UNIDAD Nº 1: CONJUNTOS

DEFINICION Y NOTACION

- AGRUPACION DE PERSONAS, ANIMALES O COSAS CONSIDERADOS COMO UN TODO HOMOGENEO, SIN DISTINGUIR SUS PARTES.

Para denotar conjuntos, aunque no es necesario, utilizaremos generalmente letras mayúsculas, y para especificar elementos se usarán habitualmente letras minúsculas. Para indicar la pertenencia de un elemento a un conjunto será utilizado el símbolo $\in$.

La expresión "$a \in$ A" se lee: "a pertenece a A", o bien "el elemento a pertenece al conjunto A".

Su negación es "$a \notin$ A", que se lee: "a no pertenece a A".

Si el conjunto A está formado por los elementos a, b y c, escribimos

$$A = \{a, b, c\}$$

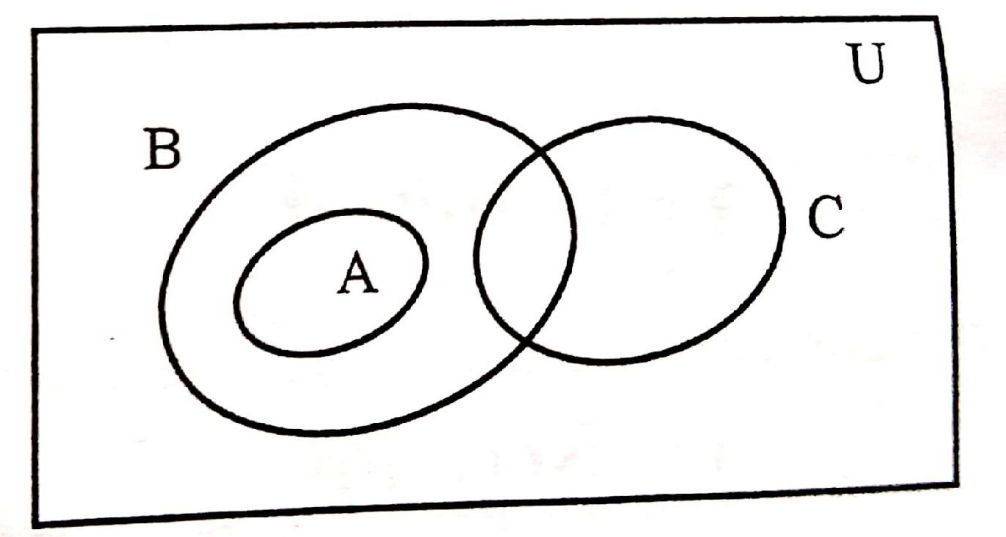
CONJUNTO POR EXTENSION Y COMPRENSION. REPRESENTACION

Un conjunto se determina *por extensión* si y sólo si se enumeran todos los elementos que lo constituyen. Un conjunto se define por comprensión si y sólo si se da una propiedad que caracteriza a sus elementos.

$$A = \{-1, 0, 1\}$$

$$A = \{x \in \mathbf{Z} / |x| < 2\}$$

Diagramas de Venn



CONJUNTOS ESPECIALES

- **CONJUNTO VACIO**: ES EL CONJUNTO QUE CARECE DE ELEMENTOS.

PROPIEDAD: El conjunto vacío esta incluido en todos los conjuntos

$$\varnothing = \{x \,/\, x \neq x\}$$

- **CONJUNTO UNITARIO**: Es el conjunto que tiene un único elemento

$$A = \{a\} = \{x \,/\, x = a\}$$

INCLUSIÓN E IGUALDAD ENTRE CONJUNTOS

1. **INCLUSION**:

Sean A y B dos conjuntos. Si ocurre que todo elemento de A pertenece a B, diremos que A está incluido en B, o que A es parte de B, o que A es un subconjunto de B, y escribiremos $A \subset B$.

$$A \subset B \Leftrightarrow \forall x : x \in A \Rightarrow x \in B$$

2. **Igualdad entre conjuntos**:

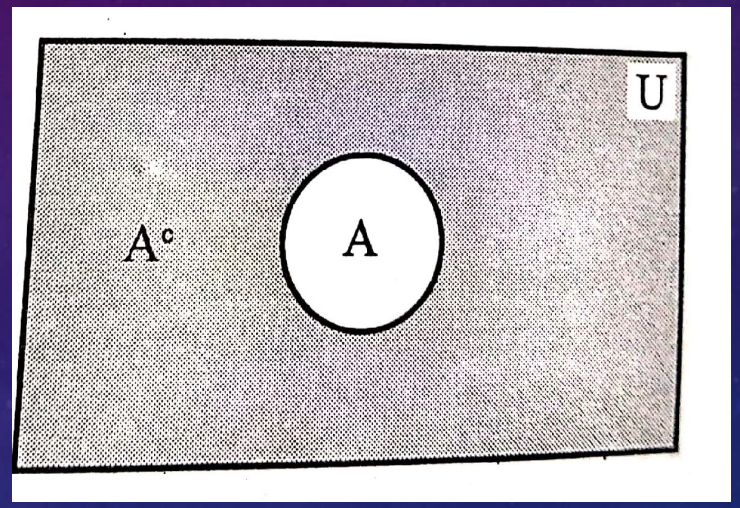
Dos conjuntos son iguales si tienen los mismos elementos. Entonces, todo elemento del primero pertenece al segundo, y todo elemento de éste pertenece al primero.

