UNIDAD Nº 5

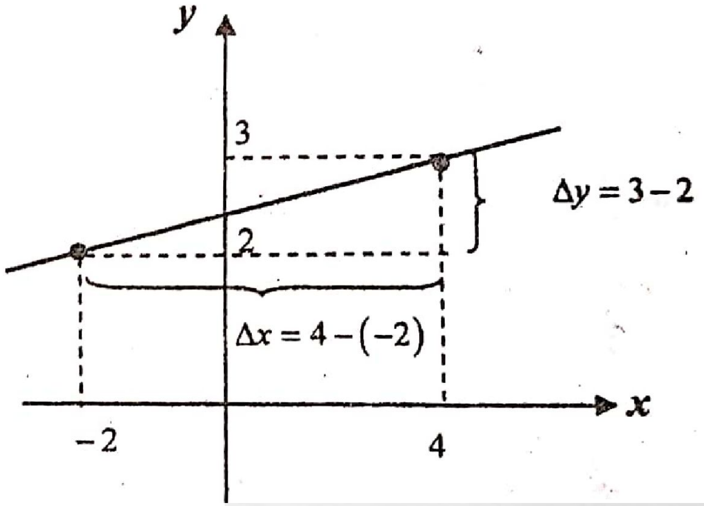
RECTA EN EL PLANO

DEFINICION

Ejemplo 1

Pendiente de la recta que pasa por los puntos:
$P=(-2;2)\wedge Q=(4;3)$.

Pendiente de la recta PQ : $a=\dfrac{3-2}{4-(-2)}=\dfrac{1}{6}$

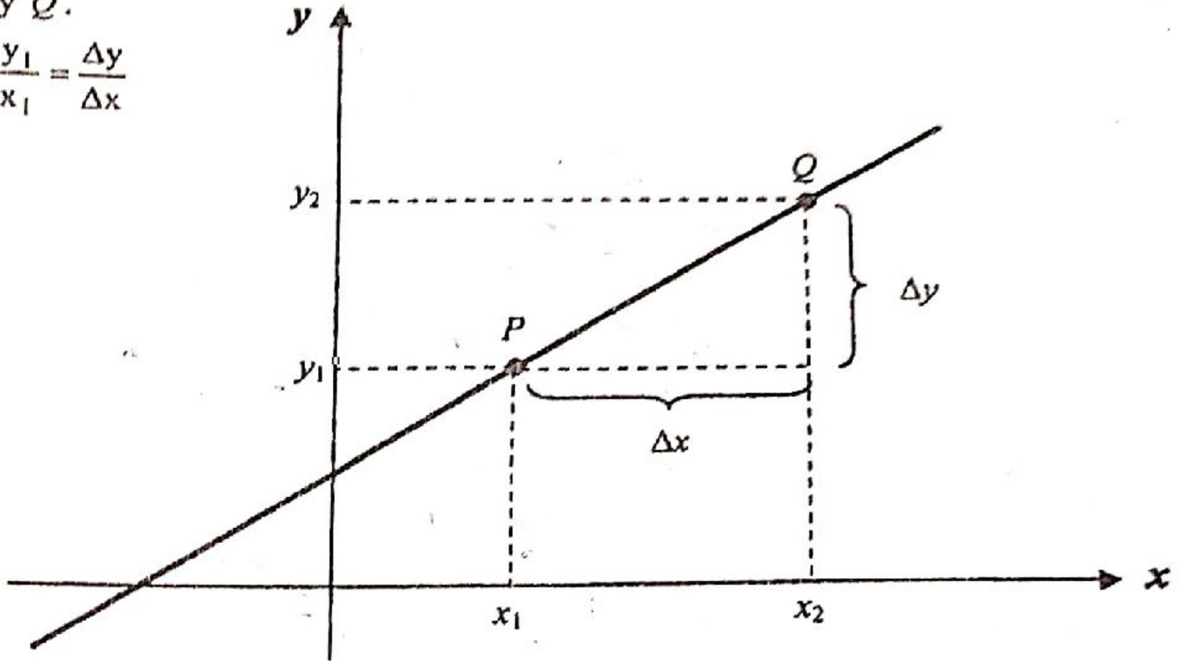


Dados dos puntos de una recta, que no sea paralela al eje y : $P=(x_1;y_2)\wedge Q=(x_2;y_2)$
Se denomina **pendiente de la recta** PQ al cociente entre la diferencia de las ordenadas y la diferencia de las abscisas de los respectivos puntos P y Q.

