Clase: Momento lineal → Cantidad vectorial

Sistema
→ Fronteras abiertas
- Intercambio de materia y energía

→ Semicerrados / abiertos
- Solo permiten el intercambio de energía, no de materia

→ Sistemas aislados / cerrados
- No deja entrar ni materia de energía, es decir, que tampoco saca materia o energía

Cosas constantes = La cantidad permanece en el tiempo.

Momentum lineal

→ $\vec{p}$ = masa del sistema m_{sist} * Velocidad lineal del sistema $V_{sistema}$.

$[\vec{p}] = M\frac{L}{T}, \; kg\frac{m}{s}$

Relación con energía cinética?

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \underbrace{\left(\frac{m}{m}\right)} = \frac{1}{2}\frac{m^2v^2}{m} = \frac{p^2}{2m}$$

↳ Busca la relación entre el momentum y energía

$$\vec{p}\cdot\vec{p} = |\vec{P}||\vec{P}|\cos 0^\circ = p^2$$

P
$\vec{p}$

Producto escalar en dos vectores

$\vec{A} = (Ax, Ay, Az)$

$\vec{B} = (Bx, By, Az)$

$\vec{A}\cdot\vec{B} = AxBx + AyBy + AzBz$

$|\bar{A}||\bar{B}|\cos\theta$

$\Delta K = \Delta W_{neto}$

Teorema Impulso-Momentum.

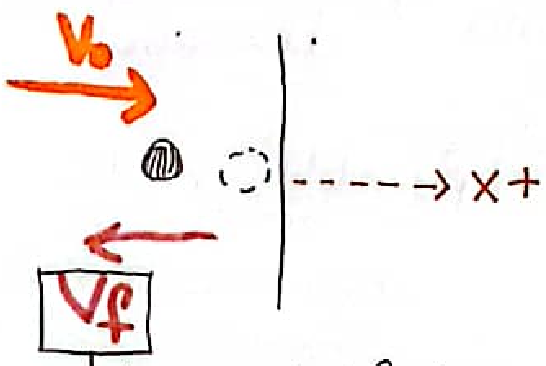
$$\frac{d\bar{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\bar{v}) = \frac{\bar{v}\,dm}{dt} + \frac{m\,d\bar{v}}{dt} = \frac{m\,d\bar{v}}{dt} = \bar{F}_{neta}.$$

*m es constante.

- Sistema aislado $\rightarrow \vec{F}_{externa/sistema} = 0 \rightarrow \frac{d\bar{p}}{dt} = \vec{0} \rightarrow \vec{P}$ = constante

$$J = d\bar{p} = F_{neta}\,dt \rightarrow \Delta\bar{p} = F_{neta}\,\Delta t$$

Ejemplo:
- Tipo: Algebraico
- Particula choca contra la pared



↳ La velocidad final va contraria porque está regresando

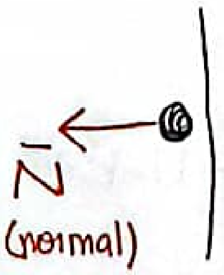
$\bar{V}_0 = 4\,m/s\,\hat{\imath}$ | $V_f = -4\,m/s\,\hat{\imath}$

$m = \frac{1}{2}\,kg$ $\quad \Delta t = 10^{-3}\,s$

Que tanto dura la colisión también afecta el tamaño de la fuerza

- Calcular $\vec{N}$ sobre la mano.

$$\vec{N} = \frac{\Delta\bar{p}}{\Delta t} = \frac{m\bar{V}_f - m\bar{V}_0}{\Delta t}$$



$$\frac{1}{2}\,kg\left(\frac{-4\,m/s\,\hat{\imath} - 4\,m/s\,\hat{\imath}}{10^{-3}\,s}\right)$$

$$\bar{N} = -4 \times 10^{2}\,N$$

Clase #2: Momento lineal.

- ¿Cuánto se conserva $\vec{p} = m\vec{v}$?

$$\bar{F}_{neta} = \frac{d\bar{p}}{dt} \rightarrow \frac{\Delta \bar{p}}{\Delta t} \quad \langle F_{neta} \rangle \rightarrow \text{Promedio}$$

- cociente incremental
- Fuerza neta es igual a cero se conserva.

