

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA - UFPB  
CENTRO DE INFORMÁTICA - CI  
DEPARTAMENTO DE COMPUTAÇÃO CIENTÍFICA - DCC  
DISCIPLINA: Métodos Matemáticos I

Aluno(a): .....

**Lista de Exercícios - Espaços com PI.  
Projeções. Coeficientes de Fourier.  
Processo de Ortogonalização de Gram-Schmidt.**

01. Dados o espaço vetorial  $\mathbb{V}$ , com o PI indicado, a norma induzida pelo PI e a base  $\mathbf{B}_1$ , use o processo de ortogonalização de Gram-Schmidt detalhadamente e obtenha a base **ortonormal**  $\mathbf{B}_2$  a partir de  $\mathbf{B}_1$ . Em seguida obtenha a matriz mudança da base  $\mathbf{B}_1$  para a base  $\mathbf{B}_2$  e verifique se a mesma é triangular.

$$(a) \mathbb{V} = \mathbb{R}^4, \langle x, y \rangle = \sum_{k=1}^4 x_k y_k, \mathbf{B}_1 = \{(1, 1, 0, 0), (0, 1, 1, 0), (0, 0, 1, 1), (1, 1, 0, 1)\}.$$

$$[v]_{\mathbf{B}_1} = (1, 1, 1, 1).$$

$$(b) \mathbb{V} = \mathbb{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R}), \langle A, B \rangle = \text{tr}(B^t A), \mathbf{B}_1 = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right\}.$$

$$[v]_{\mathbf{B}_1} = (1, 1, 1, 1).$$

$$(c) \mathbb{V} = \mathbb{R}^4, \langle x, y \rangle = \sum_{k=1}^4 x_k y_k, \mathbf{B}_1 = \{(1, 0, 0, 1), (0, 1, 1, 1), (0, 0, 1, 1), (1, 1, 0, 0)\}.$$

$$[v]_{\mathbf{B}_1} = (1, 1, 1, 1).$$

$$(d) \mathbb{V} = \mathbb{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R}), \langle A, B \rangle = \text{tr}(B^t A), \mathbf{B}_1 = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right\}.$$

$$[v]_{\mathbf{B}_1} = (1, 1, 1, 1).$$

**Referências.**

- [1] J. L. Boldrini, S. R. Costa, V. L. Figueiredo, H. G. Wetzler; Álgebra Linear, 3a edição, editora HARBRA, 1986.
- [2] E. L. Lima; Álgebra Linear, Coleção Matemática Universitária, 6a edição, 2003.
- [3] S. Lipschutz, M. Lipson; Álgebra Linear, tradução da 4a edição norte americana “Schaum’s outline of theory and problems of linear algebra”, Bookman, 2011.
- [4] G. Strang; Álgebra Linear e suas aplicações, tradução da 4a edição norte-americana “Linear algebra and its application”, Cengage Learning, 2014.