

# GRAFOS – 25/2

Ciência da Computação  
Universidade do Vale do Itajaí – UNIVALI

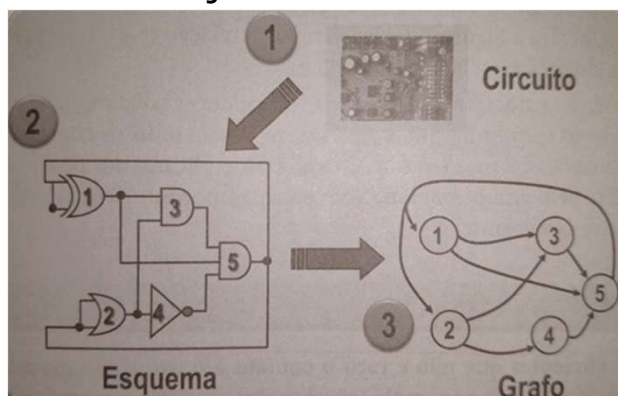
Profª Fernanda dos Santos Cunha  
fernanda.cunha@univali.br

1

Material produzido pelo prof Rudimar, adaptação profa Fernanda

## O que é um grafo?

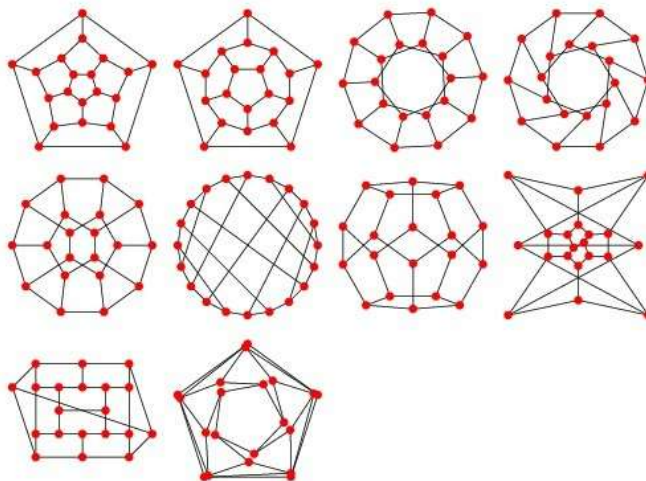
- ▣ Estrutura de abstração
- ▣ Matematicamente, formaliza relações de interdependência existentes entre os elementos de um conjunto



2

## Grafos: Unidade 1

### Exemplos de grafos



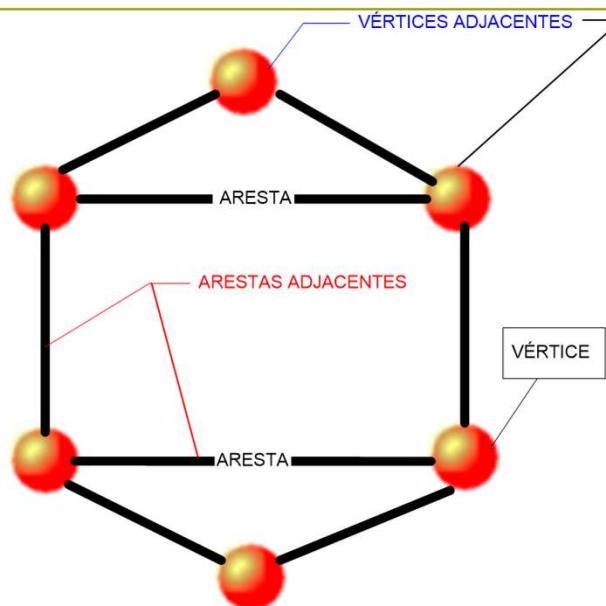
3

## Conceitos e Definições

Vértices	São os pontos entre duas arestas ou arcos. Também chamado nós. Ex.: na representação de um mapa os vértices seriam as cidades.
Aresta	Ligação não orientada (linha) entre dois vértices.
Arco	Ligação orientada (seta) entre dois vértices.
Laço	Ligação em que as extremidades inicial e final são coincidentes.
Adjacência (vizinhança)	Dois vértices são adjacentes (vizinhos) se são extremos da mesma aresta ou arco.
	Duas arestas são adjacentes (vizinhas) se têm um extremo (vértice) comum.
	Dois arcos são adjacentes (vizinhos) se têm um extremo (vértice) comum.