Si $\langle F_{neta} \rangle = 0$

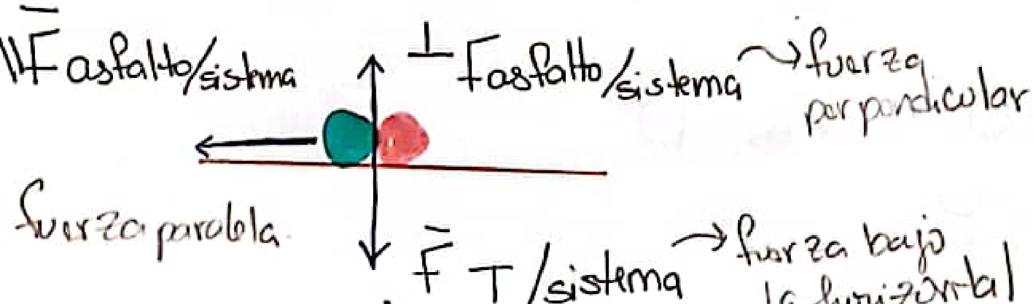
$$\Delta \vec{p} \rightarrow \vec{P}_f = \vec{P}_o \rightarrow \Delta \vec{p} = F_{neta} \Delta t \text{ si}$$

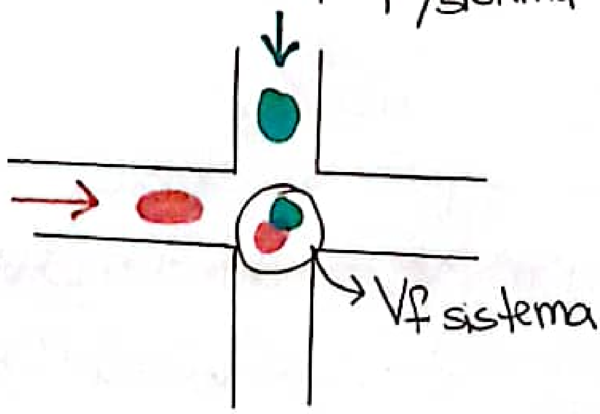
$$\Delta t \rightarrow 0$$

$$\boxed{\Delta \vec{p} \approx 0}$$

Definición del sistema:

1. $\vec{F}_{neta} = \sum F_{externa/sistema} = m\bar{a}_{sistema}$ | $\perp F_{asfalto/sistema}$





$$\sum F_{externa/sistema}$$

$$m a_y = N - mg$$

→ El movimiento solo ocurre en 1D, o sea en el plano.

2. $f_k \rightarrow 0$

$$F_{Rojo/azul} = -F_{azul/Rojo}.$$

#2. $\Delta t = 10^{-6} s$

$F_{neta} = 10^{9} N$

$\Delta \vec{p} = 10^{9} N \cdot 10^{-6} s$

$10^{3}\ kg\ m/s$

Colisión Inelástica

↳ hay deformación → $\Delta E = \Delta W$

$\Delta E < 0$ — Esto explica la relación que hay en la energía del sistema para una colisión inelástica.

↓

$\Delta \bar{p} = 0$

si $\Delta y = 0 \rightarrow \Delta v = 0$

$\Delta K \neq 0$

No hay deformación

$\Delta W = 0 \rightarrow \Delta E = 0 \sim \Delta K = 0$

$\Delta \bar{p} = 0$.

Ejemplo Suponga

$m_1 = 2 \times 10^{3}\ kg$, $m_2 = 3 \times 10^{3}\ kg$

Calcule la velocidad final de los autos después del choque.

$V_{o2} = (0, -25)\ m/s$

$V_{o1} = (20, 0)\ m/s$.

$\Delta \vec{p}_{sistema} = 0$

$\vec{P}_{sistema\ inicial} = \vec{P}_{sistema\ final}$.

