

The background is a dark blue gradient with a subtle pattern of white dots. Overlaid on the left side are several circular and semi-circular white lines, some solid and some dashed, with arrows indicating a clockwise direction. A prominent circular scale is visible, with numerical markings from 140 to 260 in increments of 10, arranged in a semi-circle. The text 'UNIDAD Nº 8: CALCULO COMBINATORIO' is written in a bold, white, sans-serif font on the right side of the image.

# UNIDAD Nº 8: CALCULO COMBINATORIO

# DEFINICION

¿Que es el calculo combinatorio?

Es una herramienta matemática que, dada una determinada cantidad de elementos, permite calcular de cuantas formas posible podemos tomar una parte de ellos y/u ordenarlos.

**Ejemplo**: de un mazo de 52 carta, un jugador recibe 5 cartas de ese mazo, nos puede interesar calcular cuantas manos distintas podría recibir. Es decir, cuantas "combinaciones" se pueden formar con 5 cartas tomadas de entre 52

# FACTORIAL DE UN NUMERO

Para resolver estos problemas tenemos que saber sobre función factorial:

Es la multiplicación de los números naturales desde el numero hasta el uno.

**Ejemplo:**  $10! = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 3628800$

Con calculadora se hacer: se escribe 10, apretamos la tecla SHIT, y luego buscar la tecla donde esta escrito arriba la expresión  $x!$ , y luego apretar la tecla = para ver el resultado.

$$\text{Otros ejemplos: } \frac{10!}{8!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot \cancel{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}}{\cancel{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}} = 10 \cdot 9 = 90$$

$$\text{En general: } \frac{n!}{(n-2)!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot \cancel{(n-2) \cdot (n-3) \dots 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}}{\cancel{(n-2) \cdot (n-3) \dots 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}} = n \cdot (n-1) = n^2 - n$$

Por convención  $0! = 1$



Antes de hacer el calculo, es necesario determinar algunas cosas:

- **CANTIDADES**: Debemos determinar cuantos elementos hay en total , y cuantos vamos a tomar. En el ejemplo anterior, tomamos 5 elementos de 52
- **NATURALEZA**: debemos determinar si estamos tomando todos los elementos disponibles, o sólo alguno de ellos. Por ejemplo, tomamos 5 cartas entre 52, importará cuáles tomamos (es decir, importa la naturaleza de la selección) En cambio, si solamente nos interesa de cuántas formas podemos ordenar 5 libros, no nos interesa la naturaleza, por que no tenemos que elegir determinados libros sino que vamos a estar trabajando con los 5 al mismo tiempo.
- **ORDEN**: debemos determinar si nos interesa o no nos interesa el orden en que tomamos los elementos. Por ejemplo, si nos importa el orden, tirar un dado y sacar un 5 y luego un 3, no es lo mismo que sacar un 3 y luego un 5. Serian dos resultados distintos. En cambio, si no nos interesa el orden, sacar un 5 y luego un 3 ó un 3 y luego 5 es lo mismo, y los dos casos constituirán un único resultado.
- **REPETICION**: tiene que ver con si se puede elegir mas de una vez o no el mismo elemento. Por ejemplo, si en una caja hay una bolita blanca, una negra y una violeta, y vamos a sacar dos, si lo hacemos con reposición entonces habrá repetición, porque es posible sacar dos veces la misma bolita.

# FORMULAS DE LOS DISTINTOS CASOS

Se representa mediante "n" la cantidad total de elementos, y mediante "k" la cantidad de elementos que se toman

## Modelos simples (sin repetición):

Modelo	Fórmula	Importa	Ejemplo
Permutación	$P_n = n!$	orden	Formas de ordenar {a,b,c}: abc, acb, bac, bca, cab, cba $P_3 = 3! = 6$
Variación	$V_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!}$	naturaleza ("¿cuáles?") y orden	Formas de tomar 2 elementos de {a,b,c}, teniendo en cuenta el orden: ab, ba, ac, ca, bc, cb $V_{3,2} = 3! / 1! = 6$
Combinación	$C_{n,k} = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$	naturaleza	Formas de tomar 2 elementos de {a,b,c}, sin tener en cuenta el orden: ab, ac, bc $C_{3,2} = 3! / 2!1! = 6/2 = 3$



- **PERMUTACION SIMPLE:**

Se tienen  $n$  elementos, y se desea ver de cuantas formas se los puede ordenar. Es decir, los elementos son siempre los mismos, y cada forma posible solo difiere de las demás en el orden en que se toman los elementos.

- **VARIACION SIMPLE:**

Es como la permutación, pero no se usan los  $n$  elementos sino que se usan solamente  $k$  de ellos. Entonces habrá que tener en cuenta no solamente el orden, sino cuales de los  $n$  elementos se eligen ( naturaleza)

- **COMBINACION SIMPLE:**

Consiste en tomar  $k$  elementos entre  $n$  que hay en total, sin importar en que orden. Es decir, importa la naturaleza ("cuáles") pero no importa el orden. Esto es como las variaciones pero sin importar el orden: las variaciones distinguen "ab" de "ba", en cambio para las combinaciones "ab"="ba", y solo importa el hecho de que fueron "a" y "b" los elementos elegidos

### Modelos compuestos (con repetición):

Modelo	Fórmula	Importa	Ejemplo
Permutación	$P'_{n_1, n_2, \dots, n_k} = \frac{(n_1 + n_2 + \dots + n_k)!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$	orden	<p>Formas de ordenar {a,a,b,c}</p> <p>aabc, aacb, abac, acab, <del>abca</del>, <i>abca</i>,            abca, baca, caba, baac, caab,            bcaa, cbaa</p> <p><math>P'_{2,1,1} = 4! / 2!1!1! = 24/2 = 12</math></p>
Variación	$V'_{n,k} = n^k$	naturaleza ("¿cuáles?") y orden	<p>Formas de tomar 3 elementos de {a,b} (pudiendo repetir) y teniendo en cuenta el orden</p> <p>aaa, aab, aba, abb, baa, bab, bba, bbb</p> <p><math>V'_{2,3} = 2^3 = 8</math></p>
Combinación	$C'_{n,k} = \frac{(n+k-1)!}{(n-1)!k!}$	naturaleza	<p>Formas de tomar 3 elementos de {a,b} (pudiendo repetir)</p> <p>aaa, aab, abb, bbb</p> <p><math>C'_{2,3} = 4! / 1!3! = 24/6 = 4</math></p>

- **PERMUTACION CON REPETICION:**

Como sucedía con la permutación simple, vamos a tomar todos los elementos. Por lo tanto ya no importa la naturaleza. Importa solamente el orden. Y puede haber elementos repetidos, pero conocemos de antemano cuantos elementos hay de cada tipo. Entonces tenemos una cantidad  $n$  de elementos, que estará formado por  $n_1$  elementos del tipo 1,  $n_2$  elementos del tipo 2, etc. Lo que vamos a contar es todas las maneras posibles de ordenar esos elementos.

- **VARIACION CON REPETICION:**

Consiste en tomar  $k$  elementos entre  $n$  que hay en total, pudiendo elegirse más de una vez cada elemento. Es decir, por ser variación importa la naturaleza ("cuales") y el orden, pero además, se puede elegir mas de una vez cada elemento

- **COMBINACION CON REPETICION:**

La combinación es como la variación, pero sin importar el orden. Es decir, la combinación con repetición consiste en tomar  $k$  elementos de los  $n$  que hay en total (naturaleza), sin tener en cuenta el orden, y pudiendo elegir más de una vez cada elemento.