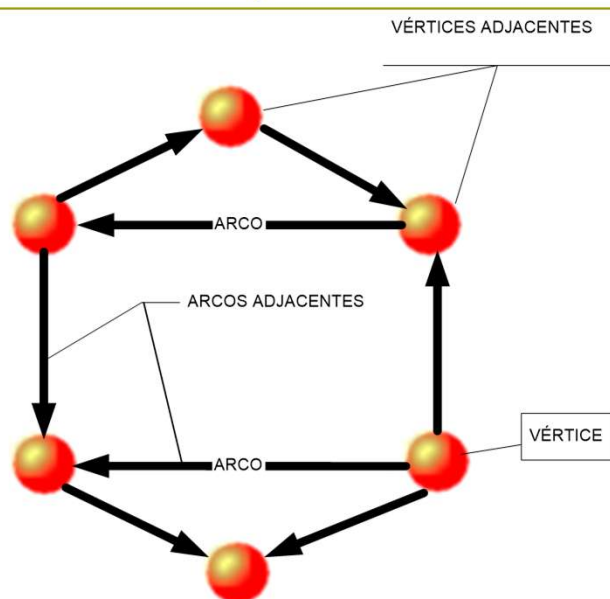
4

## Vértice – Aresta – Adjacência



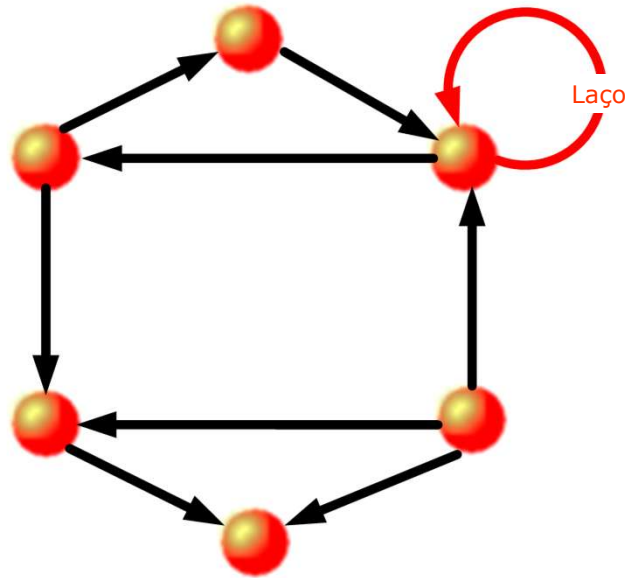
5

## Vértice – Arco – Adjacência



6

## Laço



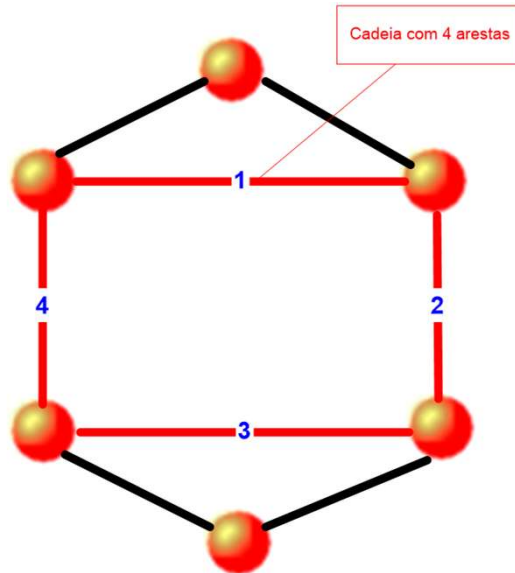
7

## Conceitos e Definições

Cadeia	É uma sucessão de <b>arestas</b> ( $a_1, a_2, \dots$ ) em que a aresta $a_k$ está ligada à aresta $a_{k-1}$ por um extremo e à aresta $a_{k+1}$ pelo outro extremo.
Caminho	É uma sucessão de <b>arcos</b> em que a extremidade final de um arco é a extremidade inicial do arco seguinte. Pode ser finito ou infinito sendo indicado pela sucessão de arcos ou pelos vértices que liga.
Caminho Simples	Caminho em que não há repetição de arcos.
Caminho Elementar	Caminho em que não há repetição de vértices (exceto o vértice inicial e final do circuito porque são coincidentes)
Árvore	Grafo onde há um e somente um caminho entre qualquer par de vértices – não há ciclos. É um grafo conexo sem ciclos.

