

# Laborator 7

2017-2018

Programare Logică

# Calculul propozițional clasic

□ În acest laborator vom implementa algoritmul Davis-Putnam în Prolog.

□ Vom folosi predicate implementate în laboratorul 6:

□ ați definit limbajul logicii propoziționale clasice în Prolog :

■ variabilele: `is_var(a).` `is_var(b).`

■ operatorii: `nu`, `si`, `sau`

`?- X= a si nu b.`

`X = a si nu b.`

□ ați definit predicatul `find_vars` care determină mulțimea variabilelor unei formule:

`?- find_vars(a imp (b imp (c sau a)), [], Vars).`

`Vars = [c, b, a].`

În continuare vom presupune ca formulele sunt corecte sintactic.

# Practică

Exercițiul 1: scrieți un predicat `inloc_imp(X,Y)` cu următorul efect: Y este X în care toate implicațiile au fost scrise folosind sau și nu.

Amintiți-vă că  $\varphi \rightarrow \psi \sim \neg\varphi \vee \psi$

## Exemplu:

```
?- inloc_imp(a imp b imp c, Y).
```

```
Y = nu a sau nu b sau c
```

# Forma NNF

Fie  $\varphi$  o formulă din calculul propozițional clasic care nu conține implicații.

- Formula  $\varphi$  este în forma **NNF** dacă negația este numai pe variabile.

Exemple:

$p \wedge \neg q$  este în formă NNF

$\neg(p \vee q) \wedge r$  nu este în formă NNF

- Formula  $\varphi$  poate fi adusă la forma NNF folosind:

- regulile De Morgan

$$\neg(\varphi \vee \psi) \sim \neg\varphi \wedge \neg\psi,$$

$$\neg(\varphi \wedge \psi) \sim \neg\varphi \vee \neg\psi,$$

- principiului dublei negații

$$\neg\neg\psi \sim \psi$$

Exercițiul 2: scrieți un predicat `is_nnf(X)` care să întoarcă `true` dacă  $X$  este în formă NNF; vom presupune ca  $X$  nu conține implicații.

# Practică

Exercițiul 3: scrieți un predicat `nnf(X,Y)` astfel încât `Y` să fie `X` în formă NNF; vom presupune ca `X` nu conține implicații.

## Exemplu:

```
?- nnf(nu nu a, Y).
```

```
Y = a .
```

```
?- nnf(a, Y).
```

```
Y = a .
```

```
?- nnf(a si nu nu b, Y).
```

```
Y = a si b .
```

```
?- nnf(nu (a sau b) si nu nu c, Y).
```

```
Y = (nu a si nu b)si c
```

# FND si FNC

- Un literal este o variabilă sau negația unei variabile.
- O **formă normală disjunctivă** (FND) este o disjuncție de conjuncții de literali.
- O **formă normală conjunctivă** (FNC) este o conjuncție de disjuncții de literali.
- Dacă  $\varphi$  este o formulă în forma NNF atunci ea poate fi adusă la FNC sau FND folosind **distributivitatea**

$$\begin{aligned}\varphi \vee (\psi \wedge \chi) &\sim (\varphi \vee \psi) \wedge (\varphi \vee \chi), \\ (\psi \wedge \chi) \vee \varphi &\sim (\psi \vee \varphi) \wedge (\chi \vee \varphi)\end{aligned}$$

# FNC

Orice formulă poate fi adusa la FNC prin urmatoarele transformări:

1. înlocuirea implicațiilor și echivalențelor

$$\begin{aligned}\varphi \rightarrow \psi &\sim \neg\varphi \vee \psi, \\ \varphi \leftrightarrow \psi &\sim (\neg\varphi \vee \psi) \wedge (\neg\psi \vee \varphi)\end{aligned}$$

2. regulile De Morgan

$$\begin{aligned}\neg(\varphi \vee \psi) &\sim \neg\varphi \wedge \neg\psi, \\ \neg(\varphi \wedge \psi) &\sim \neg\varphi \vee \neg\psi,\end{aligned}$$

3. principiului dublei negații

$$\neg\neg\psi \sim \psi$$

4. distributivitatea

$$\begin{aligned}\varphi \vee (\psi \wedge \chi) &\sim (\varphi \vee \psi) \wedge (\varphi \vee \chi), \\ (\psi \wedge \chi) \vee \varphi &\sim (\psi \vee \varphi) \wedge (\chi \vee \varphi)\end{aligned}$$

# Exemple

1. Determinați FNC pentru formula

$$(\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow (p \rightarrow q)$$

$$\sim \neg(\neg p \rightarrow \neg q) \vee (p \rightarrow q)$$

$$\sim \neg(p \vee \neg q) \vee (\neg p \vee q)$$

$$\sim (\neg p \wedge q) \vee (\neg p \vee q)$$

$$\sim (\neg p \vee \neg p \vee q) \wedge (q \vee \neg p \vee q)$$

2. Determinați FNC pentru formula

$$\neg((p \wedge q) \rightarrow q)$$

$$\sim \neg(\neg(p \wedge q) \vee q)$$

$$\sim p \wedge q \wedge \neg q$$



# Practică

Exercițiul 4: scrieți un predicat `cnf(X,Y)` astfel încât `Y` să fie `X` în formă cnf.

