Coding per la statistica e la Data Science

Università degli Studi di Torino

Gabriele Alfarone, Marianna Carlone

Secondo semestre a.a. 2023/24

Contents

1	Nozioni di base della programmazione					
	1.1	Esempi di algoritmi	4			
		1.1.1 Algoritmo di ordinamento a selezione	5			
		1.1.2 Ricerca sequenziale	5			
		1.1.3 Ricerca binaria	6			
		1.1.4 Ricorsione	6			
		1.1.5 Algoritmo di ricerca - Labirinto	6			
		1.1.6 Algoritmo di compressione	7			
		1.1.7 Altri esempi di algoritmi	7			
		1.1.8 Scenario per pratica algoritmica: i grafi	7			
		1.1.9 Algoritmo di Kruskal (1956)	8			
		1.1.10 Algoritmo di Dijkstra (1956)	8			
2	2 Variabili e Operazioni					
	2.1 Assegnazione di variabili					
	2.2	Tipi di dati fondamentali	9			
2.3 Operazioni su variabili numeriche		Operazioni su variabili numeriche	9			
	2.4	Operazioni sulle stringhe	11			
	2.5	Ricerca e sostituzione di sottostringhe	12			
	2.6	Esercizi aggiuntivi	13			
	2.7	Approfondimenti	17			
		2.7.1 Approfondimento sulle liste	17			
		2.7.2 Approfondimento sui vettori	19			
3	Str	tture di controllo condizionale (if-else)	24			

4	Cicl	li .	2 8				
	4.1	Esercizi finali	30				
5	Fun	zioni	34				
	5.1	Esercizi	34				
	5.2	Concetti avanzati sulle funzioni	37				
6	Mat	trici e array	39				
	6.1	Matrici	39				
		6.1.1 Richiamo degli elementi di una matrice $\ \ldots \ \ldots \ \ldots \ \ldots \ \ldots \ \ldots$	41				
		6.1.2 Etichette della matrice	42				
		6.1.3 Operazioni tra matrici	42				
	6.2	Array	43				
		6.2.1 Esercizi	43				
		6.2.2 Esercizi finali	44				
7	Dataframes						
	7.1	Esercizi	49				
8	Fact	tor e tabelle di frequenza	5 0				
	8.1	Factor	50				
	8.2	Tabelle di frequenza	51				
	8.3	Esercizi	51				
9	Data	a import/export in R	52				
10	Tidy	yverse e Dplyr	5 3				
	10.1	Esempio sul dataset mtcars	54				
11	Visu	ualizzazione dei dati in R	55				
12	Fun	zioni apply	6 0				
	12.1	Esempi di utilizzo	60				
	12.2	Esercizi di implementazione in R	61				
13	Esei	rcizi di implementazione di funzioni	65				
	13.1	Vettori	65				
	13.2	Matrici	68				
	13.3	Array	70				
		Liste	74				
		Dataframos	75				

14	Esercizi di implementazione di algoritmi di ordinamento e test di efficienza	ntazione di algoritmi di ordinamento e test di efficienza 77			
15	Esercitazione 1 - Space Exploration	81			
	15.1 Importare i dati	81			
	15.2 Albori dell'esplorazione spaziale	81			
	15.3 Percentuale di successo	84			
	15.4 New Space Economy	85			
16	Esercitazione 2 - Grain deal	91			
	16.1 Importare i dati	91			
	16.2 Grano ucraino	95			
17	Simulazione d'esame	100			
	17.1 Domanda 1: funzione personalizzata e/o algoritmo	100			
	17.2 Domanda 2: analisi di dataframe	101			
	17.3 Domanda 3: analisi di dataframe	103			

1 Nozioni di base della programmazione

La programmazione è il processo di scrivere istruzioni che un computer può eseguire per risolvere un problema specifico o svolgere una determinata attività. Comprendere le nozioni di base della programmazione e non lo studio a memoria di funzioni, librerie, ecc. è fondamentale per potere sviluppare applicazioni software e risolvere problemi in maniera efficiente.

Algoritmo

Per algoritmo si intende una sequenza di istruzioni ben definite e ordinate che descrivono un metodo per risolvere un problema. Gli algoritmi forniscono concettualmente un guida step-by-step su come eseguire una determinata attività.

Strutture dati

Le strutture dati sono metodi per organizzare e memorizzare dati in modo efficace all'interno di un programma. Le strutture dati possono essere di diversa natura, le più comuni includono vettori, liste, pile, code, grafi. Le variabili invece sono simboli utilizzati per memorizzare dati in memoria durante l'esecuzione di un programma.

Variabili

Le variabili invece sono simboli utilizzati per memorizzare dati in memoria durante l'esecuzione di un programma. Possono contenere valori di diversi tipi, come numeri, stringhe o oggetti complessi. Nel corso si andrà ad approfondire come le variabili interagiscano tra loro in base alla diversa tipologia.

Controllo di flusso

Il controllo di flusso determina l'ordine in cui le istruzioni vengono eseguite in un programma. Le strutture di flusso comuni includono istruzioni condizionali (if-else), cicli (for, while) e istruzioni salto (break, continue). Per quanto riguarda R, esso ci offre diversi modi per evitare i cicli. Ad esempio, se si ha un vettore e se ne vuole ottenere la somma degli elementi potrei sia risolvere il problema attraverso un ciclo, come succede in altri linguaggi di programmazione, sia utilizzando una funzione integrata nel sistema.

Funzioni

Le funzioni sono blocchi di codice autonomi che eseguono una determinata operazione. Le funzioni consentono di organizzare il codice in unità riutilizzabili e modulari, migliorando la leggibilità e la manutenibilità del codice. Non sempre il codice "fila liscio", quindi la gestione degli errori e il processo di identificazione sono strettamente necessari. Le tecniche comuni includono la validazione dell'input, la gestione delle eccezioni e il debug del codice.

Pensiero Algoritmico

Il pensiero algoritmico è la capacità di risolvere problemi in modo logico e sistematico, identificando gli algoritmi appropriati e applicando tecniche di risoluzione dei problemi. Il pensiero algoritmico è una competenza fondamentale per diventare un programmatore efficace.

1.1 Esempi di algoritmi

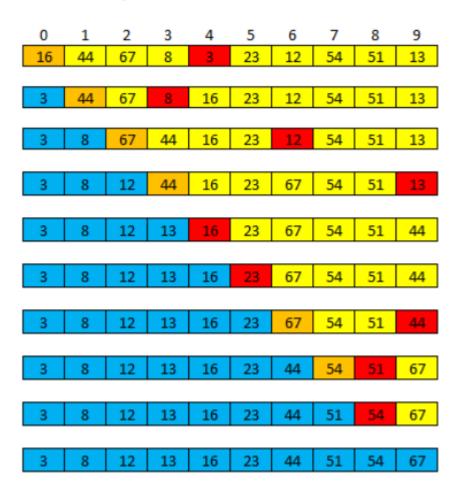
In questa sezione esploreremo diversi esempi di algoritmi utilizzati per risolvere una vasta gamma di problemi computazionali, come:

- ordinamento di una lista di numeri: algoritmo di ordinamento a selezione
- ricerca di un elemento in un array: ricerca sequenziale o ricerca binaria
- calcolo del fattoriale di un numero: ricorsione
- risoluzione di un labirinto: algoritmo di ricerca
- compressione di dati: algoritmo di compressione basato su frequenze

1.1.1 Algoritmo di ordinamento a selezione

L'algoritmo di ordinamento a selezione identifica di volta in volta il numero minore nella sequenza di partenza e lo sposta nella sequenza ordinata; di fatto la sequenza viene suddivisa in due parti: la sottosequenza ordinata, che occupa le prime posizioni dell'array, e la sottosequenza da ordinare, che costituisce la parte restante dell'array. Dovendo ordinare un array A di lunghezza n, si fa scorrere l'indice i da 1 a n-1 ripetendo i seguenti passi:

- si cerca il più piccolo elemento della sottosequenza $A[i \dots n]$;
- si scambia questo elemento con l'elemento i-esimo.



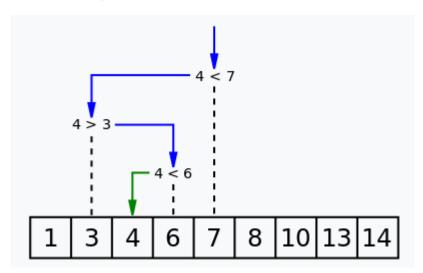
1.1.2 Ricerca sequenziale

In informatica la ricerca sequenziale (o ricerca lineare) è un algoritmo utilizzabile per trovare un elemento in un insieme non ordinato. L'algoritmo controlla in sequenza gli elementi dell'insieme, arrestandosi quando ne trova uno che soddisfa il criterio di ricerca; non potendosi avvalere di alcun ordinamento tra gli elementi, l'algoritmo può concludere con certezza che l'insieme non contiene alcun elemento corrispondente solo dopo averli verificati tutti, richiedendo pertanto un numero di controlli, nel caso peggiore, pari alla cardinalità dell'intero insieme.

1.1.3 Ricerca binaria

L'algoritmo cerca un elemento all'interno di un array che deve necessariamente essere ordinato in ordine crescente, effettuando mediamente meno confronti rispetto ad una ricerca sequenziale, e quindi più rapidamente rispetto a quest'ultima perché, sfruttando l'ordinamento, dimezza l'intervallo di ricerca ad ogni passaggio. La ricerca binaria non usa mai più di $log_2(N)$ confronti per ricercare una valore. L'algoritmo è simile al metodo usato per poter ricevere ambo i lati, ovvero trovare una parola sul dizionario: sapendo che il vocabolario è ordinato secondo l'alfabeto, l'idea è quella di iniziare la ricerca non dal primo elemento, ma da quello centrale, cioè a metà del dizionario. Si confronta questo elemento con quello cercato:

- se corrisponde, la ricerca termina indicando che l'elemento è stato trovato;
- se è superiore, la ricerca viene ripetuta sugli elementi precedenti (ovvero sulla prima metà del dizionario), scartando quelli successivi;
- se invece è inferiore, la ricerca viene ripetuta sugli elementi successivi (ovvero sulla seconda metà del dizionario), scartando quelli precedenti.

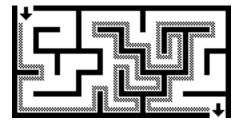


1.1.4 Ricorsione

La programmazione ricorsiva si basa sull'idea che per molti problemi la soluzione per un caso generico può essere ricavata sulla base della soluzione di un altro caso, generalmente più semplice, dello stesso problema. La soluzione di un problema viene individuata supponendo di saperlo risolvere su casi più semplici.

1.1.5 Algoritmo di ricerca - Labirinto

Il wall follower, la regola più nota per attraversare i labirinti, è anche noto come regola della mano sinistra o della mano destra. Se il labirinto è semplicemente collegato, cioè tutte le sue pareti sono collegate insieme o al confine esterno del labirinto, mantenendo una mano in contatto con una parete del labirinto si garantisce che il risolutore raggiungerà un'uscita diversa, se ce n'è una.



1.1.6 Algoritmo di compressione

Il problema che ci si pone è quello di comprimere una sequenza di dati. Una possibile soluzione potrebbe essere quella di assegnare codici binari più corti alle sequenze di simboli più frequenti. Ad esempio, consideriamo la frequenza "aaaabbc":

- calcolare la frequenza di ogni simbolo; a = 4, b = 2, c = 1
- assegnare codici binari
- codice della sequenza: 0000101011

1.1.7 Altri esempi di algoritmi

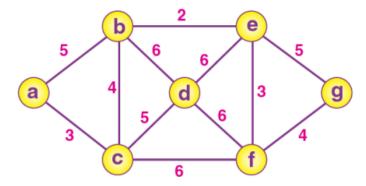
In questa sezione, introdurremo una serie di algoritmi per comprendere come vengono utilizzati per risolvere una varietà di problemi e ottimizzare i processi.

- Algoritmo **BubbleSort**: algoritmo di ordinamento a bolle. Utilizzato per ordinare una lista di elementi confrontando coppie di elementi adiacenti e scambiandoli se sono nell'ordine sbagliato. Il numero di iterazioni necessarie ad ordinare l'array dipende da quanto risulta "disordinato" l'array. Di solito nel calcolo della complessità si considera il worst case.
- Algoritmo di **permutazione**: utilizzato per generare tutte le possibili permutazioni di un insieme di elementi. Inventato nel 1700 in Inghilterra per produrre una combinazione diversa di suoni di campane ("tintinnalogia"), poi ripreso e migliorato da un informatico negli anni '70.
- Algoritmi di **ricerca degli elementi comuni**: utilizzati per trovare gli elementi comuni tra due o più insiemi di dati.
- Algoritmi di calcolo del massimo: utilizzato per trovare il massimo elemento in una lista di valori.
- Algoritmo di **ordinamento rapido** (Quicksort): un algoritmo di ordinamento efficiente che utilizza il concetto di partizionamento per ordinare una lista di elementi.
- Algoritmo di visita in ampiezza (Breadth-First Search, BFS): utilizzato per esplorare o attraversare tutti i nodi di un grafo in ampiezza, visitando tutti i nodi adiacenti prima di passare ai nodi successivi.
- Algoritmo di **visita in profondità** (Depth-First Search, DFS): utilizzato per esplorare o attraversare tutti i nodi di un grafo in profondità, continuando a scendere lungo un ramo finché non si raggiunge la fine, quindi tornando indietro e continuando con gli altri rami.

1.1.8 Scenario per pratica algoritmica: i grafi

Creare un algoritmo per ognuno di questi problemi:

- Ricerca del percorso più breve (Shortest Path):
- Ricerca del percorso minimo (Minimum Soanning Tree):
- Ricerca del cammino più lungo (Longest Path):
- Ricerca del flusso massimo (Maximum Flow):



1.1.9 Algoritmo di Kruskal (1956)

Utilizzato per trovare un albero di copertura minimo in un grafo con pesi sugli archi.

- 1. Ordina gli archi del grafo in modo non decrescente rispetto al peso.
- 2. Inizializza un insieme vuoto di archi T.
- 3. Per ogni arco (u, v) nell'ordine: se aggiungere (u, v) a T non crea cicli, aggiungi (u, v) a T.
- 4. Restituisci l'insieme di archi T come albero di copertura minimo.

1.1.10 Algoritmo di Dijkstra (1956)

Ricerca del percorso più breve da un nodo di partenza a tutti gli altri nodi in un grafo con pesi sugli archi non negativi.

- 1. Inizializza un array d[] di dimensione V dove d[v] rappresenta la distanza più breve dal nodo di partenza s al nodo v, inizializzando tutte le distanze a infinito tranne d[s] a 0.
- 2. Inizializza un set S dei nodi non ancora visitati.
- 3. Finché S non è vuoto:
 - Scegli il nodo u in S con la distanza minima stimata, d[u].
 - Per ogni arco (u, v) adiacente a u:
 - se d[u] + w(u, v) < d[v], aggiorna d[v] a d[u] + w(u, v).
 - Rimuovi u da S.

Conclusioni

Ci si rende conto che per implementare un algoritmo, c'è bisogno in primis di memorizzare dati, calcolarne altri, verificare se vengono rispettate determinate condizioni spesso all'interno di iterazioni. In linea generale quindi si parla di variabili, cicli, operazioni e strutture di controllo condizionale.

2 Variabili e Operazioni

La programmazione è l'arte e la scienza di creare istruzioni che un computer può eseguire per risolvere problemi e compiere azioni specifiche. Una delle prime cose che si impara quando si inizia a programmare è la dichiarazione e l'assegnazione di variabili. Le variabili sono come contenitori per i dati che si utilizzano nei programmi.

2.1 Assegnazione di variabili

Dopo aver dichiarato una variabile, è possibile assegnarle un valore utilizzando l'operatore di assegnazione <- o =. Ecco un esempio di come si potrebbe assegnare valori a variabili precedentemente dichiarate:

- assegna il testo "Ciao, mondo!" alla variabile testo testo = "Ciao, mondo!";
- assegna il valore booleano vero alla variabile condizione condizione <- TRUE;

2.2 Tipi di dati fondamentali

Esistono diverse tipologie di dati in base al linguaggio di programmazione utilizzato. I fondamentali risultano:

- Numeri interi: rappresentano numeri interi, positivi o negativi, senza parte frazionaria.
- Numeri in virgola mobile: sono utilizzati per rappresentare numeri reali che possono avere una parte frazionaria.
- Caratteri o stringhe: sono utilizzati per rappresentare sequenze di caratteri.
- Booleani: i valori booleani rappresentano verità o falsità.
- Array: sono strutture dati che contengono una raccolta di elementi dello stesso tipo.
- Null/Nil: è utilizzato per indicare l'assenza di un valore.

Le tipologie di dati più frequenti in R risultano essere:

- Numeri: interi (nell'environment sono seguiti dalla lettera "L") e numeri decimali.
- Stringhe di caratteri.
- Vettori: sequenze ordinate di elementi dello stesso tipo.
- Liste: collezioni ordinate di oggetti di diversi tipi.

2.3 Operazioni su variabili numeriche

Dichiarare due variabili numeriche a e b. Calcolare la somma, la differenza, il prodotto e il quoziente tra a e b.

```
a <- 3
b <- 5
a + b # Somma
```

```
## [1] 8
```

```
a - b # Differenza

## [1] -2
a * b # Prodotto

## [1] 15
a / b # Divisione

## [1] 0.6

Calcolare il quadrato di un numero.
a ^ 2

## [1] 9
a ** 2

## [1] 9
```

[1] TRUE

Tra i numeri interi è definita la funzione **modulo**, che dà come risultato il resto della divisione euclidea del primo numero per il secondo. Cioè dati $a,b \in \mathbb{Z}$, con $b \neq 0$, allora a modulo b dà come risultato il resto della divisione euclidea $\frac{a}{b}$.

```
b %% a
```

[1] 2

Per generare una sequenza di numeri casuali possiamo utilizzare il comando sample().

```
casuale <- sample(1:100, 1)
casuale</pre>
```

[1] 50

Arrotondare un numero decimale.

```
decimale <- 3.14159
round(decimale, digits = 2)</pre>
```

[1] 3.14

digits indica il numero di cifre che si vogliono dopo la virgola.

2.4 Operazioni sulle stringhe

Dichiarare una variabile stringa **nome** e assegnarle un nome. Ottenere la lunghezza della stringa. Ottenere la stringa in maiuscolo.

```
nome <- "Mario"
nchar(nome)</pre>
```

[1] 5

```
toupper(nome)
```

```
## [1] "MARIO"
```

Per ottenere la lunghezza di una stringa non è possibile utilizzare la funzione length poiché restituisce i numeri di elementi presenti in un oggetto. In questo caso restituirebbe 1.

Concatenare due stringhe.

```
stringa_1 <- "Hello"
stringa_2 <- "World"
paste(stringa_1, stringa_2)</pre>
```

```
## [1] "Hello World"
```

```
c(stringa_1, stringa_2)
```

```
## [1] "Hello" "World"
```

```
paste0(stringa_1, stringa_2)
```

```
## [1] "HelloWorld"
```

La funzione paste concatena due stringhe e crea a sua volta un'unica stringa, a differenza della funzione c(). Di default, paste() utilizza come separatore lo spazio, ma è possibile modificarlo attraverso il parametro sep. Invece la funzione paste0() concatena stringhe senza separatori. Può risultare utile in determinati casi estrarre una sottostringa e questo risulta possibile attraverso la funzione substr().

```
frase <- "Questo è un esempio di sottostringa"
substr(frase, start = 11, stop = 17)</pre>
```

```
## [1] "n esemp"
```

Contare le occorrenze di una lettera in una stringa.

```
parola <- "banana"
lettera <- "a"
sum(strsplit(parola, "")[[1]]==lettera)</pre>
```

```
## [1] 3
```

```
typeof(strsplit(parola, "")[[1]])
```

```
## [1] "character"
```

La funzione strsplit() crea una lista di oggetti, in questo caso un vettore di caratteri. Nel caso specifico la stringa viene separata con il separatore "". Ciò permette di ottenere un vettore di caratteri con elementi le lettere che compongono la parola.

