**Московский Авиационный Институт**

(Национальный Исследовательский Университет)

Факультет информационных технологий и прикладной математики

Курсовая работа

по курсу “Фундаментальная информатика”

Задание III: Вещественный тип. Приближенные вычисления. Табулирование функций

Студент: Лагуткина М. С.

Группа: М8О-106Б-19

Руководитель: Дубинин А. В.

Оценка: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Дата: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Подпись: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Задание**

Составить программу на Си, которая печатает таблицу значений элементарной функции, вычисленной двумя способами: по формуле Тейлора и с помощью встроенных функций языка программирования. В качестве аргументов таблицы взять точки разбиения отрезка [a, b] на n равных частей (n + 1 точка, включая концы отрезка), находящихся в рекомендованной области хорошей точности формулы Тейлора. Вычисления по формуле Тейлора проводить по экономной в сложностном смысле схеме с точностью ε×k, где ε — машинное эпсилон аппаратно реализованного вещественного типа для данной ЭВМ, а k — экспериментально подбираемый коэффициент, обеспечивающий приемлемую сходимость. Число итераций должно ограничиваться сверху числом порядка 100. Программа должна сама определять машинное ε и обеспечивать корректные размеры генерируемой таблицы.

**Вариант №10**

Функция:

Значения концов отрезка [a, b]: a = 0.0; b = 1.0

Ряд:

**Метод решения**

Вычисление значений функции на отрезке от 0.0 до 1.0 через ряд Тейлора и с помощью программных средств.

## Представление вещественных чисел

Числа с плавающей запятой — один из возможных способов представления действительных чисел, который является компромиссом между точностью и диапазоном принимаемых значений. Т.к. некоторые значение чисел невозможно хранить со 100% точностью, то для сравнения чисел используется машинная эпсилон ­– : Числа a и b считаются равными, если .

Число с плавающей запятой состоит из набора отдельных двоичных разрядов, условно разделенных на так называемые знак, порядок и мантиссу. В наиболее распространённом формате (стандарт IEEE 754) число с плавающей запятой представляется в виде набора битов, часть из которых кодирует собой мантиссу числа, другая — показатель степени, и ещё один бит используется для указания знака числа (0 — если число положительное, 1 — если отрицательное). При этом порядок записывается как целое число в коде со сдвигом, а мантисса — в нормализованном виде, своей дробной частью в двоичной системе счисления. Так как старший двоичный разряд (целая часть) мантиссы вещественного числа в нормализованном виде всегда равен «1», то его можно не записывать, сэкономив таким образом один бит, что и используется в стандарте IEEE 754.

## Типы float и double

Оба типа хранят числа с плавающей запятой, разница заключается в количестве используемых байтов и следовательно точности представления числа.

Сравнение типов float и double

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Тип** | **Точность** | **Размер** | **Количество знаков мантиссы** | **Максимальное положительное значение** | **Максимальное значение** |
| float | Одинарная | 4 байта | 7 | 1.4e-45 | 3.4e38 |
| double | Двойная | 8 байт | 15 | 5.0e-324 | 1.7e308 |

**Формула Тейлора**

Ряд Тейлора — разложение функции в бесконечную сумму степенных функций.

Определение:

Если f(x) имеет n+1 производную на отрезке с концами a и x, то для положительного числа p найдется точка ξ, лежащая между а и x, такая что

Для разложения заданной функции использовались следующие формулы разложения элементарных функций в ряд Маклорена:

Формула Тейлора сводит вычисление трансцендентных функций к алгебраическим. Однако этот простой способ не применяется на практике ввиду большой ресурсоемкости и значительной погрешности.

**Функциональное назначение программы**

Программа предназначена для проведения высокоточных вычислений значения функции в определённой точке двумя способами. Объём данных не ограничен. Значения ограничены размерами переменной типа double для аргумента функции и типом double для значения функции.

**Алгоритм работы программы**

Входные данные

На вход программе подается значение n – десятичное число – количество частей, на которое нужно разбить отрезок [a;b].

Выходные данные

В результате работы программы выводится значение машинного ε, значение переменной delta, где delta = ε\*k (в данном случае k = 1). Ниже выводится таблица из n+1 строки, в ней отображается значение точки, в которой вычисляется заданная функция двумя способами; в следующей колонке выводится значение функции, вычисленной с помощью программных средств языка программирования; рядом выводится значение функции, вычисленной с помощью ряда Тейлора; рядом выводится значение i – количество шагов, за которое было найден значение через ряд Тейлора; далее выводится значение погрешности функции Тейлора, путем вычисления разности между двумя полученными результатами.

**Алгоритм работы программы**

Программа вычисляет значение функции в данной точке двумя способами: с помощью ряда Тейлора и программных средств языка программирования.

Принципы работы функций программы приведены далее (в том порядке, в каком они указаны в программе).

Вычисление машинного эпсилон

Происходит деление единицы на 2 до тех пор, пока не нарушится условие

Вычисление с помощью программных средств языка программирования

Вычисление происходит с помощью функции sin(x), описание которой находится в заголовочном файле math.h.

Ряд Тейлора

Ряд Тейлора преобразуется в функцию, которая вычисляет слагаемые ряда. В цикле происходит сложение полученных слагаемых до тех пор, пока разность между предыдущей суммы слагаемых и суммой слагаемых, вычисленных на момент сравнения, не станет меньше delta. Для того, чтобы зайти в цикл, первоначально переменная pre\_sum равна 1.

Сравнение двух чисел

Если разность двух чисел по модулю меньше delta, то числа считаются равными.

**Вывод**

Составлена программа на языке Си, которая вычисляет значение заданной функции двумя способами. Значения функции, вычисленные предложенными способами, совпадают с точностью до 16-го знака после запятой.

**Список литературы**

1.Представление вещественных чисел в памяти компьютера / [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=Представление_вещественных_чисел>

2.Информация о выполняемом задании / [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://faq8.ru>