

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA - UFPB
CENTRO DE INFORMÁTICA - CI
DEPARTAMENTO DE COMPUTAÇÃO CIENTÍFICA - DCC
DISCIPLINA: Métodos Matemáticos I

Aluno(a):

Lista de Exercícios. Operadores Positivos.

Operador Raiz Quadrada.

Obs. Na resolução de cada exercício indique todos os passos para que o raciocínio desenvolvido fique extremamente claro. Os cálculos em si podem, e devem, ser feitos usando algum *software*. Indique qual o *software* utilizado.

01. Considere a matriz \mathbf{A} na base canônica \mathbf{B}_1 do espaço vetorial \mathbb{V} em questão.

- (i) Usando a base canônica \mathbf{B}_1 , determine a matriz $\mathbf{A}^t \mathbf{A}$ e também a expressão do operador \mathbf{T} cuja matriz é $\mathbf{A}^t \mathbf{A}$.
- (ii) Determine os autovalores de $\mathbf{A}^t \mathbf{A}$ (ou de \mathbf{T}) e verifiquem que os mesmos são não negativos.
- (iii) Determine uma base ortonormal \mathbf{B}_2 formada por autovetores de $\mathbf{A}^t \mathbf{A}$ (ou de \mathbf{T}).
- (iv) Determine a matriz $\sqrt{\mathbf{A}^t \mathbf{A}}$ na base \mathbf{B}_2 de autovetores e escreva a expressão do operador $\sqrt{\mathbf{T}}$, também na base \mathbf{B}_2 .
- (v) Usando a matriz mudança da base \mathbf{B}_2 para a base \mathbf{B}_1 , escreva a expressão do operador $\sqrt{\mathbf{T}}$ na base \mathbf{B}_1 .
- (vi) Usando a base canônica \mathbf{B}_1 , verifique se $\sqrt{\mathbf{T}} \circ \sqrt{\mathbf{T}} = \mathbf{T}$ e que $\sqrt{\mathbf{A}} \sqrt{\mathbf{A}} = \mathbf{A}$.

$$(a) \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad (b) \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (c) \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix},$$

$$(d) \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (e) \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Referências.

[1] J. L. Boldrini, S. R. Costa, V. L. Figueiredo, H. G. Wetzler; Álgebra Linear, 3a edição, editora HARBRA, 1986.

- [2] E. L. Lima; Álgebra Linear, Coleção Matemática Universitária, 6a edição, 2003.
- [3] S. Lipschutz, M. Lipson; Álgebra Linear, tradução da 4a edição norte americana “Schaum’s outline of theory and problems of linear algebra”, Bookman, 2011.
- [4] G. Strang; Álgebra Linear e suas aplicações, tradução da 4a edição norte-americana “Linear algebra and its application” , Cengage Learning, 2014.