Pendiente de la recta PQ : $a=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$

Donde:

Δy : incremento de y
Δx : incremento de x



Observación
El valor de la pendiente de una recta se mantiene constante independientemente del par de puntos de la recta que se consideren para calcularla.

ECUACIÓN EXPLICITA

- LA ECUACION DE UNA RECTA NO PARALELA AL EJE Y, TIENE COMO ECUACION $y = m.x + b$ SE DENOMINA ECUACIO EXPLICITA DE LA RECTA EN EL PLANO, DONDE m ES LA PENDIENTE Y b ES LA ORDENADA AL ORIGEN

EJEMPLO: SI $r: y = 2x - 1$ ES LA ECUACIÓN EXPLICITA DE LA RECTA r, DONDE $m = 2$ ES LA PENDIENTE, Y $b = -1$ ES LA ORDENADA AL ORIGEN.

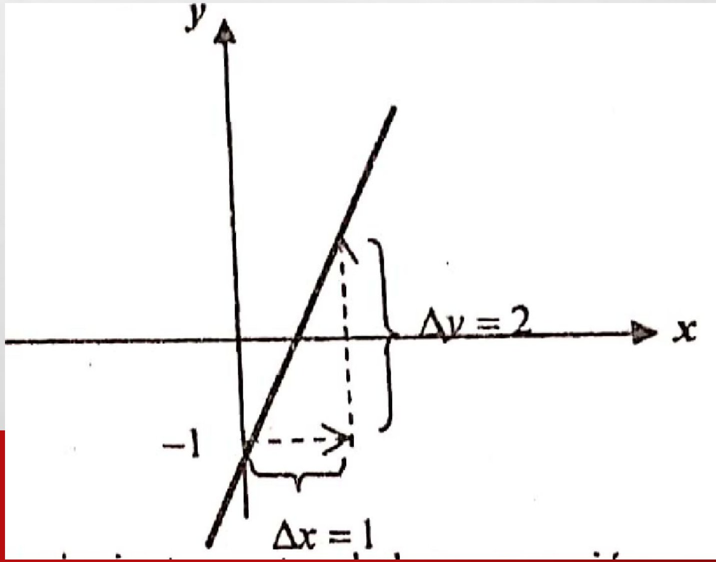
SI $b = 0$ LA RECTA PASA POR EL ORIGEN DE COORDENADAS Y SU ECUACIÓN EXPLICITA ES $y = m.x$

GRAFICA DE UNA ECUACIÓN

$r : y = 2x - 1$

La ordenada al origen: $b = -1$

La pendiente: $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2}{1} = 2$



ECUACIÓN IMPLÍCITA Y SEGMENTARIA

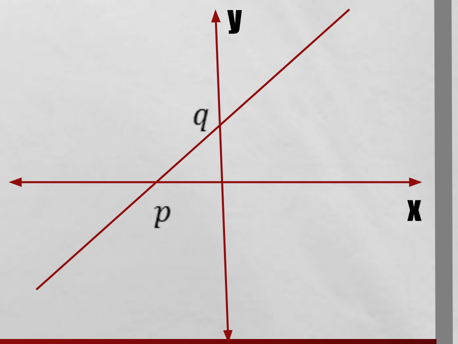
Definición
Toda ecuación de la forma: $Ax + By + C = 0$ donde A y B son números reales no son simultáneamente nulos; es la ecuación implícita de una recta en el plano.

