

**Instituto Superior Técnico**  
**DEEC**  
**Programação 2023/2024 – 1º Semestre**  
**1º Trabalho**

Versão 0.1

## 1 Introdução

Com este trabalho pretende-se exemplificar como é que o desenvolvimento de programas de computadores e a utilização de modelos matemáticos podem ajudar na previsão da evolução de fenómenos como a propagação de doenças contagiosas, por exemplo, a gripe ou o COVID-19.

Considere-se uma população composta por  $N$  indivíduos ( $N$  representa um número grande), os quais podem pertencer a um de três grupos,  $X$ ,  $Y$  e  $Z$ . Seja  $k$  um número inteiro que representa o tempo, neste caso o dia. Num determinado dia  $k$ , existem  $X(k)$  indivíduos que estão saudáveis,  $Y(k)$  indivíduos que estão infetados e propagam a doença de forma involuntária e  $Z(k)$  indivíduos que já recuperaram da doença, estão livres do vírus e não propagam a doença. Note-se que a relação  $N = X(k) + Y(k) + Z(k)$  é válida desde o dia inicial ( $k=0$ ) em que ocorreu a infecção do 1º indivíduo.

Neste modelo, assume-se que indivíduos do grupo  $X$  podem passar para o grupo  $Y$ , e indivíduos do grupo  $Y$  podem passar para o grupo  $Z$ . Agora, pretende descrever, quantificando, as transferências entre os grupos.

Num dia,  $k$ , um indivíduo que esteja infectado tem a “probabilidade”  $X(k)/N$  de encontrar um indivíduo que pode ser infectado. Como existem  $Y(k)$  indivíduos com a capacidade de infectar, estes podem contactar, em média,  $Y(k)X(k)/N$  indivíduos do grupo  $X(k)$ . Assume-se que parte desses indivíduos fiquem infectados, isto pode ser representado através de um parâmetro  $a > 0$ . É assim possível fazer um balanço da variação  $X(\cdot)$ ,  $Y(\cdot)$  e  $Z(\cdot)$  de um dia  $k$  para o dia seguinte  $k+1$ :

$$X(k+1) = X(k) - a \ Y(k)X(k)/N,$$

$$Y(k+1) = Y(k) + a \ Y(k)X(k)/N - b \ Y(k),$$

$$Z(k+1) = Z(k) + b \ Y(k).$$

O parâmetro  $b > 0$  está relacionado com a recuperação de indivíduos infectados.

Se dividirmos as equações anteriores por  $N$ , tal que  $x(k) = X(k)/N$ ,  $y(k) = Y(k)/N$  e  $z(k) = Z(k) / N$ , obtém-se

$$x(k+1) = x(k) - a \ y(k)x(k)$$

$$y(k+1) = y(k) + a \ y(k)x(k) - b \ y(k)$$

$$z(k+1) = z(k) + b \ y(k)$$

Estas equações descrevem a evolução de  $x(\cdot)$ ,  $y(\cdot)$  e  $z(\cdot)$  (percentagens da população) e constituem o modelo que deve ser simulado pelo programa que vai ser desenvolvido neste trabalho. O modelo matemático envolve apenas operações aritméticas simples.

As variáveis  $x(\cdot)$ ,  $y(\cdot)$  e  $z(\cdot)$  assumem valores entre 0.0 e 1.0. Os parâmetros  $a$  e  $b$  poderão apenas assumir valores positivos.

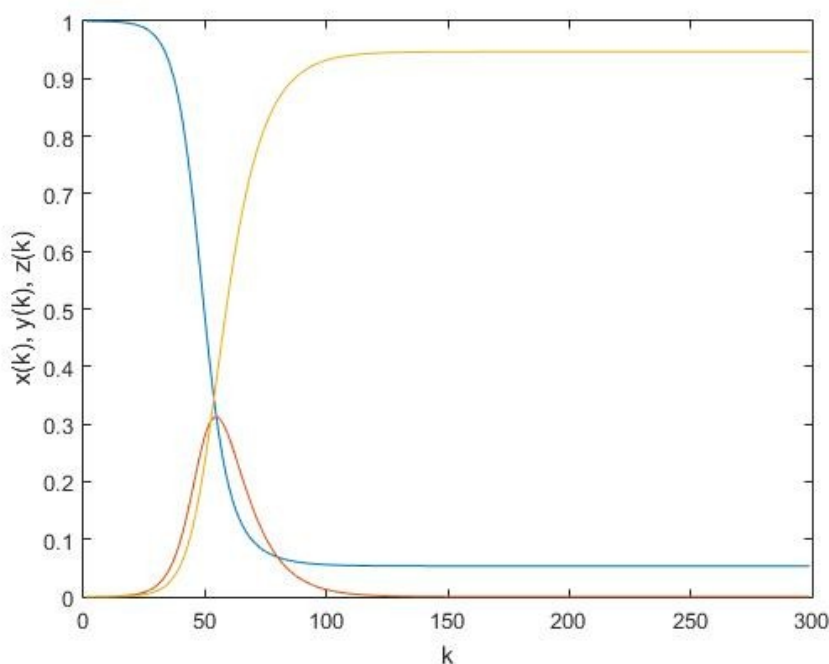
Note-se que as quantidades seguintes devem ser sempre não negativas,