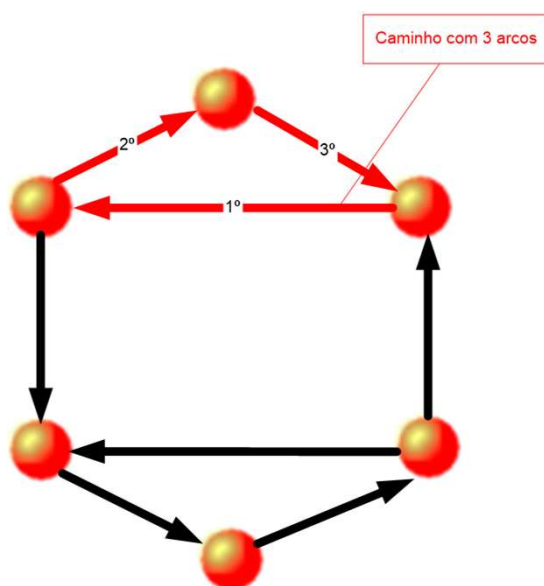
8

## Cadeia



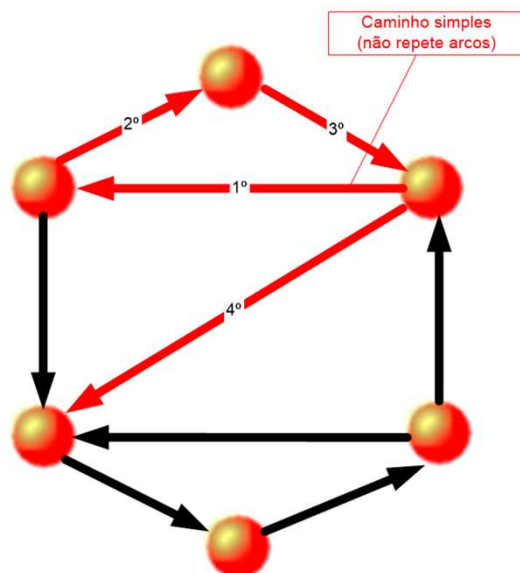
9

## Caminho



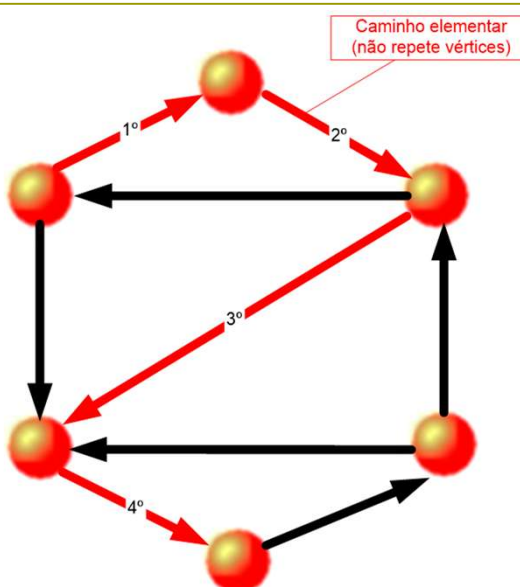
10

## Caminho Simples



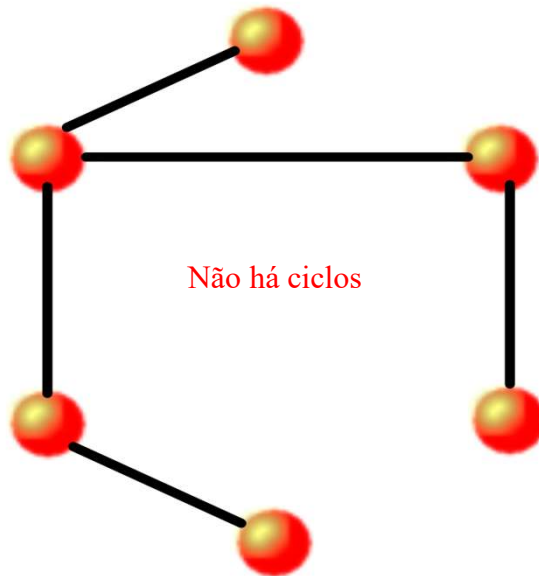
11

## Caminho Elementar



12

## Árvore



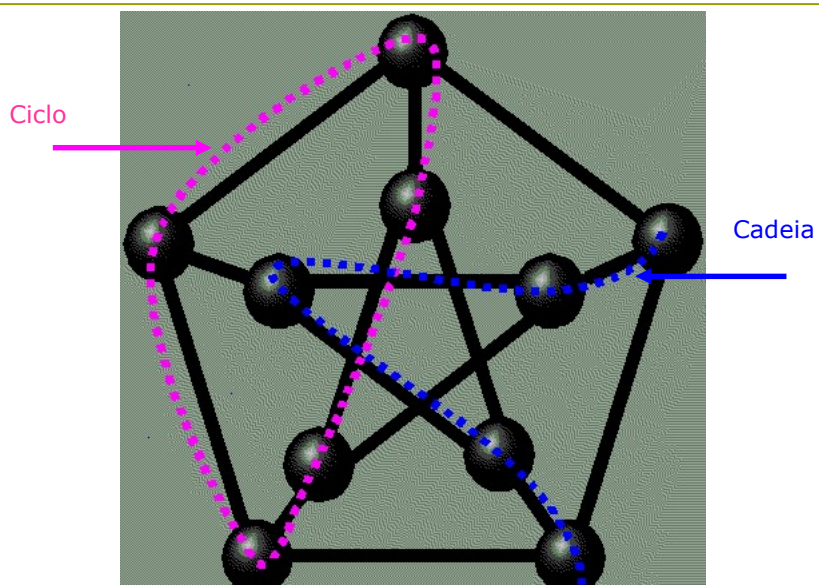
13

## Conceitos e Definições

Ciclo	É uma cadeia finita que tem início e fim no mesmo vértice. (arestas)
Ciclo simples	Ciclo sem repetir arestas.
Ciclo elementar	Ciclo sem repetir vértices (exceto inicial e final).
Ciclo de Euler	Ciclo simples contendo todas as arestas do grafo.
Ciclo de Hamilton	Ciclo elementar contendo todos os vértices do grafo.

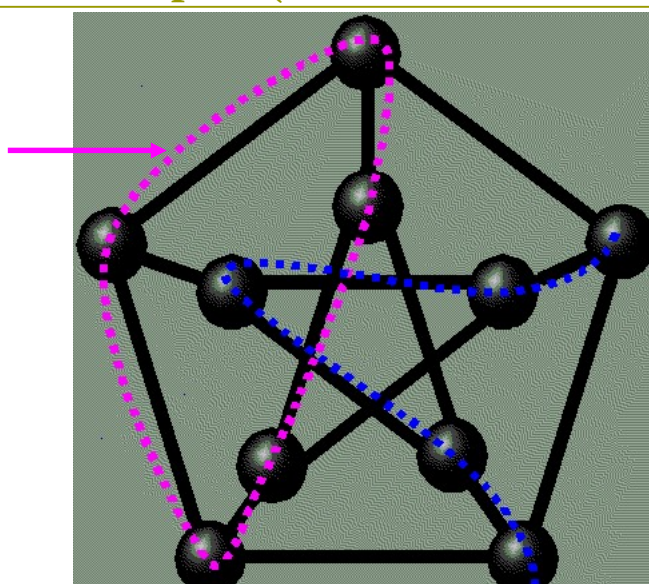
14

## Ciclo e Cadeia



15

## Ciclo simples (e também é elementar)

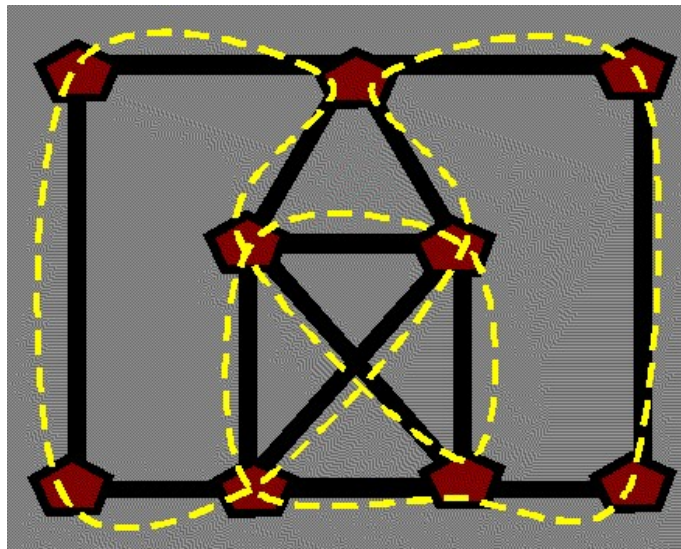


16



## Ciclo de Euler

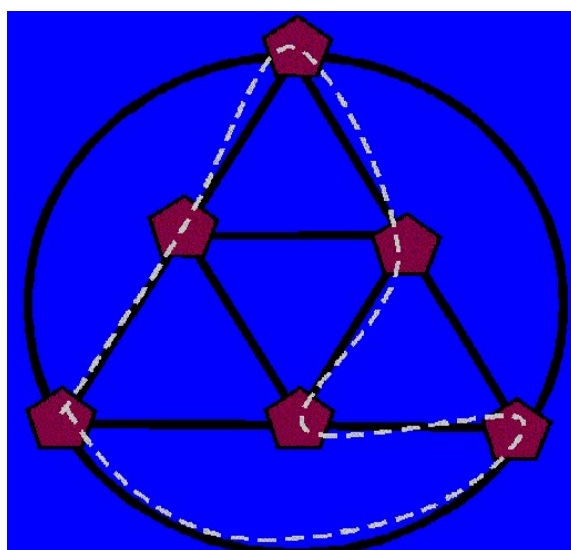
Percorre todas as arestas uma e somente uma vez



