

Síntesis de redes activas

Filtro rechaza banda: Notch

Profesor Titular: Dr. Ing. Pablo Ferreyra

Profesor Adjunto: Ing. César Reale

Alumnos: Campos Mariano, Enzo Verstraete

29 de noviembre de 2024

1. Consigna

Diseñar un filtro NOTCH para ser utilizado en electrocardiograma (ECG), donde es fundamental filtrar la señal de 50Hz de la línea de tensión.

Especificaciones: $F_n=50\text{Hz}$, $Q=10$, ancho de banda de caída 3dB de 5Hz y sin ganancia. Ecuación del NOTCH:

$$H(jw) = \frac{An(s^2 + wn^2)}{s^2 + s\frac{wn}{Q} + wn} \quad (1)$$

2. Desarrollo

Un filtro Notch (o filtro de rechazo de banda) es un filtro diseñado para eliminar una frecuencia específica de una señal, dejando pasar el resto del espectro. Se caracteriza por tener una respuesta en frecuencia con una caída muy pronunciada (un notch o muesca) en torno a la frecuencia que desea atenuar.

Para sintetizar el filtro, el primer paso es: en base a las especificaciones dadas, es obtener la función de transferencia global, para esto realizamos el siguiente análisis:

```
1  %% Especificaciones del filtro
2  fn = 50;           % Frecuencia central [Hz]
3  Q = 10;           % Factor de calidad
4  BW = 5;           % Ancho de banda 3dB [Hz]
5  wo = 2 * pi * fn; % Frecuencia angular central [rad/s]
6  bw_rad = 2 * pi * BW; % Ancho de banda en radianes/
segundo
7
8  %% Funcion de transferencia del filtro rechaza-banda
9  % Coeficientes del denominador (forma estandar del filtro
10 )
den = [1, wo/Q, wo^2]; % Denominador: s^2 + (wo/Q)*s + wo
^2
11 % Coeficientes del numerador
12 num = [1, 0, wo^2]; % Numerador: s^2 + wo^2 (
estructura notch)
13
14 % Crear la funcion de transferencia
15 Filtro = tf(num, den)
16
```

La función de transferencia obtenida resulta:

$$H(s) = \frac{s^2 + 9,87e4}{s^2 + 31,42s + 9,87e4} \quad (2)$$

El segundo paso es descomponer esta función en la suma de dos bi-cuadráticas una para un filtro pasa alto y otra para el filtro pasa bajo:

$$H(s) = H_{LP}(s) + H_{HP} \quad (3)$$

Donde:

$$H_{LP}(s) = \frac{wo^2}{s^2 + s\frac{wo}{Q} + wo^2}, H_{HP}(s) = \frac{s^2}{s^2 + s\frac{wo}{Q} + wo^2} \quad (4)$$

```

1  %% Descomposicion manual en pasa-bajo y pasa-alto
2  % Filtro pasa-bajo
3  num_pb = [0, 0, wo^2]; % Numerador solo tiene la parte
    constante (s^0)
4  den_pb = den;          % Denominador igual al filtro
    original
5  PasaBajo = tf(num_pb, den_pb)
6
7  % Filtro pasa-alto
8  num_pa = [1, 0, 0];    % Numerador tiene solo la parte de
    s^2
9  den_pa = den;          % Denominador igual al filtro
    original
10 PasaAlto = tf(num_pa, den_pa)
11
12 % Respuesta en frecuencia
13 figure;
14 bode(Filtro, PasaBajo, PasaAlto);
15 legend('Rechaza Banda', 'Pasa-Bajo', 'Pasa-Alto');
16 title('Respuesta en frecuencia: Rechaza Banda y secciones
    bicuadraticas');
17

```

Las dos funciones de transferencias resultan:

$$H_{LP}(s) = \frac{9,87e4}{s^2 + 31,42s + 9,87e4} \quad (5)$$

$$H_{HP}(s) = \frac{s^2}{s^2 + 31,42s + 9,87e4} \quad (6)$$

Para verificar que el análisis es correcto realizamos la traza de Bode de las dos funciones de transferencias por separado (FPB+FPA) y la función de transferencia global

