UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA - UFPB
CENTRO DE INFORMÁTICA - CI
DEPARTAMENTO DE COMPUTAÇÃO CIENTÍFICA - DCC
DISCIPLINA: Métodos Matemáticos I

Aluno(a): ....

Lista de Exercícios. Operadores Positivos.
Teorema dos Valores Singulares.

Obs. Na resolução de cada exercício indique todos os passos para que o raciocínio desenvolvido fique extremamente claro. Os cálculo em si podem, e devem, ser feitos usando algum *software* e coloque apenas os resultados indicando qual o *software* utilizado.

01. Dada a matriz $\mathbf{A}$:

(i) escreva a expressão da transformação linear $\mathbf{T}$ cuja matriz em relação as bases canônicas é $\mathbf{A}$ identificando o domínio e o contradomínio de $\mathbf{T}$;

(ii) determine a matriz A^t e escreva a expressão da transformação linear $\mathbf{T}^*$ adjunta de $\mathbf{T}$ em relação as bases canônicas identificando o domínio e o contradomínio de $\mathbf{T}^*$;

(iii) determine a matrizes $\mathbf{A}^t\mathbf{A}$ e $\mathbf{A}\mathbf{A}^t$, assim como as expressões dos operadores $\mathbf{T}^* \circ \mathbf{T}$ e $\mathbf{T} \circ \mathbf{T}^*$ identificando os seus domínios e contradomínios;

(iv) determine os autovalores de $\mathbf{A}^t\mathbf{A}$ (ou de $\mathbf{T}^* \circ \mathbf{T}$, ou de $\mathbf{T} \circ \mathbf{T}^*$, ou de $\mathbf{A}\,\mathbf{A}^t$);

(v) determine os valores singulares de $\mathbf{A}$ (ou de $\mathbf{T}$, ou de $\mathbf{T}^*$, ou de $\mathbf{A}^t$);

(vi) determine a base ortonormal de autovetores de $\mathbf{A}^t\mathbf{A}$ (ou de $\mathbf{T}^*\circ\mathbf{T}$);

(vii) determine a base ortonormal de autovetores de $\mathbf{A}\mathbf{A}^t$ (ou de $\mathbf{T}\circ\mathbf{T}^*$);

(viii) determine a matriz $\mathbf{U}$ cujas colunas são autovetores ortonormais de $\mathbf{A}\mathbf{A}^t$ (ou de $\mathbf{T} \circ \mathbf{T}^*$);

(ix) determine a matriz $\mathbf{V^t}$ cujas linhas são autovetores ortonormais de $\mathbf{A}^t\,\mathbf{A}$ (ou de $\mathbf{T}^* \circ \mathbf{T}$);

(x) determine a matriz $\sqrt{\Sigma}$ dos valores singulares de $\mathbf{A}$ (ou de $\mathbf{A}^t$, ou de $\mathbf{T}$, ou de $\mathbf{T}^*$);

(xi) ilustre o Teorema da Decomposição em Valores Singulares para $\mathbf{A}$ calculando o produto $\mathbf{U}\sqrt{\mathbf{\Sigma}}\,\mathbf{V^t}$ e verificando se de fato a identidade $\mathbf{A} = \mathbf{U}\sqrt{\mathbf{\Sigma}}\,\mathbf{V^t}$ está satisfeita.

(a) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, (b) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, (c) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$,

(d) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$, (e) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$, (f) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$,

(g) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, (h) $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$.

Referências.

[1] J. L. Boldrini, S. R. Costa, V. L. Figueiredo, H. G. Wetzler; Álgebra Linear, 3a edição, editora HARBRA, 1986.
[2] E. L. Lima; Álgebra Linear, Coleção Matemática Universitária, 6a edição, 2003.
[3] S. Lipschutz, M. Lipson; Álgebra Linear, tradução da 4a edição norte americana “Schaum's outline of theory and problems of linear algebra”, Bookman, 2011.
[4] G. Strang; Álgebra Linear e suas aplicações, tradução da 4a edição norte-americana “Linear algebra and its application” , Cengage Learning, 2014.