5}{3 - \log x} = 3$

b)  $\log x + \frac{3}{\log x} = 4$

f)  $\log x^3 - \frac{6}{\log x} = 7$

c)  $\log x + \frac{4}{\log x} = 4$

g)  $\frac{20}{\log x^2} - \log x^3 = 1$

d)  $\log x - \frac{20}{\log x} = 1$

9. Nájdi riešenie nasledujúcich rovníc v  $\mathbb{R}$  + obor riešiteľnosti

a)  $\log_2^2 x + 2 \log_2 x - 3 = 0$

e)  $\log \log x + \log(\log x^4 - 3) = 0$

b)  $\log^2 x - 3 \log x = \log x^2 - 4$

f)  $\log \log x + \log(\log x^2 - 1) = 1$

c)  $4 \log_9 x (\log_9 x - 1) = 2 + \log_9 x$

d)  $\sqrt{\log_2 x} - \log_2 x + 6 = 0$

10. Nájdi riešenie nasledujúcich rovníc v  $\mathbb{R}$  + obor riešiteľnosti

a)  $x^{\log x} = 10000$

e)  $x^{\frac{3}{8} \log^3 x - \frac{3}{4} \log x} = 1000$

b)  $x^{\log \sqrt[3]{x}} = 1000$

f)  $x^{2 \log^3 x - \frac{3}{2} \log x} = \sqrt{10}$

c)  $x^{1 - \frac{1}{2} \log x} = 10$

d)  $x^{-2 + \log_2 x} = 8$

11. Nájdi riešenie nasledujúcich rovníc v  $\mathbb{R}$  + obor riešiteľnosti

a)  $x^{\log x} = 1000x^2$

b)  $x^{\log_3 x} = 27x^2$

c)  $x^{1+\log x} = 10x$

d)  $x^{\log x + 2} = 100x$

e)  $x^{3+2\log x} = 100x^{2+\log x}$

f)  $x^{3\log x - \frac{1}{\log x}} = \sqrt[3]{10}x$

g)  $x^{\log x} - 10x^{-\log x} - 9 = 0$

---

### Logaritmické nerovnice

---

1. Riešte nerovnice v  $\mathbb{R}$  (substitúcia)

a)  $\frac{\log x + 1}{\log x - 2} < 0$

b)  $\frac{2 - \log x}{\log x} > 1$

c)  $\frac{1}{\log x} + \frac{1}{3} \geq 0$

d)  $\frac{1}{\log x} + \frac{1}{1 - \log x} > 1$

e)  $\log_2 x \geq \frac{2}{\log_2 x - 1}$

f)  $\frac{1 - \log_4 x}{1 + \log_2 x} \leq 1$

2. Riešte nerovnice v  $\mathbb{R}$  (jednoduché základné nerovnice)

a)  $\log(3x+1) \leq 1$

b)  $\log_2(x+2) > 3$

c)  $\log_3(x+4) \leq 4$

d)  $\log_{\frac{1}{2}}(2x+4) \geq -3$

e)  $\log_5(x+2) < 1$

f)  $\frac{3+2\log x}{3} \leq 5$

g)  $\log_3(x^2-1) \geq 1$

h)  $\log_5(x^2-2x+1) \geq 0$

i)  $\log_4(4x^2+3x) > 0$

j)  $\log(x^2-4x+13) < 1$

k)  $\log_8(x^2-4x+3) < 1$

l)  $\log\left(\frac{x+2}{x-3}\right) < 0$

m)  $\log\left(\frac{3x+1}{x+1}\right) < -1$

n)  $\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{3x-1}{x+2}\right) < 1$

3. Riešte nerovnice v  $\mathbb{R}$

a)  $\log_2 \log_3(2x-1) > 0$

b)  $\log_2\left(1 + \log_{\frac{1}{9}}x - \log x\right) < 1$

c)  $\log_x 2 > 1$

d)  $\log_x 5 < -2$

e)  $\log_x(x^3 - x^2 - 2x) < 3$

f)  $\log_{2x}(x^2 - 5x + 6) < 1$

g)  $\log_{2x-3} x > 1$

h)  $\log_{\frac{x-1}{x+5}} 0.3 > 0$

4. Riešte nerovnice v  $\mathbb{R}$

a)  $\log_{\frac{1}{4}}(2-x) > \log_{\frac{1}{4}} \frac{2}{x+1}$

b)  $\log_{0.5}(x^2 - x - 12) > \log_{0.5}(x+3)$

c)  $\log(x+3) > \frac{1}{2} \log(x+5)$

d)  $\log \frac{6}{x} > \log(x+5)$

e)  $\log(x+2) < 2 - \log(2x-6)$

f)  $\log(x-4) + \log(x-2) > 1$

g)  $\log_{\frac{1}{2}}(x-2) \leq -2 - \log_{\frac{1}{2}}(x+2)$

h)  $\log_5(x-3) + \frac{1}{2} \log_5 3 < \frac{1}{2} \log_5(2x^2 - 6x + 7)$