

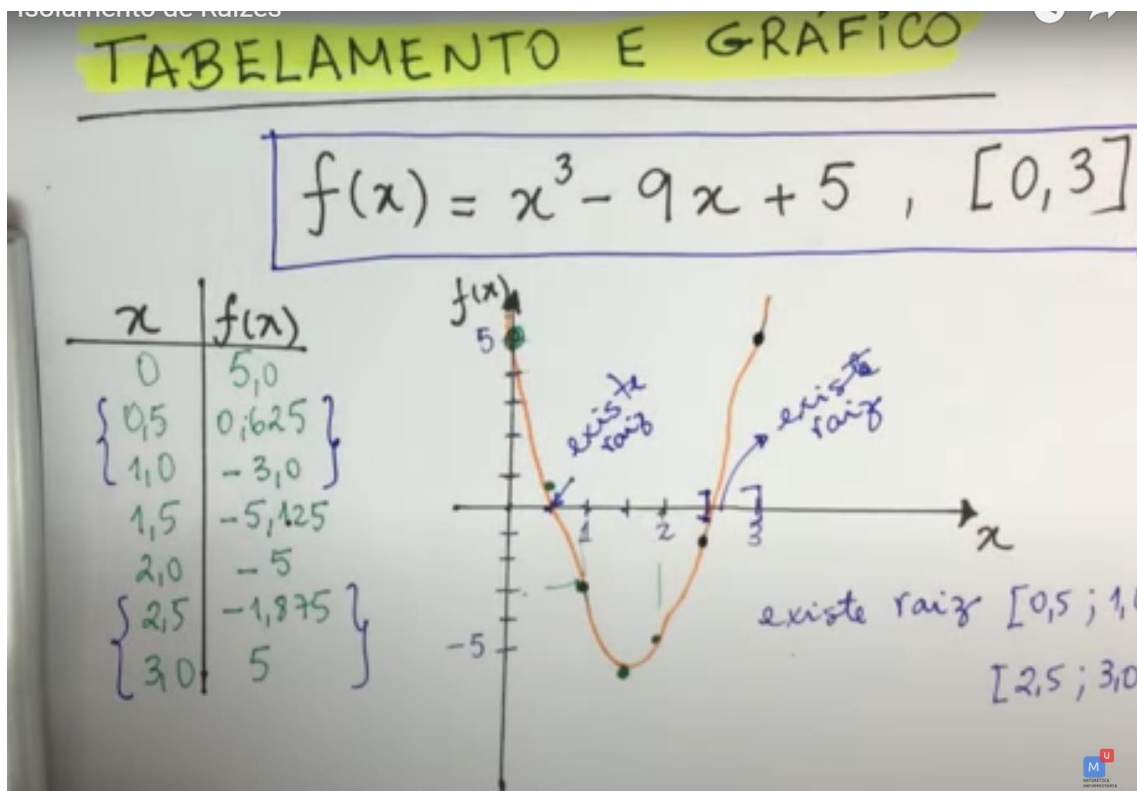
Isolamento de raízes

Fase 1: isolamento

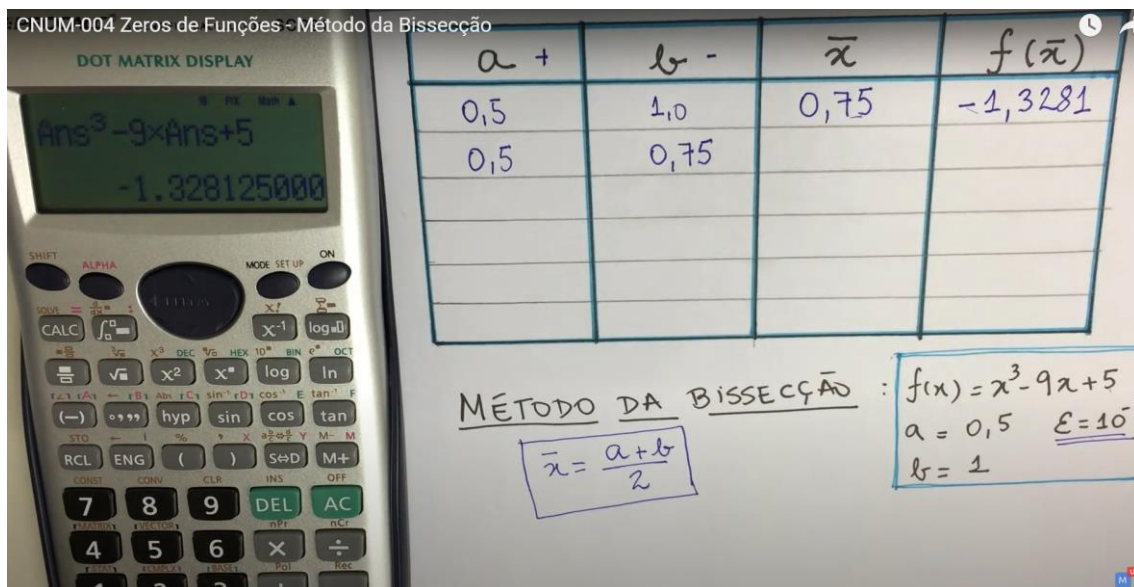
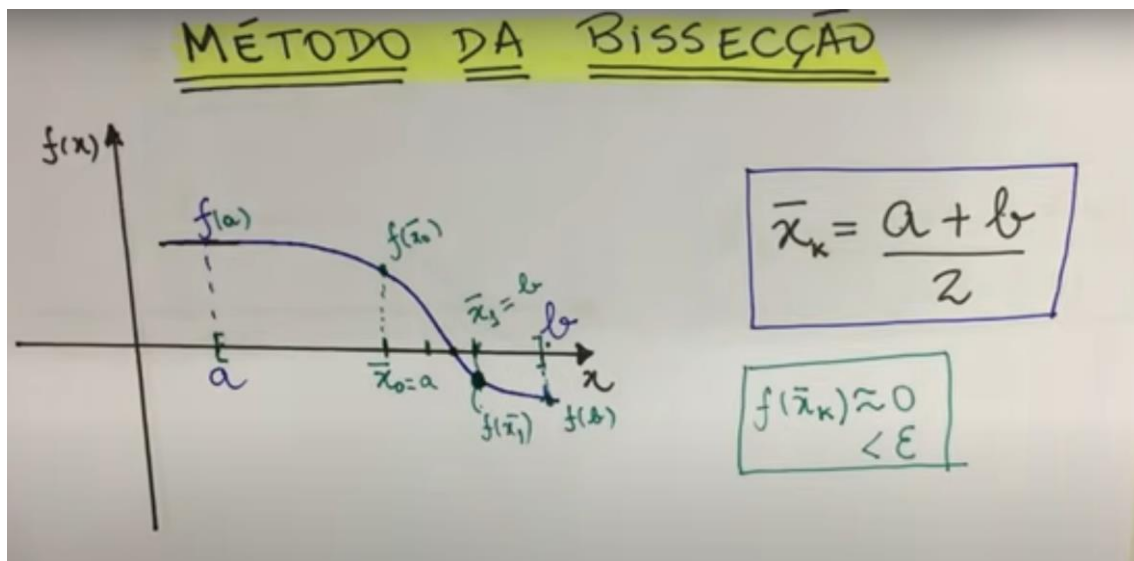
Fase 2: refinamento (métodos)

Isolamento: garantir que só existe uma raiz no intervalo de busca.

$f(a) \cdot f(b) < 0$ isso acontece quando $f(a)$ e $f(b)$ tem sinais opostos, que significa que tem pelo menos uma raiz entre eles



Método da bissecção



Colocar os valores do intervalo em a e b

X barra recebe o valor calculado da formula $(a+b/2)$

Colocar o valor do x barra na função e verificar se atingiu o valor com o erro


Se o resultado da função for uma numero negativo o x barra fica no lugar do b (valor negativo) e repete o valor do a, se for positivo fazer o inverso

Repete

Método do ponto fixo

Escolher $\phi(x)$: isolar x

Como escolher $\phi(x)$?

$$f(x) = x^2 + x - 6 \quad \underline{x = \phi(x)}$$
$$x^2 + x - 6 = 0$$
$$x = \boxed{6 - x^2 = \phi_1(x)}$$
$$x = \boxed{\sqrt{6 - x} = \phi_2(x)}$$
$$x(x+1) - 6 = 0$$
$$x = \boxed{\frac{6}{x+1} = \phi_3(x)}$$


Condições de convergência - MPF

(i) $\phi(x)$ e $\phi'(x)$ são contínuas em I ;

(ii) $|\phi'(x)| \leq M < 1 \quad \forall x \in I$;

(iii) $x_0 \in I$.