- $y = mx + b \Rightarrow y - mx - b = 0 \Rightarrow Ax + By + C = 0$
- $Ax + By + C = 0 \Rightarrow Ax + By = -C \Rightarrow \frac{Ax+By}{-C} = \frac{-C}{-C} \Rightarrow \frac{A}{-C}x + \frac{B}{-C}y = 1 \Rightarrow \frac{x}{\frac{-C}{A}} + \frac{y}{\frac{-C}{B}} = 1 \Rightarrow$
- $si\ llamamos\ p = \frac{-C}{A}\ y\ q = \frac{-C}{B}, nos\ queda, \frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$

ECUACIÓN SEGMENTARIA

$$r: \frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$$

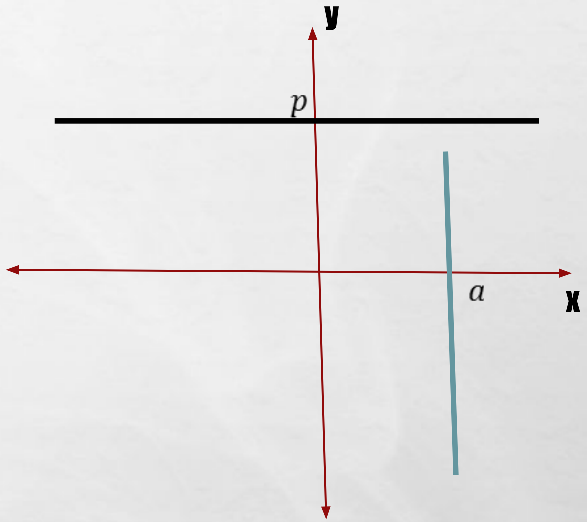
Esta expresión se denomina ecuación segmentaria de la recta, siendo p y q la abscisa y la ordenada al origen, respectivamente.



RECTAS ESPECIALES

- **RECTAS VERTICALES:**

Las rectas *verticales* son *paralelas al eje de ordenadas* (eje y).
Las rectas verticales no tienen pendiente y se representan por la ecuación: $x = a \quad \wedge \quad a \varepsilon R$



- **RECTAS HORIZONTALES:**

Las rectas horizontales son paralelas al eje de abscisas x.
Las rectas horizontales tienen pendiente nula y se representan por la ecuación: $y = p \quad \wedge \quad p \in R$

- **ANÁLISIS DE LA ECUACIÓN IMPLÍCITA SEGÚN LOS VALORES DE A, B Y C**

- si $a = 0$: $by + c = 0 \rightarrow y = -\frac{c}{b}$ recta paralela al eje X.
- si $b = 0$: $ax + c = 0 \rightarrow x = -\frac{c}{a}$ recta paralela al eje Y.
- a y b no pueden ser los dos 0, pues desaparecerían ambas variables.
- si $a \neq 0$ y $b \neq 0$: $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$, recta con pendiente $-\frac{a}{b}$ y ordenada en el origen $-\frac{c}{b}$.

RECTAS PARALELAS

Definición

Sean las rectas del plano:

$$r : y = a_1 . x + b_1$$

$$\ell : y = a_2 . x + b_2$$

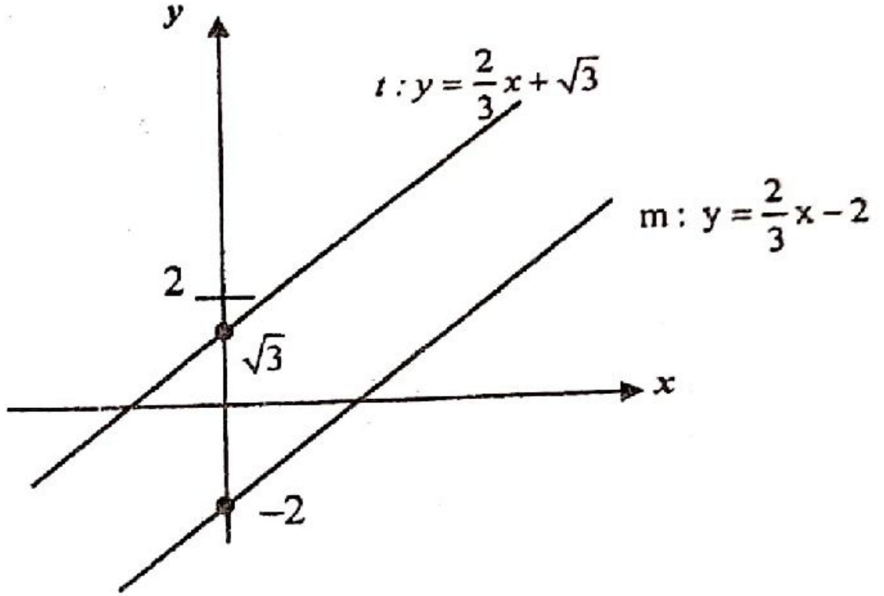
$$r \mathbin{//} \ell \iff a_1 = a_2 \text{ o bien, son dos rectas verticales}$$