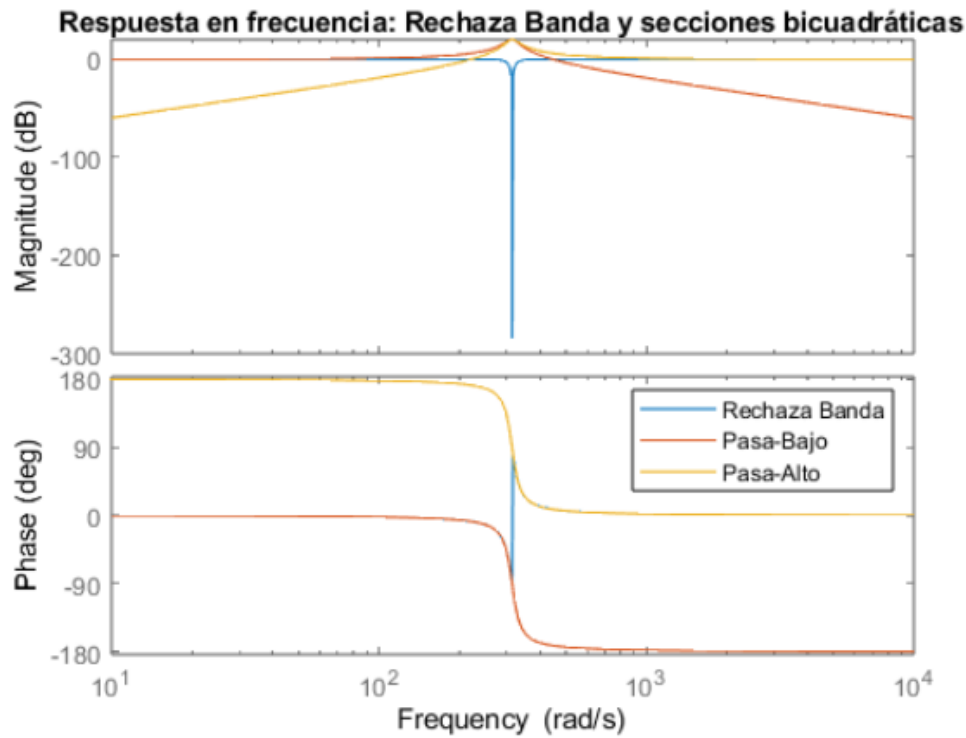


Figura 1: Respuesta en frecuencia

2.1. Filtro Sallen Key

Para implementar los filtros pasa bajo y pasa alto utilizamos un filtro Sallen-Key, es un circuito activo que utiliza un amplificador operacional (OpAmp) junto con resistencias y capacitores para implementar un filtro analógico de segundo orden. Es muy popular por su simplicidad y facilidad de ajuste de parámetros como la frecuencia de corte y ancho de banda.

Análisis para la síntesis del filtro FPB:

```

1  % Diseno del filtro pasa bajo Sallen Key
2  syms C1 C2
3  %Establecemos valores de resistencias
4  R1=10e3
5  R2=10e3
6
7  %Planteamos las ecuaciones de wo y Q para calular C1 y C2
8  equ1= wo == 1/sqrt(R1*R2*C1*C2);
9  equ2= Q == sqrt(C1/C2)*sqrt(R1*R2)/(R1+R2);
10 sol=solve([equ1, equ2],[C1 C2]);
11 C1sol=double(sol.C1(2))
12 C2sol=double(sol.C2(2))
13

```

Valores de resistencias y capacitores: $R1 = R2 = 10[Kohm]$, $C1 = 6,36[uF]$, $C2 = 15,9[nF]$ Se implementa el filtro con un amplificador operacional LM324 y los valores de resistencias/capacidades obtenidas, ademas simulamos la respuesta en modulo y fase del filtro para verificar su correcto funcionamiento:

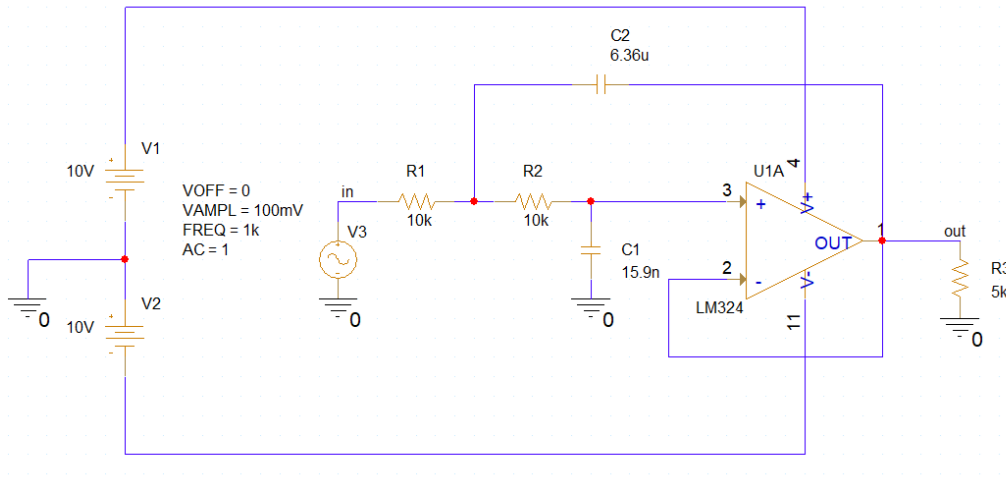


Figura 2: Filtro pasa bajo Sallen Key

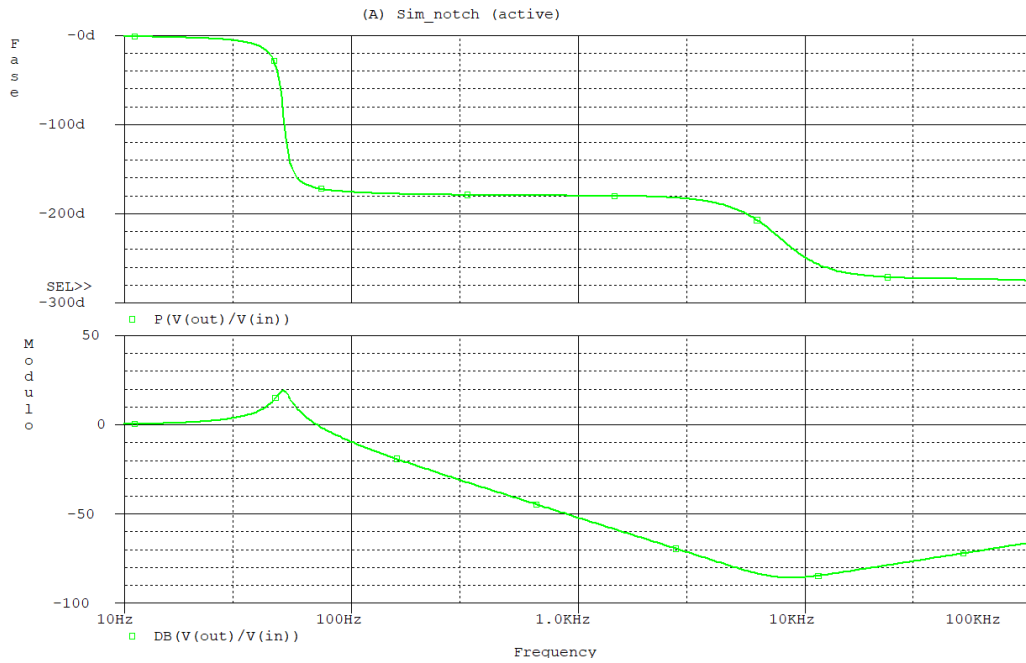


Figura 3: Bode FPB

Análisis para la síntesis del filtro FPA:

```

1  % Diseno del filtro pasa alto Sallen Key
2  syms R1 R2
3  %Establecemos valores de capacidad
4  C1=100e-9
5  C2=100e-9
6  k=1 %retroalimentacion unitaria
7
8  %Planteamos las ecuaciones de wo y Q para calular R1 y R2
9  equ1= wo == 1/sqrt(R1*R2*C1*C2);
10 equ2= Q == 1/(sqrt(R1/R2)*((C1+C2)/(sqrt(C1*C2)))+(1-k)*
    sqrt((R2*C2)/(R1*C1)));
11 sol=solve([equ1, equ2],[R1 R2]);
12 R1sol=double(sol.R1(2))
13 R2sol=double(sol.R2(2))
14