2.5 Ricerca e sostituzione di sottostringhe

R offre funzioni per la ricerca e la sostituzione di sottostringhe all'interno di una stringa. Per la ricerca di sottostringhe, possiamo utilizzare le funzioni grep() e grep1(). Sia grep() che grep1() sono funzioni utilizzate per cercare pattern in un vettore di caratteri (o in una lista di caratteri), ma differiscono nel modo in cui restituiscono i risultati.

grep():

- La funzione grep() restituisce gli indici degli elementi nel vettore che corrispondono al pattern specificato.
- Se non trova corrispondenze, restituisce un vettore vuoto.
- Se trova una corrispondenza, restituisce l'indice del primo elemento corrispondente.

grepl():

- La funzione grepl() restituisce un vettore logico che indica se c'è corrispondenza per ogni elemento del vettore di input.
- Per ogni elemento nel vettore, restituisce TRUE se il pattern è trovato in quell'elemento, altrimenti FALSE.
- Può essere usata per controllare se c'è almeno una corrispondenza per ogni elemento del vettore.

```
vettore <- c("ciao", "mondo", "hello", "world")
grep("o", vettore)</pre>
```

```
## [1] 1 2 3 4
```

```
testo <- "Questo è un esempio di testo"
sottostringa <- "esempio"
grepl(sottostringa, testo)
```

```
## [1] TRUE
```

Per la sostituzione di sottostringhe si può utilizzare la funzione gsub().

```
nuovo_testo <- gsub("esempio", "frammento", testo)
nuovo_testo</pre>
```

```
## [1] "Questo è un frammento di testo"
```

2.6 Esercizi aggiuntivi

Esercizi aperti sulle stringhe

Scrivi un codice che generi una stringa di caratteri formata da tutte le lettere dell'alfabeto minuscole, partendo da "a" fino a "z".

```
paste(letters, collapse = "")
```

[1] "abcdefghijklmnopqrstuvwxyz"

Scrivi un codice che, data una stringa, stampi i primi 10 caratteri.

```
stringa <- "scrivo a caso una stringa"
substr(stringa, start = 1, stop = 10)</pre>
```

[1] "scrivo a c"

Data una stringa, stampa una nuova stringa contenente solo caratteri unici presenti nella stringa in input, mantenendo l'ordine originale dei caratteri.

```
paste(unique(strsplit(stringa, "")[[1]]), collapse = "")
```

[1] "scrivo auntg"

Da notare come al momento del paste() lo spazio venga considerato come un carattere. Infatti:

```
unique(strsplit(stringa, "")[[1]])
```

```
## [1] "s" "c" "r" "i" "v" "o" " " "a" "u" "n" "t" "g"
```

Esercizi sui vettori

Creare un vettore numeri contenente i primi 5 numeri interi dispari. Aggiungere un numero intero pari al vettore. Stampare il vettore risultante.

```
numeri <- c(1,3,5,7,9)
numeri</pre>
```

[1] 1 3 5 7 9

```
seq(1,9,2)
```

[1] 1 3 5 7 9

```
numeri <- c(numeri, 2)
numeri
```

[1] 1 3 5 7 9 2

Calcolare la somma degli elementi di un vettore.

```
sum(numeri)
```

```
## [1] 27
```

Ordinare un vettore in ordine crescente.

```
vettore <- c(5,3,8,1,9)
sort(vettore)</pre>
```

```
## [1] 1 3 5 8 9
```

Calcolare la media dei valori unici di un vettore.

```
vettore <- c(1,2,3,3,4,5,5)
mean(unique(vettore))</pre>
```

```
## [1] 3
```

Creare un vettore di numeri da -100 a 100 ogni 0.25 steps.

```
v <- seq(-100, 100, 0.25)
```

Calcolare la radice quadrata degli elementi del vettore (sqrt()) avendo cura di filtrare i valori negativi prima di eseguire il calcolo.

```
m \leftarrow sqrt(v[v >= 0])
```

Selezionare i primi 50 elementi del vettore risultato (gli elementi con indici da 1 a 50).

```
k \leftarrow m[1:50]
```

Eliminare le cifre decimali, ossia convertire i numeri in interi.

```
i <- as.integer(k)</pre>
```

Eliminare dal vettore di interi gli zeri, creando un nuovo vettore di numeri positivi e visualizzando il risultato.

```
i[i != 0]
```

Esercizi sulle liste

Creare una lista dati contenente un vettore di nomi e un vettore di età. Aggiungere un nuovo nome e l'età corrispondente alla lista. Stampare la lista risultante.

```
nomi <- c("Silvia", "Marianna", "Gabriele", "Aldo")</pre>
eta \leftarrow c(33, 24, 12, 8)
anagrafica <- list(nomi = nomi, eta = eta)</pre>
anagrafica
## $nomi
## [1] "Silvia" "Marianna" "Gabriele" "Aldo"
##
## $eta
## [1] 33 24 12 8
anagrafica$nomi <- c(nomi, "Giulia")</pre>
anagrafica$eta <- c(eta, 82)</pre>
anagrafica
## $nomi
## [1] "Silvia"
                   "Marianna" "Gabriele" "Aldo"
                                                        "Giulia"
## $eta
## [1] 33 24 12 8 82
Creare una lista 13 che contenga 3 elementi:
   • un vettore di numeri
   • una stringa
   • una lista contenete un singolo numero
13 <- list(c(1,2,3), "ciao", list(3.14))
13
## [[1]]
## [1] 1 2 3
##
## [[2]]
## [1] "ciao"
## [[3]]
## [[3]][[1]]
## [1] 3.14
Unire due liste.
lista1 <- list(a=1, b=2)</pre>
lista2 <- list(c=3, d=4)</pre>
lista_unione <-c(lista1, lista2)</pre>
lista_unione
```

```
## $a
## [1] 1
## $b
## [1] 2
## $c
## [1] 3
## ## $d
## [1] 4
```

Rimuovere un elemento dalla lista.

```
lista <- list(a = 1, b = 2, c = 3)
lista <- lista[-which(names(lista) == "b")]
lista

## $a
## [1] 1
##
## $c
## [1] 3</pre>
```

Crea una nuova lista contenente solo gli elementi unici presenti nella lista di input.

```
r <- list(a = "Mamma mia che bello", b = "Oggi gioco con i LEGO")
r

## $a
## [1] "Mamma mia che bello"
##
## $b
## [1] "Oggi gioco con i LEGO"

r$a <- paste(unique(strsplit(r$a,"")[[1]]), collapse="")
r$b <- paste(unique(strsplit(r$b,"")[[1]]), collapse="")
r

## $a
## [1] "Mam icheblo"
##
## $b
## [1] "Ogi ocnLEG"</pre>
```

Data una lista di liste di numeri come input, crea una nuova lista di liste in cui gli elementi di ciascuna lista sono ordinati in ordine crescente.

```
ord <- list(a = c(2,12,35,4,89,7,0),b = c(3,8,2,7,1,6,24,0)) ord
```

```
## $a
## [1] 2 12 35 4 89 7 0
##
## $b
## [1] 3 8 2 7 1 6 24 0

ord$a <- sort(ord$a)
ord$b <- sort(ord$b)
ord

## $a
## [1] 0 2 4 7 12 35 89
##
## $b
## [1] 0 1 2 3 6 7 8 24</pre>
```

Tecnicamente non ha senso fare la **sort** perché gli elementi sono disgiunti, ovvero non sono elementi di un vettore, ma di una lista.

2.7 Approfondimenti

In questa sezione, si andrà ad esplorare più approfonditamente le liste e i vettori in R, con l'obiettivo di ampliare la nostra comprensione su queste strutture dati e sulle loro applicazioni nella programmazione statistica e nell'analisi dei dati.

2.7.1 Approfondimento sulle liste

Creare la lista x4 contenente un vettore di stringhe, una lista di stringhe e un vettore numerico.

```
x4 <- list(c("hello", "world"), list("ciao", "mondo"), c(3, 6, 9))
x4
## [[1]]
## [1] "hello" "world"
##
## [[2]]
## [[2]][[1]]
## [1] "ciao"
##
## [[2]][[2]]
## [1] "mondo"
##
##
## [[3]]
## [1] 3 6 9
Creare la lista x5 contenente una lista di vettori.
x5 \leftarrow list(list(c(2, 4, 6), c(1, 3, 5)))
x5
## [[1]]
## [[1]][[1]]
## [1] 2 4 6
##
## [[1]][[2]]
## [1] 1 3 5
Creare la lista x6 contenente una lista di tre liste la cui prima contiene a sua volta tre tipi di dati diversi.
x6 <- list(list(1L, "ciao", 3.14), list(4, 5, 6), list(7, 8, 9)))
x6
## [[1]]
## [[1]][[1]]
## [[1]][[1]][[1]]
## [1] 1
##
## [[1]][[1]][[2]]
## [1] "ciao"
##
## [[1]][[1]][[3]]
## [1] 3.14
##
##
## [[1]][[2]]
## [[1]][[2]][[1]]
## [1] 4
##
```

```
## [[1]][[2]][[2]]
## [1] 5
##
## [[1]][[2]][[3]]
## [1] 6
##
##
## [[1]][[3]][[1]]
## [1] 7
##
## [[1]][[3]][[2]]
## [1] 8
##
## [[1]][[3]][[3]]
## [1] 9
```

Ci sono tre modi per suddividere una lista:

- [] estrae una sotto-lista. Il risultato sarà sempre una lista.
- [[]] estrae un singolo componente da una lista, quindi rimuove un livello di gerarchia dalla lista.
- \$ è un'abbreviazione per estrarre

2.7.2 Approfondimento sui vettori

Esempi di vettori in R:

• creazione di un vettore logico

```
vettore_logico <- c(TRUE, FALSE, T)
vettore_logico</pre>
```

```
## [1] TRUE FALSE TRUE
```

• creazione di un vettore di interi

```
vettore_intero <- c(1L, 2L, 3L, 4L, 5L)
vettore_intero</pre>
```

```
## [1] 1 2 3 4 5
```

• creazione di un vettore di numeri decimali

```
vettore_double <- c(1.5, 2.7, 3.9)
vettore_double</pre>
```

```
## [1] 1.5 2.7 3.9
```

• creazione di un vettore di caratteri

```
vettore_carattere <- c("cane", "gatto", "topo")</pre>
```

Esistono due tipi di coercizione:

- 1. coercizione esplicita: tramite funzioni come as.logical(), as.integer(), as.double() o as.character(). Controllare se è possibile correggere il tipo del vettore iniziale.
- 2. **coercizione implicita**: avviene quando si utilizza un vettore in un contesto che si aspetta un certo tipo di valori. Un esempio è l'utilizzo di un vettore logico in un contesto numerico: TRUE è convertito in 1 e FALSE è convertito in 0, la somma di un vettore logico è il numero di TRUE e la media di un vettore logico è la proporzione di TRUE.

```
v1 <- c(TRUE, 1L)
typeof(v1)

## [1] "integer"

v1

## [1] 1 1

v2 <- c(1L, 1.5)
typeof(v2)

## [1] "double"

v2

## [1] 1.0 1.5

v3 <- c(1.5, "a")
typeof(v3)

## [1] "character"

v3

## [1] "1.5" "a"
```

Vettore atomico

Un vettore atomico in R non può contenere una combinazione di tipi diversi. Il tipo di dato è una caratteristica dell'intero vettore e non dei singoli elementi al suo interno. Se si desidera mescolare più tipi di dati, è necessario utilizzare una lista anziché un vettore atomico.

Funzioni di verifica dei dati di vettori

Operazioni con i vettori

In R, le operazioni matematiche di base lavorano con i vettori. Ciò significa che non si dovrebbe mai aver bisogno di eseguire un'iterazione esplicita quando si eseguono semplici calcoli matematici. Cosa succede se si sommano due vettori di lunghezza diversa?

Tipo di vettore	lgl	int	dbl	chr	list
is.logical()	✓				
is.integer()		√			
is.double()			√		
is.numeric()	√	√	√		
is.character()				√	
is.atomic()	√	√	√	√	
is.list()					✓
is.vector()	√	√	√	√	✓

1:10 + 1:2 #Residuo viene utilizzato spesso nella programmazione più avanzata

```
## [1] 2 4 4 6 6 8 8 10 10 12
```

R espande il vettore più corto a quello più lungo.

```
1:10 + 1:3
```

```
## Warning in 1:10 + 1:3: la lunghezza più lunga dell'oggetto non è un multiplo ## della lunghezza più corta dell'oggetto
```

```
## [1] 2 4 6 5 7 9 8 10 12 11
```

Tutti i tipi di vettore possono essere nominati. Si possono nominare durante la "creazione" specificando in c()...:

```
c(x = 1, y = 2, z = 4)
```

```
## x y z
## 1 2 4
```

... oppure dopo averlo fatto, con setNames():

```
vet<-setNames(1:3, c("a", "b", "c"))
vet</pre>
```

```
## a b c
## 1 2 3
```

```
vet<-setNames(1:5, c("a", "b", "c"))
vet</pre>
```

```
## a b c < NA> < NA>
## 1 2 3 4 5
```

```
vet["a"] <-5
vet</pre>
```

```
## a b c <NA> <NA>
## 5 2 3 4 5
```

'E importante assegnare sempre un nome al vettore quando si utilizza la funzione setNames(), altrimenti verrebbe restituito il seguente "errore":

```
vett <- rep(1, 5)</pre>
setNames(vett, c("a", "b", "c"))
##
                c < NA > < NA >
           b
##
                1
                   1 1
setNames(vett, c("a", "b", "c", "d", "e"))
## a b c d e
## 1 1 1 1 1
vett["a"]
## [1] NA
vett["a"] = 10
vett
##
                    a
   1 1 1 1 1 10
##
vett["a"]
##
    a
## 10
```

I numeri interi devono essere tutti positivi, tutti negativi o zero.

• Il sottoinsieme con i numeri interi positivi mantiene gli elementi in quelle posizioni:

```
x <- c("one", "two", "three", "four", "five")
x[c(3, 2, 5)]

## [1] "three" "two" "five"

x[seq(from=1, to=5, by=1)]

## [1] "one" "two" "three" "four" "five"

x[seq(from=1, to=8, by=1)]

## [1] "one" "two" "three" "four" "five" NA NA NA</pre>
```

```
x[c(0,2)]
     ## [1] "two"
   • Ripetendo una posizione, si può effettivamente fare un output più lungo dell'input:
     x[c(1, 1, 5, 5, 5, 2)]
     ## [1] "one" "one" "five" "five" "two"
     seq < - seq(1,5,2)
     x[c(seq,seq)]
     ## [1] "one"
                     "three" "five" "one"
                                              "three" "five"
   • I valori negativi fanno rimuovere gli elementi nelle posizioni specificate:
     x[c(-1, -3, -5)]
     ## [1] "two" "four"
     x[c(1,2,-3)]
     ## Error in x[c(1, 2, -3)]: solo gli 0 si possono usare contemporaneamente con subscript negativi
     x[c(0, -3, -5)]
     ## [1] "one" "two" "four"
Il sottoinsieme con un vettore logico mantiene tutti i valori corrispondenti ad un valore TRUE. Questo è più
spesso utile in combinazione con le funzioni di confronto. Esempi:
x \leftarrow c(10, 3, NA, 5, 8, 1, NA)
is.na(x)
## [1] FALSE FALSE TRUE FALSE FALSE TRUE
x[!is.na(x)] #operazione per trattare i missing values
## [1] 10 3 5 8 1
x[x \% 2 == 0] #tutti i valori pari sfrutta l'operazione modulo
## [1] 10 NA 8 NA
```

Se si ha un vettore nominato, si può sotto-selezionare con un vettore di stringhe:

```
x <- c(abc = 1, def = 2, xyz = 5)
x[c("xyz", "def")]

## xyz def
## 5 2

x[c(3,2)] #funziona anche se non utilizziamo un vettore di stringhe

## xyz def
## xyz def
## 5 2</pre>
```

3 Strutture di controllo condizionale (if-else)

In R, le strutture di controllo condizionale sono utilizzate per eseguire determinate istruzioni solo se una condizione specifica è verificata.

```
x <- 10
if(x > 5){
  print("x è maggiore di 5")
} else {
  print("x è minore di 5")
}
```

```
## [1] "x è maggiore di 5"
```

Gli operatori logici sono utilizzati per combinare condizioni logiche e ottenere un risultato logico. I principali operatori logici sono:

• AND (&): restituisce TRUE solo se entrambe le condizioni sono vere.

```
x <- 10
if(x > 5 & x < 10){
  print("x è maggiore di 5 e minore di 10")
} else {
  print("condizione non verificata") #se x è diverso da 6,7,8,9
}</pre>
```

[1] "condizione non verificata"

```
x <- 7
if(x > 5 & x < 10){
  print("x è maggiore di 5 e minore di 10")
} else {
  print("condizione non verificata")
}</pre>
```

[1] "x è maggiore di 5 e minore di 10"

• Lo stesso ragionamento può essere esteso in due variabili:

[1] "qui stampa quando x è maggiore di 10 e y è minore di 20"

cat("qui stampa quando x è minore o uguale a 10 oppure quando y è maggiore

• OR (|): restituisce TRUE se almeno una delle condizioni è vera.

```
x <- 10
if(x > 5 | x < 10){
  print("x è maggiore di 5 o minore di 10")
} else {
  print("condizione non verificata")
}</pre>
```

[1] "x è maggiore di 5 o minore di 10"

} else {

}

o uguale a 20")

```
x <- 8
if(x < 5 | x > 10){
   print("x è minore di 5 o maggiore di 10")
} else {
   print("condizione non verificata")
}
```

[1] "condizione non verificata"

• Esempio estendibile al caso in due variabili:

```
x <- 25
y <- 67
if (x>10 | y<20){
  print("qui stampa quando x è maggiore di 10 o y è minore di 20")
} else {
  print("qui stampa quando nessuna delle due è verificata")
}</pre>
```

[1] "qui stampa quando x è maggiore di 10 o y è minore di 20"

```
x <- 8
y <- 37
if (x>10 | y<20){
  print("qui stampa quando x è maggiore di 10 o y è minore di 20")
} else {
  print("qui stampa quando nessuna delle due è verificata")
}</pre>
```

[1] "qui stampa quando nessuna delle due è verificata"

• Not (!): inverte il valore di verità di una condizione.

```
a <- -5
if (!a > 0){
  print("a non è positivo")
}
```

[1] "a non è positivo"

Esercitazioni pratiche con istruzioni condizionali (else-if)

```
voto <- 75

if(voto >= 90){
    print("A")
} else if(voto >=80){
    print("B")
} else if(voto >= 70){
    print("C")
} else if(voto >= 60){
    print("D")
} else {
    print("F")
}
```

[1] "C"

Esercizi finali

• Scrivi un programma in R che controlli se un numero è positivo, negativo o zero.

```
x <- runif(1, -10, 10)
x
```

[1] -7.413889

```
if(x > 0){
  print("Positivo")
} else if(x == 0){
  print("Zero")
} else {
  print("Negativo")
}
```

[1] "Negativo"

• Scrivi un programma in R che trovi il massimo tra tre numeri dati.

```
#Prima opzione
x <- c(1, 2, 4)
if(x[1] >= x[2] & x[1] >= x[3]){
  print(x[1])
} else if(x[2] >= x[1] & x[2] >= x[3]){
  print(x[2])
} else if (x[3] >= x[2] & x[3] >= x[1]) {
  print(x[3])
}
```

[1] 4

```
#Seconda opzione (professore)
x <- 20
y <- 5
z <- 13
if (x > y){
 if(x > z){
    print("il massimo è x")
  } else {
    print("il massimo è z")
  }
} else {
  if(y > z){
    print("il massimo è y")
  } else {
    print("il massimo è z")
}
```