$m_1 V_{o1} + m_2 V_{o2} = (m_1 + m_2) V_f$

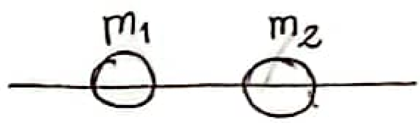
$3 \times 10^{3}(0, -25) + 2 \times 10^{3}(20, 0) = 5 \times 10^{3} V_f$

$$\frac{(0, -75 \times 10^{3}) + (45 \times 10^{3}, 0)}{3 \times 10^{3}}$$

$V_f = (8, -15)$

{Colisión Elástica}

Ejemplo #1. Mesa de Hooke



$\Delta \vec{P}_{sistema} = 0$

$\Delta \vec{K}_{sistema} = 0$

$V_{f_1} = ?$

$V_{f_2} = ?$

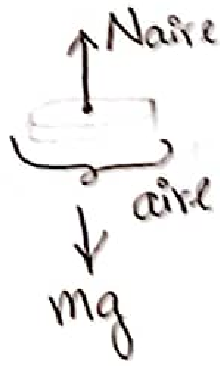
*No hay fricción

$m_1 = 5\,kg$

$\bar{V}_{1i} = 3\,m/s\,\hat{\imath}$

$m_2 = 2\,kg$

$\bar{V}_{o2} = \frac{1}{2}\,m/s\,(-\hat{\imath})$



Conservación del momento lineal

$$\Delta \bar{P}_{sistema} = 0$$

$$m_1 \bar{V}_{o1} + m_2 \bar{V}_{20} = m_1 \bar{V}_{f_1} + m_2 \bar{V}_{f_2}$$

$$5\,kg\,(3\,m/s\,\hat{\imath}) + 2\,kg\left(-\frac{1}{2}\,m/s\,\hat{\imath}\right) = 5\,kg\,\bar{V}_{1f} + 2\,kg\,\bar{V}_{2f}$$

$$15 - 1 = 5\bar{V}_{1F} + 2\bar{V}_{2f}$$

$$\boxed{14 = 5\bar{V}_{f_1} + 2\bar{V}_{f_2}} \quad (1)$$

Conservación de la energía $\Delta K = 0$

$$\frac{1}{2} m_1 \bar{V}_{o1}^2 + \frac{1}{2} m_2 \bar{V}_{o2} = \frac{1}{2} m_1 V_{f_1} + \frac{1}{2} m_2 V_{f_2}$$

$$5 V_{o1}^2 + 2\bar{V}_{o2} = 5\bar{V}_{f_1} + 2\bar{V}_{f_2}$$

$$5(9) + 2\left(\frac{1}{2}\right) = 5\bar{V}_{f_1} + 2\bar{V}_{f_2}$$

$$\boxed{45.5 = 5\bar{V}_{f_1}^{2} + 2V_{f_2}^{2}} \quad (2)$$

Despejo de ecuación (1)

$$(3) \rightarrow V_{2f} = \frac{14 - 5V_{1f}}{2}$$

$$45.5 = 5V_{f_1}^{2} + 2\left(\frac{14 - 5V_{1f}}{2}\right)^2$$

$$45.5 = 5\bar{V}_{f_1} + \frac{1}{2}\left[14^2 - 2(14)(5)V_{f_1} + 25V_{f_1}^{2}\right]$$

$$91 = 10V_{f_1}^{2} + 196 - 140V_{f_1} + 25V_{f_1}^{2}$$

$$35V_{f_1}^{2} - 140V_{f_1} + 105 = 0$$

$V_{f_1} = 1 m/s$ → Toma en cuenta el momento de la colision Porque la m_1 se ve afectada por la m_2

$V_{f_2} = 3 m/s$ → No toma el momento de la colisión, es como si hubiera pasado de largo

* No es correcto *

$$\vec{V}_{1F} = 1 \ m/s \ \hat{\imath}$$

$$\vec{V}_{f_2} = \frac{14 - 5(1 m/s)\hat{\imath}}{2}$$ → sustitución de la formula

$$\vec{V}_{f_2} = 4.5 m/s \ \hat{\imath}$$

8.96

*Plantear el principio de conservación que estoy haciendo
* Ecuaciones planteamiento.

