

Lista de Exercícios: Sequências Monótonas Limitadas e Teorema de Bolzano-Weierstrass
 Mariana da Silva Martins - 20020071188

1) Sequência não constante, limitada e decrescente

$$a_n = \frac{1}{n}, \text{ para } n \geq 1$$

$$a_n = \left\{ \begin{array}{cccccc} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \dots \end{array} \right\}$$

decrescente: $a(n) > a(n+1)$
 não constante
 limitada: $0 \leq a_n \leq 1$

2) d. falsa, o limite não é necessariamente zero.

Tomemos $a_n = -n$, para $n \geq 1$, é decrescente e limitada inferiormente, porém seu limite é $-\infty$

$$3b) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} n^{\frac{1}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} e^{\ln(n^{\frac{1}{n}})} = \lim_{n \rightarrow \infty} e^{\frac{1}{n} \ln n}$$

$$= e^{\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} \ln n \right)} = e^0 = 1$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} \ln n \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\ln n}{n} \right) \stackrel{L.H.}{=} \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\frac{1}{n}}{1} \right) = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1$$

```
In [5]: # Temos  $A(n+1) = 0.9 A(n) + 0.05 C(n)$   
#  $B(n+1) = 0.1 A(n) + 0.8 B(n)$   
#  $C(n+1) = 0.95 C(n) + 0.2 B(n)$   
  
# População inicial  
A, B, C = 15000, 10000, 10000  
  
# Simular por 10 anos  
for n in range(1, 11):  
    A_prox = 0.9 * A + 0.05 * C  
    B_prox = 0.1 * A + 0.8 * B  
    C_prox = 0.95 * C + 0.2 * B  
  
    A, B, C = A_prox, B_prox, C_prox  
  
    print(f"Ano {n}: A = {A:.0f}, B = {B:.0f}, C = {C:.0f}")
```

```
Ano 1: A = 14000, B = 9500, C = 11500  
Ano 2: A = 13175, B = 9000, C = 12825  
Ano 3: A = 12499, B = 8518, C = 13984  
Ano 4: A = 11948, B = 8064, C = 14988  
Ano 5: A = 11503, B = 7646, C = 15851  
Ano 6: A = 11145, B = 7267, C = 16588  
Ano 7: A = 10860, B = 6928, C = 17212  
Ano 8: A = 10634, B = 6628, C = 17737  
Ano 9: A = 10458, B = 6366, C = 18176  
Ano 10: A = 10321, B = 6139, C = 18540
```