PARCIAL

ANÁLISIS NUMÉRICO — MARANA NOELIA JUAREZ GOLDEMBERG

108441 — HOJA N° 1

Problema 2

tabla de valores

	x	$f(x)$	$f'(x)$
x_0	0	2	
x_1	10	172	
x_2	80	9762	0

a) obtener polinomio interpolante de hermite

$$P(x) = c_0 + c_1(x-x_0) + c_2(x-x_0)(x-x_1) + c_3(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)^2$$

$$\begin{array}{llll}
\overset{c_0}{f[x_0]} & & & \\
 & \overset{c_1}{f[x_0,x_1]} & & \\
f[x_1] & & \overset{c_2}{f[x_0,x_1,x_2]} & \\
 & f[x_1,x_2] & & \overset{c_3}{f[x_0,x_1,x_2,x_2]} \\
f[x_2] & & f[x_1,x_2,x_2] & \\
 & f[x_2,x_2] & & \\
f[x_2] & & &
\end{array}$$

$f[x_0] = 2$

$$f[x_0,x_1] = \frac{f[x_1]-f[x_0]}{x_1-x_0} = \frac{172-2}{10-0} = 17$$

$$f[x_1,x_2] = \frac{f[x_2]-f[x_1]}{x_2-x_1} = \frac{9762-172}{80-10} = 137$$

$$f[x_0,x_1,x_2] = \frac{f[x_1,x_2]-f[x_0,x_1]}{x_2-x_0} = 1,5$$

$$f[x_2,x_2] = \frac{f[x_2]-f'[x_2]}{1!} = 9762$$

$$f[x_1,x_2,x_2] = \frac{f[x_2,x_2]-f[x_1,x_2]}{x_2-x_1} = 137,5$$

$$f[x_0, x_1, x_2, x_2] = \frac{f[x_1, x_2, x_2] - f[x_0, x_1, x_2]}{x_2 - x_0}$$
$$= 1{,}7$$

$$\boxed{P(x) = 2 + 17x + 1{,}5(x-10)x + 1{,}7(x-10).x(x-80)^2}$$

b) Sin hacer el cálculo indicar cómo agregaría a la tabla el valor $f(40) = 4570$ y cómo afectaría esto a los coeficientes calculados en a)

Agregar el punto $(40, 4570)$ sería simplemente completar el polinomio para que incluya ese punto. De esta manera, sería agregar ~~los~~ nuevos cálculos ~~[illegible]~~ que NO afectarían a los demás coeficientes, agregar una constante más (C_4) solo "dibuja" la línea para el nuevo punto, pero las demás siguen de la misma manera.

Pregunta 1

Donde nosotros utilizamos la norma de una matriz, que existe la norma 1, 2 hasta la ∞ ha sido para calcular (o mejor dicho, exponer cómo se calcula) el número de condición de una matriz $K(A)$, que luego nosotros estimamos de determinada manera.

Podemos definir a la norma de una matriz (norma infinita) como la ~~máxima~~ suma ~~[illegible]~~ provocada por las

PARCIAL

filas de una matriz.

Si hablamos de norma vectorial, por ejemplo la usamos (la norma infinito) para el cálculo de errores relativos y para estimar el $k(A)$.
La norma infinito de un vector $\underline{x}$ es el mayor elemento del mismo. Estimemos $k(A)$ como $k(A) \approx \frac{\|\delta x\|_\infty}{\|x\|_\infty} 10^t$.

Pregunta 2.

Indicar qué cuidados hay que tomar desde el punto de vista computacional al implementar el método de refinamiento iterativo en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales.

Recordemos cómo se realiza el refinamiento iterativo

A partir de un sistema de tipo $Ax = b$, el cual tendrá llego a una solución $\tilde{x}^{(0)}$, la cual tendrá un determinado $\Delta\tilde{x}$ y estará escrita con t dígitos significativos.
Lo que realizo es el cálculo del residuo $r^{(0)} = b - A\tilde{x}^{(0)}$ y del resultado como $\delta x^{(0)}$ a partir del mismo buscaré el vector $\delta x^{(0)}$. Este vector lo buscaré con $A\,\delta x^{(0)} = r^{(0)}$. Este para refinarla, y ahora tendré a mi SC para refinarla, y ahora tendré $x^{(1)} = x^{(0)} + \delta x^{(0)}$, puedo repetir este proceso

de forma iterativa teniendo como condición de corte

→ cantidad de iteraciones pedidas

→ Q (cantidad de dígitos correctos significativos) > 1.

Ahora bien, el cuidado que debo tomar a la hora de realizar estos cálculos es no perder muchos decimales ~~a la t~~ cuando se calcula el residuo, porque en teoría, el residuo debe ser pequeño, así que lo calculamos con DOBLE PRECISIÓN (2t). Con esto, nos aseguramos de no perder precisión en el refinamiento y refinar correctamente.

PARCIAL

ANÁLISIS NUMÉRICO MARIANA JUAREZ GOLDENBERG
108441 HOJA N°3

Problema 1

$f(x) = x^3 - \cos(x^2+2)$ $\varepsilon < 0{,}02$

método de la secante.

con $x_0 = -2$ $x_1 = -1{,}8$

$$g(x) = x - \frac{f(x)}{\text{simil } f'(x)}$$

$$f'(x_k) = \frac{f(x_k) - f(x_{k-1})}{x_k - x_{k-1}}$$

la formula puede

$$g(x_k) = x_k - \frac{f(x_k)}{\frac{f(x_k)-f(x_{k-1})}{x_k - x_{k-1}}}$$

k	x_{k-1}	x_k	$f(x_k)$	$f(x_{k-1})$	ε
0	-2	-1,8	-7,0408	-8,86	
1	-1,8	-1,32	-1,4751	-7,0408	
2	-1,32	-1,18	-0,6743	-1,4751	
3	-1,18	-1,06	-0,1911	-0,6743	0,12
4	-1,06	-1,012	-0,04392	-0,1911	0,048
5	-1,012	-0,997			

$\rightarrow \varepsilon = 0{,}015 < 0{,}02$ ✓

$\boxed{x = -0{,}997 \pm 0{,}015}$

~~No me está convergiendo, debo estar haciendo mal la fórmula~~

el orden de convergencia se estimaría

como $P = \dfrac{\ln(\Delta x^{k+1}/\Delta x^{k})}{\ln(\Delta x^{k}/\Delta x^{k-1})}$

y en teoría debería dar alrededor de 1,6.

$$P = \frac{\ln(\Delta x^{5}/\Delta x^{4})}{\ln(\Delta x^{4}/\Delta x^{3})}$$

$$P = \frac{\ln(0,015/0,048)}{\ln(0,048/0,12)}$$

$$\boxed{P = 1,269 \sim 1,6}$$

→ como s el orden de convergencia, de forma teórica