Un disco azul de hockey con masa de 0.0400 kg que se desliza con rapidez de 0.200 m/s sobre una mesa de aire horizontal sin fricción, experimenta un choque perfectamente elástico de frente con un disco rojo de masa m, inicialmente en reposo. Después del choque, la velocidad del disco azul es de 0.050 m/s en la misma dirección que su velocidad inicial. Calcule a) La velocidad (y dirección y magnitud) del disco rojo después del choque: b) La masa del disco rojo.

1 Disco Azul

$m_1 = 0.0400\,kg$

$\bar{V}_{o1} = 0.200\,m/s$

$\bar{V}_{f1} = 0.050\,m/s$, reduce.

Disco Rojo

$m_2 = ?$

$V_{oi} = 0 \rightarrow$ parte del reposo.

$\Delta P = 0$

$$m_1 V_{o1} + \cancel{m_2 V_{o2}} = m_1 \bar{V}_{f1} + \boxed{m_2 V_{f2}}$$

$$m_1 \bar{V}_{o1} = m_1 \bar{V}_{f1} + \boxed{m_2 \bar{V}_{f2}}$$

$$(0.04)(0.20) - (0.04)(0.050) = m_2 \bar{V}_{f2}$$

$$6\times10^{-3} = m_2 \bar{V}_{f2}$$

$$\boxed{0.006 = m_2 V_{f2}}$$

$$\boxed{\frac{0.006}{Vf} = m_2} \quad (1)$$

$\Delta K = 0$

$$\frac{1}{2} m_1 \bar{V}_{o1} + \cancel{\frac{1}{2} m_2 V_{o2}} = \frac{1}{2} m_1 \bar{V}_{f1} + \frac{1}{2} m_2 \bar{V}_{f2}$$

$$\frac{1}{2} m_1 \bar{V}_{o1}^2 = \frac{1}{2} m_1 \bar{V}_{f1}^2 + \frac{1}{2} m_2 \bar{V}_{f2}.$$

$$\frac{1}{2}(0.04)(0.2)^2 - \frac{1}{2}(0.04)(0.2)^2 = \frac{1}{2} m_2 Vf^2.$$

$$1.5\times10^{-3} = m_2 Vf_2^2$$

$$1.5 \times 10^{-3} = m_2 V_f^2$$

$$\boxed{\frac{1.5 \times 10^{-3}}{V_f^2} = m^2} \quad (2)$$

$$(1) = (2)$$

$$\frac{0.006}{V_f} = m_2$$

$$\frac{0.006}{V_f} = \frac{1.5 \times 10^{-3}}{V_f^2} \rightarrow$$

$$V_f^{\cancel{2}} \cdot \frac{0.006}{\cancel{V_f}} = 1.5 \times 10^{-4}$$

$$V_f \cdot 0.006 = 1.5 \times 10^{-4}$$

$$V_f = \frac{1.5 \times 10^{-4}}{0.006}$$

$$\boxed{V_f = 0.025 \, m/s}$$

$$\frac{0.006}{0.025} = m_2$$

$$\boxed{0.24 = m_2}$$

Ejemplo 3 de clase

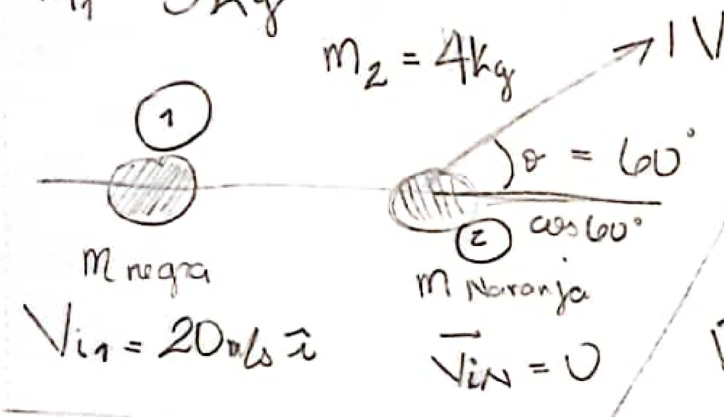
Carácter vectorial del momentum lineal

*¿Hacia dónde se fue la masa 2?