17

## Ciclo de Hamilton

Percorre todos os vértices uma e somente uma vez (caixeiro viajante)



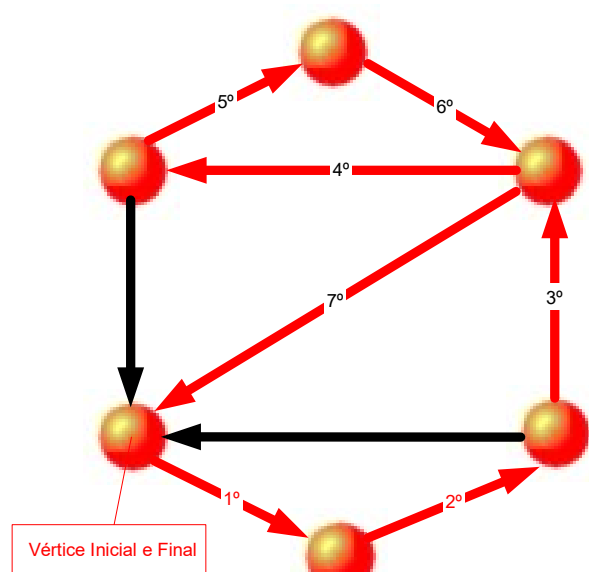
18

## Conceitos e Definições

Circuito	É um caminho_finito em que as extremidades inicial e final coincidem.
Circuito simples	Circuito sem repetir arcos.
Circuito elementar	Circuito sem repetir vértices (exceto inicial e final).
Circuito de Euler	Circuito simples contendo todos os arcos do grafo (ver ciclo de Euler).
Circuito de Hamilton	Circuito elementar contendo todos os vértices do grafo (ver ciclo de Hamilton).
Comprimento do caminho	É o número de arcos do caminho.

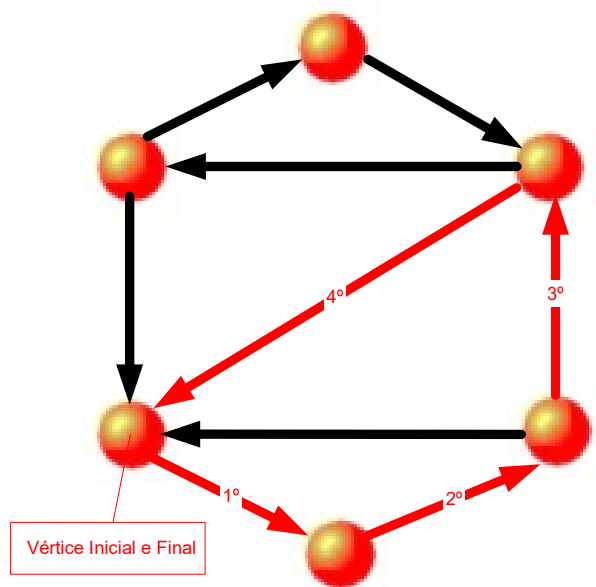
19

## Circuito



20

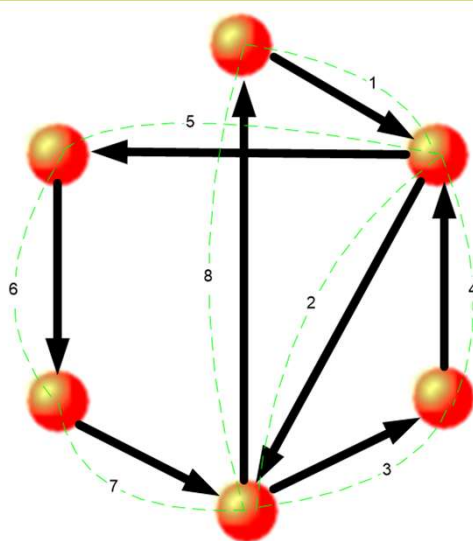
## Circuito elementar



21

## Circuito de Euler

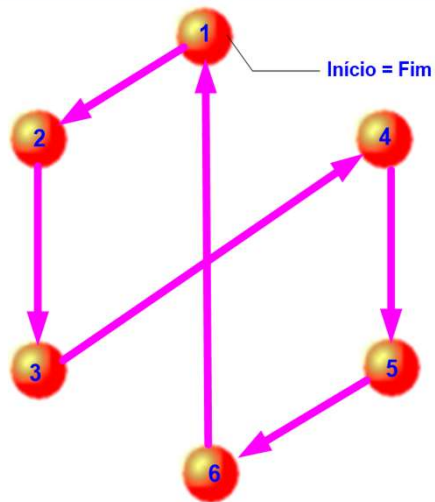
Percorre todos os arcos uma e somente uma vez



22

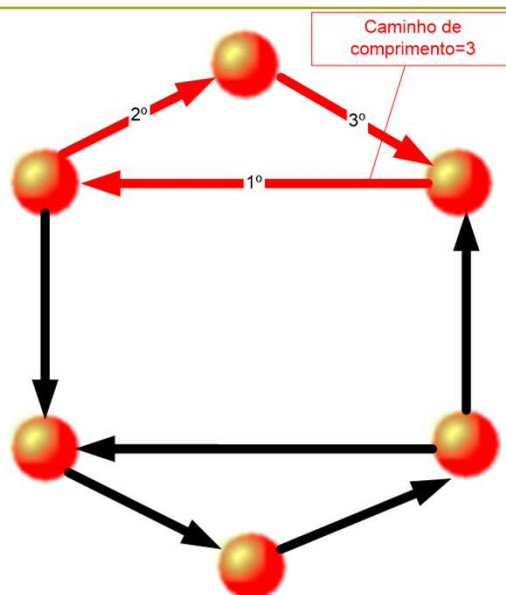
## Circuito de Hamilton

Percorre todos os vértices uma e somente uma vez (caixeiro viajante)