Nota: // significa: rectas paralelas

Ejemplos

- Sean las rectas: $t : y = \frac{2}{3}x + \sqrt{3}$; $m : y = \frac{2}{3}x - 2$

Como las pendientes son iguales, entonces: $t \parallel m$



RECTAS PERPENDICULARES

<u>***Definición***</u>

Sean las rectas del plano

$$r: y = a_1.x + b_1$$

$$\ell: y = a_2.x + b_2$$

$r \perp \ell \Leftrightarrow a_1.a_2 = -1$ o bien una de ellas es vertical y la otra es una recta horizontal.

> ***Nota***: $\perp$ significa: rectas perpendiculares

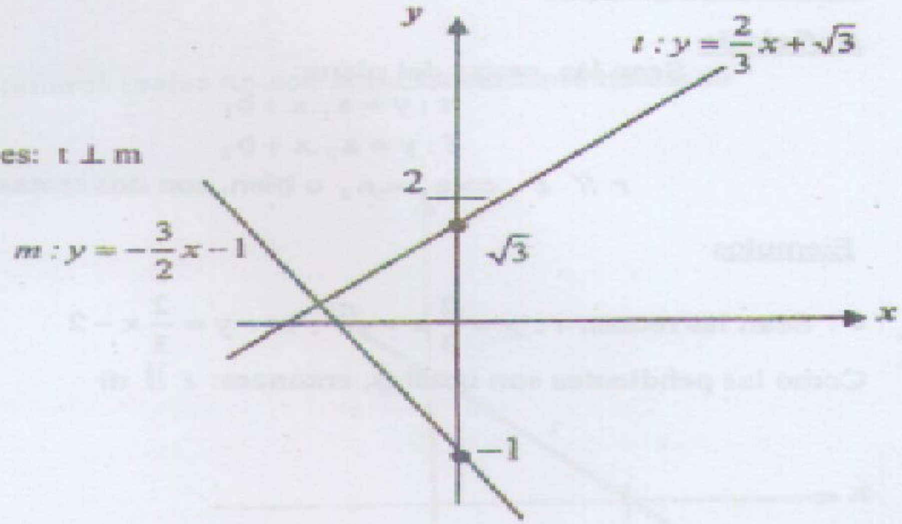
Observación

Si r y ℓ son rectas de pendientes no nulas y perpendiculares se cumple que el producto entre sus pendientes es -1, esto es: $a_r.a_\ell = -1$ expresión de la que se deduce que la relación entre las pendientes es: $a_r = -\frac{1}{a_\ell}$

Ejemplos

- Sean las rectas: $t: y = \frac{2}{3}x + \sqrt{3}$; $m: y = -\frac{3}{2}x - 1$

Como las pendientes cumplen que $\frac{2}{3}\cdot\left(-\frac{3}{2}\right) = -1$, entonces: $t \perp m$



ANGULO ENTRE RECTAS

- **PARA CALCULAR EL MENOR ANGULO ENTRE DOS RECTAS, SE TOMA UNA DE LAS SIGUIENTES FORMULAS:**
- TAN $\alpha = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1.m_2}$
-
- TAN $\alpha = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_2.m_1}$

SIENDO : $r_1 : y = m_1 x + b_1 \ \wedge r_2 : y = m_2 x + b_2$