UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA - UFPB
CENTRO DE INFORMÁTICA - CI
DEPARTAMENTO DE COMPUTAÇÃO CIENTÍFICA - DCC
DISCIPLINA: Métodos Matemáticos I

Aluno(a): ....

Lista de Exercícios. Funcionais Lineares e o Espaço Dual.

Obs. Na resolução de cada exercício indique todos os passos para que o raciocínio desenvolvido fique extremamente claro. Os cálculo em si podem, e devem, ser feitos usando algum *software* e coloque apenas os resultados indicando qual o *software* utilizado.

01. Determine a matriz do funcional linear $\mathbf{F} : \mathbb{V} \to \mathbb{R}$ em relação a base canônica de $\mathbb{V}$, o núcleo de $\mathbf{F}$ e verifique a identidade do Teorema do Núcleo e da Imagem.

    (a) $\mathbb{V} = \mathbb{R}^2$ e $\mathbf{F}(x, y) = x + 2y$.

    (b) $\mathbb{V} = \mathbb{R}^2$ e $\mathbf{F}(x, y) = 2x - y$.

    (c) $\mathbb{V} = \mathbb{P}_1([0, 1])$ e $\mathbf{F}(a + bx) = \int_0^1 (a + bx)dx$.

    (d) $\mathbb{V} = \mathbb{P}_1([0, 2])$ e $\mathbf{F}(a + bx) = \int_0^2 (a + bx)dx$.

02. Dada a base $\mathbf{B}$ de $\mathbb{V}$ determine a base $\mathbf{B}^*$ dual de $\mathbf{B}$.

    (a) $\mathbb{V} = \mathbb{R}^3$ e $\mathbf{B} = \{(1, -1, 3), (0, 1, -1), (0, 3, -2)\}$.

    (b) $\mathbb{V} = \mathbb{R}^3$ e $\mathbf{B} = \{(1, 1, 1), (1, 2, 3), (2, -1, 1)\}$.

    (c) $\mathbb{V} = \mathbb{P}_2(\mathbb{R})$ e $\mathbf{B} = \{1, 1 + x, 1 + x + x^2\}$.

    (d) $\mathbb{V} = \mathbb{P}_2(\mathbb{R})$ e e $\mathbf{B} = \{1 + x + x^2, 2 + 3x + 2x^2, 2 + 5x + 6x^2\}$.

03. Dados $\mathbb{V}$, o PI em $\mathbb{V}$ e o subespaço $\mathbb{W}$ de $\mathbb{V}$, calcule o anulador (ou o complemento ortogonal) de $\mathbb{W}$ (em relação ao PI dado) e verifique as identidades $dim(\mathbb{W}) + dim(\mathbb{W}^0) = dim(\mathbb{W}) + dim(\mathbb{W}^\perp) = dim(\mathbb{V})$.

    (a) $\mathbb{V} = \mathbb{R}^3$, $\langle (x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2) \rangle = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$ e
    $\mathbb{W} = \{(x, y, z) \in \mathbb{V}$ tais que $x + y = 0\}$.

    (b) $\mathbb{V} = \mathbb{R}^3$, $\langle (x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2) \rangle = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$ e
    $\mathbb{W} = \{(x, y, z) \in \mathbb{V}$ tais que $x = 0\}$.

(c) $\mathbb{V} = \mathbb{P}_1([0,1])$, $\langle a_0 + a_1x, b_0 + b_1x\rangle = \int\limits_0^1 (a_0 + a_1x)(b_0 + b_1x)\,dx$ e $\mathbb{W} = \{a_0 + a_1x \in \mathbb{V}$ tais que $a_0 + a_1 = 0\}$.

(d) $\mathbb{V} = \mathbb{P}_1([0,1])$, $\langle a_0 + a_1x, b_0 + b_1x\rangle = \int\limits_0^1 (a_0 + a_1x)(b_0 + b_1x)\,dx$ e $\mathbb{W} = \{a_0 + a_1x \in \mathbb{V}$ tais que $a_0 - a_1 = 0\}$.

Referências.

[1] J. L. Boldrini, S. R. Costa, V. L. Figueiredo, H. G. Wetzler; Álgebra Linear, 3a edição, editora HARBRA, 1986.
[2] E. L. Lima; Álgebra Linear, Coleção Matemática Universitária, 6a edição, 2003.
[3] S. Lipschutz, M. Lipson; Álgebra Linear, tradução da 3a edição norte americana "Schaum's outline of theory and problems of linear algebra", Bookman, 2011.
[4] G. Strang; Álgebra Linear, tradução da 4a edição norte-americana "Linear algebra and its application" , Cengage Learning, 2014.
[5] S. Lang; Álgebra Linear, Editora Ciência Moderna, 2003.