[1] "il massimo è x"

• Scrivi un programma in R che verifichi se un anno è bisestile o meno.

```
anno <- 2024

if((anno %% 4 == 0 & anno %% 100 != 0) | (anno %% 400 == 0)){
  print(paste("l'anno", anno, "è bisestile"))
} else {
  print(paste("l'anno", anno, "non è bisestile"))
}</pre>
```

```
## [1] "l'anno 2024 è bisestile"
```

• Scrivi un programma in R che determini se un numero intero è pari o dispari.

```
x <- 6

if(x %% 2 == 0){
    print("Pari")
} else {
    print("Dispari")
}</pre>
```

[1] "Pari"

• Scrivi un programma in R che ordini tre numeri dati in ordine crescente utilizzando solo le istruzioni condizionali if-else.

```
x <- runif(3, -10, 10)
x
```

[1] 0.09573883 -4.02043248 1.08335421

```
if(x[1] \le x[2] & x[1] \le x[3]){
  if(x[2] \le x[3]){
    print(c(x[1], x[2], x[3]))
  } else {
    print(c(x[1], x[3], x[2]))
} else if(x[2] <= x[1] & x[2] <= x[3]){
  if(x[1] \le x[3]){
    print(c(x[2], x[1], x[3]))
  } else {
    print(c(x[2], x[3], x[1]))
} else {
  if(x[1] \le x[2]){
    print(c(x[3], x[1], x[2]))
  } else {
    print(c(x[3], x[2], x[1]))
  }
}
```

[1] -4.02043248 0.09573883 1.08335421

4 Cicli

Il ciclo while viene utilizzato per eseguire un blocco di codice ripetutamente finché una condizione specificata è vera.

```
while(x <= 5){
    print(paste("Iterazione:", x))
    x <- x + 1 #modifica della variabile
}

## [1] "Iterazione: 1"
## [1] "Iterazione: 2"
## [1] "Iterazione: 3"
## [1] "Iterazione: 4"
## [1] "Iterazione: 5"</pre>
```

Per ogni ciclo while esiste il rispettivo ciclo for. Il ciclo for viene utilizzato per eseguire un blocco di codice un numero specificato di volte. 'E molto utile quando si è in presenza di una collezione di elementi non soltanto numerici ma anche in presenza di stringhe.

```
for(i in 1:5){
    print(paste("Iterazione: ", i))
}

## [1] "Iterazione: 1"
## [1] "Iterazione: 2"
## [1] "Iterazione: 3"
## [1] "Iterazione: 4"
## [1] "Iterazione: 5"
```

I cicli sono spesso utilizzati per eseguire operazioni sui vettori o sulle liste.

```
vettore <- c("a", "b", "c", "d", "e")
for(elem in vettore){
   print(elem)
}

## [1] "a"
## [1] "b"
## [1] "c"
## [1] "d"
## [1] "e"

lista <- list("a", "b", "c", "d", "e")
for(elem in lista){
   print(elem)
}</pre>
```

```
## [1] "a"
## [1] "b"
## [1] "c"
## [1] "d"
## [1] "e"
```

Alcuni esempi pratici sull'utilizzo dei cicli in R.

```
#Somma dei primi 10 numeri interi positivi
somma <- 0
for(i in 1:10){
   somma <- somma + i
}
print(somma)</pre>
```

```
## [1] 55
```

```
#Stampa solo i numeri pari in una sequenza da 1 a 20
for(i in 1:20){
   if(i %% 2 == 0){
      print(i)
   }
}
```

```
## [1] 2
## [1] 4
## [1] 6
## [1] 10
## [1] 12
## [1] 14
## [1] 16
## [1] 18
```

4.1 Esercizi finali

• Scrivi un programma in R che utilizzi un ciclo while per stampare i numeri da 1 a 10.

```
x <- 1
while(x <= 10){
  print(x)
  x <- x + 1
}</pre>
## [1] 1
```

[1] 2 ## [1] 3 ## [1] 4 ## [1] 5 ## [1] 6 ## [1] 7 ## [1] 8 ## [1] 9

 $\bullet\,$ Scrivi un programma in R che utilizzi un ciclo for per calcolare la somma dei quadrati dei numeri da 1 a 5.

```
somma <- 0

for(i in 1:5){
   somma <- somma + i^2
}
somma</pre>
```

• Scrivi un programma in R che utilizzi un ciclo while per stampare i primi 5 numeri della sequenza di Fibonacci.

```
#Prima opzione
v <- c(0, 1)
i <- 2
while(i <= 5){
    somma <- v[i] + v[i-1]
    v[i+1] <- somma
    i <- i + 1
}
v</pre>
```

[1] 0 1 1 2 3 5

```
#Seconda opzione
a <- 1
b <- 1
count <- 0
fib_seq <- c() #vettore vuoto
while (count < 6) {
  fib_seq <- c(fib_seq, a)
   next_num <- a + b
   a <- b
   b <- next_num
   count <- count + 1
}
print(fib_seq)</pre>
```

[1] 1 1 2 3 5 8

• Scrivi un programma in R che utilizzi un ciclo for per trovare il massimo di un vettore di numeri.

```
vettore <- c(3, 7, 1, 9, 4, 6)
massimo <- vettore[1]  # Assume il primo elemento come massimo iniziale
for (num in vettore){
  if (num > massimo){
    massimo <- num
  }
}
print(massimo)</pre>
```

• Scrivi un programma con un ciclo for che riordina gli elementi del vettore in ordine crescente.

```
## [1] 1 3 5 2 4
## [1] 1 2 5 3 4
## [1] 1 2 3 5 4
## [1] 1 2 3 4 5
```

• Scrivi un programma con un ciclo for o while in R che date due stringhe, restituisca la concatenazione delle stesse.

```
stringa1 <- "Ciao"
stringa2 <- "Mondo!"
risultato <- ""
lunghezza1 <- nchar(stringa1)
lunghezza2 <- nchar(stringa2)

i <- 1
while (i <= lunghezza1) {
    risultato <- paste(risultato, substr(stringa1, i, i), sep = "")
    i <- i + 1
}

i <- 1
while (i <= lunghezza2) {
    risultato <- paste(risultato, substr(stringa2, i, i), sep = "")
    i <- i + 1
}
print(risultato)</pre>
```

[1] "CiaoMondo!"

• Scrivi un programma in R che data una stringa, restituisca la sua lunghezza, contando all'interno di un loop for o while.

```
#Prima opzione
stringa <- "Questa è una stringa per Questa prova"
lunghezza <- 0
for(i in 1:nchar(stringa)){
   lunghezza = lunghezza + 1
}
lunghezza</pre>
```

```
## [1] 37
```

```
#Seconda opzione (senza utilizzare nchar())
stringa <- "Ciao mondo!"
lunghezza <- 0
for (carattere in strsplit(stringa, "")[[1]]) {
   lunghezza <- lunghezza + 1
}
print(lunghezza)</pre>
```

```
print(lunghezza == nchar(stringa))
```

[1] TRUE

• Scrivi un programma in R che data una stringa, restituisca la stessa stringa al contrario, usando for/while.

```
reverse <- ""
for(i in nchar(stringa):1){
  reverse <- paste(reverse, substr(stringa, i, i), sep = "")
}
reverse</pre>
```

[1] "!odnom oaiC"

• Scrivi un programma in R che data una frase, la frammenti in diverse parole, inserendole in un vettore. Dopodichè, cicli sul vettore e conti quante volte compare una certa parola all'interno della frase.

```
#Conta quante volte si ripete ogni parola nella frase
stringa <- "che bello bello è il mondo nuovo"
v <- strsplit(stringa, " ")[[1]]</pre>
## [1] "che"
               "bello" "bello" "è"
                                        "il"
                                                "mondo" "nuovo"
cont <- 0
for (parola in unique(v)){
  cont <- sum(v == parola)</pre>
  cat("La parola", parola, "compare", cont, "volte nella frase.\n")
}
## La parola che compare 1 volte nella frase.
## La parola bello compare 2 volte nella frase.
## La parola è compare 1 volte nella frase.
## La parola il compare 1 volte nella frase.
## La parola mondo compare 1 volte nella frase.
## La parola nuovo compare 1 volte nella frase.
```

```
#Conta quante volte si ripete una determinata parola nella frase
stringa <- "La mela rossa è dentro una scatola rossa"
split <- strsplit(stringa, " ")
parole <- split[[1]]
parola_da_considerare = "rossa"
contatore <- 0
for (p in parole){
   if (parola_da_considerare == p)
      contatore <- contatore + 1
}
print(contatore)</pre>
```

5 Funzioni

Le funzioni in R sono blocchi di codice che eseguono un'azione specifica quando vengono chiamate. Possono essere definite dall'utente o essere predefinite. Le funzioni vengono definite utilizzando la sintassi function(). Gli argomenti vengono specificati all'interno delle parentesi tonde. Il corpo della funzione è racchiuso tra parentesi graffe. Il valore di ritorno è specificato con return().

```
mia_funzione <- function(x, y){
  risultato <- x + y
  return(risultato)
}</pre>
```

Si possono chiamare le funzioni definite passando loro gli argomenti necessari. Il valore restituito può essere assegnato ad una variabile per un utilizzo successivo.

5.1 Esercizi

• Scrivi una funzione che calcoli il quadrato di un numero.

```
quadrato <- function(numero){
  risultato <- numero*numero
  return(risultato)
}

quadrato(3)</pre>
```

[1] 9

• Definisci una funzione che accetti un lista di numeri e restituisca la loro somma.

```
x <- list(a = c("gatto"), b = c(3, 5, 3, 7), c = c(4, 1, 8))
y <- list(a = c(3, 5, 3, 7), b = c(4, 1, 8))
somma <- function(lista){
  if(is.list(lista) & !any(sapply(lista, is.character))){</pre>
```

```
return(sum(unlist(lista)))
} else {
  return("Errore")
}
}
```

[1] "Errore"

```
somma(y)
```

[1] 31

• Crea una funzione che prenda in input una stringa e restituisca la sua lunghezza, senza considerare gli spazi vuoti.

```
lunghezza <- function(x){
  if(is.character(x)){
    return(nchar(gsub(" ", "", x)))
  }
}
stringa <- "Marianna non ha la cazzimma"
lunghezza(stringa)</pre>
```

[1] 23

• Scrivi una funzione che calcoli la deviazione standard di un vettore di numeri.

```
dev.st <- function(x){
   return(sd(x))
}

v <- runif(100)
dev.st(v)</pre>
```

[1] 0.3051288

• Creare una funzione che restituisca il massimo tra due numeri.

```
num <- sample(1:100, 2)

massimo <- function(x){
  return(x[which.max(x)])
}

massimo(num)</pre>
```

[1] 84

```
#Alternativa senza usare funzioni built-in

massimo <- function(x){
   if(!is.numeric(x)){
      stop("The input must be a numeric vector")
   }

mas <- x[1]
   for(i in 1:length(x)){
      if(x[i] > mas){
       mas <- x[i]
      }
   }
   return(mas)
}</pre>
```

• Definisci una funzione che prenda in input una lista di parole e restituisca la parola più lunga.

```
#Prima opzione (struttura ad insieme)
lunga <- function(x){
  if(is.list(x) == T){
    parola_più_lunga <- ""
    max_l <- 0
    for(elem in x){
      if(nchar(elem) > max_l){
        max_l <- nchar(elem)
        parola_più_lunga <- elem
      }
  }
  return(parola_più_lunga)
}

l_parole <- list("Non", "mi", "va", "di", "fare", "niente")
lunga(l_parole)</pre>
```

[1] "niente"

```
#Seconda opzione (usando gli indici)
lunga <- function(x){
   if(is.list(x) == T){
      parola_più_lunga <- ""
      max_l <- 0
      for(i in length(x)){
       if(nchar(x[[i]]) > max_l){
            max_l <- nchar(x[[i]])
            parola_più_lunga <- x[[i]]
      }</pre>
```

```
}
  return(parola_più_lunga)
}

l_parole <- list("Non", "mi", "va", "di", "fare", "niente")
lunga(l_parole)</pre>
```

[1] "niente"

5.2 Concetti avanzati sulle funzioni

• Funzioni **ricorsive**: le funzioni che si richiamano all'interno del proprio corpo. 'E importante includere un caso base che interrompa la ricorsione. Un esempio è il calcolo del fattoriale:

```
fattoriale <- function(n){
  if(n <= 1){
    return(1)
  } else {
    return(n * fattoriale(n - 1))
  }
}
fattoriale(5)</pre>
```

[1] 120

• Funzioni anonime: funzioni senza un nome definito, create utilizzando la sintassi function() direttamente all'interno di un'espressione. Sono utili per operazioni brevi o quando non è necessario definire una funzione separata.

```
doppio <- function(x){
  return(x*2)
}
quadrato <- function(x) x^2
doppio(5)</pre>
```

[1] 10

```
quadrato(3)
```

[1] 9

• Funzioni ad alto ordine: funzioni che possono prendere in input altre funzioni come argomenti e/o restituirle come output;

```
applica_funzione <- function(funzione, dati){
  risultato <- funzione(dati)
  return(risultato)
}
applica_funzione(sum, c(1:5))</pre>
```

[1] 15

- Ambiente delle funzioni: le funzioni in R operano all'interno di un ambiente. Le variabili locali vengono definite e valutate all'interno di questo ambiente. Le variabili definite all'interno di una funzione non sono accessibili al di fuori di essa. Questo contribuisce alla modularità e all'incapsulamento del codice.
- Passaggio per riferimento vs. passaggio per valore: riferimento agli oggetti vs. copia degli oggetti stessi. Nel passaggio per riferimento, si passa un riferimento all'oggetto in memoria e le modifiche all'oggetto influenzano tutte le referenze ad esso. Nel passaggio per valore, invece, viene passata una copia dell'oggetto, per cui le modifiche all'oggetto interno della funzione non influenzano l'oggetto originale. In R non esiste il passaggio per riferimento, ma esistono delle soluzioni "di ripiego":

```
x <- 100
miaf <- function(x){
    x <<- 0
    return(x)
}
miaf(x)

## [1] 0</pre>
```

[1] 0

Facendo l'assegnazione alla variabile x con la simbologia <<- si esce dall'ambiente locale della funzione e si va a cercare una variabile globale nominata x nell'ambiente esterno (globale) della funzione.

Si ripetono alcuni esercizi precedenti, ma utilizzando tecnica ricorsiva, funzioni anonime o funzioni ad alto ordine.

• Creare una funzione ad alto ordine che restituisca il massimo tra due numeri.

```
massimo <- function(funzione, x){
  return(x[funzione(x)])
}

v <- sample(1:100, 20)
max(v)</pre>
```

[1] 97

```
massimo(which.max, v)
## [1] 97
```

6 Matrici e array

In R i vettori, le matrici e gli array sono strutture dati fondamentali per gestire dati multi-dimensionali.

• Vettore: una collezione di elementi dello stesso tipo.

```
vettore <- c(1:5)
vettore</pre>
```

```
## [1] 1 2 3 4 5
```

• Matrice: una struttura bidimensionale di elementi dello stesso tipo.

• Array: una struttura multidimensionale di elementi dello stesso tipo (differenza rispetto ai data frame).

```
array \leftarrow array(1:8, dim = c(2, 2, 2)) array
```

```
##
##
##
         [,1] [,2]
## [1,]
            1
                  3
            2
## [2,]
##
## , , 2
##
         [,1] [,2]
## [1,]
            5
                  7
## [2,]
            6
```

6.1 Matrici

Una matrice è un array bidimensionale di elementi omogenei (dello stesso tipo). Differisce dai vettori in quanto questi ultimi sono limitati ad una sola dimensione, mentre le matrici possiedono n righe e m colonne. Si può facilmente creare una matrice a partire da un vettore v con la funzione matrix(v, nrow, ncol, byrow = F):

- v: vettore dei dati,
- nrow, ncol: numero desiderato di righe e colonne,
- byrow: opzione per riempire la matrice riga per riga (TRUE) oppure colonna per colonna (FALSE, di default).

Il numero di elementi nel vettore v deve essere un multiplo o sotto-multiplo del numero di righe e colonne. In caso contrario, R sfrutterà il meccanismo del riciclo visto in precedenza con i vettori. Si può omettere la dicitura nrow = e ncol = sfruttando semplicemente l'ordine dei parametri, facendo attenzione a non invertirli. La funzione matrix() si aspetta di trovare prima il numero di righe (subito dopo il vettore dei dati) e poi il numero di colonne.

```
matrix(1:6, 2, 3)
##
        [,1] [,2] [,3]
## [1,]
           1
                3
## [2,]
           2
matrix(1:6, 2, 3, byrow = T)
        [,1] [,2] [,3]
## [1,]
           1
                2
## [2,]
           4
                5
matrix(1:10, nrow = 2)
##
        [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
## [1,]
                           7
                                9
           1
                3
                      5
## [2,]
           2
                               10
matrix(1:10, ncol = 2)
##
        [,1] [,2]
## [1,]
           1
                6
## [2,]
           2
                7
## [3,]
           3
                8
## [4,]
           4
                9
## [5,]
           5
               10
matrix(1:10, 2, 3)
## Warning in matrix(1:10, 2, 3): la lunghezza [10] dei dati non è un sotto
## multiplo o un multiplo del numero di colonne [3]
        [,1] [,2] [,3]
##
## [1,]
                3
                      5
           1
## [2,]
           2
                4
                      6
```

```
#Meccanismo di riciclo
matrix(1:6, 2, 6)
```

```
## [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6]
## [1,] 1 3 5 1 3 5
## [2,] 2 4 6 2 4 6
```

Quale istruzione usare per creare questa matrice?

```
[,1] [,2] [,3]
[1,]
           1
                   8
                         15
[<mark>2,</mark>]
           2
                   9
                         16
[3,]
           3
                  10
                         17
[4,]
           4
                  11
                         18
[5,]
           5
                  12
                         19
[<mark>6,</mark>]
           6
                  13
                         20
[<mark>7,</mark>]
           7
                  14
                         21
```

```
[,1] [,2] [,3]
##
## [1,]
           1
                 8
                     15
## [2,]
           2
                 9
                     16
## [3,]
           3
                10
                     17
## [4,]
                11
                     18
## [5,]
           5
                12
                     19
## [6,]
           6
                13
                     20
## [7,]
           7
                14
                     21
```

[1] 1 2 3

6.1.1 Richiamo degli elementi di una matrice

Per richiamare determinati valori all'interno della matrice si utilizza l'operatore []:

```
m <- matrix(1:21, 7, 3)
m[1, 1]

## [1] 1

m[1, ]

## [1] 1 8 15

m[, 1]

## [1] 1 2 3 4 5 6 7

m[1:3, 1]</pre>
```

```
[,1] [,2] [,3]
##
## [1,]
                  8
           15
                        1
## [2,]
           16
                  9
                        2
## [3,]
           17
                 10
                        3
## [4,]
           18
                 11
                        4
## [5,]
           19
                 12
                        5
## [6,]
                        6
           20
                 13
## [7,]
           21
                 14
                        7
```

6.1.2 Etichette della matrice

Con l'argomento opzionale dimnames è possibile fornire una lista di etichette personalizzate per i nomi delle righe e delle colonne. In alternativa, si può creare una matrice senza etichette e aggiungerle in un secondo momento assegnandole direttamente con rownames() e colnames(). Queste funzioni ritornano infatti l'insieme di etichette della matrice passata in input; sovrascrivendo il vettore ritornato si cambiano i nomi delle righe/colonne.

```
righe <- c("A", "B")
colonne <- c("V", "W", "X", "Y", "Z")
etichette <- list(righe, colonne)
matrix(1:10, 2, 5, byrow = T, dimnames = etichette)</pre>
```

```
## V W X Y Z
## A 1 2 3 4 5
## B 6 7 8 9 10
```

La funzione length() ritorna il numero di celle della matrice passata in input, che equivale al numero di righe moltiplicato per il numero di colonne. Le funzioni nrow() e ncol() restituiscono rispettivamente il numero di righe e il numero di colonne di una matrice. Con la funzione dim() è possibile ricavare direttamente le dimensioni della matrice, ottenendo un vettore del tipo (numero di righe, numero di colonne).

