

UNIDAD N° 6: SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES

DEFINICION

Se llama *sistema de ecuaciones* a un conjunto de ecuaciones, cuyas soluciones, si existen, son los valores de las variables que satisfacen simultáneamente todas las ecuaciones del conjunto.

Se llama sistema de ecuaciones lineales al sistema donde todas las ecuaciones son polinomios de grado uno. Si alguna de ellas no es un polinomio de grado uno, se denomina: sistema de ecuaciones mixto.

Ejemplos

a)
$$\begin{cases} x + 2y = 6 \\ -\frac{1}{5}x - \sqrt{2}y = 0 \end{cases}$$
 es un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas: x e y .

b)
$$\begin{cases} x + \frac{1}{y} - z = 2 \\ \sqrt{x + y + z} = 2 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 6 \end{cases}$$
 es un sistema de tres ecuaciones mixto, sus incógnitas son x , y , z , pero es mixto porque

hay ecuaciones cuyas variables tienen exponente distinto de 1.

CLASIFICACION DE LOS SISTEMAS DE ECUACIONES

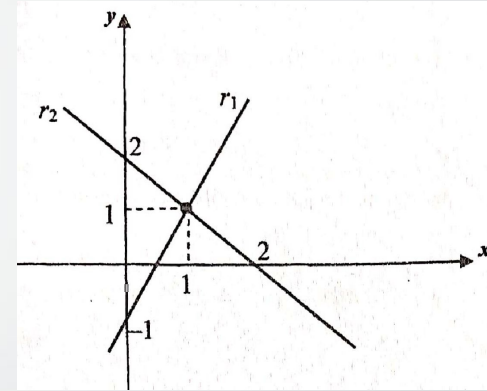
Clasificación de los sistemas de ecuaciones lineales según su estructura

Definición

Un sistema de ecuaciones lineales se puede clasificar según la cantidad de ecuaciones y de incógnitas como:

Cuadrado: Un sistema de ecuaciones lineales es cuadrado cuando tiene la misma cantidad de ecuaciones y de incógnitas.

Rectangular: Un sistema de ecuaciones lineales es rectangular cuando la cantidad de incógnitas es diferente a la cantidad de ecuaciones. Puede tener más ecuaciones o más incógnitas.



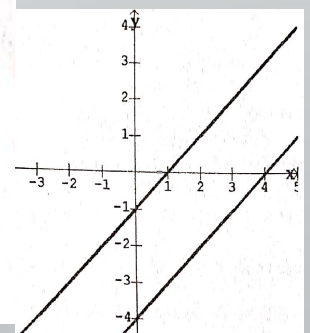
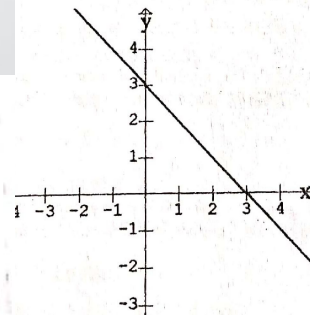
Clasificación de los sistemas de ecuaciones lineales según su conjunto solución

Un sistema de ecuaciones lineales se puede clasificar según su conjunto solución como:

Compatible Determinado: El conjunto solución tiene un único elemento. Se suele decir que la solución es única.

Compatible Indeterminado: El conjunto solución tiene infinitos elementos. Se suele decir que existen infinitas soluciones.

Incompatible: El conjunto solución es vacío. Se suele decir que no hay solución.



RESOLUCION DE UN SISTEMA DE ECUACIONES

Resolver un sistema de ecuaciones consiste en encontrar los valores de las incógnitas que verifican simultáneamente todas las ecuaciones de dicho sistema.

En los sistemas lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas compatibles las soluciones son pares ordenados.

Sistemas Equivalentes

Definición

Dos sistemas de ecuaciones son equivalentes si tiene el mismo conjunto solución.

