

## Lista de Exercícios 3

Dadas as seguintes matrizes

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & -\frac{1}{4} & 2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -4 & -3 & 2 & 1 \\ 1 & -4 & -6 & -2 \\ 0 & 5 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & -\frac{1}{4} & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -4 & -3 & 2 & 1 \\ 2 & -2 & -3 & 2 \\ 0 & 5 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & -\frac{1}{4} & 2 \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & -4 & -6 & -2 \\ -1 & -7 & 3 & -\frac{7}{3} \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ -4 & -3 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 3 & -4 & -1 & 0 \\ 2 & -3 & -7 & 5 \\ -\frac{1}{4} & 2 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & -\frac{7}{3} & 3 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad F = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -4 & 1 \\ -4 & -7 & -3 & 2 \\ -6 & 3 & 2 & 3 \\ -2 & -\frac{7}{3} & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

**Exercício 1.** Determine a decomposição  $LU$ , de  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$ ,  $F$ , se possível.

**Exercício 2.** Verifique se as matrizes  $AA^T$ ,  $B^TB$ ,  $CC^T$ ,  $D^TD$ ,  $EE^T$  e  $FF^T$  são positivas definidas.

**Exercício 3.** Determine a decomposição de Cholesky, de todas as matrizes definidas positivas, do item(d).

**Exercício 4.** Dados os vetores:

$$b = \begin{bmatrix} 3 \\ 10 \\ -18 \\ \frac{7}{4} \end{bmatrix}, \quad \tilde{b} = \begin{bmatrix} -12 \\ 7 \\ -10 \\ -5 \end{bmatrix}, \quad \hat{b} = \begin{bmatrix} 8 \\ -15 \\ -9 \\ -\frac{31}{4} \end{bmatrix}, \quad \hat{\hat{b}} = \begin{bmatrix} -44 \\ 19 \\ 49 \\ \frac{131}{4} \end{bmatrix}, \quad \bar{b} = \begin{bmatrix} -2 \\ 29 \\ 0 \\ \frac{65}{4} \end{bmatrix}, \quad \tilde{\tilde{b}} = \begin{bmatrix} -\frac{221}{3} \\ -\frac{128}{3} \\ \frac{107}{4} \\ \frac{58}{9} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \bar{\bar{b}} = \begin{bmatrix} -\frac{80}{3} \\ -\frac{445}{6} \\ 5 \\ -\frac{787}{18} \end{bmatrix}$$

e as matrizes  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$  e  $F$ , do exercício anterior, resolva os seguintes sistemas de equações:

$$Ax = b, \quad Bx = \tilde{b}, \quad Cx = \hat{b}, \quad Dx = \tilde{\tilde{b}}, \quad AA^Tx = \hat{\hat{b}}, \quad CC^Tx = \bar{b}, \quad EE^Tx = \tilde{\tilde{\tilde{b}}} \quad \text{e} \quad FF^Tx = \bar{\bar{b}}$$

**Exercício 5.** Usando pivoteamento parcial, resolva os seguintes sistemas de equações:

$$Ax = b, \quad Cx = \hat{b} \quad \text{e} \quad Ex = \bar{\bar{b}}$$

**Exercício 6.** Usando pivoteamento completo, resolva os seguintes sistemas de equações:

$$Bx = \tilde{b}, \quad Dx = \tilde{\tilde{b}}, \quad \text{e} \quad Fx = \bar{\bar{\bar{b}}}$$

**Exercício 7.** Usando a decomposição  $LU$ , obtida no item (c) do exercício 1, de  $A$ ,  $C$  e  $F$ , determine  $A^{-1}$ ,  $C^{-1}$  e  $F^{-1}$ , respectivamente.