6.1.3 Operazioni tra matrici

In R è possibile effettuare diverse operazioni sulle matrici, tra cui:

- somma e differenza,
- prodotto matriciale, con l'operatore %*%,
- calcolo dell'inversa, tramite la funzione solve(),
- calcolo della trasposta, tramite la funzione t(),
- restituzione della diagonale, tramite della funzione diag().

```
M <- matrix(1:4, 2, 2)
N <- matrix(c(1, 0, 0, 1), 2, 2)
M * N

## [,1] [,2]
## [1,] 1 0
## [2,] 0 4

M * N == M

## [,1] [,2]
## [1,] TRUE FALSE
## [2,] FALSE TRUE</pre>
```

6.2 Array

Gli array sono una generalizzazione dei vettori e delle matrici, ma possono gestire più di 2 dimensioni. Analogamente a quanto visto per le matrici, si può creare un array con la funzione array(v, dim), dove v è il vettore dei dati e dim è il vettore contenente le dimensioni dell'array. L'argomento opzionale dimnames, come per le matrici, permette di specificare il nome delle diverse dimensioni.

```
vector1 \leftarrow c(5, 9, 3)
vector2 <- c(10:15)
dim1 \leftarrow c("A1", "A2", "A3")
dim2 <- c("B1", "B2", "B3")
dim3 <- c("C1", "C2")</pre>
array(c(vector1, vector2), dim = c(3, 3, 2), dimnames = list(dim1, dim2, dim3))
## , , C1
##
##
      B1 B2 B3
## A1 5 10 13
## A2 9 11 14
## A3 3 12 15
##
##
   , , C2
##
##
      B1 B2 B3
## A1 5 10 13
## A2 9 11 14
## A3 3 12 15
```

6.2.1 Esercizi

• Scrivi un codice R per creare un vettore con i numeri da 1 a 10.

```
c(1:10)
## [1] 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
```

• Crea una matrice 2 x 2 con i numeri da 1 a 4 e calcola la somma delle righe.

```
m <- matrix(1:4, 2, 2)
m
##
        [,1] [,2]
## [1,]
           1 3
## [2,]
           2
rowSums(matrix(1:4, 2, 2))
## [1] 4 6
  • Genera un array con dimensioni 2 x 2 x 3 e calcola la media tra tutti gli elementi.
array1 \leftarrow array(1:12, dim = c(2, 2, 3))
array1
## , , 1
##
##
       [,1] [,2]
## [1,]
           1
## [2,]
           2
##
## , , 2
##
```

, , 3

[,1] [,2]

5

6

##

[1,]

[2,]

[,1] [,2]

[1,] 9 11 ## [2,] 10 12

mean(array1)

[1] 6.5

6.2.2 Esercizi finali

• Crea una matrice 3 x 3 con valori casuali compresi tra 1 e 10.

```
vettore <- sample(1:10, 9)
matrice <- matrix(vettore, 3, 3)
matrice</pre>
```

```
## [,1] [,2] [,3]
## [1,] 4 9 3
## [2,] 1 7 2
## [3,] 5 8 10
```

 $\bullet\,$ Calcola la somma degli elementi di una matrice 4 x 4 data.

```
vettore <- sample(1:40, 16)</pre>
matrice <- matrix(vettore, 4, 4)</pre>
matrice
##
         [,1] [,2] [,3] [,4]
## [1,]
          18
                17
                      12
## [2,]
           23
                 38
                      33
                            30
## [3,]
           29
                 39
                      20
                             4
## [4,]
           37
                 35
                      19
                             1
sum(matrice)
## [1] 358
   \bullet\, Trova il massimo valore di ogni colonna di una matrice 5 x 3.
vettore <- sample(1:50, 15)</pre>
matrice <- matrix(vettore, 5, 3)</pre>
{\tt matrice}
##
         [,1] [,2] [,3]
## [1,]
           45
                 48
## [2,]
                 21
                      22
           39
## [3,]
           40
                 18
                      37
## [4,]
           15
                 23
                      27
## [5,]
           46
                 31
                        3
apply(matrice, 2, max)
## [1] 46 48 37
   • Crea un array tridimensionale 2 x 2 x 3 con numeri interi casuali compresi tra 1 e 20.
vettore <- sample(1:20, 12)</pre>
array2 \leftarrow array(vettore, dim = c(2, 2, 3))
array2
## , , 1
##
         [,1] [,2]
##
## [1,]
           6
                 15
## [2,]
           18
##
## , , 2
##
##
         [,1] [,2]
## [1,]
         19
## [2,]
           17
                  9
```

• Calcola la media degli elementi di ogni strato dell'array creato nell'esercizio 4.

```
apply(array2, 3, mean)
```

```
## [1] 10.50 12.25 10.00
```

• Trova il valore minimo di ogni riga dell'array creato nell'esercizio 4.

```
for(i in 1:dim(array2)[3]) {
  print(apply(array2[, , i],1, min))
}
## [1] 6 3
## [1] 4 9
```

• Crea una matrice 2 x 2 con i valori da 1 a 4 e calcola la sua trasposta.

```
matrice <- matrix(1:4, 2, 2, byrow = T)
matrice</pre>
```

```
## [,1] [,2]
## [1,] 1 2
## [2,] 3 4
```

t(matrice)

[1] 7 2

```
## [,1] [,2]
## [1,] 1 3
## [2,] 2 4
```

• Crea una matrice 3 x 3 con i valori da 1 a 9 e calcola la sua inversa.

```
matrice <- matrix(1:9, 3, 3)
matrice</pre>
```

```
## [,1] [,2] [,3]
## [1,] 1 4 7
## [2,] 2 5 8
## [3,] 3 6 9
```

```
solve(matrice)
```

Error in solve.default(matrice): Routine Lapack dgesv: il sistema è esattamente singolare: U[3,3] =

Viene restituito un errore poiché la matrice è singolare, quindi non è possibile calcolarne l'inversa.

• Crea un array tridimensionale 3 x 2 x 2 con i valori da 1 a 12 e calcola la somma degli elementi lungo la terza dimensione.

```
array3 \leftarrow array(1:12, dim = c(3, 2, 2))
array3
##
   , , 1
##
##
         [,1] [,2]
## [1,]
            1
## [2,]
            2
                  5
            3
## [3,]
                  6
##
##
   , , 2
##
##
         [,1] [,2]
                 10
## [1,]
            7
## [2,]
            8
                 11
## [3,]
            9
                 12
apply(array3, 3, sum)
```

[1] 21 57

7 Dataframes

I dataframes sono concettualmente simili alle matrici, in cui però le colonne possono contenere tipi di dati diversi. In questo senso sono equiparabili alle tabelle di un foglio di calcolo. Si può creare un dataframe a partire dai vettori colonna con la funzione data.frame(), di default R utilizzerà come nome delle colonne i nomi dei vettori passati in input. Analogamente alle altre strutture dati è possibile accedere alle informazioni tramite indici (utili per selezionare le righe), oppure tramite il nome della colonna; anche per i dataframes è disponibile la sintassi ridotta che fa uso del \$. Le funzioni names(), dim(), ncol() e nrow() sono definite anche per i dataframes. Combinando le funzioni built-in e la selezione condizionale si possono effettuare alcune analisi basilari, ad esempio l'età media di chi possiede un reddito alto.

```
nome eta reddito
## 1 Giovanni 61
                    alto
## 2 Giovanni 50
## 3
        Aldo 35 basso
## 4 Rossella 24 medio
## 5
       Luca 66 basso
## 6 Matteo 65
                  alto
names(df)
## [1] "nome" "eta"
                          "reddito"
dim(df)
## [1] 100 3
nrow(df)
## [1] 100
ncol(df)
## [1] 3
df$eta
   [1] 61 50 35 24 66 65 66 23 49 22 18 39 38 41 31 37 25 50 37 31 46 57 62 60 25
## [26] 53 63 19 69 24 45 77 54 54 33 37 39 27 50 48 46 69 37 46 31 59 32 76 36 75
## [51] 68 77 24 78 19 25 26 58 35 42 34 34 62 31 51 79 24 25 19 78 37 39 32 28 51
## [76] 21 18 52 71 44 72 27 36 34 33 61 26 27 80 41 43 58 26 48 32 23 30 28 37 32
df[3, 2]
## [1] 35
df$eta[4]
## [1] 24
df[2, "eta"]
## [1] 50
df[df$reddito=="alto", ]
```

```
## 1
      Giovanni
                 61
                        alto
## 2
      Giovanni
                 50
                        alto
## 6
                 65
         Matteo
                        alto
## 19
         Silvia
                 37
                        alto
## 25 Giovanni
                 25
                        alto
## 28
         Andrea
                 19
                        alto
## 29
         Silvia
                 69
                        alto
## 32
       Antonio
                 77
                        alto
## 33
         Andrea
                 54
                        alto
## 41 Giovanni
                 46
                        alto
## 44
       Letizia
                 46
                        alto
## 54 Giovanni
                 78
                        alto
## 55
       Letizia
                 19
                        alto
## 61
         Matteo
                 34
                        alto
## 70 Giovanni
                  78
                        alto
                 32
## 73 Giovanni
                        alto
## 80
       Letizia
                        alto
## 83
          Adele
                 36
                        alto
## 88
         Matteo
                 27
                        alto
## 93 Giovanni
                 26
                        alto
       Antonio
                        alto
etamediacond <- function(df, reddito){</pre>
  x \leftarrow c()
  for (i in 1:length(unique(reddito))) {
    x <- c(x,(mean(df[df$reddito == reddito[i], 2])))</pre>
  }
```

```
## [1] 45.28571 45.28571 45.22500
```

etamediacond(df, df\$reddito)

R fornisce già alcuni pacchetti contenenti dataset pronti all'uso: è il caso del package data. Per una breve descrizione sui diversi dataset disponibili nel pacchetto bisogna lanciare data(). Per importare uno specifico dataset si usa il comando data("nome dataset"). Si utilizza head(nome dataset) per avere un'anteprima del dataset stesso senza visualizzarlo interamente sullo schermo. Di default saranno visualizzate le prime 6 righe: per cambiare questo valore impostare l'opzione n della funzione.

7.1 Esercizi

return(x)

}

##

nome eta reddito

Importare il dataset airquality e visualizzare i primi 8 elementi.

```
data("airquality")
head(airquality, 8)
```

```
##
     Ozone Solar.R Wind Temp Month Day
## 1
        41
                190
                     7.4
                            67
                                    5
                                         1
## 2
        36
                118 8.0
                            72
                                    5
                                         2
## 3
                                    5
                                         3
        12
                149 12.6
                            74
```

```
## 4
        18
               313 11.5
                           62
## 5
        NA
                NA 14.3
                           56
                                  5
                                      5
                                  5
## 6
        28
                NA 14.9
                           66
                                      6
        23
               299 8.6
                                  5
                                      7
## 7
                           65
## 8
        19
                99 13.8
                           59
                                  5
```

Filtrare i dati creando un dataframe solo per il mese di luglio.

```
luglio <- airquality[airquality$Month == 7, ]</pre>
```

Calcolare e stampare la concentrazione media di ozono per il mese di luglio, ricordandosi di filtrare gli eventuali valori mancanti (NA).

```
mean(luglio$0zone, na.rm = T)
```

8 Factor e tabelle di frequenza

8.1 Factor

[1] 59.11538

La funzione factor() in R è utilizzata per convertire un vettore di dati in un fattore. Un fattore è un tipo di dato in R utilizzato per rappresentare variabili categoriali con un numero finito di livelli o labels. La sintassi è la seguente:

```
factor(x, levels, labels)
```

Esempio:

```
vettore <- c("A", "B", "A", "C", "B")
fattore <- factor(vettore)
fattore</pre>
```

```
## [1] A B A C B
## Levels: A B C
```

Si supponga di avere un vettore di dati che contenga i risultati di un esame rappresentati da valori numerici da 1 a 5 e si voglia convertire questi valori in un fattore con livelli significativi.

```
vettore <- c(3, 2, 5, 1, 4, 3, 1, 2, 5)
livelli <- c(1, 2, 3, 4, 5)
etichette <- c("Insufficiente", "Sufficiente", "Buono", "Ottimo", "Eccellente")
fattore <- factor(vettore, levels = livelli, labels = etichette)
fattore</pre>
```

```
## [1] Buono Sufficiente Eccellente Insufficiente Ottimo
## [6] Buono Insufficiente Sufficiente Eccellente
## Levels: Insufficiente Sufficiente Buono Ottimo Eccellente
```

8.2 Tabelle di frequenza

La funzione table() in R è utilizzata per creare tabelle di frequenza che mostrano la distribuzione delle frequenze di variabili categoriche. Esempio:

```
vettore <- c("A", "B", "A", "C", "B", "A", "A", "B", "C")
table(vettore)

## vettore
## A B C
## 4 3 2</pre>
```

8.3 Esercizi

Utilizzando la funzione table(), crea una tabella di frequenza per un vettore che rappresenta il risultato di un lancio di un dado.

```
results <- sample(1:6, 10, replace = T)
table(results)

## results
## 1 2 3 4 6
## 1 3 2 1 3

results</pre>
```

```
## [1] 1 3 2 4 6 2 2 6 6 3
```

Analisi di frequenza su un dataset simulato che contiene informazioni su sesso, età e livello di istruzione di un gruppo di individui.

```
bwages <- read.csv2("bwages.csv", header = T, sep = ",")
str(bwages)

## 'data.frame': 1472 obs. of 4 variables:
## $ wage : chr "7.7802076852" "4.81850475584" "10.563645423" "7.0424294557" ...
## $ educ : int 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 ...
## $ exper: int 23 15 31 32 9 15 26 23 13 22 ...
## $ sex : int 1 1 0 0 0 0 0 0 1 0 ...

bwages$sex <- as.factor(bwages$sex)
bwages$educ <- as.factor(bwages$educ)
str(bwages)

## 'data.frame': 1472 obs. of 4 variables:
## $ wage : chr "7.7802076852" "4.81850475584" "10.563645423" "7.0424294557" ...</pre>
```

\$ educ : Factor w/ 5 levels "1","2","3","4",..: 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 ...

\$ sex : Factor w/ 2 levels "0", "1": 2 2 1 1 1 1 1 1 2 1 ...

\$ exper: int 23 15 31 32 9 15 26 23 13 22 ...

```
table(bwages$sex)
##
##
     0
## 697 775
table(bwages$educ)
##
##
     1
         2
             3
                  4
                      5
    99 265 420 356 332
table(bwages$educ, bwages$sex)
##
##
         0
              1
##
        42 57
     1
##
     2 120 145
```

9 Data import/export in R

3 186 234 4 181 175

5 168 164

##

In R, l'I/O da file è fondamentale per leggere e scrivere dati da e verso file.

La funzione read.table() è comunemente utilizzata per leggere dati tabellari da file di testo.

```
dati <- read.table("dati.txt", header = TRUE)</pre>
```

Altre funzioni, come read.csv() e read.delim() sono specializzate nella lettura di file CSV e di testo delimitato.

```
dati <- read.csv("dati.csv")</pre>
```

La funzione readLines() consente di leggere le righe di un file di testo.

```
righe <- readLines("testo.txt")
```

La funzione scan() è utilizzata per leggere dati da file di testo o da input utente.

```
dati <- scan("dati.txt", what = numeric(), sep = ",")</pre>
```

La funzione write.csv() è utilizzata per scrivere dati R in un file di testo. La sintassi di base è la seguente:

```
write.csv(dataframe, "nomefile.csv", row.names = FALSE)
```

dove dataframe è il dataframe da esportare e "nomefile.csv" è il nome del file CSV di destinazione. L'opzione row.names = FALSE specifica che non si desidera riportare l'intestazione delle righe (i nomi delle colonne) nel file csv.

```
#Caricare il dataset mtcars.
data("mtcars")

#Filtrare le auto con un numero di cilindri maggiore di 4.
mtcars <- mtcars[mtcars$cyl > 4, ]

#Selezionare solo le colonne mpg, cyl, hp e gear
mtcars <- mtcars[, c(1, 2, 4, 10)]

#Rinominare la colonna mpg in kml (km per litro) e trasformare i dati.
names(mtcars)[names(mtcars) == "mpg"] <- "kml"
mtcars$kml <- mtcars$kml * 0.425144

#Salvare il risultato in un file CSV chiamato mtcars2.csv
write.csv(mtcars, "mtcars2.csv", row.names = TRUE)</pre>
```

10 Tidyverse e Dplyr

Tidyverse è un insieme di pacchetti in R progettati per facilitare l'analisi dei dati. Uno dei principali pacchetti di Tidyverse è dplyr, che fornisce una grammatica coerente per manipolare i dati. dplyr ha diverse funzionalità:

• filtraggio dei dati

```
filter(data, condizone)
```

• selezione di colonne,

```
select(data, col1, col2)
```

• aggiunta nuove colonne

```
mutate(data, nuovacolonna = espressione)
```

• raggruppamento e sommarizzazione dei dati

```
group_by(data, colonna) %>%
    summarise(media = mean(colonna))
```

• unione dei dati

```
left_join(data1, data2, by = "colonna")
```

• ordinamento dei dati

```
arrange(data, colonna)
```

10.1 Esempio sul dataset mtcars

Filtraggio dei dati per auto con mpg maggiore di 20.

```
data(mtcars)
mtcars_filtered <- mtcars %>%
  filter(mpg > 20)
head(mtcars_filtered)
```

```
##
                 mpg cyl disp hp drat
                                         wt qsec vs am gear carb
## Mazda RX4
                      6 160.0 110 3.90 2.620 16.46
                21.0
                                                  0 1
## Mazda RX4 Wag 21.0
                       6 160.0 110 3.90 2.875 17.02
                22.8 4 108.0 93 3.85 2.320 18.61 1 1
## Datsun 710
                                                               1
## Hornet 4 Drive 21.4 6 258.0 110 3.08 3.215 19.44 1 0
## Merc 240D
                24.4 4 146.7 62 3.69 3.190 20.00 1 0
                                                               2
## Merc 230
                22.8 4 140.8 95 3.92 3.150 22.90 1 0
                                                               2
```

Selezione delle colonne mpg e cyl.

```
mtcars_selected <- mtcars %>%
  select(mpg, cyl)
head(mtcars_selected)
```

```
## Mazda RX4 21.0 6
## Mazda RX4 Wag 21.0 6
## Datsun 710 22.8 4
## Hornet 4 Drive 21.4 6
## Hornet Sportabout 18.7 8
## Valiant 18.1 6
```

Aggiunta di una nuova colonna hp_per_cyl che rappresenta la potenza per cilindro.

```
mtcars_new_column <- mtcars %>%
  mutate(hp_per_cyl = hp/cyl)
head(mtcars_new_column)
```

```
##
                                            wt qsec vs am gear carb hp_per_cyl
                    mpg cyl disp hp drat
## Mazda RX4
                   21.0
                         6 160 110 3.90 2.620 16.46 0 1
                                                            4
                                                                     18.33333
                   21.0 6 160 110 3.90 2.875 17.02 0 1
## Mazda RX4 Wag
                                                                     18.33333
## Datsun 710
                   22.8 4 108 93 3.85 2.320 18.61 1 1
                                                                     23.25000
## Hornet 4 Drive
                   21.4 6 258 110 3.08 3.215 19.44 1 0
                                                             3 1
                                                                     18.33333
## Hornet Sportabout 18.7
                         8 360 175 3.15 3.440 17.02 0 0
                                                                     21.87500
## Valiant
                          6 225 105 2.76 3.460 20.22 1 0
                   18.1
                                                                     17.50000
```

Raggruppamento per numero di cilindri e calcolo della media di mpg.

```
mtcars_grouped <- mtcars %>%
  group_by(cyl) %>%
  summarise(mean_mpg = mean(mpg))
head(mtcars_grouped)
```

Unione dei dati in base alla colonna cyl.

```
##
     mpg cyl disp hp drat
                              wt qsec vs am gear carb Livello_cilindrata
## 1 21.0
           6 160 110 3.90 2.620 16.46
                                       0
                                                4
                                                         Media cilindrata
## 2 21.0
           6 160 110 3.90 2.875 17.02
                                                4
                                                     4
                                                         Media cilindrata
                                           1
## 3 22.8
           4 108 93 3.85 2.320 18.61
                                                     1
                                                         Bassa cilindrata
## 4 21.4
              258 110 3.08 3.215 19.44
                                                         Media cilindrata
           6
                                           0
                                                3
                                        1
                                                     1
## 5 18.7
           8
              360 175 3.15 3.440 17.02 0
                                           0
                                                3
                                                     2
                                                          Alta cilindrata
## 6 18.1
           6 225 105 2.76 3.460 20.22 1 0
                                                         Media cilindrata
                                                3
                                                     1
```

Ordinamento dei dati in base alla colonna mpg.