Exemplo:

$f(x) = x^3 - 9x + 5$

$$x^3 - 9x + 5 = 0$$
$$-9x = -x^3 - 5$$
$$x = \boxed{(x^3 + 5)/9 = \phi(x)}$$

Iteração 0:

Para chute inicial pegar um valor entre o intervalo (no exemplo ele escolheu o meio do intervalo (0,75))

Calcular $f(x)$ com o chute inicial (0,75)

Verificar se o valor em modulo de $f(x)$ é menor que o erro (10^{-2})

Iteração 1:

Usar o valor de \bar{x} da iteração anterior (0,75) na função phi

Pegar esse valor e substituir na função $f(x)$

Verificar se o valor em modulo de $f(x)$ é menor que o erro (10^{-2})

Próximas iterações:

Repete iteração 1

ITER.	\bar{x}	$f(\bar{x})$
	$\varphi(x) = (x^3 + 5)/9$	$f(x) = x^3 - 9x + 5$
0	0,75	-1,328
1	$(0,75^3 + 5)/9 = 0,6024$	-0,2032
2	0,5798	-0,0236
3	0,5772	-0,00259

Método do
Ponto Fixo

$\varphi(x) = (x^3 + 5)/9$

$\bar{x} = 0,5772$

$f(x) = x^3 - 9x + 5$

$I = [0,5; 1]$

$\epsilon = 10^{-2} = 0,01$

Método de Newton-Raphson

➤ O Método de Newton-Raphson consiste em usar o processo iterativo:

$$x_{k+1} = \varphi(x_k)$$

e como função de iteração a expressão:

$$\varphi(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$$

Iteração 0:

chute inicial (qualquer valor entre o intervalo)

calcular o valor (0,75) na função $f(x)$

compara o resultado com o erro

Iteração 1:

x_1 recebe o valor calculado da formula newton-raphson

// x_k (x anterior) – $f(x_k)$ (colocar o x anterior na função)/ $f'(x_k)$ (derivada da
//função)

colocar o valor de x_1 na função e comparar o resultado com o erro

repete iteração 1

ITER.	\bar{x}	$f(\bar{x})$
0	$x_0 = 0,75$	-1,3281
1	$x_1 = 0,56837$	0,06823
2	$x_2 = 0,57687$	0,000123
	↓ RAÍZ	

NEWTON - RAPHSON

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

$f(x) = x^3 - 9x + 3$ $f'(x) = 3x^2 - 9$ $I = [0,5; 1]$ $\epsilon = 10^{-2} = 0,01$

Método da secante

Para encontrar a raiz de $f(x)$ usando o método da Secante, devemos fazer:

$$x_{n+1} = \frac{x_{n-1} \cdot f(x_n) - x_n \cdot f(x_{n-1})}{\underbrace{f(x_n) - f(x_{n-1})}_{\varphi(x_{n-1}, x_n)}} \text{ para } n = 1, 2, 3, \dots$$

Iteração 0 e 1:

Chutes iniciais: boa pratica iniciar com os extremos do intervalo(0,5 e 1)

ITER.	\bar{x}	$f(\bar{x})$
0	$x_0 = 0,5$	0,625
1	$x_1 = 1,0$	-3,0
2	$x_2 =$	

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)(x_k - x_{k-1})}{f(x_k) - f(x_{k-1})}$$
$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)(x_1 - x_0)}{f(x_1) - f(x_0)}$$

Colocar os valores das duas iterações anteriores na fórmula

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)(x_k - x_{k-1})}{f(x_k) - f(x_{k-1})}$$
$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)(x_1 - x_0)}{f(x_1) - f(x_0)}$$
$$x_2 = 1 - \frac{(-3)(1 - 0,5)}{(-3) - (0,625)} = 0,5862$$

Resultado é a raiz aproximada

Substituir o resultado na função

Comparar com o erro

Repetir

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)(x_2 - x_1)}{f(x_2) - f(x_1)}$$

$$x_3 = 0,5862 - \frac{-0,0744(0,5862 - 1)}{-0,0744 - (-3)}$$

ITER.	\bar{x}	$f(\bar{x})$
0	$x_0 = 0,5$	0,625
1	$x_1 = 1,0$	-3,0
2	$x_2 = 0,5862$	-0,0744
3	$x_3 = 0,57567$	0,00969

MÉTODO DA SECANTE

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)(x_k - x_{k-1})}{f(x_k) - f(x_{k-1})}$$

$$f(x) = x^3 - 9x + 5$$

$$I = [0,5; 1]$$

$$\varepsilon = 10^{-2}$$