

Planejamento de Experimentos 2K

Mariana Freitas e Aline Pires

O que são Experimentos 2^k ?

É um tipo de experimento que envolve k fatores, cada um com dois níveis, sendo amplamente utilizado para estudar o efeito de múltiplos fatores e suas interações em uma resposta de interesse. Como esse tipo de experimento pode ser aplicado a diversos números de fatores, o número total de combinações dos níveis (número de tratamentos) é dado por 2^k .

Como funciona?

Tendo os dados do experimento $2K$ coletados e organizados, de acordo com as combinações e os números de repetições, é hora de analisar os efeitos dos fatores principais e de suas interações. Para isso, vamos construir uma tabela ANOVA, na qual vamos utilizar um teste F para definir se os efeitos são estatisticamente significativos.

Aplicação

O dataset “Student Lifestyle” reúne informações sobre os hábitos diários e o desempenho acadêmico de 2.000 estudantes, coletadas por meio de uma pesquisa realizada com um Google Form. Abrangendo o período acadêmico de agosto de 2023 a maio de 2024, os dados refletem majoritariamente os estilos de vida de estudantes da Índia.

Aplicação

O conjunto de dados contém as seguintes colunas:

- ▶ `student_id`: Identificador único de cada estudante.
- ▶ `study_hours_per_day`: Horas diárias dedicadas aos estudos.
- ▶ `extracurricular_hours_per_day`: Horas diárias envolvidas em atividades extracurriculares.
- ▶ `sleep_hours_per_day`: Horas diárias de sono.
- ▶ `social_hours_per_day`: Horas diárias dedicadas à socialização.
- ▶ `physical_activity_hours_per_day`: Horas diárias gastas em atividades físicas.
- ▶ `gpa`: Nota média acumulada (GPA) dos estudantes.
- ▶ `stress_level`: Nível de estresse relatado pelos participantes.

Aplicação

Aqui, vamos usar apenas as variáveis `study_hours_per_day`, `physical_activity_hours_per_day` e `stress_level` como fatores na nossa análise dos efeitos na variável `gpa`. E, como são as duas primeiras são variáveis contínuas, vamos categorizá-las em dois grupos baseados nos seus quartis.

- ▶ Baixo tempo de estudo: ≤ 6.5 horas
- ▶ Alto tempo de estudo > 6.5 horas
- ▶ Baixo tempo de atividade física: ≤ 2 horas
- ▶ Alto tempo de atividade física: > 2 horas

ANOVA

Agora, elaboramos o modelo levando em conta as interações entre os fatores e contruímos a tabela ANOVA abaixo. A tabela ANOVA irá nos auxiliar para comparar as médias dos grupos formado pelos fatores principais e pela interação desses fatores, verificando se existem diferenças significativas entre elas.

```
## Analysis of Variance Table
```

```
##
```

```
## Response: gpa
```

##	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	
## stress	1	45.186	45.186	949.8332	< 2
## estudo	1	33.990	33.990	714.4792	< 2
## exercicio	1	1.132	1.132	23.7914	1.1
## stress:estudo	1	2.981	2.981	62.6622	4.0
## stress:exercicio	1	0.115	0.115	2.4173	
## estudo:exercicio	1	0.150	0.150	3.1453	
## stress:estudo:exercicio	1	0.003	0.003	0.0694	
## Residuals	1992	94.765	0.048		
## ---					

ANOVA

Observando a soma de quadrados (Sum sq), é possível perceber que os fatores stress, horas de estudo diária e a interação entre esses dois fatores são os fatores que explicam uma porção maior da variabilidade do modelo. As horas de exercício diárias explicam uma porção menor da variância e o restante das interações explica bem pouco.

Em seguida, é necessário realizar o teste F para verificar se os efeitos dos fatores principais e das interações são estatisticamente significativos. Para todos os efeitos e interações, teremos o F crítico de 3.846131.

Teste F

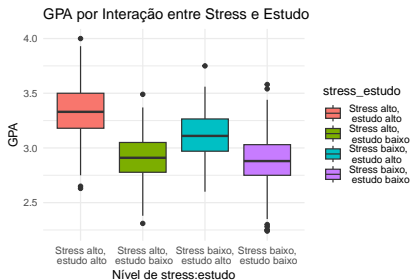
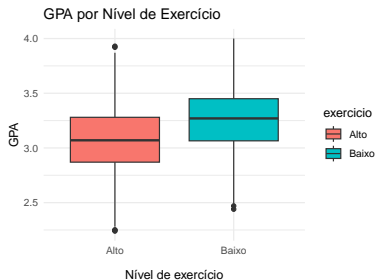
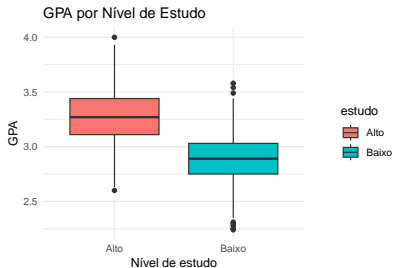
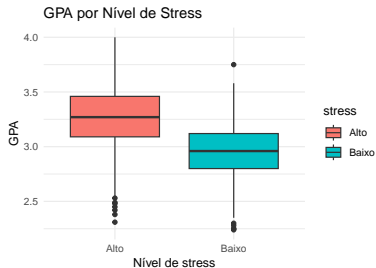
- ▶ H_0 : não há efeito significativo do fator/interação.
- ▶ H_1 : há efeito significativo do fator/interação.