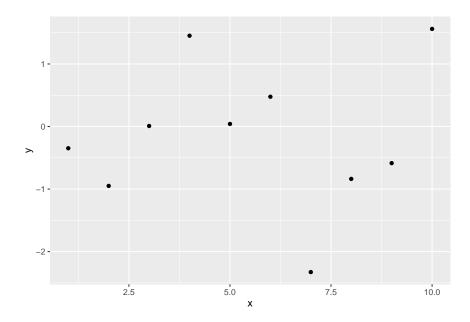
```
mtcars_ordered <- mtcars %>%
  arrange(mpg)
head(mtcars_ordered)
```

```
##
                       mpg cyl disp hp drat
                                                wt qsec vs am gear carb
## Cadillac Fleetwood
                      10.4
                             8 472 205 2.93 5.250 17.98
## Lincoln Continental 10.4
                             8 460 215 3.00 5.424 17.82 0
                                                                  3
                                                                       4
                                350 245 3.73 3.840 15.41
## Camaro Z28
                      13.3
## Duster 360
                                360 245 3.21 3.570 15.84
                      14.3
                             8
                                                          0 0
                                                                  3
                                                                       4
## Chrysler Imperial
                      14.7
                             8
                                440 230 3.23 5.345 17.42
                                                          0 0
                                                                  3
                                                                       4
## Maserati Bora
                             8 301 335 3.54 3.570 14.60
                      15.0
```

11 Visualizzazione dei dati in R

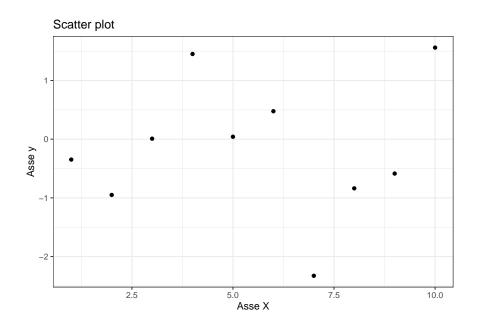
Il pacchetto ggplot2 è una libreria di R per la visualizzazione dei dati che offre un'interfaccia coerente e potente per creare grafici, tra cui scatter plot, line plot, istogrammi e altri. La creazione di un grafico di base comporta la definizione di un dataset e l'aggiunta di uno o più layer grafici.

```
#Creazione di uno scatter plot
ggplot(dati, aes(x, y),) +
  geom_point()
```



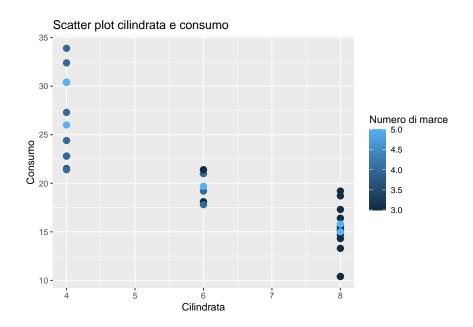
ggplot2 offre molte opzioni per personalizzare grafici, tra cui la modifica dei colori, dei titoli, delle etichette degli assi e l'aggiunta di elementi grafici come linee, rettangoli e testo.

```
ggplot(dati, aes(x, y),) +
  labs(title = "Scatter plot", x = "Asse X", y = "Asse y") +
  geom_point() +
  theme_bw()
```



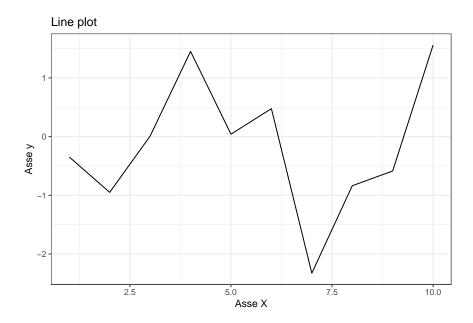
Tipi di geometria in ggplot2:

• geom_point() crea un grafico a dispersione (scatter plot) mostrando i punti dati

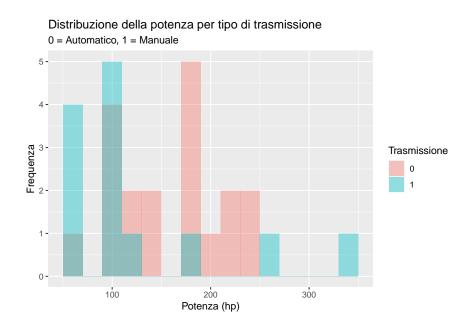


• geom_line() crea un grafico a linee collegando i punti dati in ordine

```
ggplot(dati, aes(x, y),) +
  labs(title = "Line plot", x = "Asse X", y = "Asse y") +
  geom_line() +
  theme_bw()
```

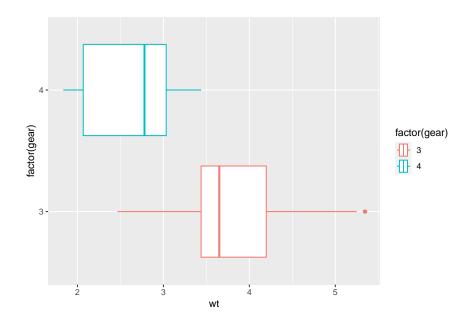


- geom_bar() crea un grafico a barre rappresentando la frequenza o il valore di una variabile
- geom_histogram() crea un istogramma mostrando la distribuzione di una variabile continua



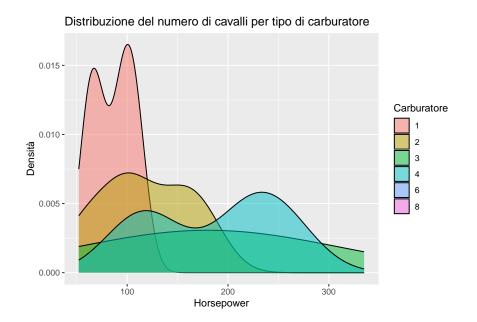
• geom_boxplot() crea un boxplot visualizzando la distribuzione di una variabile attraverso i quartili

```
ggplot(subset(mtcars, gear == c(3, 4)), aes(wt, factor(gear))) +
geom_boxplot(aes(color = factor(gear)))
```



• geom_density() crea un grafico di densità mostrando la distribuzione di una variabile continua

```
ggplot(mtcars, aes(x = hp, fill = factor(carb))) +
  geom_density(alpha = 0.5) +
  labs(title = "Distribuzione del numero di cavalli per tipo di carburatore",
        x = "Horsepower", y = "Densità",
        fill = "Carburatore")
```



• geom_text() aggiunge testo ai grafici, come etichette o annotazioni

- geom_path() traccia un percorso tra i punti dati, utile per dati sequenziali
- geom_smooth() aggiunge una curva di regressione o una linea liscia ai dati
- geom_area() riempie l'area sotto una curva, solitamente usato con linee o curve
- geom_polygon() crea un poligono collegando i punti dati, usato per rappresentare aree
- geom_jitter() aggiunge jitter ai dati, utile per rendere più chiari i dati sovrapposti
- geom_tile() crea un grafico a matrice di tessere, utile per rappresentare dati categorici
- geom_violin() crea un grafico a violino mostrando la distribuzione di una variabile
- geom_errorbar() aggiunge barre di errore ai grafici, utile per rappresentare la variazione
- geom_abline() aggiunge una linea di regressione o una linea con un'equazione specifica
- geom_hline() aggiunge una linea orizzontale a un grafico
- geom_vline() aggiunge una linea verticale a un grafico
- geom_label() aggiunge etichette ai punti sui grafici

12 Funzioni apply

Le funzioni di applicazione in R sono utilizzate per applicare una funzione ad una struttura dati, come una lista, un vettore, una matrice o un array. Esistono diverse funzioni di applicazione in R, tra cui:

- lapply(): applica una funzione ad ogni elemento di una lista
- sapply(): simile a lapply(), ma semplifica i risultati se possibile.
- vapply(): simile a sapply(), ma richiede un tipo di output specificato
- mapply(): applica una funzione a più argomenti.
- apply(): applica una funzione a matrici o array multidimensionali.

12.1 Esempi di utilizzo

Applica la funzione sqrt() ad ogni elemento di una lista.

```
lista <- list(a = 1:5, b = 6:10)
lapply(lista, sqrt)</pre>
```

```
## $a
## [1] 1.000000 1.414214 1.732051 2.000000 2.236068
##
## $b
## [1] 2.449490 2.645751 2.828427 3.000000 3.162278
```

Applica la funzione mean() ad ogni elemento di una lista.

```
sapply(lista, mean)
```

```
## a b
## 3 8
```

La differenza tra sapply() e lapply() è che la prima funzione restituisce in output un vettore nominato, mentre la seconda restituisce una lista.

Applica la funzione mean() ad ogni elemento di una lista e restituisce un vettore con tipo specificato.

```
vapply(lista, mean, FUN.VALUE = numeric(1))
## a b
## 3 8
```

Applica la funzione paste() a due vettori.

```
v1 <- c("a", "b", "c")
v2 <- 1:3
mapply(paste, v1, v2)
```

```
## a b c
## "a 1" "b 2" "c 3"
```

Applica la funzione mean() alle righe di una matrice.

```
matrice <- matrix(1:9, nrow = 3)
apply(matrice, 1, mean)</pre>
```

```
## [1] 4 5 6
```

Applica la funzione mean() alle colonne di una matrice.

```
matrice <- matrix(1:9, nrow = 3)
apply(matrice, 2, mean)</pre>
```

```
## [1] 2 5 8
```

12.2 Esercizi di implementazione in R

Scrivi una funzione che cerchi in una matrice un numero e applichi una funzione su tale numero.

```
applica_se_trovi <- function(matrix, number, fun){
  if(is.matrix(matrix) == F){
    stop("The first parameter is not a matrix")
} else {
  for(i in 1:nrow(matrix)){
    for(j in 1:ncol(matrix)){
      if(matrix[i, j] == number){
    }
}</pre>
```

```
matrix[i, j] <- fun(number)</pre>
           return(matrix)
        }
      }
    }
  }
}
set.seed(1)
matrice <- matrix(round(runif(9, 1, 100), 0), nrow = 3)</pre>
applica_se_trovi(matrice, 27, sqrt)
##
              [,1] [,2] [,3]
## [1,] 5.196152
                      91
                           95
## [2,] 38.000000
                      21
                           66
## [3,] 58.000000
                           63
#alternativa
applica_se_trovi_bis <- function(m, n, func){
  if (!is.matrix(m)){
    stop("La funzione si applica solamente su matrici!")
  }
  nr <- nrow(m)
  nc <- ncol(m)
  i <- 1
  while(i <= nr){</pre>
    j <- 1
    while(j <= nc){</pre>
      val <- m[i, j]</pre>
      if(val == n){
        m[i, j] <- func(val)</pre>
      }
      j <- j + 1
    }
    i <- i + 1
  return (m)
}
applica_se_trovi_bis(matrice, 27, sqrt)
              [,1] [,2] [,3]
```

```
## [,1] [,2] [,3]
## [1,] 5.196152 91 95
## [2,] 38.000000 21 66
## [3,] 58.000000 90 63
```

Da notare che la matrice data in output è di tipo double, non integer come quella passata in input, perché R coercizza in modo implicito l'intero dato quando viene applicato una funzione che trasforma anche un solo elemento di esso (questo ragionamento funziona se genero la matrice con la funzione sample).

Scrivi un funzione che cerchi in una matrice un numero e applichi una funzione su tutta la riga in cui è presente il valore.

```
applica_se <- function(matrix, number, fun){
  if(is.matrix(matrix) == F){
    stop("The first parameter is not a matrix")
} else {
  for(i in 1:nrow(matrix)){
    for(j in 1:ncol(matrix)){
      if(matrix[i, j] == number){
         return(fun(matrix[i, ]))
      }
    }
  }
}
applica_se(matrice, 27, mean)</pre>
```

[1] 71

Creare una versione della funzione applica_se che usi un parametro margin per operare su righe o colonne.

```
set.seed(123)
matrice <- matrix(round(runif(9, 1, 100), 0), nrow = 3)</pre>
applica_se_adv <- function(matrix, number, margin, fun){</pre>
  if(is.matrix(matrix) == F){
    stop("The first parameter is not a matrix")
    for(i in 1:nrow(matrix)){
      for(j in 1:ncol(matrix)){
        if(matrix[i, j] == number){
          if(margin == 1){
            return(fun(matrix[i, ]))
          } else if (margin == 2){
            return(fun(matrix[, j]))
          } else {
            stop("Margin must be 1 or 2")
        }
      }
    }
 }
}
applica_se_adv(matrice, 88, 2, mean)
```

[1] 62.66667

```
#alternativa

applica_se_bis <- function(m, n, margin, func){
  if (!is.matrix(m)){
    stop("La funzione si applica solamente su matrici!")
  }</pre>
```

```
if (margin != 1 && margin != 2){
    stop("Il parametro margin deve valere 1 o 2")
  nr <- nrow(m)
  nc <- ncol(m)
  i <- 1
  while(i <= nr){</pre>
    j <- 1
    while(j <= nc){</pre>
      val <- m[i, j]</pre>
      if(val == n){
        if(margin == 1){ # applica su riga
           m[i, ] <- func(m[i, ])
        } else {
           m[, j] <- func(m[, j])
      }
      j <- j + 1
    }
    i <- i + 1
  }
  return (m)
applica_se_bis(matrice, 88, 1, mean)
```

```
## [,1] [,2] [,3]
## [1,] 56.66667 56.66667 56.66667
## [2,] 79.00000 94.00000 89.00000
## [3,] 41.00000 6.00000 56.00000
```

Creare una versione di entrambe le funzioni con un parametro ulteriore mul che se TRUE continui la ricerca una volta trovato un primo match.

```
applica_se_adv2 <- function(matrix, number, margin, func, mul = FALSE){
  if(!is.matrix(matrix)){
    stop("The first parameter must be a numeric matrix")
}

if(margin == 1){
  for(i in 1:nrow(matrix)){
    if(any(matrix[i, ] == number)){
      matrix[i, ] <- func(matrix[i, ])
    }
    if(!mul){break}
  }
} else if(margin == 2){
  for(j in 1:ncol(matrix)){
    if(any(matrix[i, j] == number)){</pre>
```

```
matrix[, j] <- func(matrix[, j])</pre>
      if(!mul){break}
    }
  } else {
    stop("Margin must be 1 or 2")
 return(matrix)
}
set.seed(123)
matrice <- matrix(round(runif(9, 1, 100), 0), nrow = 3)</pre>
matrice[1, 3] <- 88
applica_se_adv2(matrice, 88, 2, sqrt, mul = FALSE) #non va
        [,1] [,2] [,3]
## [1,]
          29
               88
                    88
## [2,]
          79
               94
                    89
## [3,]
          41
                    56
applica_se_adv2(matrice, 88, 2, sqrt, mul = TRUE)
        [,1]
                 [,2]
                           [,3]
## [1,]
          29 9.380832 9.380832
## [2,]
          79 9.695360 9.433981
## [3,]
        41 2.449490 7.483315
matrice[3, 3] <- 88
applica_se_adv2(matrice, 88, 1, sqrt, mul = FALSE)
##
             [,1]
                        [,2]
                                  [,3]
## [1,] 5.385165 9.380832 9.380832
## [2,] 79.000000 94.000000 89.000000
## [3,] 41.000000 6.000000 88.000000
applica_se_adv2(matrice, 88, 1, sqrt, mul = TRUE)
##
             [,1]
                        [,2]
                                  [,3]
## [1,] 5.385165 9.380832 9.380832
## [2,] 79.000000 94.000000 89.000000
## [3,] 6.403124 2.449490 9.380832
```

13 Esercizi di implementazione di funzioni

13.1 Vettori

1) Scrivi una funzione che calcoli la media di un vettore di numeri utilizzando un ciclo.

```
my_mean <- function(v){</pre>
  if(!is.numeric(v)){
    stop("L'input deve essere numerico!")
  s <- 0
  for (elem in v) {
    s \leftarrow s + elem
  return (s / length(v))
}
crea_vettore_num_casuale <- function(lun, min, max){</pre>
  return(runif(lun, min, max))
#TESTING
test_vec <- function(perfun, rfun, iter){</pre>
  i <- 1
  while(i <= iter){</pre>
    v <- crea_vettore_num_casuale(10, 0, 100)</pre>
    mia <- perfun(v)</pre>
    r \leftarrow rfun(v)
    if (all.equal(mia, r)){
      print(paste("iterazione", i , "OK"))
      } else {
        print(paste("Iterazione", i , "ERROR"))
    i <- i+1
  }
}
test_vec(my_mean, mean,8)
## [1] "iterazione 1 OK"
```

```
## [1] "iterazione 1 OK
## [1] "iterazione 2 OK"
## [1] "iterazione 3 OK"
## [1] "iterazione 4 OK"
## [1] "iterazione 5 OK"
## [1] "iterazione 6 OK"
## [1] "iterazione 7 OK"
## [1] "iterazione 8 OK"
```

2) Implementa un funziona che calcoli la mediana di un vettore di numeri. Si può usare la funzione bulit-in in sort()

```
my_median <- function(v){
   if(!is.numeric(v)){
      stop("L'input deve essere numerico!")
}

v <- sort(v)
   if(length(v) %% 2 == 0){
      return(mean(c(v[length(v)/2], v[length(v)/2+1])))
} else {</pre>
```

```
return(v[(length(v)+1)/2])
  }
}
#TESTING
test_vec(my_median, median, 8)
## [1] "iterazione 1 OK"
## [1] "iterazione 2 OK"
## [1] "iterazione 3 OK"
## [1] "iterazione 4 OK"
## [1] "iterazione 5 OK"
## [1] "iterazione 6 OK"
## [1] "iterazione 7 OK"
## [1] "iterazione 8 OK"
  3) Crea una funzione che restituisca un vettore contente solo gli elementi unici presenti nel vettore di input.
     Non usare la funzione built-in unique(). Si può usare l'operatore %in%. Usare funzione vector() per
     creare un vettore vuoto.
my_unique <- function(v){</pre>
  if(is.list(v)){
    stop("L'input non è atomico")
  j <- vector()</pre>
  i <- 1
  while(i <= length(v)){</pre>
    if (!v[i] %in% j){
      j \leftarrow c(j, v[i])
    }
   i <- i+1
  }
return(j)
}
test <- c(1, 1, 3, 5, 6)
all.equal(unique(test), my_unique(test))
## [1] TRUE
test <- c(letters[1:7], letters[1:12]) #character</pre>
all.equal(unique(test), my_unique(test))
## [1] TRUE
#ALTERNATIVA CON FOR (meno efficiente)
```

```
my_unique <- function(x){
  if(!is.numeric(x)){
    stop("The vector in input must be numeric")
}</pre>
```

```
uniq <- vector()
for(elem in x){
    if(elem %in% uniq){
        next
    } else {
        uniq <- c(uniq, elem)
    }
}
return(uniq)
}

v <- sample(round(runif(100, 1, 200)), 25, replace = T)
all.equal(unique(v), my_unique(v))</pre>
```