23

## Comprimento do caminho



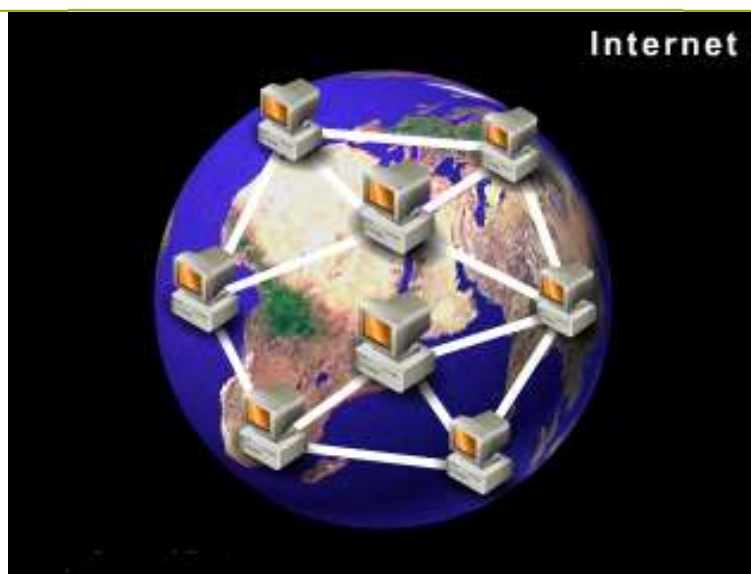
24

## Conceitos e Definições

Grafo	Um grafo $G=(V,A)$ é uma coleção de nós ligados entre si no todo ou em parte. Os nós chamam-se <b>vértices</b> (conjunto $V$ ) e as ligações (conjunto $A$ ) são chamadas <b>arestas</b> (ligação sem sentido) ou <b>arcos</b> (ligação com sentido).
Grafo completo	Todos os pares de vértices são adjacentes.
Grafo Conexo	Grafo não orientado onde há cadeia entre qualquer par de vértices.
Grafo fortemente conexo	Grafo orientado onde há caminho entre qualquer par de vértices.
Grafo Orientado	Os vértices estão ligados exclusivamente por arcos.
Grafo não orientado	Os vértices estão ligados exclusivamente por arestas.
Grafo simples	Grafo onde entre cada par de vértices distintos deve existir no máximo uma aresta e se, além disso, não contiver laços.
Grafo desconexo	Grafo onde há pelo menos um par de vértices que não está ligado por nenhuma cadeia.