$$A = B \Leftrightarrow A \subset B \wedge B \subset A$$

OPERACIONES ENTRE CONJUNTOS

1. **COMPLEMENTO DE UN CONJUNTOS**: Sean A y B dos subconjunto de U. Llamamos conplemento de A al conjunto formado por los elementos de U que no pertenecen a A. Se denota con $A^c, \bar{A}$

$$A^c = \{x \in U / x \notin A\}$$



PROPIEDADES DEL COMPLEMENTO:

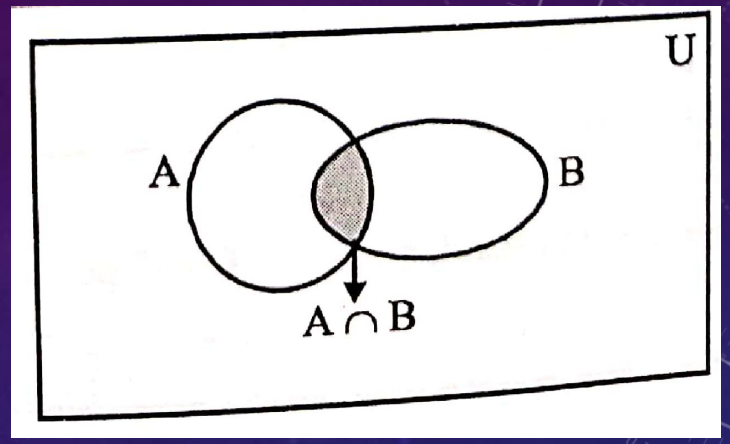
A) INVOLUCIÓN. $(A^c)^c = A$

B) $A \subset B \Rightarrow B^c \subset A^c$

2. **INTERSECCION**: Sean A y B subconjunto de U. Llamamos intersección de los conjuntos A y B al conjunto formado por los elementos que pertenecen a A y a B

$$A \cap B = \{x \in U / x \in A \wedge x \in B\}$$

A y B son disjuntos $\Leftrightarrow A \cap B = \varnothing$



PROPIEDADES

I) IDEMPOTENCIA: $A \cap A = A$.

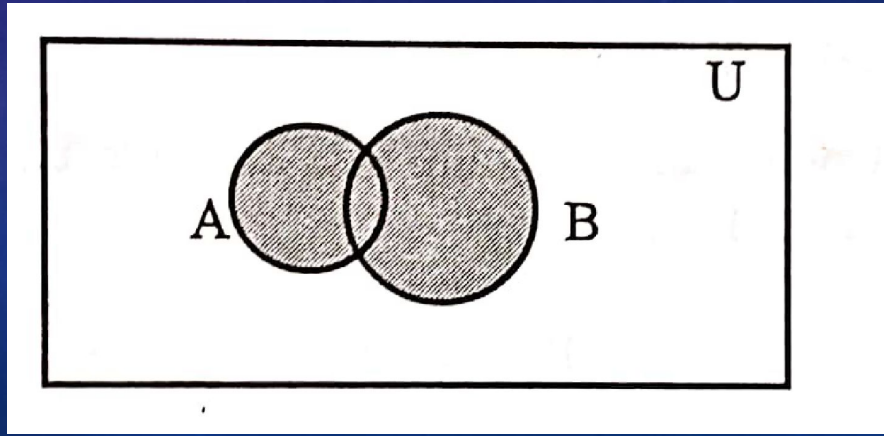
II) ASOCIATIVIDAD: $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$.

III) CONMUTATIVIDAD: $A \cap B = B \cap A$.

IV) ELEMENTO NEUTRO PARA LA INTERSECCIÓN ES EL UNIVERSAL: $A \cap U = U \cap A = A$

3. **UNION**: Sean A y B subconjuntos de U. Llamamos unión de los conjuntos A y B al conjunto formado por los elementos que pertenecen a A o a B

$$A \cup B = \{x \in U / x \in A \vee x \in B\}$$



PROPIEDADES DE LA UNION:

I) IDEMPOTENCIA. Cualquiera que sea A, se verifica $A \cup A = A$

II) ASOCIATIVIDAD. Cualesquiera que sean A, B y C: $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

III) CONMUTATIVIDAD. Cualesquiera que sean A y B: $A \cup B = B \cup A$

IV) ELEMENTO NEUTRO PARA LA UNIÓN ES EL CONJUNTO VACÍO.
En efecto, cualquiera que sea $A \subset U$, es: $A \cup \varnothing = \varnothing \cup A = A$

LEYES DISTRIBUTIVA Y DE DE MORGAN

$$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$$
$$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$$

El complemento de la unión de dos conjuntos es igual a la intersección de sus complementos.