[1] TRUE

```
#ALTERNATIVA CON WHILE

my_unique_2 <- function(vec){
   if(is.list(vec)){
      stop("L'input non è di tipo atomico")
   }
   n <- length(vec)
   v <- vector()
   for (i in 1:n) {
      if(!(vec[i] %in% v))
      v <- c(v, vec[i])
   }
   return(v)
}

all.equal(my_unique_2(test), unique(test))</pre>
```

[1] TRUE

13.2 Matrici

1) Scrivi una funzione che calcoli la somma degli elementi di una matrice.

```
my_matrix_sum <- function(m){
  if(!is.matrix(m)){
    stop("L'input non è di tipo matrix()")
}
sum <- 0
for (i in 1:nrow(m)) {
    for (j in 1:ncol(m)) {
        sum <- sum + m[i,j]
    }
}
return(sum)
}</pre>
```

```
crea_matrice_num_casuale_normali <- function(n, media, devst, row, col){</pre>
  return(matrix(data = rnorm(n, mean = media, sd = devst ),
                 nrow = row,
                 ncol = col ))
}
test_matrix <- function(perfun, rfun, iter){</pre>
i <- 1
while(i <= iter){</pre>
  v <- crea_matrice_num_casuale_normali(10, 0, 1, 5, 2)</pre>
  mia <- perfun(v)</pre>
  r <- rfun(v)
  if (all.equal(round(mia), round(r))){
    print(paste("iterazione", i , "OK"))
  }
  else {
    print(paste("Iterazione", i , "ERROR"))
  i <- i+1
}
}
test_matrix(my_matrix_sum, sum, 10)
```

```
## [1] "iterazione 1 OK"
## [1] "iterazione 2 OK"
## [1] "iterazione 3 OK"
## [1] "iterazione 4 OK"
## [1] "iterazione 5 OK"
## [1] "iterazione 6 OK"
## [1] "iterazione 7 OK"
## [1] "iterazione 8 OK"
## [1] "iterazione 9 OK"
## [1] "iterazione 10 OK"
```

2) Implementa una funzione che calcoli la trasposta di una matrice.

```
my_matrix_transpose <- function(m){
  if(!is.matrix(m)){
    stop("L'input non è di tipo matrix()")
  }
  trasp <- vector()
  for (i in 1:nrow(m)) {
    trasp <- c(trasp,m[i,])
    }
  return(matrix(trasp, nrow = ncol(m), ncol = nrow(m)))
}

#ALTERNATIVA

my_matrix_transpose <- function(matrix){
  if(!is.matrix(matrix)){</pre>
```

```
stop("The input must be a matrix")
}
transpose <- matrix(rep(0, prod(dim(matrix))), nrow = ncol(matrix), ncol = nrow(matrix))
for(i in 1:nrow(matrix)){
   transpose[, i] <- matrix[i, ]
}
return(transpose)
}
test_matrix(my_matrix_transpose,t,10)</pre>
```

```
## [1] "iterazione 1 OK"
## [1] "iterazione 2 OK"
## [1] "iterazione 3 OK"
## [1] "iterazione 4 OK"
## [1] "iterazione 5 OK"
## [1] "iterazione 6 OK"
## [1] "iterazione 7 OK"
## [1] "iterazione 8 OK"
## [1] "iterazione 9 OK"
## [1] "iterazione 10 OK"
```

13.3 Array

1) Scrivi una funzione che calcoli la somma degli elementi di un array tridimensionale.

```
my_array_sum <- function(x){</pre>
  if(!is.array(x) | length(dim(x)) != 3){
    stop("The input must be an array of three dimensions")
  sum <- 0
  for(i in 1:nrow(x)){
    for(j in 1:ncol(x)){
      for(h in 1:dim(x)[3]){
        sum \leftarrow sum + x[i, j, h]
      }
    }
  }
  return(sum)
crea_array_num_casuali <-function(n, i, j){</pre>
  array(sample(n), dim = c(i, j, 3))
}
test_array<-function(perfun, rfun, iter){</pre>
i <- 1
while(i <= iter){</pre>
  v <- crea_array_num_casuali(30, 2, 5)</pre>
  mia <- perfun(v)</pre>
 r <- rfun(v)
  if (all.equal(round(mia),round(r))){
```

```
print(paste("iterazione", i , "OK"))
}
else {
  print(paste("Iterazione", i , "ERROR"))
}
i <- i+1
}
test_array(my_array_sum, sum, 10)</pre>
```

```
## [1] "iterazione 1 OK"
## [1] "iterazione 2 OK"
## [1] "iterazione 3 OK"
## [1] "iterazione 4 OK"
## [1] "iterazione 5 OK"
## [1] "iterazione 6 OK"
## [1] "iterazione 7 OK"
## [1] "iterazione 8 OK"
## [1] "iterazione 9 OK"
## [1] "iterazione 10 OK"
```

2) Implementa una funzione che calcoli la media degli elementi di un array multidimensionale.

```
my_array_mean <- function(arr){</pre>
  if(!is.array(arr)){
    stop("L'input non è di tipo array()")
  }
  v <- 0
    for (i in 1:dim(arr)[1]) {
      for (j in 1:dim(arr)[2]) {
        for(s in 1:dim(arr)[3]){
          v \leftarrow v + arr[i,j,s]
        }
      }
    }
   return(v/length(arr))
}
#ALTERNATIVA PIù EFFICIENTE
my_array_mean <- function(arr){</pre>
  if(!is.array(arr)){
    stop("L'input non è di tipo array()")
  v <- 0
  for(elem in arr){
    v \leftarrow v + elem
   return(v/length(arr))
}
#ALTERNATIVA CON UTILIZZO DI ALTRE FUNZIONI
```

```
my_array_mean <- function(x){
   if(!is.array(x)){
     stop("The input must be an array")
   }
   somma <- my_array_sum(x)
   m_mean <- somma/prod(dim(x))
   return(m_mean)
}
#TESTING

test_array(my_array_mean, mean, 10)

## [1] "iterazione 1 OK"</pre>
```

```
## [1] "iterazione 1 OK"

## [1] "iterazione 2 OK"

## [1] "iterazione 3 OK"

## [1] "iterazione 4 OK"

## [1] "iterazione 5 OK"

## [1] "iterazione 6 OK"

## [1] "iterazione 7 OK"

## [1] "iterazione 8 OK"

## [1] "iterazione 9 OK"

## [1] "iterazione 10 OK"
```

3) Implementa una funzione che restituisca TRUE se la media degli elementi di un array multidimensionale supera un valore di soglia s dato in input.

```
my_array_sup <- function(arr, sup){</pre>
  if(!is.array(arr)){
    stop("L'input non è di tipo array()")
  }
  v <- 0
    for (i in 1:dim(arr)[1]) {
      for (j in 1:dim(arr)[2]) {
        for(s in 1:dim(arr)[3]){
          v <- v + arr[i,j,s]</pre>
      }
    }
  if(v/length(arr) > sup){
       return(TRUE)
  } else{
    return(FALSE)
  }
}
#ALTERNATIVA CON UTILIZZO DI ALTRE FUNZIONI
my_array_sup <- function(x, s){</pre>
  if(!is.array(x)){
    stop("The input must be an array")
 }
```

```
media <- my_array_mean(x)</pre>
  if(media > s){
    return(TRUE)
  } else {
    return(FALSE)
}
set.seed(123)
test <- crea_array_num_casuali(40,2,3)</pre>
my_array_sup(test, 2)
## [1] TRUE
my_array_sup(test, 50)
## [1] FALSE
my_array_mean(test) == mean(test)
## [1] TRUE
# Esercizio "bonus": calcola la media di valori oltre una certa soglia
my_array_mean_if <- function(arr, sup){</pre>
 if(!is.array(arr)){
    stop("L'input non è di tipo array()")
  v <- 0
  cicli <- 0
    for (i in 1:dim(arr)[1]) {
      for (j in 1:dim(arr)[2]) {
        for(s in 1:dim(arr)[3]){
          if (arr[i,j,s] > sup){
            v <- v + arr[i,j,s]</pre>
            cicli <- cicli + 1
        }
      }
    }
  if(cicli == 0){
    return(0)
  } else{
    return(v/cicli)
  }
}
#TESTING
test <- crea_array_num_casuali(40,2,3)</pre>
round(my_array_mean_if(test, 2)) == round(mean(test[test > 2]))
```

[1] TRUE

13.4 Liste

1) Scrivi una funzione che restituisca il numero di elementi presenti in una lista.

```
pts <- list(cars[,1], cars[,2], letters[1:15])</pre>
my_list_length <- function(lis){</pre>
  if(!is.list(lis)){
    stop("The input must be a list")
  count <- 0
  for(elem in lis){
    count <- count + 1
  return(count)
#ALTERNATIVA CHE NON CONSIDERA GLI NA
my_list_lenght <- function(1){</pre>
  if (!is.list(l)){
    stop("L'input non è di tipo list()")
  v <- vector()</pre>
  for (s in 1:length(pts)) {
    v <- c(v, !is.na(l[[s]]))</pre>
  return(sum(v))
my_list_lenght(pts)
```

[1] 115

2) Implementa una funzione che inverte l'ordine degli elementi in una lista.

```
my_list_reverse <- function(lis){
   if(!is.list(lis)){
      stop("The input must be a list")
   }
   reverse <- list()
   for(i in 1:length(lis)){
      reverse[[i]] <- lis[[length(lis) - i + 1]]
   }
   return(reverse)
}

#ALTERNATIVA ORDINE DECRESCENTE

my_list_reverse <- function(l){
   if (!is.list(l)){
      stop("L'input non è di tipo list()")</pre>
```

```
for (s in 1:length(l)) {
  l[[s]] <- sort(l[[s]], TRUE)
 return(1)
my_list_reverse(pts)
## [[1]]
   [1] 25 24 24 24 24 23 22 20 20 20 20 20 19 19 19 18 18 18 18 17 17 17 16 16 15
## [26] 15 15 14 14 14 14 13 13 13 13 12 12 12 12 11 11 10 10 10 9 8 7 7 4 4
## [[2]]
  [1] 120 93 92 85
                            80
                                76
                                   70
                                        68
                                                   60
                                                       56
##
                        84
                                           66
                                               64
                                                           56
                                                               54
                                                                   54 52 50
                                                                              48
                                                   32
                                                       32
            46
               42
                    40
                        40
                            36
                                36
                                   34
                                        34
                                               32
                                                           28
                                                               28
                                                                   26 26
                                                                           26
                                                                              26
## [20]
        46
                                           34
## [39]
        24
            22 20
                    20
                        18 17
                               16
                                   14
                                        10
                                           10
                                                    2
##
## [[3]]
  [1] "o" "n" "m" "l" "k" "j" "i" "h" "g" "f" "e" "d" "c" "b" "a"
```

13.5 Dataframes

1) Scrivi una funzione che calcoli la media delle colonne numeriche in un dataframe.

```
my_df_mean <- function(df){</pre>
  if(!is.data.frame(df)){
    stop("L'input non è di tipo data.frame() !")
  v <- vector()</pre>
  c <- character()</pre>
  df <- na.omit(df)</pre>
  for (j in 1:ncol(df)) {
    if(is.numeric(df[,j])){
      c <- c(c, names(df)[j])</pre>
      v <- c(v, mean(df[,j]))</pre>
  }
  return(setNames(v, c))
#ALTERNATIVA
my_df_mean <- function(df){</pre>
  if(!is.data.frame(df)){
    stop("The input must be a dataframe")
  mean_values <- vector()</pre>
  for(i in 1:ncol(df)){
    if(is.numeric(df[, i])){
      mean_values <- c(mean_values, sum(df[, i], na.rm = T)/nrow(df))</pre>
```

```
## Column_Index Mean
## Sepal.Length 1 5.843333
## Sepal.Width 2 3.057333
## Petal.Length 3 3.758000
## Petal.Width 4 1.199333
```

2) Implementa una funzione che filtri le righe di un dataframe in base a una condizione specificata.

```
my_df_filter <- function (df, cond, value, var){</pre>
  if(!is.data.frame(df)){
    stop("L'input non è di tipo dataframe")
  filtro <- switch(cond,
    "==" = df[df[[var]] == value, ],
    "!=" = df[df[[var]] != value, ],
                                         #non funziona con il $
    ">" = df[df[[var]] > value, ],
    "<" = df[df[[var]] < value, ],
    ">=" = df[df[[var]] >= value, ],
    "<="= df[df[[var]] <= value, ])
return(filtro)
}
#ALTERNATIVA
my_df_filter_2 <- function(df, condition){</pre>
  if(!is.data.frame(df)){
    stop("The input must be a dataframe")
  df_subset <- data.frame()</pre>
  for(i in 1:nrow(df)){
    if(condition[i]){
      df_subset <- rbind(df_subset, df[i, ])</pre>
    }
  }
  return(df_subset)
crea_dataframe <- function(num_rows, num_numeric, num_factor) {</pre>
  numeric_names <- paste0("num", 1:num_numeric)</pre>
  factor_names <- paste0("factor", 1:num_factor)</pre>
  df <- data.frame(matrix(ncol = num_numeric + num_factor, nrow = num_rows))</pre>
  names(df)[1:num_numeric] <- numeric_names</pre>
  names(df)[(num_numeric + 1):(num_numeric + num_factor)] <- factor_names</pre>
  for(i in 1:num_numeric){
    df[, i] <- runif(num_rows)</pre>
```

```
for(i in 1:num_factor){
   df[, num_numeric + i] <- sample(letters, num_rows, replace = TRUE)</pre>
 return(df)
}
set.seed(123)
df <- crea_dataframe(num_rows = 10, num_numeric = 3, num_factor = 2)</pre>
my_df_filter(mtcars, "==", 1 , "vs")
##
                  mpg cyl disp hp drat
                                            wt qsec vs am gear carb
## Datsun 710
                 22.8
                       4 108.0 93 3.85 2.320 18.61
                                                      1
## Hornet 4 Drive 21.4
                       6 258.0 110 3.08 3.215 19.44
## Valiant
                 18.1 6 225.0 105 2.76 3.460 20.22 1
                                                                   1
## Merc 240D
                 24.4
                       4 146.7 62 3.69 3.190 20.00
## Merc 230
                 22.8 4 140.8 95 3.92 3.150 22.90
                                                                   2
## Merc 280
                 19.2 6 167.6 123 3.92 3.440 18.30
## Merc 280C
                 17.8
                       6 167.6 123 3.92 3.440 18.90
## Fiat 128
                 32.4
                       4 78.7 66 4.08 2.200 19.47
                                                                   1
## Honda Civic
                 30.4 4 75.7 52 4.93 1.615 18.52 1 1
## Toyota Corolla 33.9
                       4 71.1 65 4.22 1.835 19.90
                                                                   1
## Toyota Corona 21.5
                       4 120.1 97 3.70 2.465 20.01
                                                                   1
## Fiat X1-9
                 27.3
                       4 79.0 66 4.08 1.935 18.90
                                                                   1
## Lotus Europa
                 30.4
                       4 95.1 113 3.77 1.513 16.90
                                                                   2
## Volvo 142E
                 21.4
                        4 121.0 109 4.11 2.780 18.60 1 1
my_df_filter_2(df, df$factor2 == "i")
##
                             num3 factor1 factor2
         num1
                   num2
## 4 0.8830174 0.5726334 0.9942698
                                        n
## 5 0.9404673 0.1029247 0.6557058
                                                i
```

14 Esercizi di implementazione di algoritmi di ordinamento e test di efficienza

Bubble Sort: implementa l'algoritmo di ordinamento a bolle di un vettore (gli elementi più grandi vengono spostati a destra lungo il vettore). Si implementa confrontando coppie di elementi adiacenti, scambiandoli se non sono in ordine, fino a che non si arriva a completare una scansione del vettore senza alcuno scambio. Contare il numero di operazioni/istruzioni totali.

```
# Implementazione del bubble sort
bubble_sort <- function(v){
    scansiona_ancora = TRUE
    while(scansiona_ancora == TRUE){
        scansiona_ancora = FALSE
        for (i in 1:(length(v)-1)){
            if(v[i] > v[i+1]){
```

```
variabile_appoggio <- v[i]</pre>
        v[i] <- v[i+1]
        v[i+1] <- variabile_appoggio</pre>
        scansiona_ancora = TRUE
    }
  }
  return (v)
}
# Implementazione del bubble sort
bubble_sort_eff <- function(v){</pre>
  conta op <- 0
  scansiona_ancora = TRUE
  conta_op <- conta_op + 1 # asseqn scansiona_ancora</pre>
  while(scansiona_ancora == TRUE){
    conta_op <- conta_op + 1 # condizione del while</pre>
    scansiona_ancora = FALSE
    conta_op <- conta_op + 1 # asseqn scansiona_ancora</pre>
    for (i in 1:(length(v)-1)){
      conta_op <- conta_op + 1</pre>
      if(v[i] > v[i+1]){
        conta_op <- conta_op + 1 # controllo della if</pre>
        variabile_appoggio <- v[i]</pre>
        conta_op <- conta_op + 1 # assegn variabile appoggio</pre>
        v[i] \leftarrow v[i+1]
        conta_op <- conta_op + 1 # primo scambio</pre>
        v[i+1] <- variabile_appoggio</pre>
        conta_op <- conta_op + 1 # secondo scambio</pre>
        scansiona_ancora = TRUE
        conta_op <- conta_op + 1 # assegn scansiona_ancora</pre>
      }
    }
  }
  print(paste("Totale operazioni:", conta_op))
  return (v)
v <- runif(20, 0, 100) # Avg case
#v <- 1:20 # Best case
#v <- 200:1 # Worst case
bubble_sort_eff(v)
## [1] "Totale operazioni: 856"
   [1] 0.06247733 9.48406609 12.75316502 20.65313896 27.43836446 37.44627759
## [7] 38.39696378 43.98316876 44.85163414 56.09479838 62.92211316 66.51151946
## [13] 71.01824014 75.33078643 75.44751586 79.43423211 81.00643530 81.23895095
## [19] 81.46400389 89.50453592
```

Quick Sort: implementa l'algoritmo di ordinamento rapido: dato un vettore, si sceglie un elemento casuale (pivot) e si effettua un partizionamento in due vettori (sx e dx): quello di sx ha elementi minori del pivot

(quello di dx maggiori) Ricorsivamente, si ordinano i vettori sx e dx fino al caso limite (vettori con un valore solo, che viene semplicemente restituito. Contare il numero di operazioni/istruzioni totali.

```
# Implementazione del quick sort
quick_sort <- function(v){</pre>
  if (length(v) <= 1){</pre>
    return (v)
  pivot <- v[1]
  sx <- v[v < pivot]</pre>
  dx \leftarrow v[v > pivot]
  minori <- quick_sort(sx)</pre>
  maggiori <- quick_sort(dx)</pre>
  risultato <- c(minori, pivot, maggiori)
  return (risultato)
#Alternativa che tiene conto di numeri ripetuti più di una volta
quick_sort <- function(x){</pre>
  if(!is.numeric(x)){
    stop("The input must be a numeric vector")
  if(length(x) \le 1){
    return(x)
  }
  pivot \leftarrow x[1]
  \#print(paste("Pivot: ", pivot))
  left <- x[x < pivot]</pre>
  #print(paste("Less: ", left))
  equal <- x[x==pivot]
  #print(paste("Equal: ", equal))
  right <- x[x > pivot]
  #print(paste("Greater: ", right))
  less <- quick_sort(left)</pre>
  greater <- quick_sort(right)</pre>
  return(c(less, equal, greater))
}
# Implementazione del quick sort con calcolo eff.
quick_sort_eff <- function(v){</pre>
  cont_quick_sort <- 0</pre>
  cont_quick_sort <- cont_quick_sort + 1</pre>
  if (length(v) \le 1){
    return (v)
```

```
}
 pivot <- v[1]</pre>
 cont_quick_sort <- cont_quick_sort + 1</pre>
 sx <- v[v < pivot]</pre>
 cont_quick_sort <- cont_quick_sort + length(v)</pre>
 dx \leftarrow v[v > pivot]
 cont_quick_sort <- cont_quick_sort + length(v)</pre>
 minori <- quick_sort(sx)</pre>
 maggiori <- quick_sort(dx)</pre>
 risultato <- c(minori, pivot, maggiori)
 cont_quick_sort <- cont_quick_sort + 1</pre>
 print(paste("Totale operazioni:", cont_quick_sort))
 return (risultato)
}
# Testing
bubble_sort(v) == sort(v)
## [16] TRUE TRUE TRUE TRUE TRUE
quick_sort(v) == sort(v)
## [16] TRUE TRUE TRUE TRUE TRUE
Confrontare l'efficienza dei due algoritmi con una funzione di test (su n vettori generati sinteticamente).
# Efficienza
#v <- runif(20, 0, 100) # Avg case
#v <- 1:20 # Best case
v <- 20:1 # Worst case
quick_sort_eff(v)
## [1] "Totale operazioni: 43"
## [1] 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
bubble_sort_eff(v)
## [1] "Totale operazioni: 1371"
```

[1] 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

15 Esercitazione 1 - Space Exploration

15.1 Importare i dati

4) Importare il dataset, impostando correttamente separatore campi, separatore decimale e presenza dell'intestazione.

