

Transistor MOSFET

Dispositivos Semiconductores

Maestría en Ciencias de la Ingeniería

Universidad de Buenos Aires, Facultad de Ingeniería

Docentes a cargo: **M. G. González y S. H. Carbonetto**



Tabla de contenido

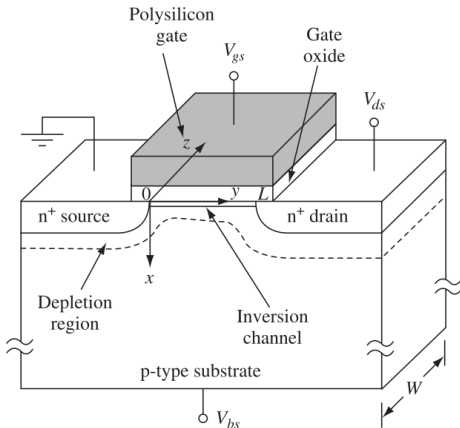
- 1 Corte Lateral
- 2 Aproximación de Canal Gradual (GCA)
 - Modelo de Pao y Sah
 - Modelo de carga superficial
- 3 Modelo por regiones
 - Régimen lineal/triodo
 - Régimen de saturación
 - Régimen subumbral
- 4 Efecto Body
- 5 Efecto de la temperatura en V_T
- 6 Capacitancias del MOSFET

Corte Lateral



MOSFET: Metal-Oxide-Semiconductor Field-Effect Transistor

Corte Lateral (esquema simplificado)



- 4 terminales: Gate, Drain, Source, Bulk.
- La estructura MOS controla la densidad de carga del **canal de inversión**.
- El **canal de inversión** permite el flujo de portadores desde Source hacia Drain.
- L : largo del canal.
- W : ancho del canal.

Estructura MOS fuera del equilibrio

Al tener una juntura PN polarizada en inversa con una tensión V_R , la estructura se encuentra fuera de equilibrio.

De la ecuación (1.12), sabemos que la densidad de electrones es:

$$n = \frac{n_i^2}{N_a} \exp\left(\frac{-V_R}{V_{th}}\right) \ll \frac{n_i^2}{N_a}$$

Estructura MOS fuera del equilibrio

Al tener una juntura PN polarizada en inversa con una tensión V_R , la estructura se encuentra fuera de equilibrio.

De la ecuación (1.12), sabemos que la densidad de electrones es:

$$n = \frac{n_i^2}{N_a} \exp\left(\frac{-V_R}{V_{th}}\right) \ll \frac{n_i^2}{N_a}$$

Al aplicar V_g tal que $\phi_s = -2\psi_B$, la E_c se acerca al cuasi-nivel de Fermi E_{f_n} .

$$n = \frac{n_i^2}{N_a} \exp\left(\frac{-V_R - 2\psi_B}{V_{th}}\right) = \frac{n_i^2}{N_a} \exp\left(\frac{-V_R}{V_{th}}\right) \exp\left(\frac{-2\psi_B}{V_{th}}\right)$$

Recordando que $\exp\left(\frac{-2\psi_B}{V_{th}}\right) = \frac{N_a^2}{n_i^2}$:

$$n = \frac{n_i^2}{N_a} \exp\left(\frac{-V_R}{V_{th}}\right) \frac{N_a^2}{n_i^2} = N_a \exp\left(\frac{-V_R}{V_{th}}\right) \ll N_a$$

Es decir, no se llega a la condición de inversión porque la polarización inversa disminuye el cuasi-nivel de Fermi de los electrones.

Estructura MOS fuera del equilibrio

Al tener una juntura PN polarizada en inversa con una tensión V_R , la estructura se encuentra fuera de equilibrio.

De la ecuación (1.12), sabemos que la densidad de electrones es:

$$n = \frac{n_i^2}{N_a} \exp\left(\frac{-V_R}{V_{th}}\right) \ll \frac{n_i^2}{N_a}$$

Al aplicar V_g tal que $\phi_s = -2\psi_B$, la E_c se acerca al cuasi-nivel de Fermi E_{fn} .

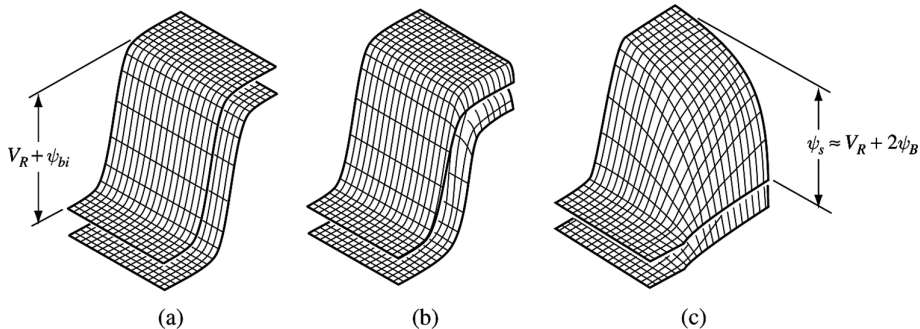
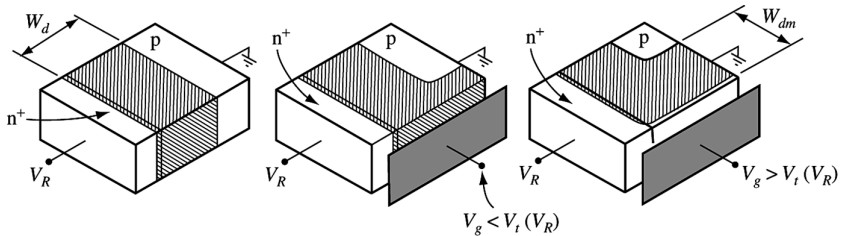
$$n = \frac{n_i^2}{N_a} \exp\left(\frac{-V_R - 2\psi_B}{V_{th}}\right) = \frac{n_i^2}{N_a} \exp\left(\frac{-V_R}{V_{th}}\right) \exp\left(\frac{-2\psi_B}{V_{th}}\right)$$

