

## CALCUL NUMERIC – TEMA #7

**Ex. 1** Fie următorul sistem de ecuații neliniare:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ \frac{x^2}{8} - y = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$(x, y) \in [-3, 3] \times [-3, 3]$ . Să se implementeze în Matlab următoarele cerințe:

- Să se calculeze simbolic Jacobianul sistemului;
- Să se construiască grafic curbele  $\mathcal{C}_1 : x^2 + y^2 = 4$  și  $\mathcal{C}_2 : y = \frac{x^2}{8}$ ;
- Să se construiască procedura **Newton** cu sintaxa  $[x_{approx}, N] = \text{Newton}(F, J, x^{(0)}, \varepsilon)$  în baza algoritmului metodei Newton;
- Să se afle ambele puncte de intersecție apelând procedura **Newton** pentru datele  $\varepsilon = 10^{-6}$  și  $x^{(0)}$  ales în vecinătatea punctelor de intersecție.
- Să se construiască pe graficul curbelor punctele de intersecție.
- Să se adapteze programul **Newton** astfel încât matricea Jacobian va fi calculată aproximativ folosind diferențe finite. Să se recalculeze soluția apelând noua procedură.

**Ex. 2** Fie sistemul neliniar

$$\begin{cases} x_1^2 - 10x_1 + x_2^2 + 8 = 0 \\ x_1x_2^2 + x_1 - 10x_2 + 8 = 0 \end{cases} \quad (2)$$

$(x_1, x_2) \in [0, 5] \times [0, 5]$  Rămân valabile cerințele de la Ex. 1.

**Ex. 3** Să se afle polinomul de interpolare Lagrange  $P_2(x)$ , prin metodele directă, Lagrange, Newton și Newton cu diferențe divizate, a funcției  $f(x) = \sin(x)$  relativ la diviziunea  $(-\frac{\pi}{2}, 0, \frac{\pi}{2})$ . Să se evalueze eroarea  $|P_2(\frac{\pi}{6}) - f(\frac{\pi}{6})|$

**Ex. 4** 1) Să se construiască în Matlab următoarele proceduri conform sintaxelor:

- a)  $y = \text{MetDirecta}(X, Y, x)$
- b)  $y = \text{MetLagrange}(X, Y, x)$
- c)  $y = \text{MetN}(X, Y, x)$

conform metodelor prezentate la curs. Vectorii  $X, Y$  reprezintă nodurile de interpolare, respectiv valorile funcției  $f$  în nodurile de interpolare;

2) Să se construiască în Matlab în aceeași figură, graficele funcției  $f$  pe intervalul  $[a, b]$ , punctele  $(X_i, Y_i), i = \overline{1, n+1}$  și polinomul  $P_n$  obținut alternativ prin una din cele două metode. Datele problemei sunt:  $f(x) = \sin(x), n = 3, a = -\pi/2, b = \pi/2$ . Se va considera diviziunea  $(X_i)_{i=\overline{1, n+1}}$  echidistantă. Pentru construcția graficelor funcției  $f$  și  $P_n$ , folosiți o discretizare cu 100 noduri.

3) Reprezentați grafic într-o altă figură eroarea  $E = |f - P_n|$ .

4) Creșteți progresiv gradul polinomului  $P_n$  și rulați programele. Ce observați în comportamentul polinomului  $P_n$ ? Deduceți  $n$  maxim pentru care polinomu  $P_n$  își pierde caracterul.

Obs.: Polinoamele Lagrange sunt instabile pentru  $n$  mare, i.e., la o variație mică în coeficienți apar variații semnificative în valorile polinomului.