Quale struttura dati ci si aspetta di trovare dopo aver importato i dati?

```
class(launches)
```

```
## [1] "data.frame"
```

5) Esplorare i dati caricati nel workspace attraverso l'interfaccia di R (riquadro "Environment" in alto a destra)

glimpse(launches)

```
## Rows: 5,756
## Columns: 11
                                                                                           <chr> "1957 ALP", "1957 BET", "1957-F01", "1958 ALP", "1958-F01"~
## $ tag
                                                                                           <chr> "2436116.31", "2436145.6", "2436179.2", "2436235.66", "243~
## $ JD
## $ launch date <chr> "1957-10-04", "1957-11-03", "1957-12-06", "1958-02-01", "1~
## $ launch_year <int> 1957, 1957, 1957, 1958, 1958, 1958, 1958, 1958, 1958, 1958, 1958,
                                                                                           <chr> "Sputnik 8K71PS", "Sputnik 8K71PS", "Vanguard", "Jupiter C~
## $ type
## $ variant
                                                                                           <chr> NA, NA, NA, "JunoI", NA, "JunoI", NA, "JunoI", NA, NA, NA, ~
                                                                                           <chr> "PS-1", "PS-2", "Vanguard Test Satellite", "Explorer 1", "~
## $ mission
                                                                                           <chr> NA, NA, "US", "US", "US", "US", "US", NA, "US", NA, ~
## $ agency
                                                                                          <chr> "SU", "SU", "US", 
## $ state_code
                                                                                            ## $ category
## $ agency_type <chr> "state", "state"
```

15.2 Albori dell'esplorazione spaziale

6) Sapendo già di avere i dati ordinati per data, ricavare la prima riga della tabella.

```
launches[1,]
```

```
## tag JD launch_date launch_year type variant mission
## 1 1957 ALP 2436116.31 1957-10-04 1957 Sputnik 8K71PS <NA> PS-1
## agency state_code category agency_type
## 1 <NA> SU 0 state
```

7) Dalla prima riga estrarre, in altrettante variabili, i valori associati ai campi type, mission e launch_date.

```
type_1 <- launches[1, "type"]
mission_1 <- launches[1, "mission"]
launch_date_1 <- launches[1, "launch_date"]</pre>
```

8) Stampare due righe di testo, utilizzando opportunamente print(), paste() e le variabili memorizzate, in modo tale da ottenere il seguente risultato (senza virgolette):

```
print(paste("Prima missione spaziale:", mission_1, type_1, "il giorno", launch_date_1))
```

[1] "Prima missione spaziale: PS-1 Sputnik 8K71PS il giorno 1957-10-04"

```
cat("Prima missione spaziale:", mission_1, type_1, "\nil giorno", launch_date_1)
```

```
## Prima missione spaziale: PS-1 Sputnik 8K71PS
## il giorno 1957-10-04
```

Qual è l'ordinamento applicato di default dalla funzione sort? Crescente o decrescente?

L'ordinamento di default della funzione **sort** è crescente. Ipotizzando di avere un vettore numerico v, le seguenti istruzioni sono equivalenti?

```
v <- sample(1:10, 5)
min(v)</pre>
```

[1] 3

```
sort(v)[1]
```

[1] 3

Si la soluzione è la medesima.

Estrarre, in una nuova variabile dates, i valori della colonna launch_date

```
dates <- launches[, "launch_date"]</pre>
```

10) Ricavare e stampare a schermo il terzo elemento di dates

```
dates[3]
```

```
## [1] "1957-12-06"
```

11) Ripetere l'operazione con gli elementi che vanno dal terzo all'ottavo

```
dates[3:8]
```

```
## [1] "1957-12-06" "1958-02-01" "1958-02-05" "1958-03-05" "1958-03-17" ## [6] "1958-03-26"
```

12) Ripetere l'operazione selezionando solamente i seguenti indici:

```
dates[c(876, 909, 932, 659, 978, 1021, 1065, 1164, 1227, 1322, 1393)]
    [1] "1968-10-31" "1969-01-23" "1969-03-24" "1967-03-22" "1969-08-09"
##
    [6] "1969-12-23" "1970-05-20" "1971-03-03" "1971-08-19" "1972-05-25"
## [11] "1972-12-28"
Dati due numeri interi n e m, le seguenti istruzioni sono equivalenti?
seq(1, 4, 1)
## [1] 1 2 3 4
1:4
## [1] 1 2 3 4
Si.
 13) Convertire, con l'apposita funzione e impostando correttamente il formato, le date da stringhe a oggetti
     di tipo Date, salvare quindi il risultato in una nuova variabile.
correct_dates <- as.Date(dates, format = "%Y-%m-%d")</pre>
head(correct_dates)
## [1] "1957-10-04" "1957-11-03" "1957-12-06" "1958-02-01" "1958-02-05"
## [6] "1958-03-05"
 14) Ricavare e stampare a schermo il tipo dei dati prima e dopo la conversione; confrontare il risultato e
     assicurarsi che siano diversi.
typeof(correct_dates) == typeof(dates)
## [1] FALSE
Cosa è successo ai campi che non avevano la data del dataframe originale?
which(is.na(launches$launch_date))
## [1] 5714 5715 5716 5717 5718 5719 5720 5721 5722 5723 5724 5725 5726 5727 5728
## [16] 5729 5730 5731 5732 5733 5734 5735 5736 5737 5738 5739 5740 5741 5742 5743
## [31] 5744 5745 5746 5747 5748 5749 5750 5751 5752 5753 5754 5755 5756
launches$launch_date[548]
```

```
## [1] "1966-05-17"
```

```
correct_dates[548]
```

```
## [1] "1966-05-17"
```

Ipotizzando di avere un vettore numerico v contenete alcuni valori NA, quale risultato ci si aspetta dall'applicazione della funzione sum(v)?

```
v \leftarrow c(NA, 3, 5, 5, 6)

sum(v)
```

```
## [1] NA
```

Se si applica la funzione somma ad un vettore contenente missing-value l'output generato sarà di tipo missing-value, la funzione non omette i dati mancanti di default; andrebbe specificato nell'argomento della funzione.

15.3 Percentuale di successo

I primi lanci erano caratterizzati da un'elevata probabilità di fallimento, oggi le cose fortunatamente sono cambiate. Calcoliamo il tasso di successo per i primi lanci e confrontiamolo con l'ultimo periodo disponibile del dataset.

15) Selezionare le righe da 1 a 978 (corrispondente al lancio della missione Apollo 11) mantenendo tutte le colonne.

```
subset_launches <- launches[1:978,]</pre>
```

16) Filtrare i dati mantenendo, in una nuova variabile, solamente i lanci con successo (ossia col valore della colonna category impostato a "O").

```
subset_launches_succes <- subset_launches[subset_launches$category == "0",]</pre>
```

17) Ricavare il numero di righe così ottenute e salvarlo in una variabile n.success.

```
n.succes <- nrow(subset_launches_succes)</pre>
```

18) Ricavare il numero di righe del dataframe originale (non filtrato) e salvarlo in una variabile n.tot.

```
n.tot <- nrow(subset_launches)</pre>
```

19) Calcolare la percentuale di successo come rapporto tra n. success e n. tot moltiplicato per 100.

```
per.succ <- (n.succes/n.tot) * 100
```

20) Utilizzare la funzione round(x, digits) per arrotondare il risultato ed eliminare i numeri decimali.

```
arr.per.succ <- round(per.succ)</pre>
```

21) Stampare a schermo il risultato con una stringa esplicativa, ad esempio:

```
print(paste("Percentuale successo primo periodo", arr.per.succ, "%"))
```

```
## [1] "Percentuale successo primo periodo 85 %"
```

Il periodo selezionato, che spazia dal lancio del primo satellite artificiale alla missione lunare, dura 12 anni. Selezioniamo ora un periodo altrettanto lungo con gli ultimi anni disponibili nel dataset, che termina nel 2018. Calcoliamo quindi il tasso di successo sul periodo 2006-2018.

22) Filtrare il dataset originale selezionando gli anni (launch_year) uguali o superiori a 2006.

```
launches_newera <- launches %>% filter(launch_year >= 2006)
```

Ripetere il calcolo precedente, stampare con la formattazione corretta il risultato e confrontarlo con il primo.

```
n.succes.newera <- nrow(launches_newera[launches_newera$category == "0",])
arr.per.succnewera <- round((n.succes.newera/nrow(launches_newera))*100)
print(paste("Percentuale successo ultimo periodo", arr.per.succnewera, "%"))</pre>
```

[1] "Percentuale successo ultimo periodo 94 %"

```
print(c(arr.per.succ, arr.per.succnewera))
```

[1] 85 94

15.4 New Space Economy

Inizialmente solo gli stati potevano farsi carico dei costi e dei rischi per i lanci spaziali, a partire dagli anni 80 però nuove aziende private si sono affacciate al neonato business dei lanci spaziali. All'europea Arianespace, la prima azienda mondiale in questo settore, si sono presto aggiunte nuove compagnie americane, russe e giapponesi. Negli ultimi anni il mercato è divenuto più competitivo grazie all'ingresso di nuove startup come SpaceX. Analizziamo questa tendenza con un grafico.

24) Ricavare dal dataset tutti i records non associati ad agenzie statali (ossia con agency_type diverso dal valore "state") e memorizzarli in un nuovo dataframe denominato commercial.

```
commercial <- launches[launches$agency_type != "state",]</pre>
```

Ipotizzando di voler ordinare un insieme di variabili categoriche {Lunedi, Martedì, Mercoledì, etc} quale ordinamento verrà applicato di default da R? Quale struttura dati si può utilizzare per specificare un ordine diverso?

Di default verrà utilizzato l'ordine alfabetico, per specificare un ordine differente si protebbe specificare la variabile come factor e impostare il parametro levels come si reputa più opportuno.

25) Estrarre in una nuova variabile le righe corrispondenti alla colonna state_code.

```
state_code <- commercial$state_code</pre>
```

26) Stampare a schermo il tipo (mode) dei dati estratti.

```
mode(state_code)
```

[1] "character"

27) Il campo state_code è un esempio di variabile categorica che può assumere solo determinati valori discreti ("CYM", "J", "RU", "F", "US"). Convertire tali dati in fattori specificando manualmente l'ordine dei diversi livelli:

```
state_code <- factor(state_code, levels = c("CYM", "J", "RU", "F", "US"))</pre>
```

28) Stampare a schermo il tipo (mode()) dei dati convertiti ed assicurarsi che sia diverso da quello precedente la conversione.

```
mode(state_code)
```

[1] "numeric"

29) Sostituire la colonna state_code del dataframe originale con la serie di dati convertita in factors.

```
commercial$state_code <- state_code
```

30) Importare, e installare se non si è già provveduto prima a farlo, le librerie ggplot2 e dplyr.

```
library(dplyr)
library(ggplot2)
```

31) La libreria dplyr offre diverse funzioni per manipolare i dati, compresa la funzione group_by che utilizzeremo per raggruppare i lanci per anno e contare, con la funzione n(), il numero di lanci in ogni gruppo. Riportare nello script la seguente riga di codice:

```
grouped <- commercial %>% group_by(launch_year, state_code) %>%
summarise(n = n(), .groups = "drop")
```

32) Eseguire l'istruzione ed esplorare, tramite l'interfaccia di RStudio o funzione head(), il dataframe ritornato.

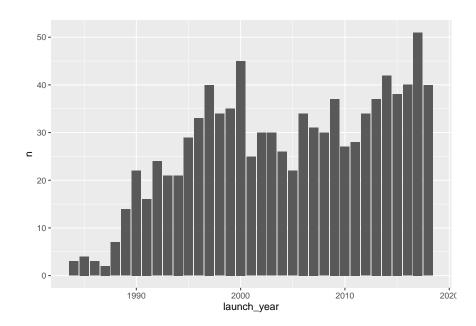
head(grouped)

```
## # A tibble: 6 x 3
##
     launch_year state_code
                                  n
##
           <int> <fct>
                              <int>
## 1
             1984 F
                                  3
## 2
             1985 F
                                  4
## 3
             1986 F
                                  3
                                  2
## 4
             1987 F
             1988 F
                                  7
## 5
                                  7
## 6
             1989 F
```

33) Visualizzare il numero di lanci per anno con un grafico ggplot specificando il corretto mapping tra colonne del dataframe e assi (launch_year sull asse x e n sull'asse y) ed utilizzando il layer geom_bar(position="stack", stat="identity") per ottenere un grafico a barre.

```
plot1 <- ggplot(grouped, mapping = aes(x = launch_year, y = n)) +
  geom_bar(position = "stack", stat = "identity")
plot1</pre>
```

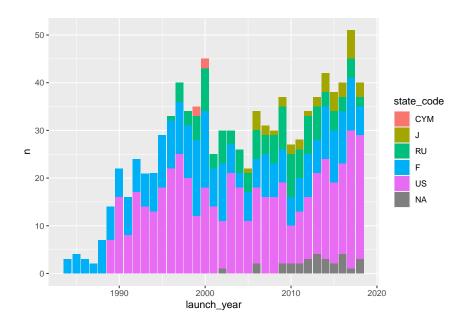
Warning: Removed 1 rows containing missing values ('position_stack()').



34) Utilizzare colori diversi per evidenziare i diversi paesi coinvolti aggiungendo il parametro fill=state_code alla funzione aes() Lo schema del codice diventa quindi:

```
plot1 <- ggplot(grouped, mapping = aes(x = launch_year, y = n, fill = state_code)) +
   geom_bar(position = "stack", stat = "identity")
plot1</pre>
```

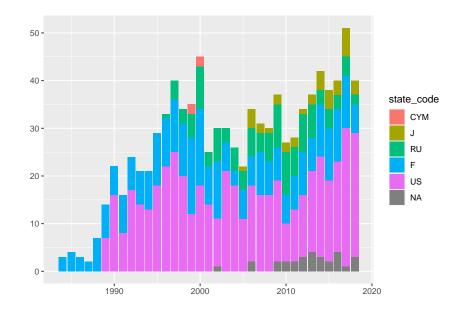
Warning: Removed 1 rows containing missing values ('position_stack()').



Eliminare titoli degli assi impostando di conseguenza una stringa vuota per i layers ylab e xlab.

```
plot1 <- ggplot(grouped, mapping = aes(x = launch_year, y = n, fill = state_code)) +
   geom_bar(position = "stack", stat = "identity") +
   labs(x = "", y = "")
plot1</pre>
```

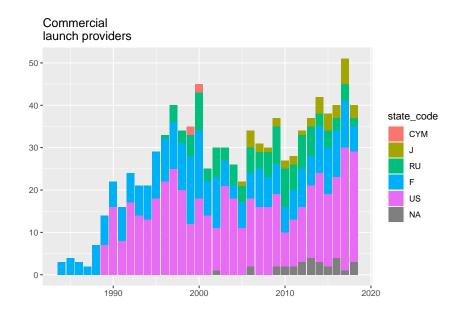
Warning: Removed 1 rows containing missing values ('position_stack()').



Aggiungere il titolo "Commercial launch providers" con il layer ggtitle() (opzionale) andare a capo dopo "Commercial".

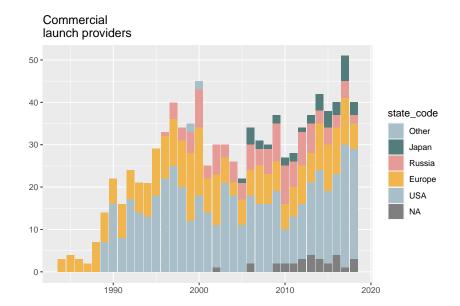
```
plot1 <- ggplot(grouped, mapping = aes(x = launch_year, y = n, fill = state_code)) +
   geom_bar(position = "stack", stat = "identity") +
   labs(x = "", y = "") +
   ggtitle("Commercial \nlaunch providers")
plot1</pre>
```

Warning: Removed 1 rows containing missing values ('position_stack()').



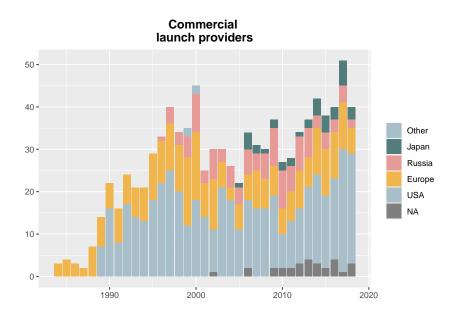
Aggiungere al plot il seguente layer per specificare nuovi colori e nuove etichette per gli stati:

Warning: Removed 1 rows containing missing values ('position_stack()').



38) Aggiungere al plot il seguente layer per cambiare l'aspetto grafico (legenda senza titolo, titolo del grafico centrato ed in grassetto):

Warning: Removed 1 rows containing missing values ('position_stack()').



16 Esercitazione 2 - Grain deal

16.1 Importare i dati

2) Creare un nuovo script e importare il dataset.

```
fao <- read.csv("fao.csv", header = TRUE)</pre>
```

3) Creare un vettore contenente le seguenti stringhe: "Element", "Item", "Value".

```
string <- c("Element", "Item", "Value")</pre>
```

4) Creare un vettore contenente i seguenti numeri:

```
v <- c(2006, 3, 2010, 5, 2015, 5, 2020)
```

Come posso verificare il tipo dei dati?

Posso verificare il tipo di dati attraverso la funzione typeof() Cosa mi aspetto di ottenere dai due vettori? Il primo sarà di tipo "character" e il secondo "double".

```
typeof(string)
```

```
## [1] "character"
```

```
typeof(numeric())
```

[1] "double"

Quali sono le differenze tra liste e vettori?

Le liste possono contenere elementi di natura diversa, ad esempio nuemerici, caratteri, booleani, ecc. Invece, per quanto riguarda i vettori possono essere contenuti soltanto elementi dello stesso tipo.

In linea di principio, potrei convertire un vettore in una lista? Si

Posso anche convertire una lista in un vettore?