$$\begin{aligned}x(k) - a y(k)x(k) &\geq 0, \\y(k) + a y(k)x(k) - b y(k) &\geq 0, \\z(k) + b y(k) &\geq 0.\end{aligned}$$

Para que o modelo seja utilizável, é necessário especificar as condições iniciais correspondentes ao dia  $k=0$ ,  $x(0) = (N-1)/N$ ,  $y(0) = 1/N$  e  $z(0)=0$ , tudo se iniciando com a infecção de um primeiro indivíduo.

Situações de propagação de doenças reais, críticas, são caracterizadas por existir um crescimento muito rápido (exponencial) de  $y(k)$ , de tal forma que os serviços de saúde não conseguem acompanhar/ajudar os indivíduos infectados.

Na figura 1, são apresentados os resultados de uma simulação em que  $N=10000$ ,  $a=0.3$  e  $b=0.1$ . O máximo de  $y(k)$  ocorre no dia  $k=54$  em que  $x(54)= 0.3034$ ,  $y(54)=0.3121$  e  $z(54) = 0.3845$ .



*Fig 1: Simulação do modelo com  $N=10000$ ,  $a=0.3$  e  $b=0.1$*

Na figura 2, são apresentados os resultados de outra simulação em que  $N=10000$ ,  $a=0.1$  e  $b=0.05$ . O máximo de  $y(k)$  ocorre no dia  $k=185$  em que  $x(185)= 0.4956$ ,  $y(185)=0.1553$  e  $z(185) = 0.3490$ .

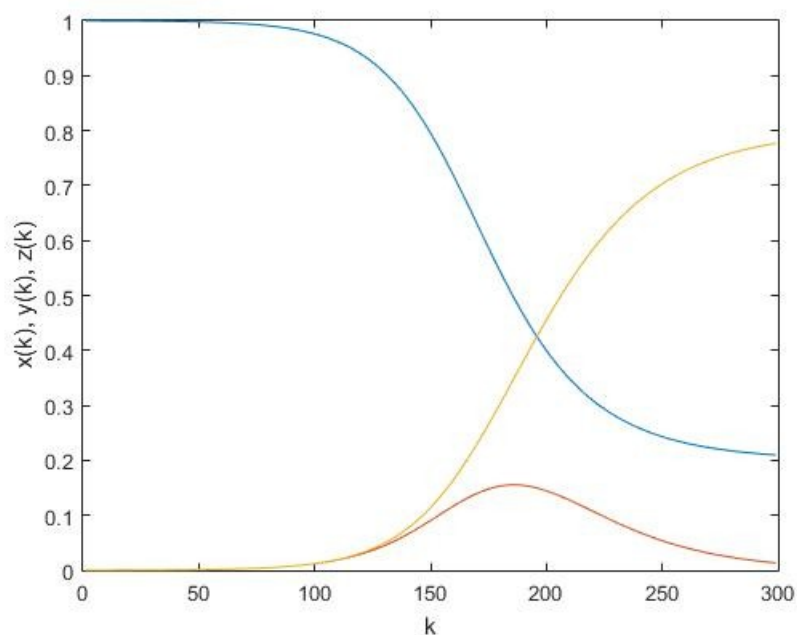


Fig. 2: Simulação do modelo com  $N=10000$ ,  $a=0.1$  e  $b=0.05$

A rapidez do crescimento de  $y(\cdot)$  assim com o valor máximo e o dia em que ocorre depende dos parâmetros  $N$ ,  $a$  e  $b$ .