##	F_Calculado	F_Critico
## stress	949.83318109	3.84
## estudo	714.47915877	3.84
## exercicio	23.79139694	3.84
## stress:estudo	62.66217777	3.84
## stress:exercicio	2.41730862	3.84
## estudo:exercicio	3.14529021	3.84
## stress:estudo:exercicio	0.06938032	3.84

Assim, concluímos que stress, horas diárias de estudo, horas diárias de exercício e a interação entre stress e estudo têm efeito significativo na GPA.

Análise gráfica

Podemos observar esse efeito graficamente:



Verificação de pressupostos

A ANOVA assume alguns pressupostos que devemos verificar para ver se as análises estão corretas. São eles: - Normalidade dos resíduos - Homocedasticidade - Independência dos erros —

Normalidade dos resíduos

Para isso deve-se usar o teste de Shapiro-Wilk nos resíduos do modelo. - H_0 : Os dados seguem uma distribuição normal. - H_1 : Os dados não seguem uma distribuição normal.

```
##  
## Shapiro-Wilk normality test  
##  
## data:  residuos  
## W = 0.99926, p-value = 0.6284
```

Como o p-valor deu 0.6284, não rejeitamos a hipótese de normalidade, ou seja, podemos assumir que os resíduos seguem uma distribuição normal. O primeiro pressuposto da ANOVA foi atendido.

Homocedasticidade

Para verificar se a variância entre os grupos são homogêneas, podemos utilizar o teste de Levene que funciona bem para experimentos fatoriais. Ele testa se os grupos, definidos pelos fatores, têm variâncias homogêneas. - H_0 : Todas as populações têm a mesma variância. - H_1 : Pelo menos uma população tem variância diferente das outras.

```
## Levene's Test for Homogeneity of Variance (center = median)
##           Df F value Pr(>F)
## group      7  1.0104 0.4217
##           1992
```

Como o p-valor do teste de Levene deu maior que 0.05, não há evidências de heterocedasticidade, pois não rejeitamos H_0 . Então assumimos que o pressuposto de homocedasticidade está sendo atendido.

Independenciados erros

Para testar se os erros são independentes, podemos utilizar o teste de Durbin-Watson, onde as hipóteses são: - H_0 : Os erros são independentes. - H_1 : Os erros não são independentes.

```
##  
## Durbin-Watson test  
##  
## data:  modelo  
## DW = 2.0301, p-value = 0.7504  
## alternative hypothesis: true autocorrelation is greater
```

Como o p-valor deu 0.7504, não rejeitamos a hipótese de que os resíduos são independentes, portanto, temos altas evidências que os resíduos não são correlacionados.

Teste de turkey

Realizamos o teste de Tukey para identificar diferenças significativas entre os grupos.

A combinação que tem o maior e menor gpa médio são, respectivamente: - Alto Estresse + Alto Estudo + Baixo Exercício gpa igual a 3.377. - Baixo Estresse + Baixo Estudo + Alto Exercício gpa igual a 2.881.

Percebemos que estudar mais parece ser o fator mais importante para um GPA alto, mesmo sob alto estresse, além disso exercício alto pode não ser tão benéfico para o GPA em combinação com alto estudo e alto estresse.

O estresse alto parece ter um impacto positivo no GPA quando combinado com alto estudo, independentemente do nível de exercício.

##

Study: modelo ~ "interacao"

##

HSD Test for gpa

##

Mean Square Error: 0.04757301

##

interacao, means

##

##		gpa	std	r	se	M
##	Alto.Alto.Alto	3.314796	0.2230230	563	0.009192340	2.6
##	Alto.Alto.Baixo	3.377483	0.2212975	286	0.012897255	2.8
##	Alto.Baixo.Alto	2.912793	0.2188274	179	0.016302484	2.3
##	Alto.Baixo.Baixo	2.990000	NA	1	0.218112371	2.9
##	Baixo.Alto.Alto	3.116118	0.1981614	255	0.013658726	2.6
##	Baixo.Alto.Baixo	3.098125	0.2168378	64	0.027264046	2.6
##	Baixo.Baixo.Alto	2.881103	0.2187091	580	0.009056623	2.2
##	Baixo.Baixo.Baixo	2.936389	0.2282592	72	0.025704789	2.4

##

Q75

Alto Alto Alto 3.4800

