

Lista de Exercícios: Critérios de Convergência e a constante de Euler-Mascheroni.  
**Mariana da Silva Martins - 20020071188**

1e) temos  $a_n = \frac{n^2}{2n-1} - \frac{n^2}{2n+1}$ , usando teste da convergência monótona

"suponha que  $a_n$  seja uma sequência limitada..."

"deve existir um número real  $M$ , tal que  $|a_n| \leq M$ , temos  $n$  tende ao  $\infty$ , os termos da sequência tendem a um valor finito, portanto, a sequência é limitada."

"... Se existir  $N_0$  tal que  $a_n$  seja monótona a partir de  $N_0$ ..."

"Na sequência cada termo subsequente é menor que o anterior, a sequência é monótona decrescente."

"então  $a_n$  é convergente." Portanto pelo teste da C.M a sequência é convergente.

1e) ii. Use seu programa de sequências e liste os 10 pares  $(n, a_n)$  para  $n$  a partir de um valor  $n_{min}$  que achar conveniente.

```
6]: for n in range(1, 11):  
    an = (n**2 / (2*n - 1)) - (n**2 / (2*n + 1))  
    print(f"n = {n} -> an = {an}")
```

```
n = 1 -> an = 0.6666666666666667  
n = 2 -> an = 0.5333333333333332  
n = 3 -> an = 0.5142857142857142  
n = 4 -> an = 0.5079365079365079  
n = 5 -> an = 0.5050505050505047  
n = 6 -> an = 0.5034965034965038  
n = 7 -> an = 0.5025641025641026  
n = 8 -> an = 0.5019607843137255  
n = 9 -> an = 0.5015479876160986  
n = 10 -> an = 0.5012531328320806
```

$$\begin{aligned}
 1e) iii. \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N^2}{2N-1} - \frac{N^2}{2N+1} &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{(2N+1)N^2 + (2N-1)(-N^2)}{(2N-1)(2N+1)(2N-1)(2N+1)} \\
 \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{2N^3 + N^2 - 2N^3 + N^2}{(2N-1)(2N+1)} &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{2N^2}{2N(2N+1) - (2N+1)} \\
 \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{2N^2}{4N^2 + 2N - 2N - 1} &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{2N^2 \cdot \frac{1}{N^2}}{4N^2 - 1 \cdot \frac{1}{N^2}} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{2}{4 + \frac{-1}{N^2}} \\
 \text{logo, } \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N^2}{2N-1} - \frac{N^2}{2N+1} &= \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

- Questão 2 (código no [.ipynb](#))

n	Sn
100	5.177378
101	5.187378
102	5.197279
103	5.207082
104	5.216791
105	5.226407
106	5.235930
107	5.245364
108	5.254710
109	5.263969
110	5.273144
111	5.282235