## 2 Funcionalidades do programa

O programa deve realizar as funcionalidades seguintes:

1. O programa deve ler os parâmetros de configuração de um ficheiro de texto cujo nome é **parametros.txt**.
2. O ficheiro contém, em cada linha, um conjunto de parâmetros de configuração, **N**, **a**, **b**, e **kmax**. **kmax** define o valor máximo de  $k$ , isto é o último dia de simulação.

Exemplo do conteúdo do ficheiro (pode ter várias linhas de dados):

```
10000 0.3 0.1 300
10000 0.3 0.1 -300
10000 0.1 0.05 300
100000 -0.35 0.1 300
50000 0.4 0.3
```

3. O programa deve validar os valores que são lidos em cada linha, permitindo apenas avançar com a simulação correspondente caso os valores dessa linha correspondam (em número total

de valores e em gama de cada um) aos valores expectáveis.

4. O programa deve simular o modelo e deve determinar o dia (p) em que ocorre o valor máximo de y, assim como os valores correspondente para x(p), y(p) e z(p). O modelo deve ser simulado utilizando um número reduzido de variáveis. As variáveis do modelo devem ser do tipo **double**.
5. O programa deve escrever num ficheiro de saída designado por **resultadosGnnn.txt (Gnnn é o número do grupo)**, os parâmetros **N**, **a**, **b**, e **kmax** que foram lidos e o resultado da análise que foi realizada. Situações de erro que tenham sido detectadas devem ser indicadas com a palavra ERRO. A palavra OK deve ser utilizada nas situações correctas. Exemplo

```
10000 0.3 0.1 300 OK 54 0.3034 0.3121 0.3845
10000 0.3 0.1 -300 ERRO
10000 0.1 0.05 300 OK 185 0.4956 0.1553 0.3490
100000 -0.35 0.1 300 ERRO
50000 0.4 0.3 ERRO
```

### 3 Concretização das funcionalidades do programa

1. Comece por desenvolver a primeira versão do trabalho a qual tem como finalidade testar a leitura e validação dos dados e escrita de resultados no ficheiro de texto de saída. Esta versão não tem as equações do modelo matemático. O programa deve obrigatoriamente conter funções que leiam os parâmetros de uma única linha do ficheiro, validem essa linha e escrevam a linha correspondente no ficheiro resultadosGnnn.txt. Para testar essa versão, em que o programa executável deve ter o nome **simvirusv1**, as linhas do ficheiro de resultados que não contenham erros devem apenas ter a palavra OK, depois dos parâmetros lidos. Nota: espaços em branco a mais no ficheiro de resultados não serão penalizados. A cotação correspondente a esta primeira versão é de **8 valores**.
2. A segunda versão do trabalho deverá invocar uma função que simule o modelo para os parâmetros correspondentes a uma única linha. Note que essa função não deverá nem ler, nem escrever de/para ficheiros. O programa executável deverá ter o nome **simvirus**. Por simplicidade, assume-se que y(.) só tem um valor máximo. A cotação correspondente a esta segunda versão é também de **8 valores**.
3. A cotação restante (**4 valores**) será atribuída para pontuar a organização do código, alinhamento do código, dimensão das funções, código repetido, ...
4. A resolução deste trabalho implica o conhecimento dos pontos seguintes do programa da unidade curricular:
  1. Utilização de funções de entrada/saída de dados, printf, scanf, fgets ..., instruções if e de ciclo.
  2. Desenvolvimento de funções, utilização de ficheiros de texto e vectores.
  3. As funções devem estar documentadas e as instruções devem estar bem alinhadas.

4. Uma função não deve ter mais de 50 a 60 linhas, tamanho da fonte 12pt.

## 4 Entrega e avaliação

- **Data de entrega:** Consultar a página da unidade curricular.

A verificação do funcionamento do programa em qualquer das versões será realizada com base nos resultados que são escritos no ficheiro de saída. Será fornecido um ficheiro de parâmetros para testar as versões do programa antes da sua submissão.

## 5 Dúvidas

As dúvidas podem ser esclarecidas no início e no fim das aulas, e no horário de esclarecimento de dúvidas.

Nota: Na definição inicial das funcionalidades de uma aplicação, existem elementos que não estão completamente especificados. Nessas situações, o programador pode especificar os elementos em falta utilizando para o efeito justificações lógicas.

Um Bom Trabalho!