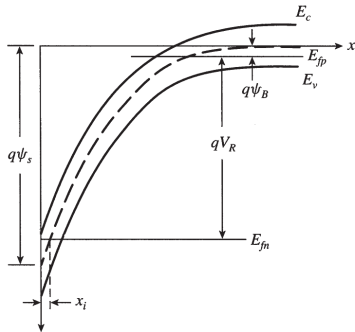
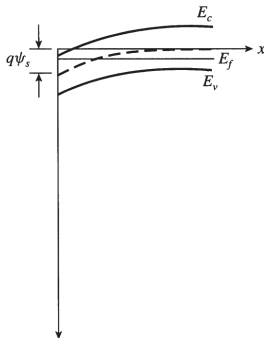
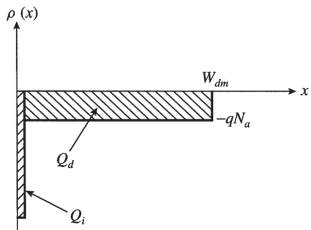
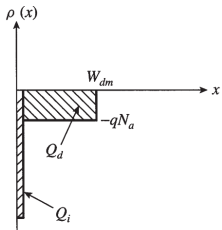
Recordando que $\exp\left(\frac{-2\psi_B}{V_{th}}\right) = \frac{N_a^2}{n_i^2}$:

$$n = \frac{n_i^2}{N_a} \exp\left(\frac{-V_R}{V_{th}}\right) \frac{N_a^2}{n_i^2} = N_a \exp\left(\frac{-V_R}{V_{th}}\right) \ll N_a$$

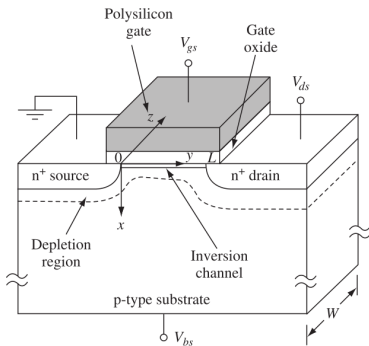
Es decir, no se llega a la condición de inversión porque la polarización inversa disminuye el cuasi-nivel de Fermi de los electrones.

Para completar la condición de inversión, es necesario que ψ_s compense la disminución en V_R .





Aproximación de Canal Gradual (GCA)

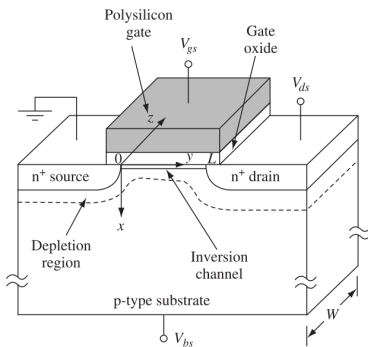


Por lo estudiado en la clase de *Estructura MOS*, el campo eléctrico varía en dirección x .

Si existe movimientos de carga en dirección y , también existirá una variación de campo en y .

Estrictamente, tenemos un problema de 2D.

Aproximación de Canal Gradual (GCA)



Por lo estudiado en la clase de *Estructura MOS*, el campo eléctrico varía en dirección x .

Si existe movimientos de carga en dirección y , también existirá una variación de campo en y .

Estrictamente, tenemos un problema de 2D.

Aproximación de Canal Gradual (GCA)

La variación del campo eléctrico en la dirección y es mucho menor que la variación del campo eléctrico en x , y por lo tanto despreciable.

La ecuación de Poisson se reduce a 1D.

De igual manera que en **Estructura MOS** (ec. 6.6), a partir de la ecuación de Poisson:

$$\mathcal{E}_s^2 = \left(\frac{d\psi}{dx} \right)^2 = \frac{2qV_{th}N_a}{\epsilon_s} \left[\left(\exp \left(-\frac{\psi}{V_{th}} \right) + \frac{\psi}{V_{th}} - 1 \right) + \frac{n_i^2}{N_a^2} \left(\exp \left(-\frac{V}{V_{th}} \right) \left(\exp \left(\frac{\psi}{V_{th}} \right) - 1 \right) - \frac{\psi}{V_{th}} \right) \right] \quad (1)$$

donde $\psi(x, y)$ es un indicador de la curvatura de bandas.

De igual manera que en **Estructura MOS** (ec. 6.6), a partir de la ecuación de Poisson:

$$\mathcal{E}_s^2 = \left(\frac{d\psi}{dx} \right)^2 = \frac{2qV_{th}N_a}{\epsilon_s} \left[\left(\exp \left(-\frac{\psi}{V_{th}} \right) + \frac{\psi}{V_{th}} - 1 \right) + \frac{n_i^2}{N_a^2} \left(\exp \left(-\frac{V}{V_{th}} \right) \left(\exp \left(\frac{\psi}{V_{th}} \right) - 1 \right) - \frac{\psi}{V_{th}} \right) \right] \quad (1)$$

donde $\psi(x, y)$ es un indicador de la curvatura de bandas.

