

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA - UFPB
CENTRO DE INFORMÁTICA - CI
DEPARTAMENTO DE COMPUTAÇÃO CIENTÍFICA - DCC
DISCIPLINA: Métodos Matemáticos I

Aluno(a):

**Lista de Exercícios - Operadores Lineares.
Autovalores e Autovetores.**

01. Dados o espaço vetorial \mathbb{V} , a base canônica de \mathbb{V} e o operador linear $\mathbf{T} : \mathbb{V} \rightarrow \mathbb{V}$, faça:

- determine a matriz \mathbf{A} de \mathbf{T} ;
- escreva a equação característica para o operador composto \mathbf{T} e determine os seus autovalores;
- determine a multiplicidade de cada autovalor λ de \mathbf{T} , lembrando que λ é raiz de multiplicidade \mathbf{k} do polinômio $p(x)$ se λ anula $p(x)$ e as suas derivadas $\frac{dp(x)}{dx}, \dots, \frac{d^{k-1}p(x)}{dx^{k-1}}$;
- escreva as equações dos autovetores associados a cada autovalor de \mathbf{T} e determine-os;
- determine uma base de cada subespaço invariante associado ao respectivo autovalor de \mathbf{T} ;
- verifique que a soma dos autovalores é igual ao traço da matriz \mathbf{A} de \mathbf{T} ;
- verifique que o produto dos autovalores é igual ao determinante da matriz \mathbf{A} de \mathbf{T} .

(a) $\mathbb{V} = \mathbb{R}^4$, $\mathbf{T}(x, y, z, w) = (3x + 4y + 2z, y + 2z, z, x + w)$;

(b) $\mathbb{V} = \mathbb{R}^4$, $\mathbf{T}(x, y, z, w) = (x, y, z, 0)$;

(c) $\mathbb{V} = \mathbb{M}_{2 \times 2}$, $\mathbf{T} \left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} c & d \\ a & b \end{bmatrix}$;

(d) $\mathbb{V} = \mathbb{M}_{2 \times 2}$, $\mathbf{T} \left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 2a & b + c \\ b + c & 2d \end{bmatrix}$;

(e) $\mathbb{V} = \mathbf{P}_3(\mathbb{R})$, $\mathbf{T}(a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3) =$
 $(a_0 + a_1) + (a_1 + a_2)x + (a_2 + a_3)x^2$;

$$\begin{aligned}
\text{(f) } \mathbb{V} = \mathbf{P}_3(\mathbb{R}), \mathbf{T}(a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3) = \\
(a_0 + a_1)x + (a_1 + a_2)x^2 + (a_2 + a_3)x^3; \\
\text{(g) } \mathbb{V} = \mathbf{P}_3(\mathbb{R}), \mathbf{T}(a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3) = \\
\frac{d}{dx}(a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3).
\end{aligned}$$

Sugestão. Use algum *software* para determinar raízes de polinômios e para resolver os sistemas lineares. Mas não esqueça de informar qual é o *software*, de escrever claramente qual é o polinômio característico e quais os sistemas lineares que são resolvidos. Se quiser, pode usar *software* para calcular derivadas também.

Referências.

- [1] J. L. Boldrini, S. R. Costa, V. L. Figueiredo, H. G. Wetzler; Álgebra Linear, 3a edição, editora HARBRA, 1986.
- [2] E. L. Lima; Álgebra Linear, Coleção Matemática Universitária, 6a edição, 2003.
- [3] S. Lipschutz, M. Lipson; Álgebra Linear, tradução da 4a edição norte americana “Schaum’s outline of theory and problems of linear algebra”, Bookman, 2011.
- [4] G. Strang; Álgebra Linear e suas aplicações, tradução da 4a edição norte-americana “Linear algebra and its application” , Cengage Learning, 2014.