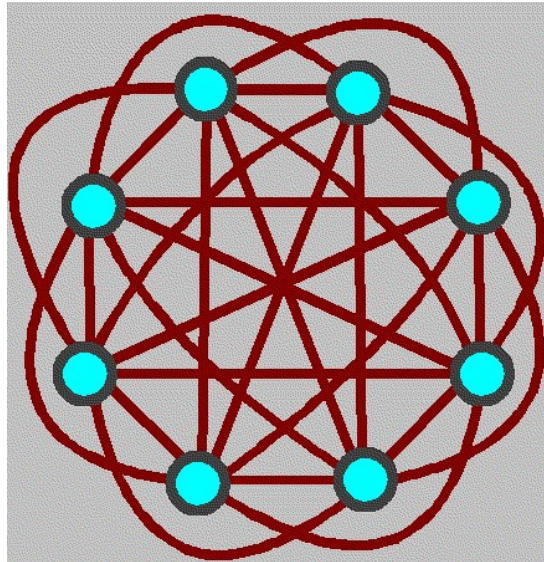
25

## Grafo



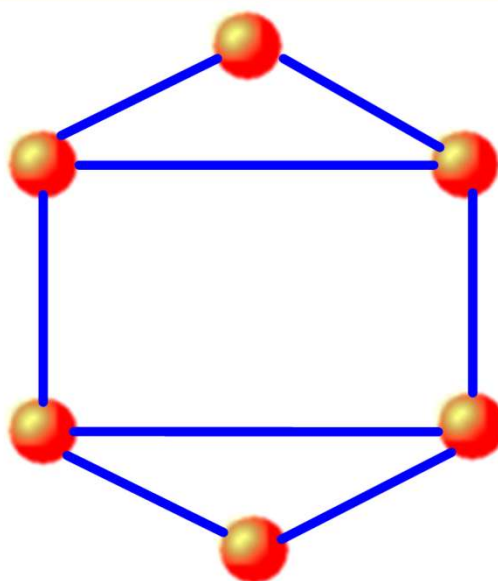
26

## Grafo completo



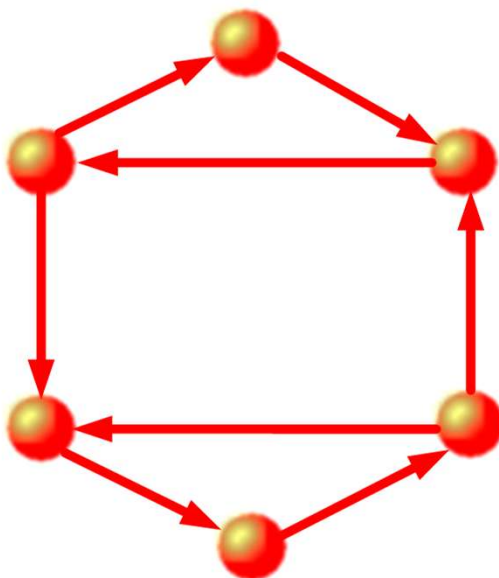
27

## Grafo conexo



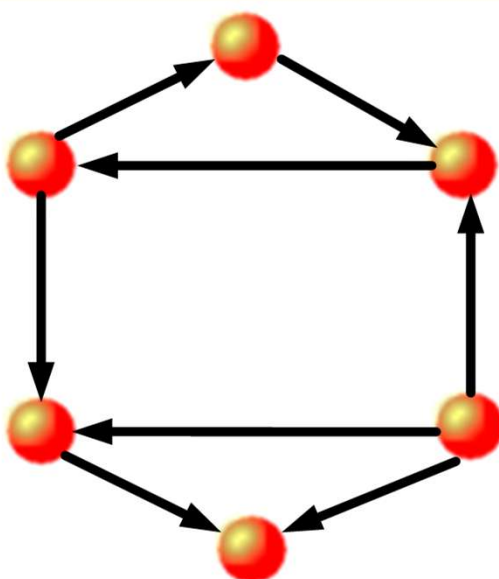
28

## Grafo fortemente conexo



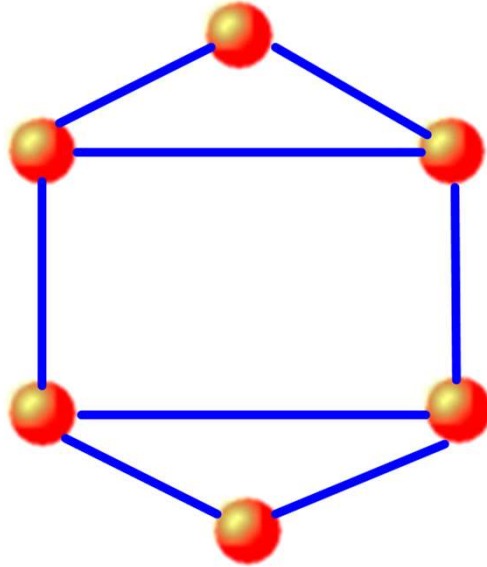
29

## Grafo orientado



30

## Grafo não orientado



31

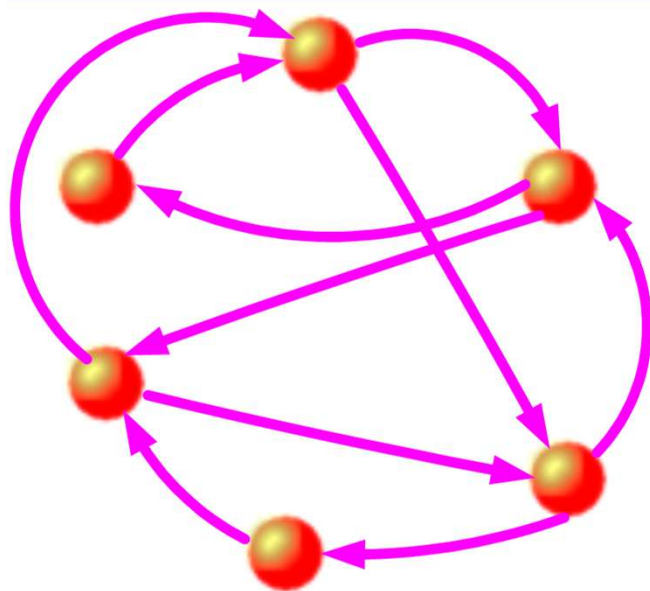
## Conceitos e Definições

Grafo Pseudo-simétrico	Em todos os vértices são iguais os semigraus interior e exterior.
Grafo Simétrico	Se existe o arco $(v_i, v_j)$ existe o arco $(v_j, v_i)$ . Um grafo <i>não orientado</i> é sempre simétrico.
Grafo anti-simétrico	Se existe o arco $(v_i, v_j)$ não existe o arco $(v_j, v_i)$ .
Grafo Bipartido	Quando existe conjunto de vértices $V$ que pode ser particionado em dois subconjuntos $V_1$ e $V_2$ , tais que toda aresta de $G$ une um vértice de $V_1$ a outro de $V_2$ .
Grafo Regular	Todos os vértices têm o mesmo grau.
Número Cromático	Número mínimo de cores para pintar todos os vértices adjacentes com cor diferente.