```

Valores de resistencias y capacitores: $C1 = C2 = 100[nF]$, $R1 = 1,59[Kohm]$, $R2 = 636[Kohm]$

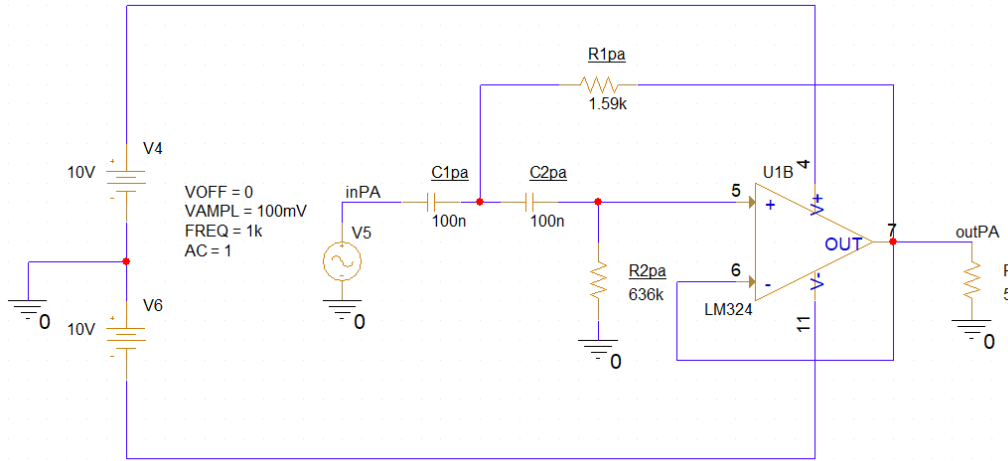


Figura 4: Filtro pasa alto Sallen Key

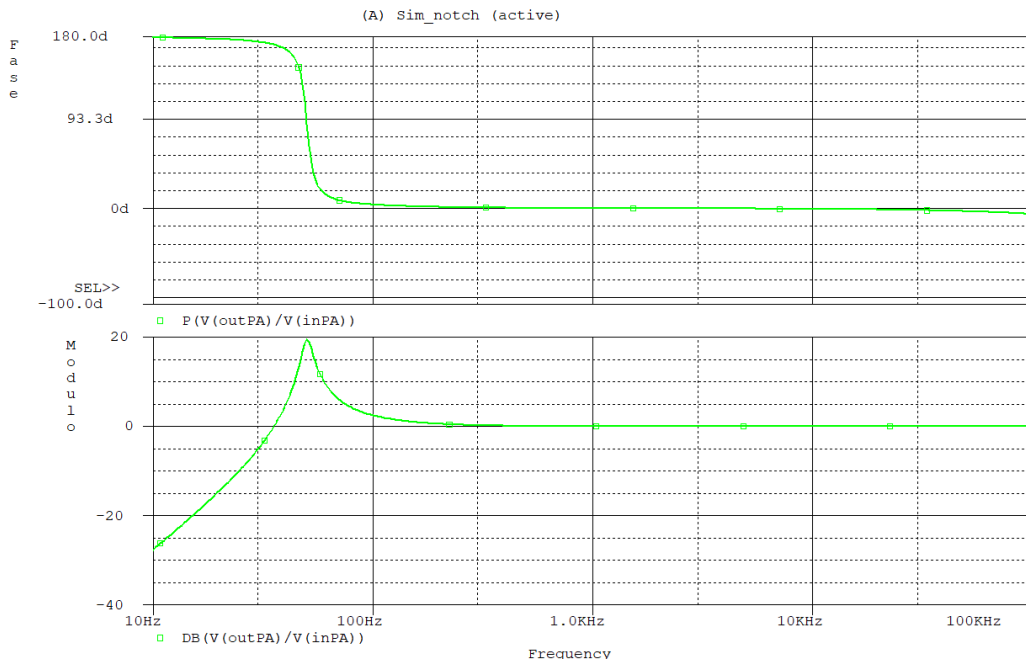


Figura 5: Bode FPA

Una vez verificado que las funciones de transferencias están correctamen-

te sintetizadas el siguiente paso es obtener la función de transferencia global que corresponde al filtro rechaza banda, esta resulta de la suma de las funciones individuales, para esto utilizamos un tercer amplificador operacional que suma las dos salidas. El circuito completo resulta:

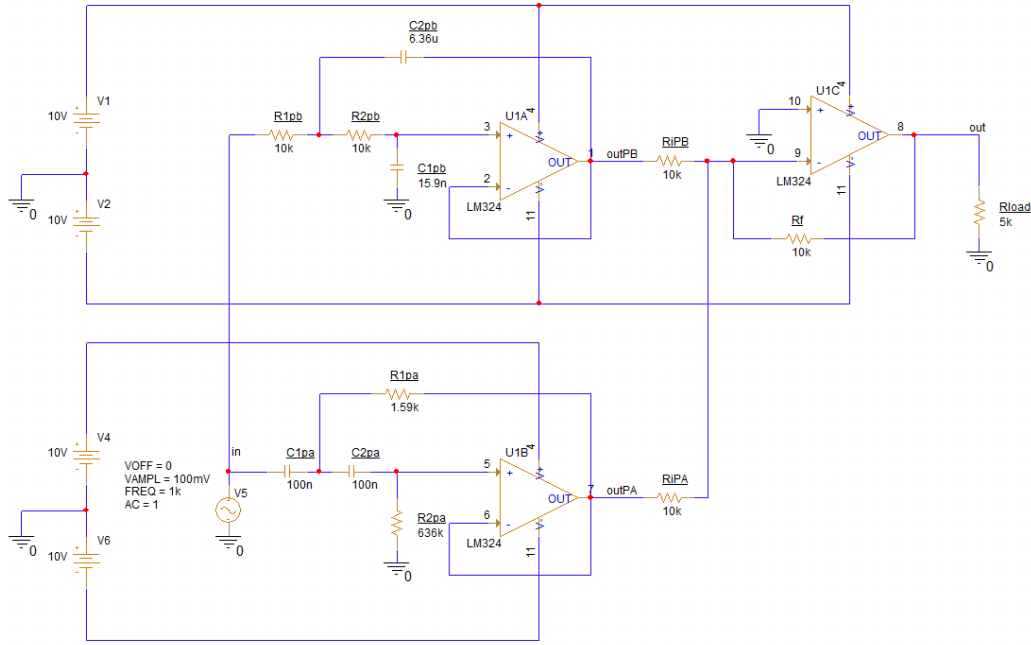


Figura 6: Circuito completo

Por ultimo para verificar la respuesta ideal a la que nos queríamos aproximar (Figura 1), realizamos la repuesta en frecuencia del filtro, de la figura 7 verificamos que la síntesis se a realizado con éxito.

2.2. Análisis de Montecarlo

Por ultimo realizamos un análisis de Montecarlo, no interesa saber que tan sensible resulta el filtro a las distintas tolerancias de los componentes, para eso le aplicamos a todos los componentes una tolerancia del diez por ciento, y corremos 50 simulaciones con una distribución gaussiana, el resultado es el siguiente:

Se puede concluir que el filtro es muy sensible a los valores de las resistencias y capacidades, ya que una pequeña variación es estas producen un gran