La condición de inversión en la superficie se obtiene:

$$\psi_s(y) = \psi(0, y) = V(y) - 2\psi_B \quad (2)$$

$V(y)$ es el potencial asociado al cuasi-nivel de Fermi de e^- , que varía con y , referido al cuasi-nivel de Fermi de e^- del Source.

$$V(y) = \phi_n(y) - \phi_n(0) \quad V(y=0) = 0 \quad V(y=L) = V_{DS}$$

La SCR también tiene una dependencia con la posición y , lo que afecta la carga de deserción (Q'_d):

$$W_{d,\text{máx}}(y) = \sqrt{\frac{2\epsilon_s (V(y) - 2\psi_B)}{qN_a}}$$

Modelo de Pao y Sah: La “doble integral”

A partir de la ecuación de continuidad para electrones (ec. 1.44):

$$J_n(x, y) = -q \mu_n n(x, y) \frac{dV(y)}{dy}$$

La corriente de **Drain** se calcula multiplicando por el ancho del canal (W) e integrando en la profundidad de la capa de inversión (W_{inv}):

$$I_D = q W \int_0^{W_{inv}} \mu_n n(x, y) \frac{dV(y)}{dy} dx$$

Considerando que $\frac{dV(y)}{dy}$ no depende de x , suponiendo que μ_n se mantiene constante, y definiendo la carga de inversión por unidad de área:

$$Q'_{inv} = -q \int_0^{W_{inv}} n(x, y) dx$$

Obtenemos:

$$I_D = -\mu_n W \frac{dV(y)}{dy} Q'_{inv}$$

Resolviendo por variables separables e integrando:

$$\int_0^L I_D dy = \mu_n W \int_0^{V_{DS}} -Q'_{inv} dV \Rightarrow I_D = \mu_n \frac{W}{L} \int_0^{V_{DS}} -Q'_{inv} dV \quad (3)$$

Q'_{inv} puede reescribirse recordando que:

$$n(x, y) = \frac{n_i^2}{N_a} \exp\left(\frac{\psi(x, y) - V(y)}{V_{th}}\right)$$

$$\Rightarrow Q'_{inv} = -q \int_{\psi_s}^{\delta} n(\psi, V) \frac{dx}{d\psi} d\psi = -q \int_{\delta}^{\psi_s} \frac{\frac{n_i^2}{N_a} \exp\left(\frac{\psi(x, y) - V(y)}{V_{th}}\right)}{\mathcal{E}(\psi, V)} d\psi$$

donde δ es un valor acotado $\ll V_{th}$, necesario para convergencia de la integral.

Reemplazando en la ec. 7.3:

$$I_D = q \mu_n \frac{W}{L} \int_0^{V_{DS}} \left(\int_{\delta}^{\psi_s} \frac{\frac{n_i^2}{N_a} \exp\left(\frac{\psi(x, y) - V(y)}{V_{th}}\right)}{\mathcal{E}(\psi, V)} d\psi \right) dV \quad (4)$$

(acá se puede apreciar el origen del nombre del modelo)

Sistema de ecuaciones a resolver:

$$I_D = q \mu_n \frac{W}{L} \int_0^{V_{DS}} \left(\int_{\delta}^{\psi_s} \frac{\frac{n_i^2}{N_a} \exp\left(\frac{\psi(x,y) - V(y)}{V_{th}}\right)}{\mathcal{E}(\psi, V)} d\psi \right) dV$$

Y la ec. 6.3 que relaciona la tensión V_{GS} con ψ_s :

$$V_{GS} = V_{FB} + \frac{-Q'_s}{C'_{ox}} + \psi_s$$

Donde $Q'_s = -\epsilon_s \mathcal{E}_s(\psi_s)$, evaluando el campo en la ec. 7.1 para $\psi = \psi_s$:

$$\mathcal{E}_s^2 = \frac{2 q V_{th} N_a}{\epsilon_s} \left[\left(\exp\left(-\frac{\psi_s}{V_{th}}\right) + \frac{\psi_s}{V_{th}} - 1 \right) + \frac{n_i^2}{N_a^2} \left(\exp\left(-\frac{V}{V_{th}}\right) \left(\exp\left(\frac{\psi_s}{V_{th}}\right) - 1 \right) - \frac{\psi_s}{V_{th}} \right) \right]$$

Sistema de ecuaciones a resolver:

$$I_D = q \mu_n \frac{W}{L} \int_0^{V_{DS}} \left(\int_{\delta}^{\psi_s} \frac{\frac{n_i^2}{N_a} \exp\left(\frac{\psi(x,y)-V(y)}{V_{th}}\right)}{\mathcal{E}(\psi, V)} d\psi \right) dV$$

Y la ec. 6.3 que relaciona la tensión V_{GS} con ψ_s :

$$V_{GS} = V_{FB} + \frac{-Q'_s}{C'_{ox}} + \psi_s$$

Donde $Q'_s = -\epsilon_s \mathcal{E}_s(\psi_s)$, evaluando el campo en la ec. 7.1 para $\psi = \psi_s$:

$$\mathcal{E}_s^2 = \frac{2qV_{th}N_a}{\epsilon_s} \left[\left(\exp\left(-\frac{\psi_s}{V_{th}}\right) + \frac{\psi_s}{V_{th}} - 1 \right) + \frac{n_i^2}{N_a^2} \left(\exp\left(-\frac{V}{V_{th}}\right) \left(\exp\left(\frac{\psi_s}{V_{th}}\right) - 1 \right) - \frac{\psi_s}{V_{th}} \right) \right]$$