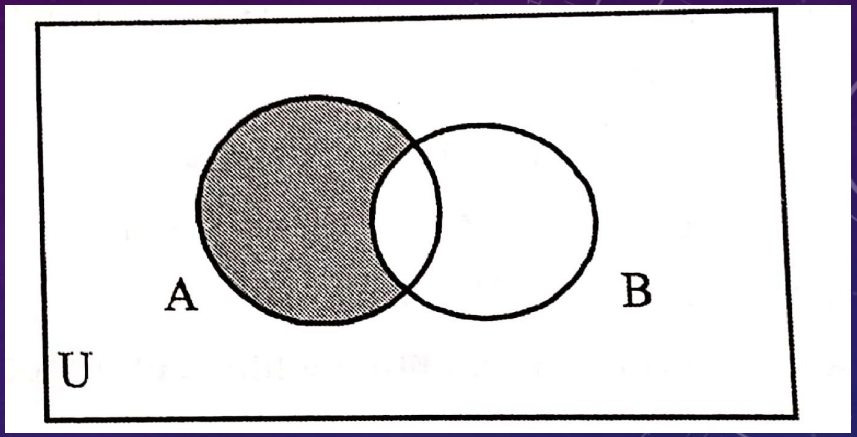
En símbolos: $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

El complemento de la intersección de dos conjuntos es igual a la unión de sus complementos.

En símbolos: $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

4. **DIFERENCIA**: Sean A y B subconjunto de U. Llamamos diferencia entre los conjuntos A y B, al conjunto formado por los elementos de A que no pertenecen a B

$$A - B = \{x / x \in A \wedge x \notin B\}$$



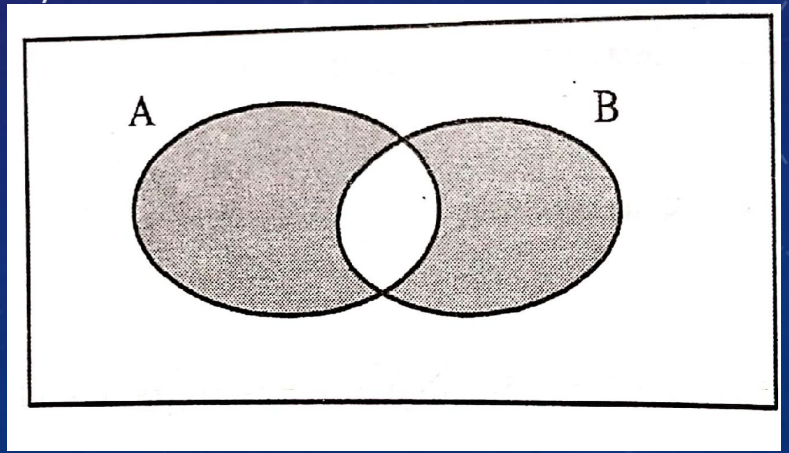
En este caso no se cumple la propiedad conmutativa, o sea, A-B ≠ B-A

Otra formar de poder escribir la diferencia es la siguiente: $A - B = A \cap B^C$

•

5. **DIFERENCIA SIMETRICA:** Sean A y B subconjunto de U. Llamamos diferencia simétrica al conjunto formado por los elementos que pertenecen a A ó a B. También lo podemos ver como la unión entre los conjuntos A-B y B-A

$$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$$



Otra forma de escribir la diferencia simétrica es:

$$A \Delta B = (A \cap B^C) \cup (B \cap A^C) = (A \cup B) - (A \cap B)$$

CONJUNTO DE PARTES

- EL CONJUNTO DE PARTES DE A ES EL CONJUNTO CUYOS ELEMENTOS SON SUBCONJUNTOS DE CONJUNTO A

$$P(A)=\{X / X \subset A\}$$

Determinamos el conjunto de partes de $A = \{2 , 3 , 4\}$

Los elementos de $P(A)$ son todos los subconjuntos de A, esto es

$\varnothing$

$\{2\} , \{3\} , \{4\}$

$\{2,3\} , \{2,4\} , \{3,4\}$

A

Y la notación por extensión es

$$P(A)=\{\varnothing , \{2\} , \{3\} , \{4\} , \{2,3\} , \{2,4\} , \{3,4\} , A\}$$

$\varnothing \subset A$	V
$\varnothing \in A$	F
$\varnothing \in \boldsymbol{P}(A)$	V
$\varnothing \subset \boldsymbol{P}(A)$	V
$\{2,3\} \in \boldsymbol{P}(A)$	V

$2 \in \boldsymbol{P}(A)$	F
$\{2\} \in \boldsymbol{P}(A)$	V
$A \in \boldsymbol{P}(A)$	V
$A \in A$	F
$A \subset A$	V