

1 Rozbor a analýza algoritmu

Algoritmus *Mesh Multiplication* [1] je paralelný algoritmus pre násobenie matíc. Vstupné matice A a B o veľkostiach $m \times n$ a $n \times k$ vstupujú do mriežky procesorov o veľkosti $m \times k$ a algoritmus prebieha nasledovne:

- riadky matice A postupne vstupujú do hraničných procesorov mriežky zľava,
- stĺpce matice B postupne vstupujú do hraničných procesorov mriežky zhora,
- každý nehraničný procesor potom čaká na práve dve hodnoty a a b , a od ľavého susedného procesoru $P_{i,j-1}$ a b od horného susedného procesoru $P_{i-1,j}$,
- každý procesor po obdržaní týchto dvoch hodnôt tieto hodnoty vynásobí a pričíta k svojej internej hodnote c ($c = a * b$), c je inicializované na hodnotu 0,
- po spracovaní hodnôt, každý procesor predáva hodnotu a pravému susednému procesoru $P_{i,j+1}$, kým $j \neq k$, a hodnotu b dolnému susednému procesoru $P_{i+1,j}$, kým $i \neq m$.

1.1 Zložitosť algoritmu

Pre odvodenie zložitosti algoritmu uvažujem dva prípady a to,

- $m \leq n$ a $k \leq n$, t.j. v najhoršom prípade je počet procesov $p(n) = n^2$,
- a obecnější prípad, $m \times n$ a $n \times k$, t.j. $p(m, k) = m * k$.

V prvom prípade časovú zložitosť určíme podľa počtu krokov, v ktorom sa posledné hodnoty $a_{n,1}$ a $b_{1,n}$ dostanú do posledného procesoru, čo je v najhoršom prípade procesor $P_{n,n}$ a môžeme teda konštatovať, že ide o lineárnu časovú zložitosť, čo sme určili ako

$$t(n) = n + n + n - 2 = O(n)$$

Keďže priestorovú zložitosť sme určili ako $p(n) = n^2$, celkovú cenu algoritmu určíme ako

$$c(n) = t(n) * p(n) = O(n) * n^2 = O(n^3),$$

čo znamená, že algoritmus je optimálny.

V druhom prípade časovú zložitosť určíme opäť podľa počtu krokov, v ktorom sa posledné hodnoty $a_{m,1}$ a $b_{1,k}$ dostanú do posledného procesoru, čo je v tomto prípade procesor $P_{m,k}$ a teda časová zložitosť je

$$t(m, n, k) = m + k + n - 2$$

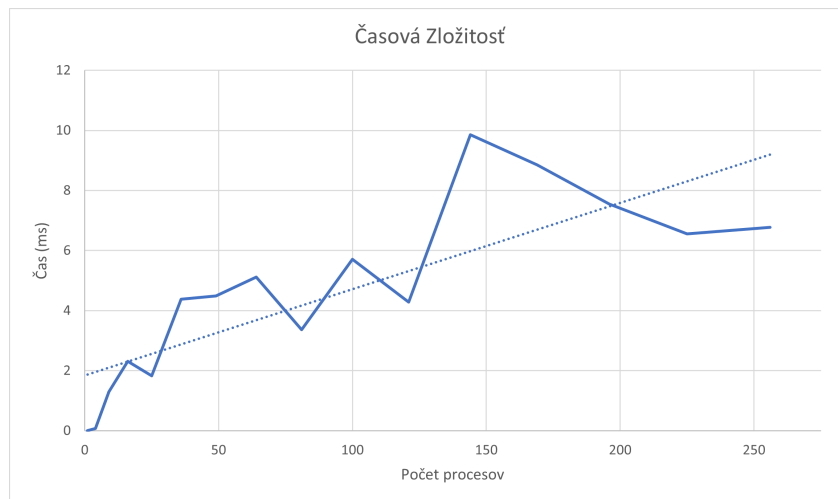
Keďže priestorovú zložitosť sme určili ako $p(m, k) = m * k$, celkovú cenu algoritmu určíme ako

$$c(n) = t(m, n, k) * p(m, k) = (m + k + n - 2) * (m * n) = kmn + m^2n + mn^2 - 2mn = O(n^2m).$$

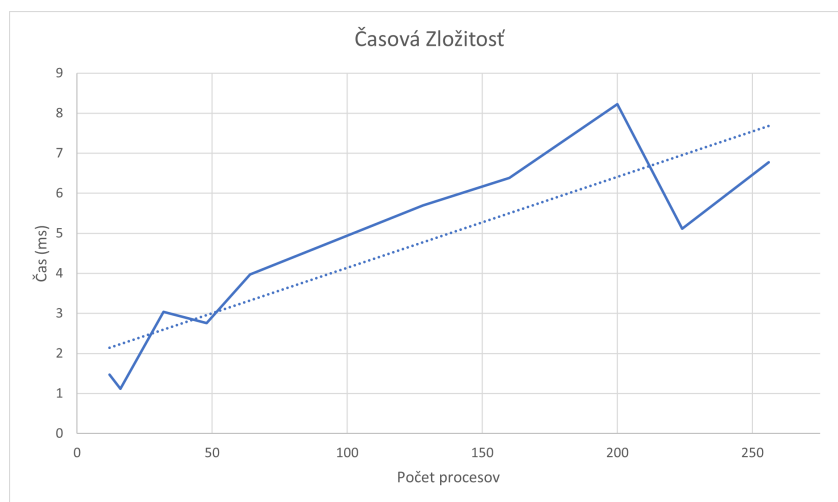
2 Experimenty

Pre overenie odvodennej teoretickej zložitosti boli vykonané experimenty so štvorcovými maticami a s maticami rôznych veľkostí. Pre každú veľkosť vstupu bolo meranie vykonané 9-krát a bola odstránená najvyššia a najnižšia hodnota merania. Zo zvyšných hodnôt bol vypočítaný aritmetický priemer.

Obr. 2.1: Experimenty - štvorcové matice



Obr. 2.2: Experimenty - rôzne veľkosti



3 Záver

Z experimentov vyplýva, že reálna zložitosť neodpovedá odvodenej teoretickej zložitosti. Pre štvorcové matice sú výsledky rôzne, avšak zanedbaním odchýliek by sa v grafe dala nájsť skôr lineárna závislosť. Pri rôznych veľkostiach je lineárna zložitosť oveľa zjavnejšia.

Literatúra

- [1] AKL, S. G. *The Design and Analysis of Parallel Algorithms*. 1. vyd. Prentice Hall, 1989. 179–181 s. ISBN 0-13-200056-3.