75.12 ANÁLISIS NUMÉRICO I

FACULTAD DE INGENIERÍA
UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

GUÍA DE PROBLEMAS

4. APROXIMACIÓN DE FUNCIONES: AJUSTE

1- Determinar las líneas rectas que aproximen la curva $y = e^x$, según los siguientes métodos y comparar los resultados obtenidos:

a) Cuadrados mínimos sobre la malla $\begin{pmatrix} -1 & -0.5 & 0 & 0.5 & 1 \end{pmatrix}$.

b) Tomando la línea tangente a $y = e^x$ en el punto medio del intervalo $\begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}$, es decir, aproximación de Taylor en el punto medio del intervalo $\begin{pmatrix} -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Calcular los errores en x=1. Utilizar 3 decimales.

2- El nivel de agua en el Mar del Norte está determinado principalmente por la marea llamada M2, cuyo período es de aproximadamente 12 horas. Se han realizado las siguientes mediciones:

t(horas)	0	2	4	6	8	10
H(t)(m)	1.0	1.6	1.4	0.6	0.2	0.8

a) Ajustar la serie de mediciones usando el método de los cuadrados mínimos y la función

$$H_1^*(t) = h_0 + a_1 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{12}\right)$$

b) Calcular errores que permitan estimar la precisión de la aproximación realizada en a)

c) Utilizar ahora la función

$$H_2^*(t) = h_0 + a_1 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{12}\right) + a_2 \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{12}\right)$$

d) Repetir b) para la nueva función aproximante. Comparar. Obtener conclusiones.

3- Se tiene la siguiente tabla de datos :

x	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
y	3.8	3.7	4.0	3.9	4.3	4.2	4.2	4.4	4.5	4.5

a) Encontrar una función lineal que aproxime estos datos por cuadrados mínimos. Utilizar esta curva para suavizar los datos.

b) Repetir el punto anterior con una función cuadrática.

c) Comparar los resultados.

4- Obtener una fórmula del tipo $P(x) = a \cdot e^{m \cdot x}$ a partir de los datos que siguen:

x	1	2	3	4
y	7	11	17	27

5- Dada la siguiente colección de datos, elegir la curva de aproximación y analizar los errores respecto de los valores dados.

x	1.00	1.25	1.50	1.75	2.00
y	5.10	5.79	6.53	7.45	8.46

6- Construir las aproximaciones indicadas, calcular los errores y obtener conclusiones.

a) Aproximación polinómica de grado 1.
b) Aproximación polinómica de grado 2.
c) Aproximación polinómica de grado 3.
d) d) Aproximación de la forma $b \cdot e^{a \cdot x}$.
e) Aproximación de la forma $b \cdot x^{a}$.

1)

x	y
4.0	102.56
4.2	113.18
4.5	130.11
4.7	142.05
5.1	167.53
5.5	195.14
5.9	224.87
6.3	256.73
6.8	299.50
7.1	326.72

2)

x	y
0.2	0.050446
0.3	0.098426
0.6	0.332770
0.9	0.726600
1.1	1.097200
1.3	1.569700
1.4	1.848700
1.6	2.501500

7- Para 5 instantes de tiempo se observaron los siguientes valores de un parámetro físico

t	-2	-1	0	1	2
u	u_{-2}	u_{-1}	u_0	u_1	u_2

Mostrar que, si los datos se ajustan con una parábola $\psi(t)$, la aproximación en t=0 es:

$$\psi(0) = \frac{1}{35}\{-3u_{-2} + 12u_{-1} + 17u_0 + 12u_1 - 3u_2\}$$

8- Hallar el polinomio aproximante de segundo grado para la función $f(x) = \sin(\pi \cdot x)$ en el intervalo $[0 \quad 1]$. Graficar la función y su aproximación. Analizar los errores.

9- Encontrar la aproximación polinómica de grado 1 y 2 de $f(x)$ en el intervalo indicado.

a)	$f(x) = x^2 - 2 \cdot x + 3$	$[0 \quad 1]$	d)	$f(x) = x^3 - 1$	$[0 \quad 2]$
b)	$f(x) = 1/x$	$[1 \quad 3]$	e)	$f(x) = e^x$	$[0 \quad 1]$
c)	$f(x) = \cos(\pi \cdot x)$	$[0 \quad 1]$	f)	$f(x) = \ln(x)$	$[1 \quad 2]$