Operaciones elementales entre las ecuaciones de un sistema

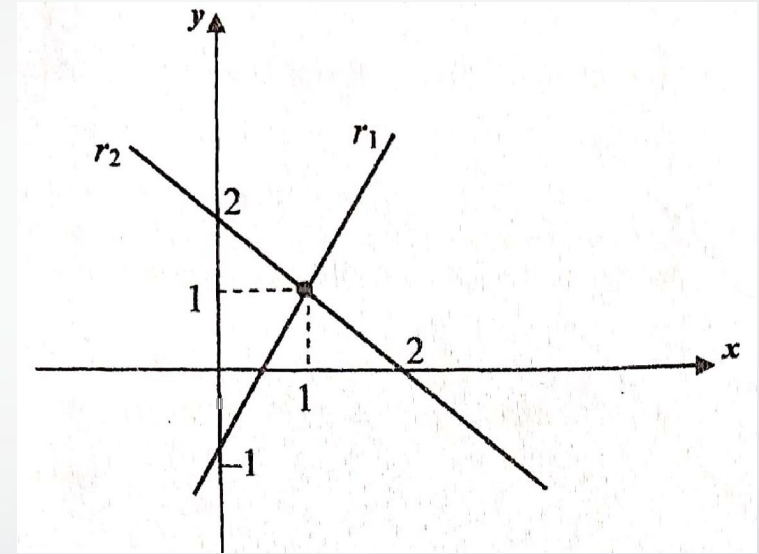
Son operaciones que transforman un sistema en otro equivalente

- Permutar ecuaciones del sistema.
- Multiplicar una ecuación en un número real, no nulo.
- Sumar o restar a una ecuación cualquier múltiplo, no nulo, de otra ecuación del sistema.

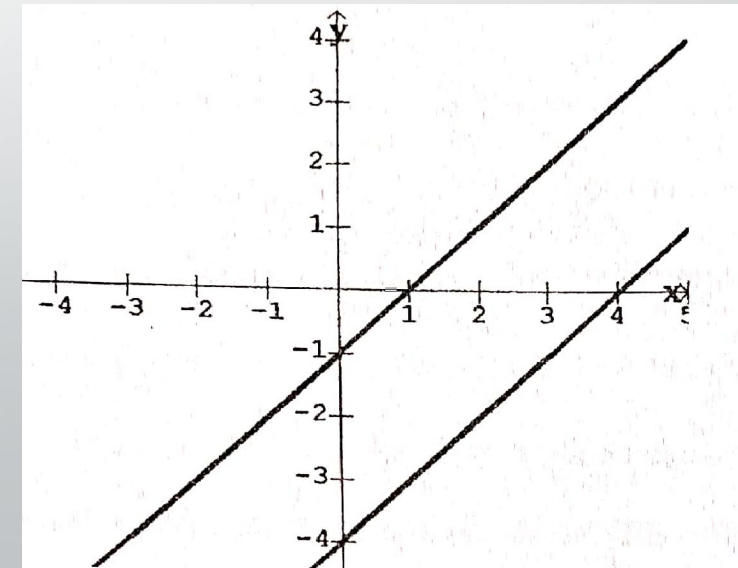
METODOS DE RESOLUCION DE ECUACIONES

1) METODO GRAFICO

$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} r_1 : y = 2x - 1 \\ r_2 : y = -x + 2 \end{cases}$$



$$\begin{cases} x - y = 4 \\ -x + y = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = x - 4 \\ y = 1 + x \end{cases}$$



METODOS ANALITICOS DE RESOLUCION

■ METODO DE SUSTITUCION:

Este método consiste en considerar una ecuación del sistema, elegir una variable de dicha ecuación y expresarla en función de la/s otra/s variable/s. Y luego, sustituir la expresión obtenida en la otra ecuación presente en el sistema.

$$\begin{cases} 3x - y = 2 \\ \frac{1}{2}x + y = \frac{3}{2} \end{cases} \rightarrow y = 3x - 2 \rightarrow y = 3 \cdot 1 - 2 \Leftrightarrow y = 1$$
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x + y = \frac{3}{2} \\ y = 3x - 2 \end{cases} \rightarrow \frac{1}{2}x + (3x - 2) = \frac{3}{2} \rightarrow \frac{1}{2}x + 3x = \frac{3}{2} + 2 \rightarrow \frac{7}{2}x = \frac{7}{2} \Leftrightarrow x = 1$$

$$S = \{(1;1)\}$$

sistema es compatible determinado (S.C.D.)

METODOS ANALITICOS DE RESOLUCION

■ METODO DE IGUALACION:

Este método propone considerar todas las ecuaciones, elegir en ellas la misma variable, y expresarla en función de las otras variables. Luego, como se desea que las soluciones sean comunes a todas las ecuaciones, esa variable elegida debe valer lo mismo en cada ecuación. Entonces se igualan las expresiones en la que variable elegida está en función de las otras.