## Exemplu:

```
?- cnf(a,Y).
```

```
Y = a .
```

```
?- cnf(a imp b,Y).
```

```
Y = nu a sau b .
```

```
?- cnf(a imp b imp c,Y).
```

```
Y = nu a sau nu b sau c .
```

```
?- cnf(a imp b imp (c si d),Y).
```

```
Y = (nu a sau nu b sau c)si(nu a sau nu b sau d)
```

Exercițiul 5: scrieți un predicat `toclausal(F,L)` astfel încât `L` să fie forma clauzală a lui `F`, unde `F` este în formă cnf.

## Exemplu:

```
?- toclausal((a sau nu b) si (nu c sau nu a) si d, L).  
L = [[a, nu b], [nu c, nu a], [d]].
```

- Scrieți un predicat `remove_trivial(LC,L)` unde `L` și `LC` sunt forme clauzale, `L` fiind obținută prin eliminarea clauzelor triviale din `LC`.

## Exemplu:

```
?- remove_trivial([[a,b, nu a],[c],[b ,d, e, nu d]], L).  
L = [[c]]
```

Exercițiul 6: Combinând predicatele pe care le-ați scris până acum, scrieti un predicat `clausal_form(F,LC)` în care `F` este o formulă corectă (nu neapărat în formă cnf) iar `LC` este forma ei clauzală.

**Exemplu:**

```
?- clausal_form(a si (b imp (nu a sau c)), LC).  
LC = [[a], [nu b, nu a, c]]
```

Exercițiul 7: Scrieți două predicate `list1(LC,X,L1)` și `list2(LC,X,L2)` în care:

LC este o formă clauzală,

X este o variabila care apare în LC,

L1 este lista clauzelor care contin literalul X,

L2 este lista clauzelor care contin literalul nu X.

## Exemplu:

```
?- list1([[a],[nu b, nu a, c]],a, L1).
```

```
L1 = [[a]].
```

```
?- list2([[a],[nu b, nu a, c]],a, L2).
```

```
L2 = [[nu b, nu a, c]].
```

Exercițiul 8: Scrieți un predicat `allresolvents(LC, X, LR)` : în care LR este lista rezolvenților obținu cti prin aplicarea rezoluției pentru variabila X și clauzele din LC.

## Exemplu:

```
?- allresolvents([[a],[nu a, c], [d], [a, b]], a, LR).  
LR = [[c], [b, c]].
```

## Atenție:

- pentru eliminarea duplicatelor folosiți predicatul predefinit `list_to_set/2`.
- poate fi util predicatul predefinit `findall/3`.

## Practică

Exercițiul 9: Scrieți un predicat `resolution1(LV, LC, Sat)` în care `LC` este o formă clauzală, `LV` este listă variabilelor care apar în `LC`, `Sat` este rezultatul algoritmului Davis-Putnam având la intrare lista de clauze `LC` astfel încât variabila considerată la fiecare pas este dată de lista `LV`.

De exemplu, dacă `LV=[b,a,c]` la primul pas din algoritmul Davis-Putnam se vor considera clauzele care conțin ca literali `b` și `nu b`, la al doilea pas `a` și `nu a`, șamd.

### Exemplu:

```
?- resolution1([a,b,c,d],[[a],[nu a, c], [d], [a, b]], Sat).  
Sat = [] . % lista vida de clauze  
?- resolution1([a,c],[[a],[nu a, c], [nu c]], Sat).  
Sat = [[]]. % lista contine numai clauza vida
```

# Practică

Exercițiul 10: Combinând predicatele scrise până acum, scrieți un predicat `resolution(F, Sat)` în care `F` este o formulă corectă din calculul propozițional iar `Sat` este ieșirea algoritmului Davis-Putnam, i.e:

`Sat=[]` dacă `F` este satisfiabilă,

`Sat=[[]]` dacă `F` nu este satisfiabilă.

## Exemplu:

```
?- resolution(a imp (a sau b), Sat).
```

```
Sat = [].
```

```
?- resolution(a si nu a, Sat).
```

```
Sat = [[]].
```



Succes la examen!