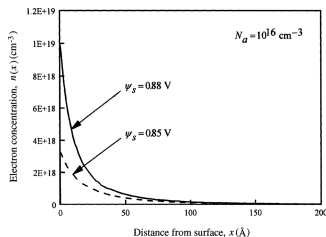
Para los regímenes de vaciamiento e inversión fuerte donde $\psi_s \gg V_{th}$, la ecuación 7.1 se reduce a dos términos y entonces:

$$V_{GS} = V_{FB} + \psi_s + \frac{\sqrt{2\epsilon_s q V_{th} N_a}}{C'_{ox}} \left[\frac{\psi_s}{V_{th}} + \frac{n_i^2}{N_a^2} \exp\left(\frac{\psi_s - V}{V_{th}}\right) \right]^{1/2} \quad (5)$$

Modelo de carga superficial (*Charge Sheet Model*)

La Integral Doble de Pao y Sah solo puede resolverse de forma numérica.

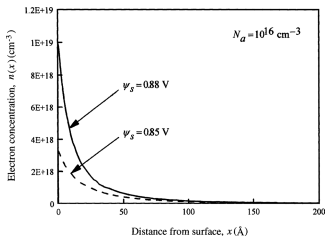
Modelo de carga superficial (*Charge Sheet Model*)



La Integral Doble de Pao y Sah solo puede resolverse de forma numérica.

Una simplificación es suponer que la capa de inversión es muy delgada y ubicada en la superficie del SC: **modelo CSM**.

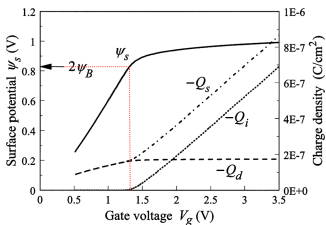
Modelo de carga superficial (*Charge Sheet Model*)



La Integral Doble de Pao y Sah solo puede resolverse de forma numérica.

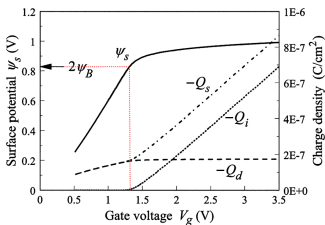
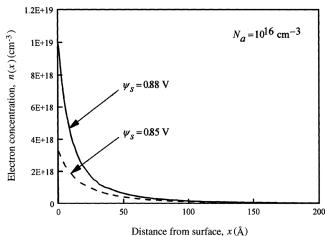
Una simplificación es suponer que la capa de inversión es muy delgada y ubicada en la superficie del SC: **modelo CSM**.

La función potencial de superficie (ψ_s) y la carga de vaciamiento (Q'_d) no cambian significativamente en inversión fuerte.



$$Q'_d = -qN_aW_d = -\sqrt{2\epsilon_s q N_a \psi_s}$$

Modelo de carga superficial (*Charge Sheet Model*)



La Integral Doble de Pao y Sah solo puede resolverse de forma numérica.

Una simplificación es suponer que la capa de inversión es muy delgada y ubicada en la superficie del SC: **modelo CSM**.

La función potencial de superficie (ψ_s) y la carga de vaciamiento (Q'_d) no cambian significativamente en inversión fuerte.

$$Q'_d = -qN_aW_d = -\sqrt{2\epsilon_s q N_a \psi_s}$$

La carga del SC, se divide entre la carga de inversión (Q'_{inv}) y la carga de vaciamiento. Despejando de la ec. 6.3:

$$Q'_{inv} = Q'_s - Q'_d = -C'_{ox} (V_{GS} - V_{FB} - \psi_s) + \sqrt{2\epsilon_s q N_a \psi_s} \quad (6)$$

$$Q'_{inv} = Q'_s - Q'_d = -C'_{ox} (V_{GS} - V_{FB} - \psi_s) + \sqrt{2\epsilon_s q N_a \psi_s}$$

Notar que ψ_s no es constante y tiene dependencia con la tensión aplicada.

La aproximación de carga superficial no implica que la capa de inversión no tiene profundidad.

Retomando la ec. 7.3, cambiando la variable de integración de V a ψ_s :

$$I_D = \mu_n \frac{W}{L} \int_{\psi_{s,s}}^{\psi_{s,d}} (-Q_{inv}(\psi_s)) \frac{dV}{d\psi_s} d\psi_s \quad (7)$$

De la ec. 5, se puede despejar la relación entre V a ψ_s :

$$V = \psi_s - V_{th} \ln \left[\frac{N_a^2}{n_i^2} \left(\frac{C'_{ox}{}^2 (V_{GS} - V_{FB} - \psi_s)^2}{2\epsilon_s q V_{th} N_a} - \frac{\psi_s}{V_{th}} \right) \right]$$

$$\frac{dV}{d\psi_s} = 1 + 2V_{th} \frac{C'_{ox}{}^2 (V_{GS} - V_{FB} - \psi_s) + \epsilon_s q N_a}{C'_{ox}{}^2 (V_{GS} - V_{FB} - \psi_s)^2 - 2\epsilon_s q N_a \psi_s}$$

Reemplazando en la ec. 7.7:

$$I_D = \mu_n \frac{W}{L} \int_{\psi_{s,s}}^{\psi_{s,d}} \left[\underbrace{C'_{ox} (V_{GS} - V_{FB} - \psi_s)}_{Q'_{inv}} - \sqrt{2\epsilon_s q N_a \psi_s} + 2V_{th} \frac{C'_{ox}{}^2 (V_{GS} - V_{FB} - \psi_s) + \epsilon_s q N_a}{C'_{ox} (V_{GS} - V_{FB} - \psi_s) + \sqrt{2\epsilon_s q N_a \psi_s}} \right] d\psi_s \quad (8)$$

El CSM agrega una nueva aproximación para poder llegar a una expresión analítica.