*¿Con qué rapidez?

$m_1 = 3\,kg$

$m_2 = 4\,kg$



$\Delta \bar{P}_{sistema} = \vec{J}$

$V_i = 0$

$m_1 + m_2$

Ojo que hay un angulo de la fuerza final

* la velocidad tiene componentes.

$$P_{i1} + \cancel{P_{i2}} = P_{f1} + P_{f2}$$

$$m_1 V_1 = m_1 V_{f1} + m_2 V_{f2}$$

$$(3kg)(20, 0) = 3kg\,[\cos 60°, \sin 60°] + 4kg\,[V_{f2x}, V_{f2y}]$$

$$3kg\,(20,0) = 3kg\,[5, 8.66] + 4kg\,[V_{fAx}, V_{fAy}]$$

$$\frac{3kg\,[(20,0) - (5, 8.66)]\ m/s}{4kg} = [V_{f2x}, V_{f2y}]$$

$$\boxed{V_{2f} = (45, -25)}$$

*Algo relacionado con los ejes *

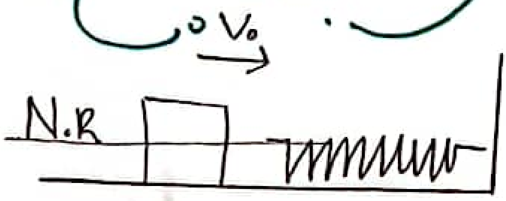
*Tomar nota del eje y *

* El movimiento se da en el eje x *.

Involucración de Varios Temas

1er Caso

$V_o = 5 m/s\,\hat{\imath}$



¿Cuál va a ser la compresión máxima del resorte?

Superficie sin fricción

$m = 2\,kg$

$K = 100\,\frac{N}{m}$

- El resorte al inicio está relajado → Resorte ideal

↳ Cuando el resorte pasa a ser comprimido o estirado

↓

Almacena energía potencial elástica.

- ¿Cuál va a ser la compresión máxima del resorte?

$$\Delta E = 0$$

$$\left(\frac{1}{2} m V_i^2 = \frac{1}{2} K (\Delta x)^2 + \cancel{\frac{1}{2} m V_f^2}^{\,0}\right) 2$$

$$m V_i^2 = K(\Delta x)^2 \rightarrow \frac{m V_i^2}{K} = \Delta x^2 \rightarrow \sqrt{\frac{m V_o^2}{K}} = \Delta x$$

$$\Delta x_{max} = \sqrt{\frac{2\,kg\,(5\,m/s)^2}{100\,N/m}} =$$

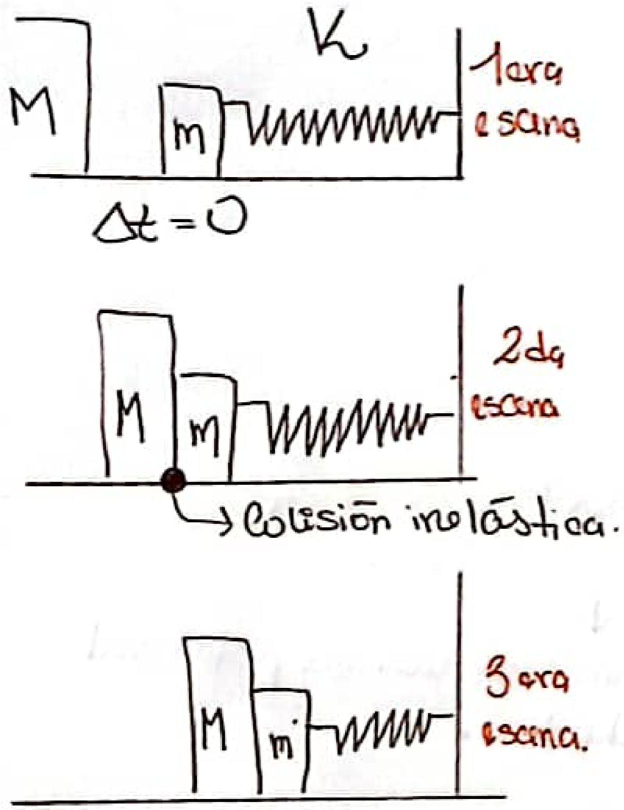
Escaneado con CamScanner

2do. Caso:

$m = 3\,kg$ $\qquad V_{oM} = 5\,m/s\,\hat{i}$

$M = 2\,kg$

$K = 100\,N/m$



$\Delta P_{sistema} = 0$

$V_A \rightarrow (M+m) \rightarrow$ Velocidad de ambas masas

$$M V_{oM} = (M+m) V_A$$

$$V_A = \frac{V_{oM} M}{M+m}$$

$$V_A = \frac{5\,m/s\,(2\,kg)}{2\,kg + 3\,kg}$$

$$V_{A\,(M+m)} = 2\,m/s\,\hat{i}$$

ΔE_{A-B}

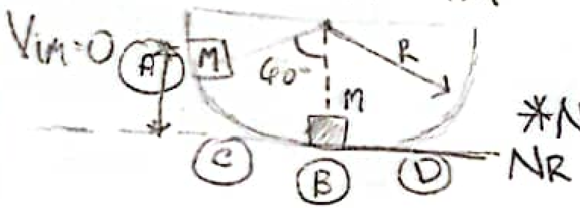
$$\frac{1}{2}(M+m)V_A^2 = \frac{1}{2}K(\Delta x)^2$$

$$\Delta x_{max} = \sqrt{\frac{(M+m)V_A^2}{K}} \rightarrow \sqrt{\frac{5\,kg\,(2\,m/s)^2}{100\,N/m}}$$

$$\Delta x_{max} = \sqrt{\frac{1}{5}}\ ,m.$$

* Parte de la energía del Bloque M se compartió con el bloque m y de ahí ya se comprime el resorte. Por eso $\sqrt{\frac{1}{5}} < \sqrt{\frac{1}{2}}$ comparada con el 1er caso esto se debe a que se agregó una masa y se formó una colisión.

Colisión Elástica



Choque → Elástico
→ Inelástico

*No hay fricción ∄

$V_{imB} = 0$

$V_{fmB} = 2 m/s$ (después del choque)

¿Hasta dónde sube cada una si el choque es elástico?

$M = 3 kg$

$m = 1 kg$

V_{MB} → Antes del impacto

Primera Etapa:

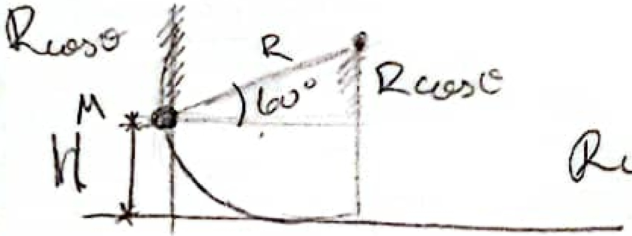
$\Delta E_{M(A-B)} = 0$

$U_{g MA} = K_{MB}$ → Velocidad de M antes de la colisión con m.

$\cancel{M} g H_A = \frac{1}{2} \cancel{M} V_{MB}^2$

$V_{MB} = \sqrt{2 g H_A} = \sqrt{2(9.8 m/s^2)\, 4(1 - \cos 60°)}$

$V_{MB} = \sqrt{39.2} = 6.26 m/s.$



$R\cos\theta + H = R$

$H = R - R\cos\theta$

$H = R(1 - \cos\theta)$

Segunda Etapa: Colisión:

*Velocidad (Sólo componente horizontal, de la masa M después de la colisión antes de que comience a subir)

$\Delta P_{BB'} = 0 \Rightarrow$

$\vec{P}_{MB} + \vec{P}_{mB} = P_{MB'} + P_{mB'}$

$M V_{MB} = V_{(M,m)B'} (M + m)$ → despejar este

$V_{(M,m)} = 4.40 m/s$

' = Después de la colisión.

