

95.13 METODOS MATEMATICOS Y NUMERICOS**FACULTAD DE INGENIERIA****GUIA 2 – ECUACIONES NO LINEALES****Problema 1**

Las siguientes ecuaciones tienen una raíz en el intervalo (0, 1.6). Determinarlas con un error menor que 0.02 por el método de bisección.

a) $x \cdot \cos(x) = \ln(x)$

b) $2 \cdot x - e^{-x} = 0$

c) $e^{-2 \cdot x} = 1 - x$

Problema 2

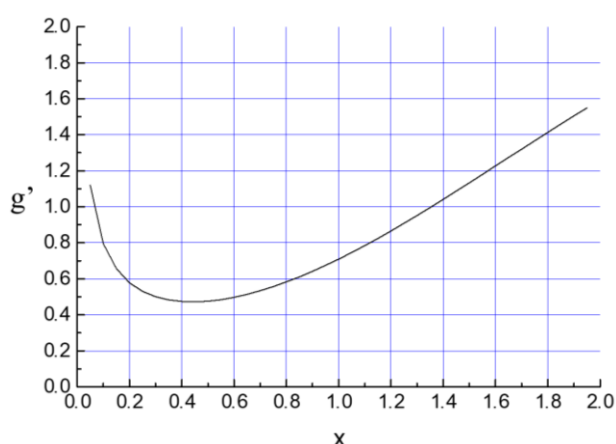
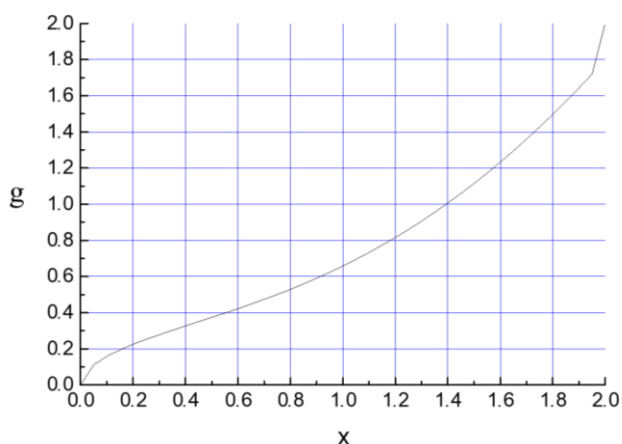
Sea $f(x) = \frac{x^2}{4} - \sin(x)$. Se desea encontrar la primera raíz positiva de $F(x)$.

- Hallar un intervalo de partida para utilizar el método de bisección.
- Estimar el número de aproximaciones necesarias para hallar la raíz con una tolerancia para el error absoluto de 0.02. Calcular la raíz.
- Si la tolerancia de 0.02 es sobre el error relativo, cuántas aproximaciones se requieren?
- Sabiendo que la raíz buscada a 5 decimales correctos es $\alpha=1.93375$ obtener conclusiones sobre la performance del método.
- Estimar el orden de convergencia en forma experimental.

Problema 3

La función $f(x) = \sin(x) - \frac{1}{2}\sqrt{x}$ tiene 2 ceros en $I=[0,2]$. Uno es $x=0$; se desea hallar el otro. Para ello se utilizará un método de punto fijo basado en la función de iteración $g(x) = x - F(x)$. Las figuras muestran g y g' en I .

- Hallar, mediante justificación teórica, un intervalo que contenga al cero buscado como único cero de $F(x)$. Mostrar que en dicho intervalo el método propuesto converge.
- Hallar el cero con una tolerancia del 1% para el error relativo entre 2 pasos consecutivos.
- Hallar el orden de convergencia del método y la constante asintótica del error.

**Problema 4**

Se desea hallar la primera raíz positiva de la ecuación $x = \cos(x)$ con el método de Newton-Raphson.