El último término es mucho menor a los dos primeros a menos que

$$Q'_{inv} \sim 0 \Rightarrow C'_{ox} (V_{GS} - V_{FB} - \psi_s) \approx \sqrt{2\epsilon_s q N_a \psi_s}$$

Introduciendo esta aproximación en el último término

$$\begin{aligned} \frac{C'_{ox}{}^2 (V_{GS} - V_{FB} - \psi_s) + \epsilon_s q N_a}{C'_{ox} (V_{GS} - V_{FB} - \psi_s) + \sqrt{2\epsilon_s q N_a \psi_s}} &\approx \frac{C'_{ox}{}^2 (V_{GS} - V_{FB} - \psi_s) + \epsilon_s q N_a}{2C'_{ox} (V_{GS} - V_{FB} - \psi_s)} \\ &= \frac{1}{2}C'_{ox} + \frac{1}{2} \frac{\epsilon_s q N_a}{C'_{ox} (V_{GS} - V_{FB} - \psi_s)} = \frac{1}{2}C'_{ox} + \frac{1}{2} \frac{\epsilon_s q N_a}{\sqrt{2\epsilon_s q N_a \psi_s}} = \frac{1}{2}C'_{ox} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_s q N_a}{2\psi_s}} \end{aligned}$$

$$I_D = \mu_n \frac{W}{L} \int_{\psi_{s,s}}^{\psi_{s,d}} \left[C'_{ox} (V_{GS} - V_{FB} + V_{th}) - C'_{ox} \psi_s - \sqrt{2\epsilon_s q N_a \psi_s} + V_{th} \sqrt{\frac{\epsilon_s q N_a}{2\psi_s}} \right] d\psi_s$$

$$I_D = \mu_n \frac{W}{L} \left\{ C'_{ox} (V_{GS} - V_{FB} + V_{th}) \psi_s - \frac{1}{2} C'_{ox} \psi_s^2 - \frac{2}{3} \sqrt{2\epsilon_s q N_a} \psi_s^{3/2} + V_{th} \sqrt{2\epsilon_s q N_a \psi_s} \right\} \Big|_{\psi_{s,s}}^{\psi_{s,d}} \quad (9)$$

La ec. 7.9 es válida para todas las regiones de operación del MOSFET.

Resolviendo la ec. 7.5 por métodos numéricos y dados:

$$(V_{GS}; 0) \rightarrow \psi_{s,s} \quad (V_{GS}; V_{DS}) \rightarrow \psi_{s,d}$$

puede calcularse la corriente en todo rango.

$$I_D = \mu_n \frac{W}{L} \int_{\psi_{s,s}}^{\psi_{s,d}} \left[C'_{ox} (V_{GS} - V_{FB} + V_{th}) - C'_{ox} \psi_s - \sqrt{2\epsilon_s q N_a \psi_s} + V_{th} \sqrt{\frac{\epsilon_s q N_a}{2\psi_s}} \right] d\psi_s$$

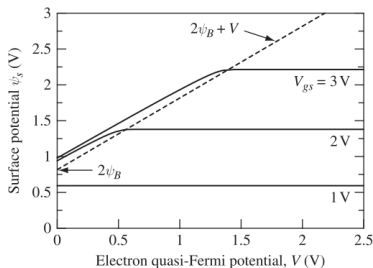
$$I_D = \mu_n \frac{W}{L} \left\{ C'_{ox} (V_{GS} - V_{FB} + V_{th}) \psi_s - \frac{1}{2} C'_{ox} \psi_s^2 - \frac{2}{3} \sqrt{2\epsilon_s q N_a} \psi_s^{3/2} + V_{th} \sqrt{2\epsilon_s q N_a} \psi_s \right\} \bigg|_{\psi_{s,s}}^{\psi_{s,d}} \quad (9)$$

La ec. 7.9 es válida para todas las regiones de operación del MOSFET.

Resolviendo la ec. 7.5 por métodos numéricos y dados:

$$(V_{GS}; 0) \rightarrow \psi_{s,s} \quad (V_{GS}; V_{DS}) \rightarrow \psi_{s,d}$$

puede calcularse la corriente en todo rango.



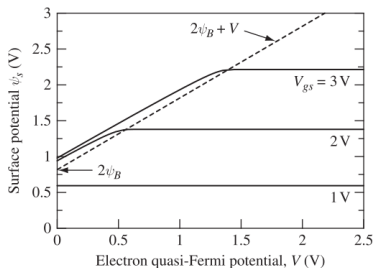
¿Cómo se relaciona ψ_s con V ?

La relación entre ψ_s y V es casi lineal cuando existe capa de inversión (fuerte) en todo el canal.

Cuando la capa de inversión es despreciable, ψ_s es insensible a los cambios de V .

Modelo por regiones de operación

Régimen lineal/triodo



El régimen lineal se define cuando existe capa de inversión (fuerte) a lo largo de todo el canal.