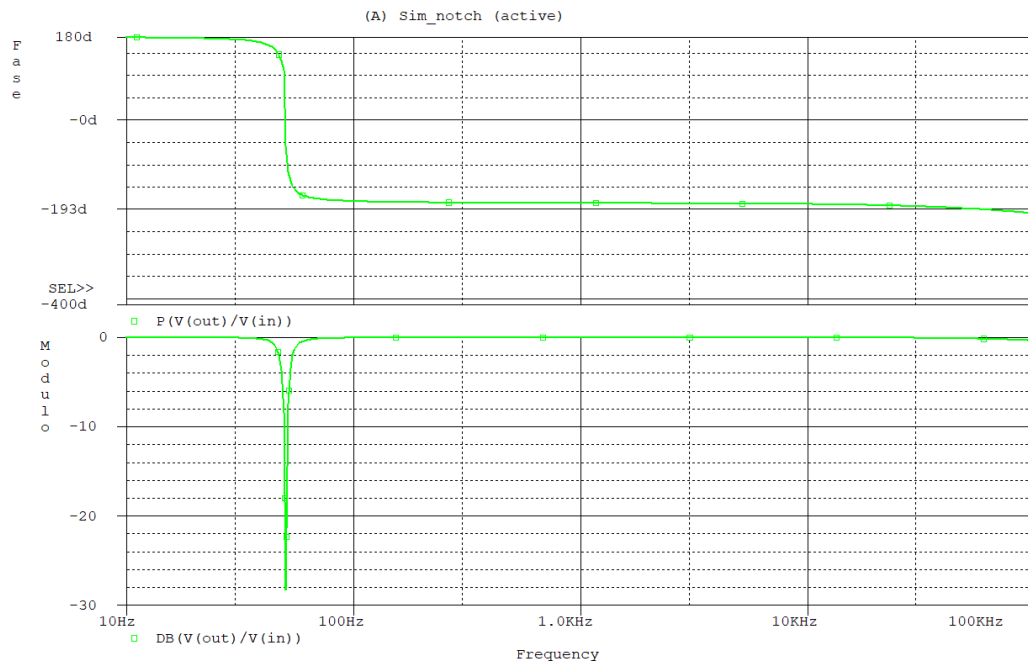


Figura 7: Respuesta en frecuencia del filtro Notch

cambio en las magnitudes tanto del modulo como de la fase, se recomienda utilizar componentes con tolerancias del 1 por ciento.

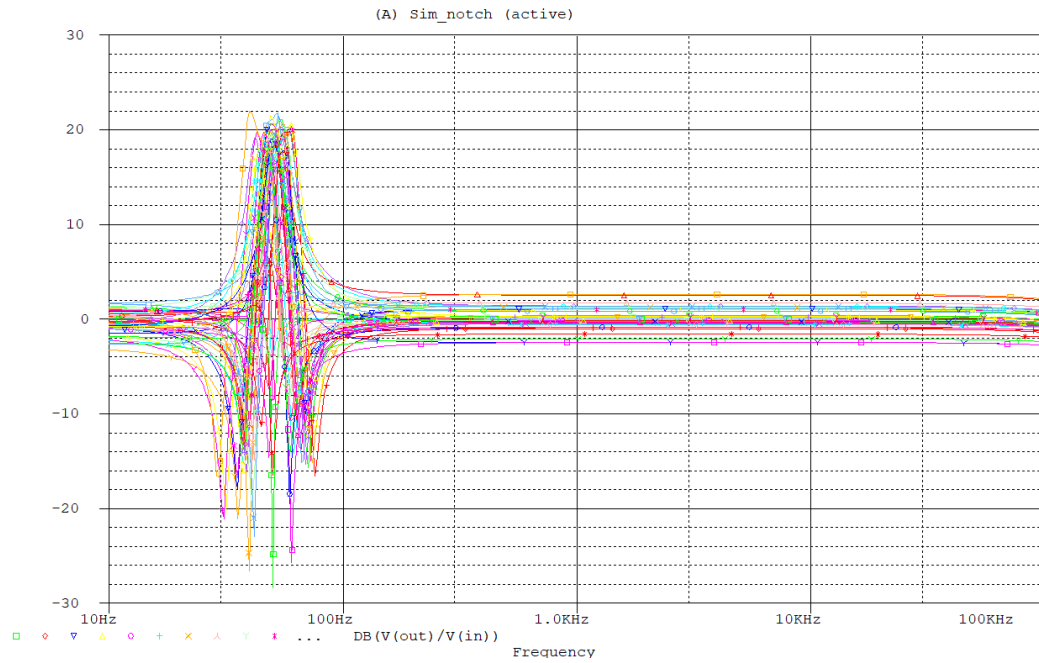


Figura 8: Analisis de montecarlo para el modulo

En las peores condiciones podemos ver que el filtro rechaza banda pasa a amplificar la señal que se desea suprimir resultando en un problema muy grave, esto es porque una pequeña variacion en la frecuencia de corte hace que la FdT resultante se amplifique en esa banda.

