

Vzorová skúšková písomka UMA – 2021/2022 – 50 bodov – čas 2h

1. Nájdite definičný obor funkcie

$$f: y = \sqrt{\frac{\ln(4-2x)}{x-\sqrt{x+2}}}$$

2. Vypočítajte mocninu komplexného čísla a zapíšte ju v algebraickom aj goniometrickom tvare. Výpočty zakreslite aj do Gaussovej roviny.

$$\left(\frac{7(-1+i\sqrt{3})}{3(1+i\sqrt{3})} \right)^4$$

3. Nájdite všetky riešenia rovnice a zakreslite ich do Gaussovej roviny.

$$y^4 = 2 \cdot (1 - \sqrt{3}i),$$

4. Vyšetrite priebeh funkcie

$$f: y = \frac{2x}{x^2 - 4} \qquad f: y = \ln\left(\frac{x+1}{1-x}\right)$$

5. Nájdite riešenie rovnice

$$2^x \left(\frac{1}{8}\right)^{1-x} + 2^{1-x} \left(\frac{1}{8}\right)^x = 1$$

6. Nájdite riešenie rovnice

$$\log x^{2\log \sqrt{x}} + \log \frac{1}{x^2} = 3$$

7. Nájdite riešenie nerovnice

$$(3x^2 - 8x + 3) \cdot \log_{\frac{1}{2}}(x+2) \geq 0$$

8. Nájdite rovnicu dotyčnice a normály ku grafu funkcie $f(x)$, ak je dotyčnica kolmá na priamku p

$$f(x) = \sqrt{x^3} \qquad p: 4x + 6y - 9 = 0$$

9. Nájdite riešenie goniometrickej rovnice

$$\frac{\sqrt{3}}{\sin^2 x} + 4 \cotg x = 0$$

10. Nakreslite grafy funkcií a vyznačte riadiace body

$$f: y = 2 + \frac{1}{2} \log(2-x) \qquad g: y = \frac{2x+4}{x-3}$$

11. Zistite a ukážte, či postupnosť je ohraničená a monotónna a napíšte pre ňu vyjadrenie pomocou rekurentného vzťahu

$$\left\{ 1 - \frac{2n}{n-1} \right\}_{n=1}^{\infty}$$