En esas condiciones, la relación entre $\psi_s(y)$ y $V(y)$ se puede aproximar a la ec. 7.2:

$$\psi_s = V(y) - 2\psi_B \Rightarrow \frac{dV}{d\psi_s} = 1$$

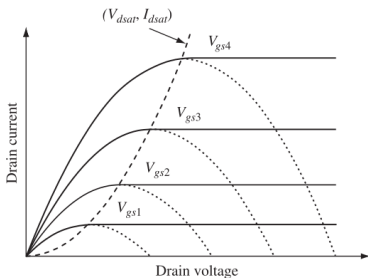
Entonces, se simplifica la ec. 7.7:

$$I_D = \mu_n \frac{W}{L} \int_{\psi_{s,s}}^{\psi_{s,d}} \left[C'_{ox} (V_{GS} - V_{FB} - \psi_s) - \sqrt{2\epsilon_s q N_a \psi_s} \right] d\psi_s$$

Donde: $\psi_{s,s} = -2\psi_B$ $\psi_{s,d} = -2\psi_B + V_{DS}$.

$$\Rightarrow I_D = \mu_n C'_{ox} \frac{W}{L} \left\{ \left(V_{GS} - V_{FB} + 2\psi_B - \frac{V_{DS}}{2} \right) V_{DS} - \frac{2}{3} \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_a}}{C'_{ox}} \left[(V_{DS} - 2\psi_B)^{3/2} - (-2\psi_B)^{3/2} \right] \right\} \quad (10)$$

$$\Rightarrow I_D = \mu_n C'_{ox} \frac{W}{L} \left\{ \left(V_{GS} - V_{FB} + 2\psi_B - \frac{V_{DS}}{2} \right) V_{DS} - \frac{2}{3} \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_a}}{C'_{ox}} \left[(V_{DS} - 2\psi_B)^{3/2} - (-2\psi_B)^{3/2} \right] \right\} \quad (10)$$

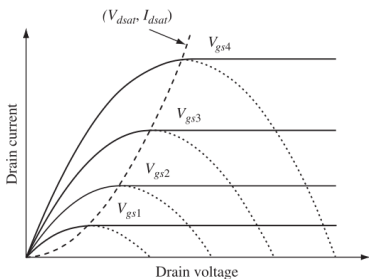


La ec 7.10 representa la característica I-V en el régimen de triodo, ya que para un dado V_{GS} , exhibe una dependencia con V_{DS} .

Para $V_{DS} = 0 \rightarrow I_D = 0$. Cuando V_{DS} es pequeño, la expresión puede aproximarse de forma lineal.

Cuando V_{DS} aumenta, I_D crece a una tasa menor hasta alcanzar un máximo y saturar.

$$\Rightarrow I_D = \mu_n C'_{ox} \frac{W}{L} \left\{ \left(V_{GS} - V_{FB} + 2\psi_B - \frac{V_{DS}}{2} \right) V_{DS} - \frac{2}{3} \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_a}}{C'_{ox}} \left[(V_{DS} - 2\psi_B)^{3/2} - (-2\psi_B)^{3/2} \right] \right\} \quad (10)$$



La ec 7.10 representa la característica I–V en el régimen de triodo, ya que para un dado V_{GS} , exhibe una dependencia con V_{DS} .

Para $V_{DS} = 0 \rightarrow I_D = 0$. Cuando V_{DS} es pequeño, la expresión puede aproximarse de forma lineal.

Cuando V_{DS} aumenta, I_D crece a una tasa menor hasta alcanzar un máximo y saturar.

Este comportamiento puede representarse por una parábola, por lo que un polinomio de segundo orden es una buena aproximación:

$$I_D \approx \mu_n C'_{ox} \frac{W}{L} \left[\underbrace{\left(V_{GS} - [V_{FB} - 2\psi_B + \gamma \sqrt{-2\psi_B}] \right)}_{V_T} - \frac{1}{2} \underbrace{\left(1 + \frac{1}{C'_{ox}} \sqrt{\frac{\epsilon_s q N_a}{-4\psi_B}} \right)}_m V_{DS} \right] V_{DS}$$

Modelo por regiones de operación

Régimen lineal/triodo

$$I_D \approx \mu_n C'_{ox} \frac{W}{L} \left[\left(V_{GS} - \underbrace{[V_{FB} - 2\psi_B + \gamma\sqrt{-2\psi_B}]}_{V_T} \right) - \frac{1}{2} \underbrace{\left(1 + \frac{1}{C'_{ox}} \sqrt{\frac{\epsilon_s q N_a}{-4\psi_B}} \right)}_m V_{DS} \right] V_{DS}$$

$$I_D \approx \mu_n C'_{ox} \frac{W}{L} \left(V_{GS} - V_T - \frac{m}{2} V_{DS} \right) V_{DS} \quad (11)$$

donde m es una medida de que tan bueno es el acople entre V_{GS} y ψ_s .

$$m = 1 + \frac{1}{C'_{ox}} \sqrt{\frac{\epsilon_s q N_a}{-4\psi_B}} = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{-2\psi_B}} = 1 + \frac{C_{d,min}}{C'_{ox}}$$

$C_{d,min}$ es la capacitancia asociada a la SCR cuando es máxima, es decir $W_{d,max} = W_d(\psi_s = -2\psi_B)$.