- Plantee el método para el problema de punto fijo planteado.
- Estudie las propiedades de convergencia del método propuesto. Encuentre explícitamente un intervalo de convergencia.
- Encuentre el cero buscado con una tolerancia para el error relativo del 10^{-10} .
- Estime en forma experimental el orden de convergencia del método.

Problema 5

- a) Obtener una fórmula iterativa de Newton-Raphson para hallar la raíz cúbica de un número positivo c .
- b) Obtener una fórmula iterativa de Newton-Raphson para hallar el $\arcsen(a)$, siendo dato el valor de a . Determinar $\arcsen(0.5)$ con 3 dígitos significativos.
- c) Suponer que se quiere evaluar el logaritmo natural de un número a , pero la máquina de que se dispone no lo provee, aunque sí tiene implementada la función exponencial. Proponer un método para calcular $\ln(a)$ y evaluarlo utilizando aritmética de punto flotante con 4 dígitos de precisión, para $a=1.2$

Problema 6

Se desea hallar la raíz de la función $f(x) = \sin(x)$ que se encuentra en el intervalo $3 < x < 3.3$ con una precisión de 6 dígitos significativos. Utilizar el método de Newton-Raphson partiendo de $x_0=3$. Suponer que $f(x)$ y $f'(x)$ solo se conocen con una precisión de 4 decimales significativos.

Problema 7

El método de la secante para resolver el problema de punto fijo $f(x)=0$ en la fórmula correspondiente del método de Newton-Raphson consiste en utilizar la aproximación

$$f'(x_n) \approx \frac{f(x_n) - f(x_{n-1})}{x_n - x_{n-1}}$$

- a) Aplique el método de la secante para hallar la raíz no nula con una tolerancia del 0.1%.

$$f(x) = \frac{x^2}{4} - \sin(x)$$

- b) Encuentre experimentalmente el orden de convergencia del método y compárelo con el de Newton-Raphson.

Problema 8

Dada la siguiente función. Se desea encontrar la raíz por el método de Newton Raphson

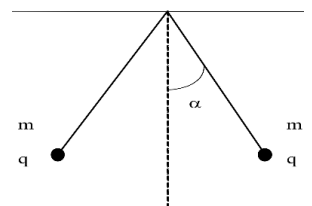
$$f(x) = 0.5 - e^{-x}$$

- a) Calcule utilizando un valor de arranque $x = 0.25$ e itere hasta lograr un error relativo menor a 1%.
- b) Estime experimentalmente el orden de convergencia del método.

Los siguientes problemas requieren aplicar conocimientos de Física (que no serán evaluados en esta materia)

Problema 8 (relacionado con electrostática)

Dos cargas muy pequeñas de masas iguales m y cargas iguales q están suspendidas del mismo punto por hilos de igual longitud L . El sistema se mantiene en equilibrio debido a la acción de la gravedad y la fuerza de repulsión entre las cargas. Intente hallar la expresión que debe satisfacer el ángulo α que cada hilo forma con la vertical. Si le resulta imposible, indique como resolvería el problema.

**Problema 9 (relacionado con mecánica)**

El sistema mecánico de la figura consiste en una partícula m unida a dos resortes de longitud natural L_0 . Los extremos fijos de cada resorte se encuentran separados una distancia $2a$. El interés pasa por entender si existen puntos de equilibrio, su ubicación y si son estables o inestables.

Dada la simetría del sistema respecto al eje vertical, la masa solamente podrá moverse en la dirección de la coordenada "y". Los resortes responden a una ley constitutiva lineal respecto de su estiramiento, es decir:

$$F_{\text{elastica}} = -k \cdot \text{estiramiento}$$

Hallar la fuerza elástica en términos de las variables mencionadas y obtenga los puntos de equilibrio (es decir los lugares sobre el eje "y" donde la fuerza se anula. Analice los casos:

- a) Sin gravedad (el sistema se encuentra en una mesa horizontal sin rozamiento)
- b) Con gravedad. Si no puede despejar la coordenada, indique como resolvería el problema.