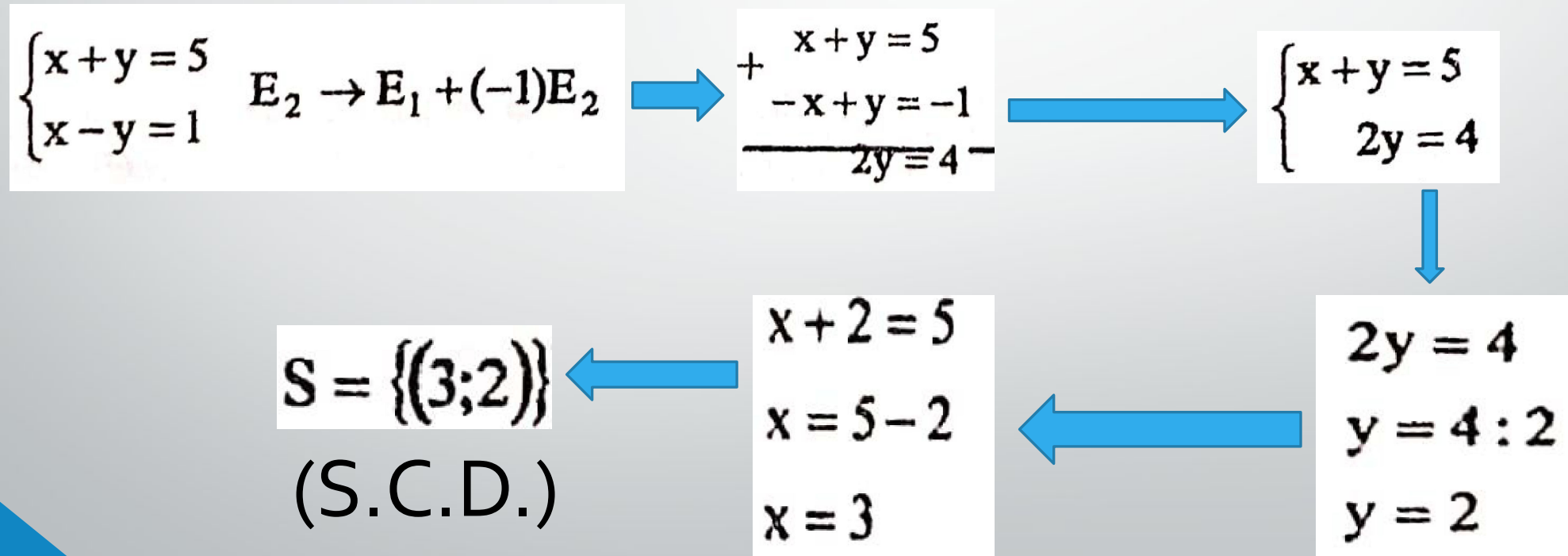
$$\left\{ \begin{array}{l} x - y = 0 \rightarrow y = x \\ -x + y = 2 \rightarrow y = x + 2 \end{array} \right\} \rightarrow x = x + 2 \Leftrightarrow 0.x = 2$$
$$\downarrow$$
$$S = \emptyset$$

el sistema de ecuaciones es incompatible (S.I)

METODOS ANALITICOS DE RESOLUCION

■ METODO DE SUMAS Y RESTAS O ELIMINACION DE GAUSS

Tratamos de eliminar alguna incógnita, en alguna de las ecuaciones. Por ejemplo, si en nuestro sistema dejamos la primera ecuación como está y a la segunda la reemplazamos por la suma de la primera con la segunda multiplicada por -1 .



OTRO EJEMPLO CON SUMAS Y RESTAS

$$\begin{cases} 4x + 3y = 10 \\ -2x - \frac{3}{2}y = -5 \end{cases}$$



$$\begin{cases} 4x + 3y = 10 \\ -2x - \frac{3}{2}y = -5 \end{cases} \quad E_2 \rightarrow 2E_2 + E_1$$



$$\begin{cases} 4x + 3y = 10 \\ 0x + 0y = 0 \end{cases}$$



Por lo tanto, las soluciones del sistema son todos los pares que cumplen $4x + 3y = 10$

$$S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 4x + 3y = 10\}$$

El sistema es *compatible indeterminado*. Tiene infinitas soluciones. (S.C.I.)