Modelo por regiones de operación

Régimen de saturación

La ec. 7.11 indica que la corriente alcanza un valor máximo y satura para:

$$V_{DS} = V_{DS(sat)} = \frac{V_{GS} - V_T}{m}$$
$$I_D(V_{DS} = V_{DS(sat)}) \approx \mu_n C'_{ox} \frac{W}{L} \frac{1}{2m} (V_{GS} - V_T)^2 \quad (12)$$

Modelo por regiones de operación

Régimen de saturación

La ec. 7.11 indica que la corriente alcanza un valor máximo y satura para:

$$V_{DS} = V_{DS(sat)} = \frac{V_{GS} - V_T}{m}$$
$$I_D(V_{DS} = V_{DS(sat)}) \approx \mu_n C'_{ox} \frac{W}{L} \frac{1}{2m} (V_{GS} - V_T)^2 \quad (12)$$

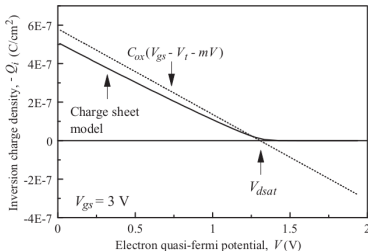
Considerando $\psi_s = V(y) - 2\psi_B$, la carga de inversión puede aproximarse (ec. 7.6):

$$Q'_{inv} \approx -C'_{ox}(V_{GS} - V_T - mV)$$

La carga de inversión se aproxima a $Q'_{inv} = 0$ cuando $mV = mV_{DS(sat)} = V_{GS} - V_T$.

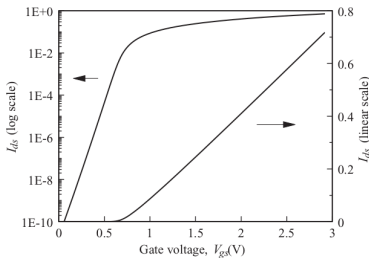
La resolución numérica indica que $Q'_{inv} \rightarrow 0$ de forma asintóticamente cuando $V \rightarrow \infty$.

Otra diferencia es que la carga de inversión es menor por efecto del espesor de la capa de inversión (C'_{inv}).



Modelo por regiones de operación

Régimen Sub-umbral



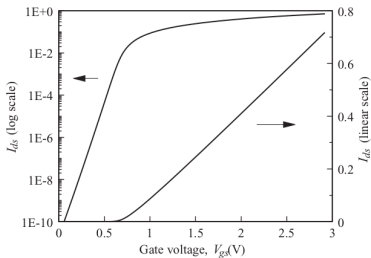
Por debajo de V_T , la carga de inversión no se anula abruptamente.

⇒ Existe una corriente de **Drain** incluso en inversión débil.

En inversión débil, la densidad de carga varía exponencialmente.

Modelo por regiones de operación

Régimen Sub-umbral



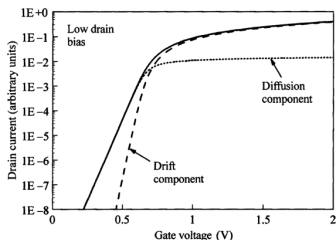
Por debajo de V_T , la carga de inversión no se anula abruptamente.

⇒ Existe una corriente de **Drain** incluso en inversión débil.

En inversión débil, la densidad de carga varía exponencialmente.

Analizando las componentes de corriente, en subumbral domina la corriente de difusión y en inversión domina la corriente de arrastre.

Para encontrar una expresión de la corriente en subumbral, analicemos Q'_s cuando $-\psi_B < \psi_s < -2\psi_B$.



$$Q'_s = -\epsilon_s \mathcal{E}_s = -\sqrt{2\epsilon_s q V_{th} N_a} \left[\frac{\psi_s}{V_{th}} + \frac{n_i^2}{N_a^2} \exp\left(\frac{\psi_s - V}{V_{th}}\right) \right]^{1/2}$$

En inversión débil, el segundo término dentro de la raíz es mucho menor al primero, y puede aproximarse por una serie de primer orden:

$$\begin{aligned} Q'_s &= -\sqrt{2\epsilon_s q N_a \psi_s} \left[1 + \frac{V_{th}}{\psi_s} \frac{n_i^2}{N_a^2} \exp\left(\frac{\psi_s - V}{V_{th}}\right) \right]^{1/2} \\ &\approx -\sqrt{2\epsilon_s q N_a \psi_s} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{V_{th}}{\psi_s} \frac{n_i^2}{N_a^2} \exp\left(\frac{\psi_s - V}{V_{th}}\right) \right] = Q'_d - \sqrt{\frac{\epsilon_s q N_a}{2\psi_s}} V_{th} \frac{n_i^2}{N_a^2} \exp\left(\frac{\psi_s - V}{V_{th}}\right) \end{aligned}$$

Para obtener la carga de inversión: $Q'_{inv} = Q'_s - Q'_d$ siendo Q'_d equivalente al primer término de Q'_s , entonces:

$$Q'_{inv} = -\sqrt{\frac{\epsilon_s q N_a}{2\psi_s}} V_{th} \frac{n_i^2}{N_a^2} \exp\left(\frac{\psi_s - V}{V_{th}}\right) \quad (13)$$

De la ec. 7.5, al ser el término exponencial (carga de inversión) mucho menor al término lineal (carga de vaciamiento), ψ_s es función de V_{GS} , pero casi independiente de $V(y)$.