$$\frac{1}{2}\cancel{(M+m)}V^2_{(M,m)B'} = \cancel{(M+m)}g\,h_D$$

¿Hasta que altura llegan las dos masas?

$$\frac{V^2_{(M,m)B'}}{2g} = h_D$$

$$\boxed{h_D = 1.13\,m}$$

Entre A y D:

$$E_A = MgH = 3\,(9.81\,m/s^2)(2\,m)$$

$$E_A = 58.8\,J$$

$$E_D = (M+m)\,g\,h$$

$$E_D = (4\,kg)(9.81\,m/s^2)(1.13\,m)$$

$$E_D = 44.3\,J$$

* Inelastica, no se conservo la energia potencia, por lo tanto no se conserva la energia cinetica en la colision

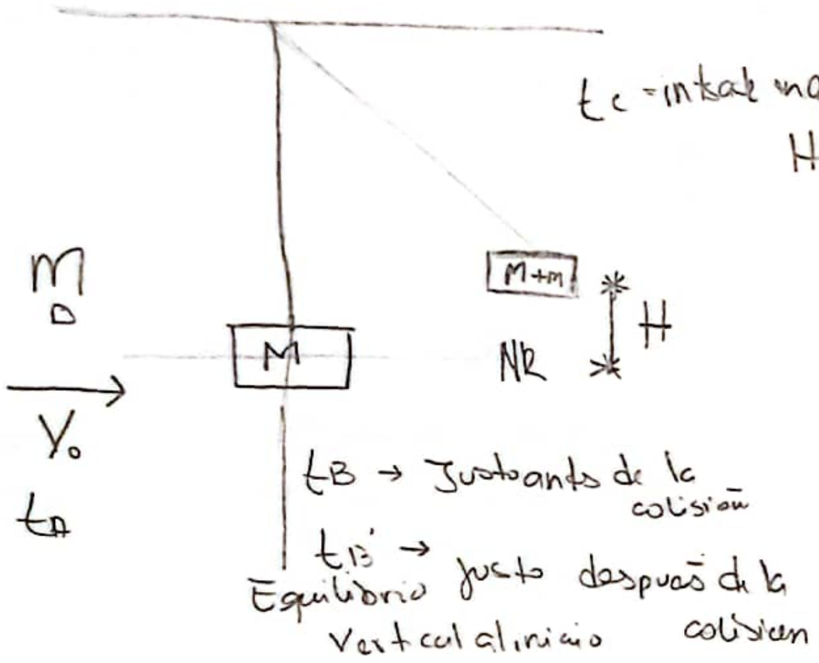
* La energia cinetica determina si es elastica o inelastica.

* Si queda cero de A a D es elastica y si no queda cero es inelastica

(?) Péndulo Balístico.

t = instante.

Choque inelástico



t_c = instante en que $V_c = 0$

$H_F = h_{max}$

¿Cuál es V_0 de la bala? (1era)

$$mV_0 = (m+M)V_B'$$

$$V_B' = \frac{mV_0}{m+M}$$

(2da)

$$\frac{1}{2}(m+M)V_B'^2 = (m+M)g\,h$$

$$\frac{1}{2}\cancel{(m+M)}\left[\frac{mV_0}{M+m}\right]^2 = \cancel{(m+M)}g\,H_F$$

$$\frac{1}{2}\frac{m^2V_0^2}{(M+m)^2} = g\,H_F$$

$$V_0 = \sqrt{2gH_F\frac{(M+m)^2}{m^2}}$$

$$V_0 = \frac{M+m}{m}\sqrt{2gH_F}$$

$M = 20\,kg$

$m = 5\times10^{-3}\,kg$

$H_F = 0.2\,m$

$$V_0 = \frac{20.005\,kg}{0}$$

$$V_0 = \frac{20.005\,kg}{0.005\,kg}\sqrt{2(9.8)(0.2)}$$

$$\boxed{V_0 = 7921\,m/s}$$