

Relatório 1º projecto ASA 2023/2024

Grupo: TP021

Alunos: Guilherme Campos (106909) e Maria Ramos (105875)

Descrição do Problema e da Solução:

O problema em questão pretende maximizar o valor obtido cortando um retângulo em peças menores, seguindo restrições de dimensões e de valores associados a cada peça. A solução proposta utiliza programação dinâmica, tabulação, para calcular o valor máximo a obter de forma eficiente, tendo em conta cortes horizontais e verticais. Inicialmente, as peças, tais como as suas rotações são organizadas numa matriz, representando as possíveis configurações de corte. Após esta organização, aplica-se a programação dinâmica de forma a explorar todas as combinações de cortes possíveis, obtendo assim os valores máximos de subproblemas até chegar a uma solução global.

Análise Teórica:

Função recursiva da solução proposta:

$$dp[i][j] = \begin{cases} 0 & \text{se } i=0 \text{ ou } j=0 \\ \max_{1 \leq \text{cutWidth} \leq i/2} (dp[\text{cutWidth}][j] + dp[i - \text{cutWidth}][j]), \max_{1 \leq \text{cutHeight} \leq j/2} (dp[i][\text{cutHeight}] + dp[i][j - \text{cutHeight}]) & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Analisando a complexidade de cada etapa da solução proposta, temos que:

Leitura dos dados de entrada:

- Leitura de X e Y: $O(1)$ - Operações constantes.
 - Leitura de n: $O(1)$ - Operações constantes.
 - Loop de leitura das peças: $O(n)$ - Linear em relação ao número de peças.
- Complexidade total da leitura: $O(n)$

Organização das peças na matriz dp na função principal:

- Inicialização da matriz dp: $O(n^2)$ - Quadrático em relação às dimensões da matriz.
 - Loop de organização das peças na matriz: $O(n)$ - Linear em relação ao número de peças.
- Complexidade total da organização das peças: $O(n^2)$

Aplicação do algoritmo de programação dinâmica:

- Triplo loop para iterar sobre todos os possíveis cortes: $O(n^3)$
- Complexidade total da aplicação do algoritmo: $O(n^3)$

Apresentação dos dados:

- Impressão do resultado: $O(1)$ - Operações constantes.
- Complexidade total da apresentação dos dados: $O(1)$

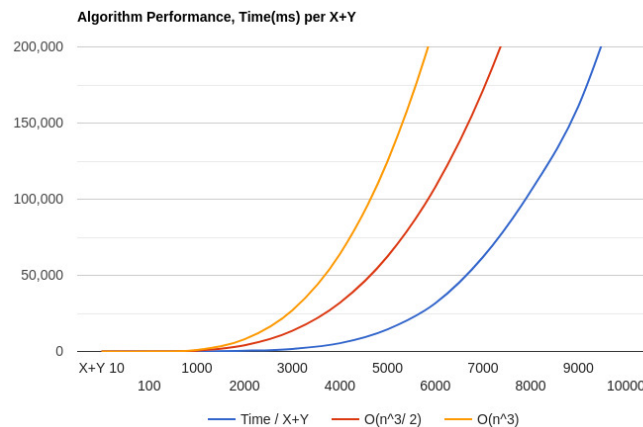
Complexidade global da solução: $O(n^3)$

Relatório 1º projecto ASA 2023/2024

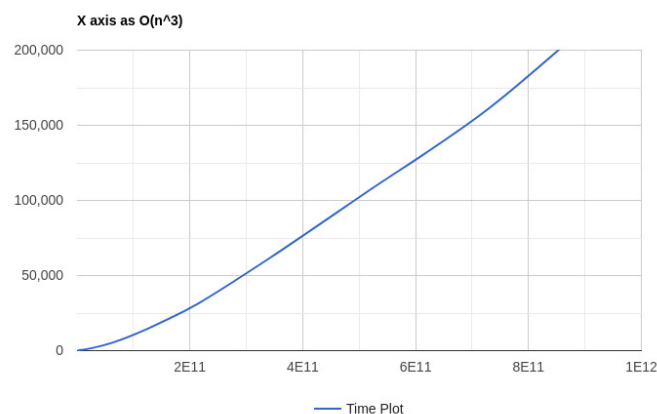
Vale ressaltar que a complexidade atual da nossa solução é mais especificamente $O(n^3/2)$, já que as variáveis i e j nos loops só percorrem metade dos seus valores, devido à comutatividade da soma. Este ajuste otimiza o desempenho do algoritmo, reduzindo a quantidade de subproblemas a serem considerados.

Avaliação Experimental dos Resultados:

Para avaliar o desempenho da nossa solução em diferentes tamanhos de entrada ($X+Y$), medimos os tempos de execução em milissegundos. O gráfico demonstra a relação entre o tamanho da entrada e o tempo de execução. Para cada input, foram gerados 10 testes e feito a média entre eles.



Para efeitos de comparação, foram incluídas as curvas $f(n^3)$ e $f(n^3/2)$. O gráfico revela que ambas as curvas crescem de maneira semelhante à solução proposta. O tempo de execução não cresce de forma linear nas dimensões da chapa, mas sim de forma cúbica, pelo que experimentámos com o eixo dos XX a variar com a quantidade prevista pela análise teórica:



Ao realizar uma transformação no eixo horizontal para $f(X^3, Y)$, observamos uma relação linear com os tempos no eixo vertical. Tal confirma que a nossa implementação está alinhada com a análise teórica de complexidade $O(n^3)$.