32

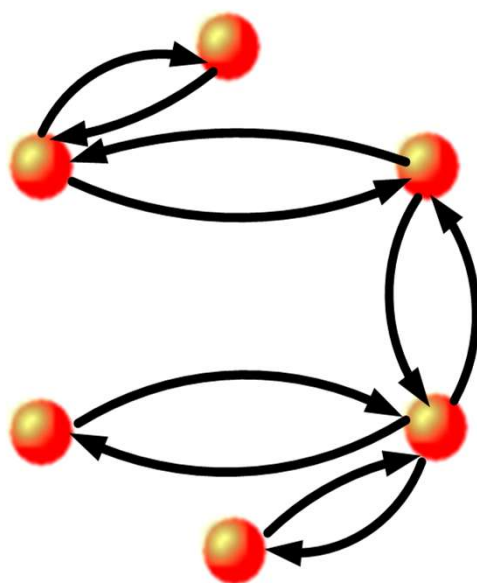


## Grafo pseudo-simétrico



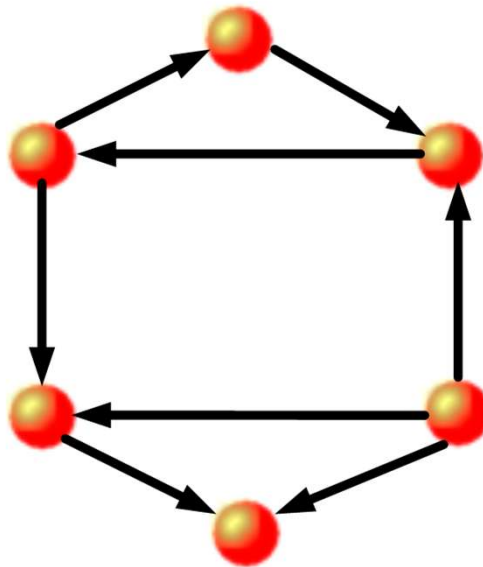
33

## Grafo simétrico



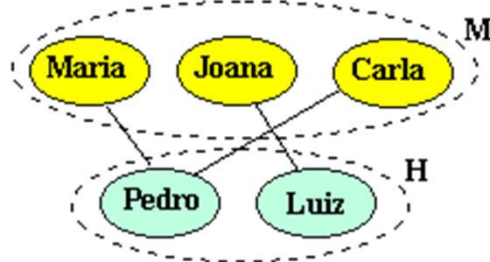
34

## Grafo anti-simétrico



35

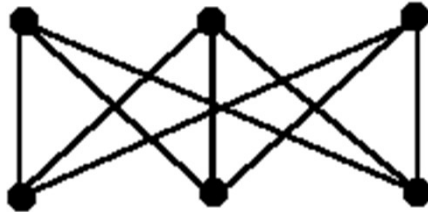
## Grafo bipartido



Sejam os conjuntos  $H = \{h \mid h \text{ é um homem}\}$  e  $M = \{m \mid m \text{ é um mulher}\}$  e o grafo  $G(V, A)$  acima onde:  
 $V = H \cup M$   
 $A = \{(v, w) \mid (v \in H \text{ e } w \in M) \text{ ou } (v \in M \text{ e } w \in H) \text{ e } \langle v \text{ foi namorado de } w \rangle\}$

36

## Grafo bipartido completo

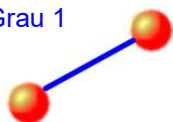


O grafo acima é um grafo **bipartido completo** que contém duas partições de 3 vértices cada. Ele é completo pois todos os vértices de uma partição estão ligados a todos os vértices da outra partição.

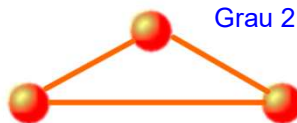
37

## Grafo regular

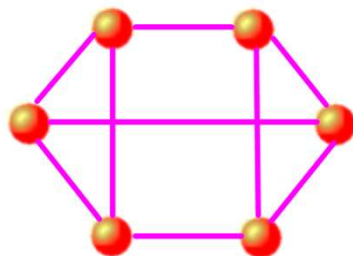
Grau 1



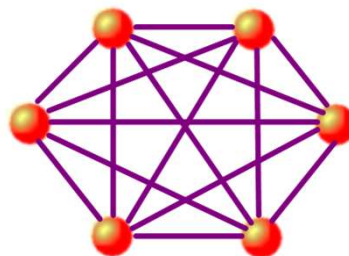
Grau 2



Grau 3

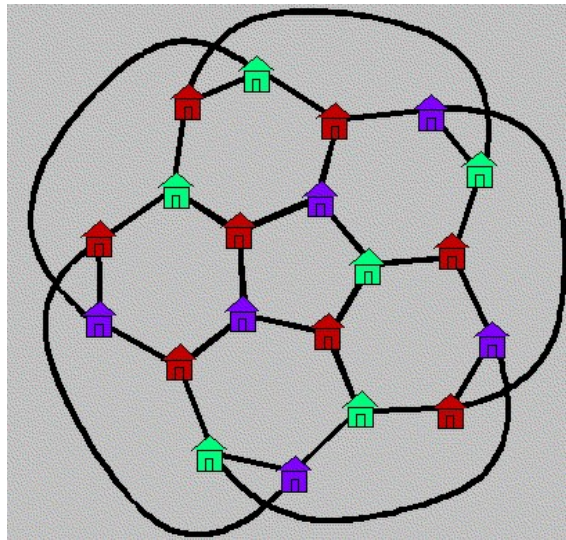


Grau 5



38

## Número cromático = 3



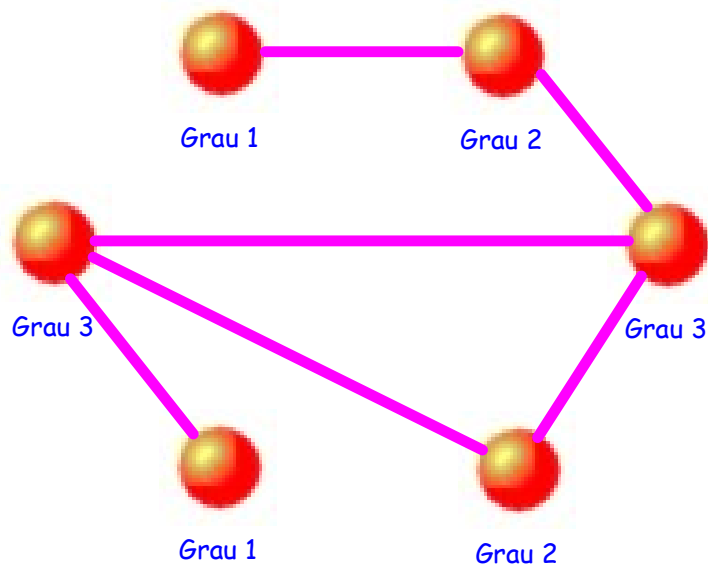
39

## Conceitos e Definições

Grau do vértice	Número de arestas de que o vértice é extremo.
Semigrau exterior do vértice (v+)	Número de arcos de que o vértice é extremo inicial. Também chamado grau de saída.
Semigrau interior do vértice (v-)	Número de arcos de que o vértice é extremo final. Também chamado grau de entrada.
Grafo parcial	Formado por todos os vértices de um grafo G, contendo um subconjunto de arestas/arcos.
Subgrafo	Formado por um subconjunto de vértices e um subconjunto de arestas/arcos de um grafo G.
Subgrafo fortemente conexo máximo	É um subgrafo em que há ligação (caminho ou cadeia) entre qualquer par dos seus vértices. É máximo quando engloba todos os vértices que partilham desta condição.
Vértice Isolado	Um vértice diz-se isolado quando não é extremo de arco ou aresta.
Vértice Suspenso	Um vértice diz-se suspenso se não é extremo inicial de um arco.