No, neanche se la lista contiene elementi dello stessa tipologia.

5) Creare una nuova variabile fao.world filtrando il dataset originale, mantenendo solamente le righe con Area uguale a "World" e le colonne Element, Item e Value.

```
fao.world <- fao[fao$Area == "World", c("Element", "Item", "Value")]</pre>
```

6) Filtrare ulteriormente il dataset mantenendo solamente le righe con Element diverso da "Export Quantity" (e mantenendo tutte le colonne)

```
library(dplyr)
fao.world <- fao.world %>% filter(Element != "Export Quantity")
```

7) Ripetere l'operazione sulle le righe con Element diverso da "Import Quantity"

```
fao.world <- fao.world %>% filter(Element != "Import Quantity")
```

La maggior parte della produzione di cereali al mondo non è destinata all'uomo, bensì è utilizzata per l'alimentazione degli animali, come biofuel o per altri usi (ad esempio olio per sapone). Analizziamo, a partire dagli ultimi dati FAO disponibili, l'utilizzo e la produzione dei principali cereali: mais, grano e riso.

8) Filtrare, creando una nuova variabile di nome food, le righe con Element posto uguale a Food (mantenendo tutte le colonne).

```
food <- fao.world %>% filter(Element == "Food")
```

9) Estrarre la colonna Value dal dataframe filtrato.

food\$Value

[1] 504621 616308 145551

Quale struttura dati ci si aspetta di ottenere dalla colonna estratta? (vettore, lista...) Quale tipo di dati? (stringhe, numeri ...)

Ci si aspetta di ottenere una struttura di tipo vettore contenete dati di tipo numerico (integer).

10) Sommare i valori così ottenuti e stampare il risultato a schermo aggiungendo una descrizione testuale del tipo:

```
print(paste("Human food", sum(food$Value), "x1000 tonnes"))
```

[1] "Human food 1266480 x1000 tonnes"

La funzione which.max(v) ritorna la posizione (indice) del massimo valore contenuto nel vettore v in input; corrisponde, in matematica, alla funzione argmax.

Creare un vettore con i seguenti numeri: 21 47 52 70 92 33 67 e applicare ad esso la funzione which.max().

a) Quale risultati ci si aspetta?

```
v <- c(21, 47, 52, 70, 92, 33, 67)
ind <- which.max(v)
ind</pre>
```

[1] 5

Viene riportato la posizione dell'elemento massimo contenuto nel vettore: nel nostro caso il quinto.

b) Utilizzare l'indice ottenuto con la funzione which.max() per indicizzare il vettore e ricavare così l'elemento corrispondente

v[ind]

[1] 92

Dato un vettore numerico v, le seguenti istruzioni sono equivalenti?

```
max(v) == v[which.max(v)]
```

[1] TRUE

Ipotizzando di avere un vettore v di 4 elementi e un vettore t di 6 elementi, quale risultato conterrà la variabile 1 dopo la seguente istruzione?

```
v <- c(1:4)
t <- c(1:6)
l <- c(length(v), length(t))
l</pre>
```

[1] 4 6

11) Applicare la funzione which.max() alla colonna Value del dataframe food per ottenere l'indice del cibo più consumato.

```
indx <- which.max(food$Value)</pre>
```

12) Ricavare, data la posizione (riga) del cibo più consumato, il nome (Item) del prodotto corrispondente, ossia: indicizzare il dataframe food selezionando la riga indicata dalla funzione which.max() e la colonna Item.

```
max_food <- food$Item[indx]</pre>
```

13) Stampare il risultato a schermo con una descrizione testuale del tipo:

```
print(paste("Most consumed human food:", max_food))
```

- ## [1] "Most consumed human food: Rice"
- 14) Ripetere l'analisi effettuata sulla categoria "Food" anche con gli elementi di tipo "Feed".

```
feed <- fao.world %>% filter(Element == "Feed")
indx <- which.max(feed$Value)
max_feed <- feed$Item[indx]
print(paste("Most consumed human feed:", max_feed))</pre>
```

- ## [1] "Most consumed human feed: Maize"
- 15) Utilizzare gli operatori di congiunzione (and) e disuguaglianza (diverso) per individuare gli elementi (colonna Element del dataframe) diversi da "Food" e diversi da "Feed", salvare il risultato in un vettore di valori booleani (maschera).

```
maschera <- fao.world$Element != "Food" & fao.world$Element != "Feed"
```

16) Utilizzare la maschera così ottenuta per filtrare le righe del dataframe, mantenendo tutte le colonne.

```
masch.df <- fao.world[maschera,]</pre>
```

17) Stampare, analogamente a quanto fatto prima, la somma sui valori della colonna Value del dataframe filtrato, ottenendo un risultato del tipo:

```
print(paste("Other uses", sum(masch.df$Value), "x1000 tonnes"))
```

```
## [1] "Other uses 436932 x1000 tonnes"
```

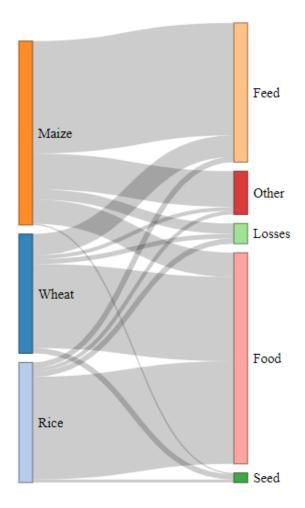
18) Quale tipo di dati ci si aspetta di ottenere per le variabili a, b e c?

```
a = 5L
b = 5
c = "5"
```

Si otterrano in ordine: integer, double, character.

- 19) Installare (se non già presenti) ed importare le librerie networkD3, ggplot2 e dplyr.
- 20) Incollare ed eseguire il seguente blocco di codice per visualizzare graficamente, tramite la libreria networkD3, l'utilizzo dei diversi alimenti presi in considerazione.

```
library(networkD3)
nodes <- data.frame(name=c(fao.world$Item, fao.world$Element) %>% unique())
fao.world$IDsource <- match(fao.world$Item, nodes$name)-1
fao.world$IDtarget <- match(fao.world$Element, nodes$name)-1
p <- sankeyNetwork(Links = fao.world, Nodes = nodes, Source = "IDsource", Target = "IDtarget", Value = p</pre>
```



16.2 Grano ucraino

Russia e Ucraina combinate forniscono il 28% del grano commercializzato a livello mondiale, contribuendo a procurare il 12% delle calorie scambiate sui mercati e rifornendo, in larga parte, i paesi più poveri del mondo. Per queste ragioni, la guerra in corso ha serie ripercussioni sulla fame nel mondo. Analizziamo i danni collaterali sul mercato del grano individuando i paesi più esposti e calcolando la loro dipendenza dalle importazioni di grano provenienti dall'Ucraina. 21) Creare un nuovo script R ed importare le librerie ggplot2 e dplyr.

Ipotizzando di avere un dataframe, oppure una matrice, D e conoscendo il significato delle istruzioni nrow() e ncol(), cosa ci si aspetta di ottenere dall'istruzione seguente?

D[nrow(D, ncol(D))]

Si ottiene il valore dell'ultima variabile dell'ultima osservazione.

22) Caricare il file "wheat_trade.csv" disponibile su moodle.

```
wheat_trade <- read.csv("wheat_trade.csv", header = TRUE, sep = "\t")</pre>
```

Cosa rappresenta invece il carattere speciale \n in R? Permette di mandare a capo un testo.

23) Filtrare, in una nuova variabile denominata "dependencies", il dataframe, mantenendo solo le importazioni dall'ucraina (righe con Source posto a "Ukraine")

```
dependencies <- wheat_trade %>% filter(Source == "Ukraine")
```

24) Filtrare una funzione di nome compute.perc che, date in ingresso due quantità a e b, calcola la percentuale come $\frac{a}{b}\%$ Il risultato dev'essere arrotondato a 2 cifre decimali.

```
compute.perc <- function(a, b){
  perc <-round( a/b * 100, 2)
  return(perc)
}</pre>
```

25) Provare la funzione su alcune coppie di numeri, ad esempio 3 - 5 e 2 - 3

```
compute.perc(3,5)

## [1] 60

compute.perc(2, 3)
```

```
## [1] 66.67
```

26) Riportare ed eseguire la seguente linea di codice per applicare la funzione compute.perc ad ogni riga del dataframe, aggiungendo il risultato in una nuova colonna Percentage.

```
dependencies <- dependencies %>% rowwise() %>%
  mutate(Percentage = compute.perc(Trade.Value, Tot.imports))
```

27) Esplorare il risultato con head() oppure con l'interfaccia di RStudio.

head(dependencies)

```
## # A tibble: 6 x 5
## # Rowwise:
     Country Source Trade. Value Tot. imports Percentage
##
##
     <chr>>
              <chr>
                            <dbl>
                                         <dbl>
                                                    <dbl>
                                      4735382
## 1 Benin
              Ukraine
                             1110
                                                     0.02
## 2 Djibouti Ukraine
                          4071684
                                     13407421
                                                    30.4
## 3 Algeria Ukraine
                          1358099 1640493157
                                                     0.08
                                                    23.5
## 4 Egypt
              Ukraine 1220179917 5195225572
## 5 Ethiopia Ukraine
                         39630626
                                    320062300
                                                    12.4
## 6 Kenya
                         16793370
                                    400218250
                                                     4.2
              Ukraine
```

28) Riportare la seguente linea di codice per riordinare la tabella in base al valore contenuto nella colonna Percentage.

```
dependencies <- arrange(dependencies, desc(Percentage))
#con desc riordina dal più grande al più piccolo
```

Selezionare, in una nuova variabile selected, le prime 40 righe del dataframe riordinato.

```
selected <- dependencies[1:40,]</pre>
```

Dato un vettore v, quale delle seguenti istruzioni è equivalente a

```
v[1:3]
```

• v c(1,2,3)

CORRETTO

• v 1,2,3

SBAGLIATO

• v seq(1,3,2)

SBAGLIATO

• vc(TRUE, TRUE, TRUE, TRUE)

SBAGLIATO

Estrarre, in una variabile order, la colonna Country dal dataframe selected.

```
order <- selected$Country
```

La funzione rev(v) permette di invertire l'ordine degli elementi di un vettore.

```
v <- c(1, 2, 5, 6, 8, 2) rev(v)
```

```
## [1] 2 8 6 5 2 1
```

31) Sovrascrivere il valore del vettore order con il risultato della funzione rev() ad esso applicato (cioè invertire l'ordine degli elementi di order)

```
order <- rev(order)
```

Dato un vettore v, le seguenti istruzioni sono equivalenti?

- sort(v, decreasing = FALSE)
- rev(sort(v, decreasing = TRUE))

Si, la prima funzione riordina dal valore più piccolo al valore più grande invece attraverso il secondo comando prima viene ordinato dal più grande al più piccolo e successivamente invertito l'ordine.

1

Cosa dire invece delle seguenti istruzioni?

• rev(sort(v, decreasing=TRUE))

• min(v)

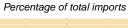
Anche in questo caso il risultato è lo stesso.

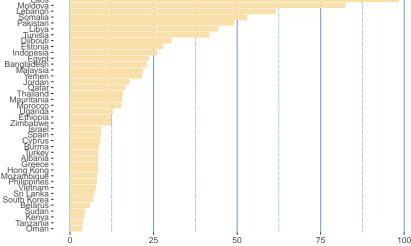
32) Sostituire la colonna Country del dataframe selected con i valori (della stessa colonna) convertiti in factors utilizzando come livelli il vettore order precedentemente creato; lo schema da seguire è il seguente:

```
selected$Country <- factor(selected$Country, levels = order)</pre>
```

33) Creare e visualizzare il seguente plot, impostando correttamente il mapping della funzione aes(), mappando la colonna Country sull'asse x e Percentage sull'asse y.

Wheat import dependency from Ukraine





34) Lo stesso risultato, ma esteso a tutti i paesi, può essere rappresentano su una mappa con il seguente codice, avendo cura di importare le librerie maps e mapproj.

```
library(maps)

## Warning: il pacchetto 'maps' è stato creato con R versione 4.1.3

##

## Caricamento pacchetto: 'maps'

## Il seguente oggetto è mascherato da 'package:purrr':

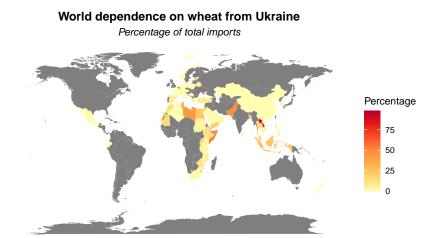
##

## map

library(mapproj)
```

Warning: il pacchetto 'mapproj' è stato creato con R versione 4.1.3

```
world <- map_data("world")</pre>
mymap <- right_join(dependencies, world, by=c("Country" = "region"))</pre>
p = ggplot(mymap, aes(long, lat, group=group, fill=Percentage)) +
 geom_polygon() + coord_fixed(1.3) + # aspect ratio
  scale_fill_distiller(palette ="YlOrRd", direction=1) +
  ggtitle("World dependence on wheat from Ukraine",
          subtitle="Percentage of total imports") +
 xlab('') +
  ylab('') +
  theme(plot.title = element_text(hjust=0.5, face="bold"),
        plot.subtitle = element_text(hjust=0.5, face="italic"),
        panel.grid.major = element_blank(),
        panel.grid.minor = element_blank(),
        panel.background = element_blank(),
        axis.text.x=element_blank(),
        axis.ticks.x=element_blank(),
        axis.text.y=element_blank(),
       axis.ticks.y=element_blank())
р
```



17 Simulazione d'esame

17.1 Domanda 1: funzione personalizzata e/o algoritmo

Scrivi uno script R che definisca una funzione personalizzata chiamata conta_quanti_sup che prenda in input un vettore e un numero k, e restituisca il conteggio di quante volte i numeri nel vettore sono superiori a k.

```
conta_quanti_sup <- function(v, k){</pre>
  if(!is.numeric(v) | !is.numeric(k)){
    stop("The input must be a numeric vector and a number")
  }
  count <- 0
  for(elem in v){
    if(elem > k){
      count \leftarrow count + 1
  }
  return(count)
}
#TESTING
crea_vettore_casuale <- function(min, max, n){</pre>
  if(!is.numeric(c(min, max, n))){
    stop("The input must be 3 numbers")
  vettore <- sample(min:max, n)</pre>
```

```
return(vettore)
}
test_vec <- function(my_fun, k, iter){</pre>
  i <- 1
  while(i <= iter){</pre>
    v <- crea_vettore_casuale(1, 100, 10)</pre>
    my <- my_fun(v, k)</pre>
    r <- length(which(v > k))
    if (my == r){
      print(paste("Iterazione", i , "OK"))
    } else {
      print(paste("Iterazione", i , "ERROR"))
    }
    i <- i+1
  }
}
test_vec(conta_quanti_sup, 56, 10)
```

```
## [1] "Iterazione 1 OK"
## [1] "Iterazione 2 OK"
## [1] "Iterazione 3 OK"
## [1] "Iterazione 4 OK"
## [1] "Iterazione 5 OK"
## [1] "Iterazione 6 OK"
## [1] "Iterazione 7 OK"
## [1] "Iterazione 8 OK"
## [1] "Iterazione 9 OK"
## [1] "Iterazione 10 OK"
```

17.2 Domanda 2: analisi di dataframe

Utilizzando il dataset iris predefinito in R, crea un dataframe chiamato dati_iris e completa le seguenti operazioni:

a) Filtra le righe in cui la variabile "Species" è uguale a "setosa".

```
dati_iris <- iris
dati_iris_filtered <- dati_iris[dati_iris$Species == "setosa", ]
table(dati_iris_filtered$Species)</pre>
```

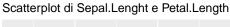
```
## setosa versicolor virginica
## 50 0 0
```

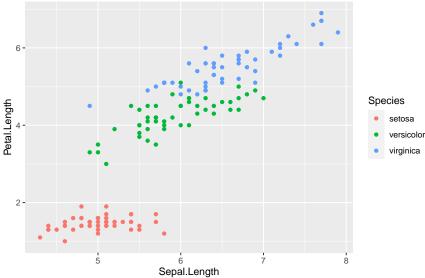
b) Calcola la media della variabile "Sepal.Length" per ciascuna specie.

```
media <- setNames(rep(0, 3), c("setosa", "versicolor", "virginica"))</pre>
for(species in unique(dati_iris$Species)){
  data <- dati_iris[dati_iris$Species == species, ]</pre>
  media[species] <- mean(data$Sepal.Length)</pre>
}
media
##
       setosa versicolor virginica
##
        5.006
                                6.588
                    5.936
#Alternativa con dplyr
library(dplyr)
dati_iris %>%
  group_by(Species) %>%
  summarise(media_Sepal.Length = mean(Sepal.Length))
## # A tibble: 3 x 2
##
     Species
                media_Sepal.Length
##
     <fct>
                               <dbl>
## 1 setosa
                                5.01
## 2 versicolor
                                5.94
## 3 virginica
                                6.59
```

c) Visualizza un grafico a dispersione (scatterplot) con "Sepal.Length" sull'asse x e "Petal.Length" sull'asse y per tutte le specie.

```
library(ggplot2)
ggplot(dati_iris, aes(Sepal.Length, Petal.Length, col = Species)) +
  geom_point() +
  ggtitle("Scatterplot di Sepal.Length e Petal.Length")
```





17.3 Domanda 3: analisi di dataframe

Supponi di avere un dataset chiamato dati_clienti contenente le seguenti variabili:

- ID_Cliente: Identificativo univoco del cliente - Sesso: Genere del cliente (Maschio/Femmina) - Età: Età del cliente - Spesa: Importo speso dal cliente - Soddisfazione: Livello di soddisfazione del cliente (da 1 a 5)

```
ID_Cliente <- sample(1:100, 50, replace = FALSE)
Sesso <- sample(c("M", "F"), 50, replace = TRUE)
Età <- sample(20:80, 50, replace = TRUE)
Spesa <- runif(50, 1000, 2000)
Soddisfazione <- sample(c(1:5), 50, replace = TRUE)
dati_clienti <- data.frame(
    ID_Cliente = ID_Cliente,
    Sesso = Sesso,
    Età = Età,
    Spesa = Spesa,
    Soddisfazione = Soddisfazione
)
head(dati_clienti)</pre>
```

```
Spesa Soddisfazione
##
     ID_Cliente Sesso Età
## 1
            84
                   M 44 1785.688
                                               2
## 2
            11
                   F
                      40 1105.418
## 3
            55
                   M 64 1239.595
                                              2
## 4
             8
                   M 37 1270.545
                                              2
                   M 61 1101.058
                                              5
## 5
            46
## 6
            85
                   M 50 1117.914
                                               4
```

Utilizzando il pacchetto dplyr in R, completa le seguenti operazioni:

a) Filtra i dati per includere solo i clienti di genere femminile.

```
table(dati_clienti$Sesso)
```

```
##
## F M
## 21 29

dati_clienti_f <- dati_clienti %>%
  filter(Sesso == "F")
nrow(dati_clienti_f)
```

[1] 21

b) Calcola la media della spesa dei clienti femminili.

```
dati_clienti_f %>%
  summarise(media_spesa = mean(Spesa))
```

```
## media_spesa
## 1 1467.871
```

c) Raggruppa i dati per età e calcola la media della soddisfazione per ogni fascia d'età.

```
dati_clienti %>%
  group_by(Età) %>%
  summarise(media_soddisfazione = mean(Soddisfazione))
```

```
## # A tibble: 32 x 2
##
        Età media_soddisfazione
##
      <int>
                           <dbl>
    1
         21
                            3.67
##
##
    2
         22
                            4
##
   3
         25
                            3.5
##
   4
                            3.5
         26
##
    5
         31
                            2
##
    6
         32
                            2
##
    7
         35
                            4
                            2
##
    8
         36
    9
         37
##
                            4
## 10
         39
                            3
## # i 22 more rows
```