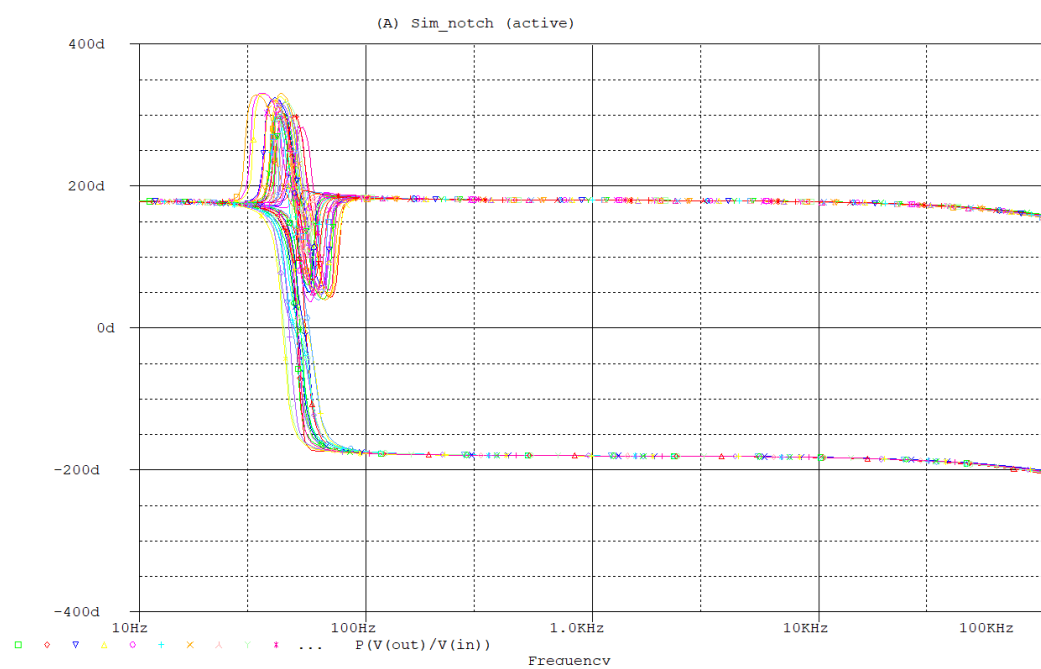


Figura 9: Análisis Montecarlo para la fase

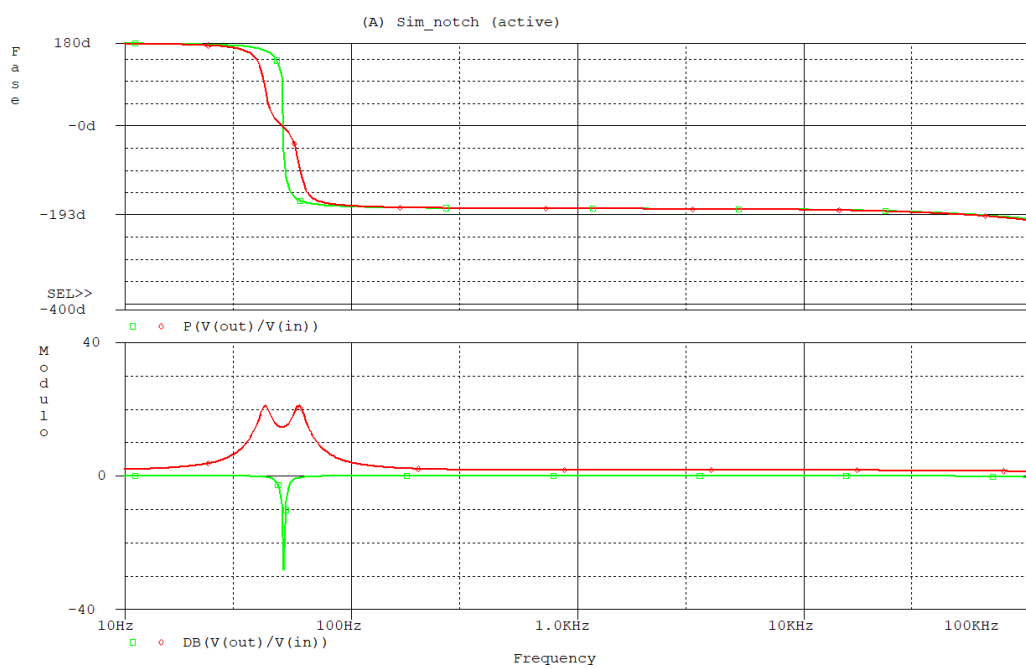


Figura 10: Respuesta del circuito en la peor condición (rojo)