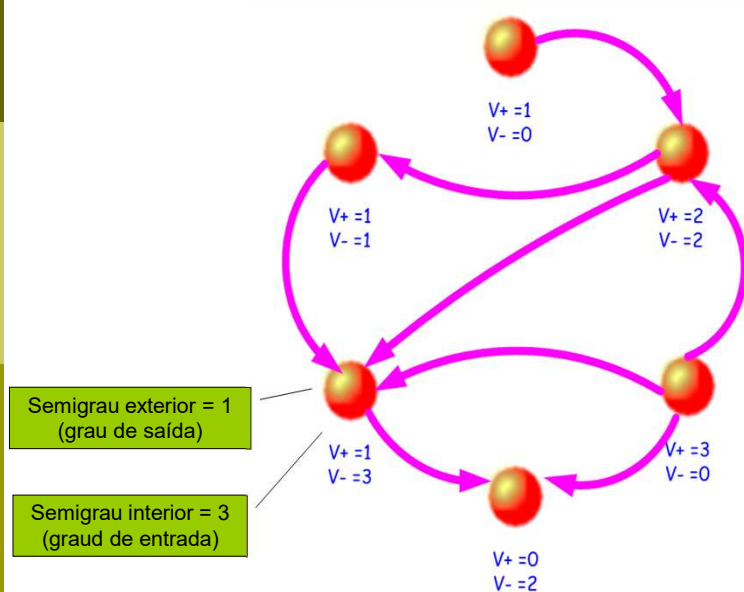
40

## Grau do vértice (grafo não orientado)



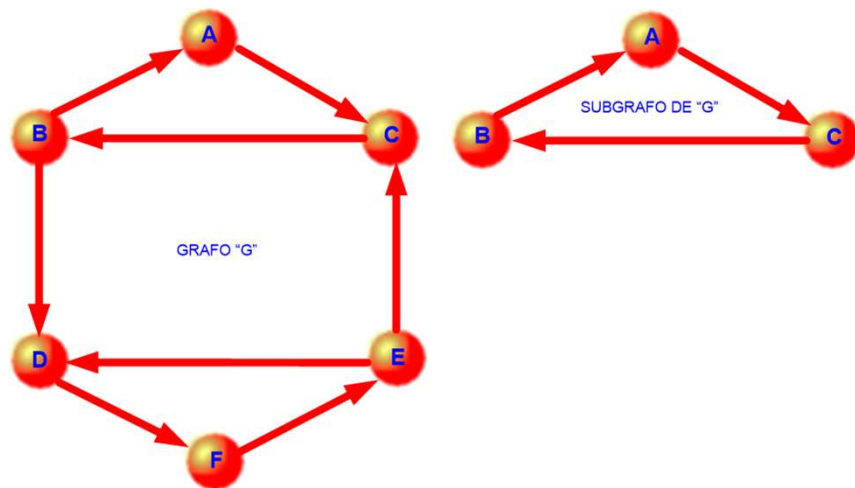
41

## Semigraus do vértice (grafo orientado)



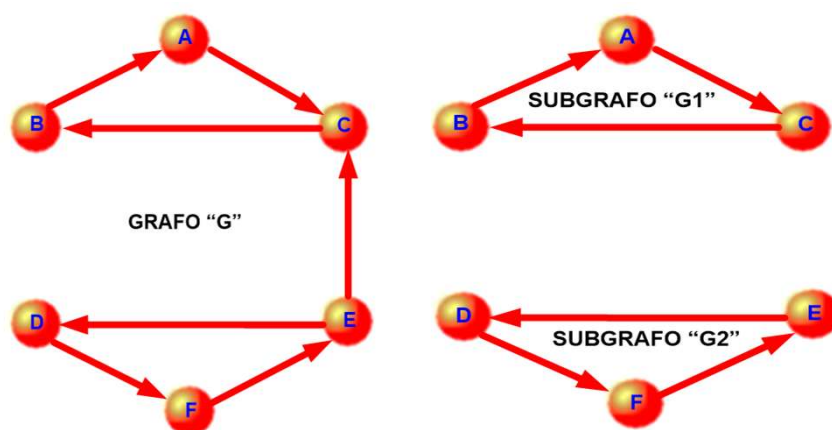
42

## Subgrafo de um grafo $G(V,A)$



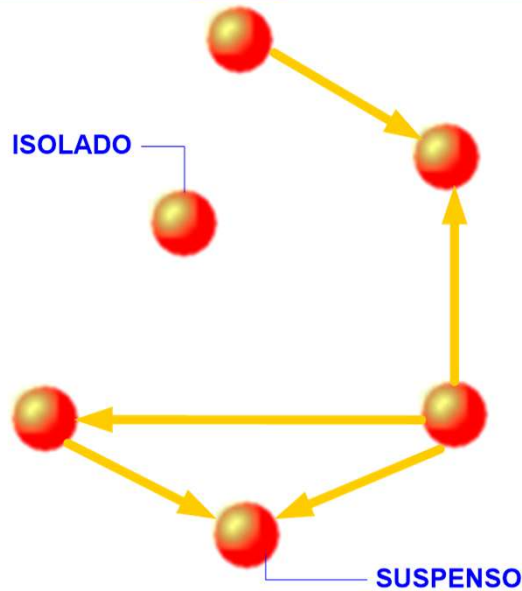
43

## Subgrafo fortemente conexo máximo



44

## Vértices isolado e suspenso



45

## Conceitos e Definições

Sucessor de um nó	Sucessor de um nó $x_i$ é todo $x_j$ que seja extremidade final de um arco que parte de $x_i$ $x_j$ sucessor de $x_i \Leftrightarrow \exists(x_i, x_j)$
Antecessor (Predecessor) de um nó	Antecessor $x_i$ é todo $x_j$ que seja extremidade inicial de um arco que termina em $x_i$ $x_j$ antecessor de $x_i \Leftrightarrow \exists(x_j, x_i)$
Sucessores de um conjunto de nós	Seja $X_n = \{x_1, x_2, \dots, x_z\}$ , então $\Gamma(X_z) = \bigcup_{x_i \in X_n} \Gamma(x_i)$
Antecessores de um conjunto de nós	Seja $X_n = \{x_1, x_2, \dots, x_z\}$ , então $\Gamma^{-1}(X_z) = \bigcup_{x_i \in X_n} \Gamma^{-1}(x_i)$

46