Reemplazando (7.13) en la integral (7.7):

$$I_D = \mu_n \frac{W}{L} \sqrt{\frac{\epsilon_s q N_a}{2\psi_s}} V_{th}^2 \frac{n_i^2}{N_a^2} \exp\left(\frac{\psi_s}{V_{th}}\right) \left[1 - \exp\left(-\frac{V_{DS}}{V_{th}}\right)\right]$$

Considerando que la relación entre V_{GS} y ψ_s está dominada por la carga de vaciamiento, pero al igual que para la capacidad en inversión débil $\psi_s \approx -2\psi_B$, y recordando que m es un indicador del acople entre V_{GS} y ψ_s :

$$V_{GS} \approx V_{FB} + \psi_s + \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_a \psi_s}}{C'_{ox}} = V_T + m(\psi_s - 2\psi_B)$$

Reemplazando en la corriente de Drain en régimen subumbral:

$$I_D = \mu_n C'_{ox} \frac{W}{L} (m-1) V_{th}^2 \exp\left(\frac{V_{GS} - V_T}{m V_{th}}\right) \left[1 - \exp\left(-\frac{V_{DS}}{V_{th}}\right)\right] \quad (14)$$

Para cuantificar cuán “abrupto” se apaga el transistor cuando $V_{GS} \rightarrow 0$ calculamos S :

Subthreshold Swing

$$S \triangleq \left[\frac{d(\log_{10} I_D)}{dV_{GS}} \right]^{-1} = \left[\frac{d \left(\mathbb{C} + \frac{V_{GS} - V_T}{m V_{th}} \log_{10}(e) \right)}{dV_{GS}} \right]^{-1} = \frac{m V_{th}}{\log_{10}(e)} \quad (15)$$

$$S = 2,3 m V_{th} = 2,3 V_{th} \left(1 + \frac{C'_{dm}}{C'_{ox}} \right) \approx 70 \text{ mV} \dots 100 \text{ mV} \quad (16)$$

Se desea que S sea lo menor posible para minimizar la corriente de apagado del MOSFET.

Sin embargo, existe una cota mínima cuando $m \rightarrow 1$:

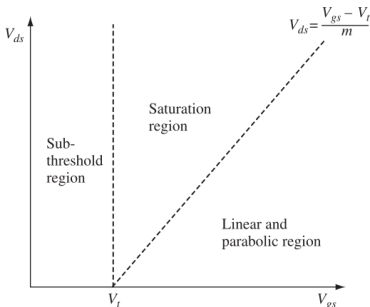
$$S \leq 2,3 V_{th} \approx 60 \text{ mV}$$

Modelo por regiones de operación

Resumen

Para MOSFET canal N

- $V_D > V_S > V_B$
- $V_{DS(sat)} = \frac{V_{GS} - V_T}{m}$



• Régimen lineal/triodo

$$V_{GS} > V_T \text{ y } V_{DS} < V_{DS(sat)}$$

$$I_D = \mu_n C'_{ox} \frac{W}{L} \left(V_{GS} - V_T - \frac{m}{2} V_{DS} \right) V_{DS}$$

• Régimen de saturación

$$V_{GS} > V_T \text{ y } V_{DS} > V_{DS(sat)}$$

$$I_D = \frac{\mu_n C'_{ox}}{2m} \frac{W}{L} (V_{GS} - V_T)^2$$

• Régimen subumbral

$$V_{GS} < V_T$$

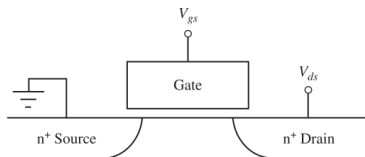
$$I_D \approx \mu_n C'_{ox} \frac{W}{L} (m - 1) V_{th}^2 \exp \left(\frac{V_{GS} - V_T}{m V_{th}} \right)$$

Efecto Body (sensibilidad al sustrato)

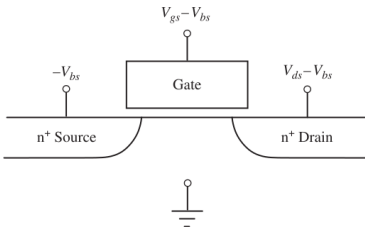
¿Qué ocurre si $V_{BS} \neq 0$? (Para MOSFET canal N: $V_B < V_S \Rightarrow V_{BS} < 0$)

Efecto Body (sensibilidad al sustrato)

¿Qué ocurre si $V_{BS} \neq 0$? (Para MOSFET canal N: $V_B < V_S \Rightarrow V_{BS} < 0$)



V_{bs}



Una forma de estudiarlo, es cambiar la referencia de tensión:

$$V_S \rightarrow -V_{BS}$$

$$dV_{GS} \rightarrow V_{GS} - V_{BS}$$

$$V_{DS} \rightarrow V_{DS} - V_{BS}$$

Entonces al calcular la carga de inversión (considerando la aproximación $\psi_s = V - 2\psi_B$):

$$Q'_{inv} = -C'_{ox} (V_{GS} - V_{BS} - V_{FB} + 2\psi_B - V) + \sqrt{2\epsilon_s q N_a (V - 2\psi_B)}$$

Efecto Body (sensibilidad al sustrato)

Integrando la ecuación de corriente entre $V_S = -V_{BS}$ y $V_d = V_{DS} - V_{BS}$ obtenemos:

$$\Rightarrow I_D = \mu_n C'_{ox} \frac{W}{L} \left\{ \left(V_{GS} - V_{FB} + 2\psi_B - \frac{V_{DS}}{2} \right) V_{DS} - \frac{2}{3} \frac{\sqrt{2\epsilon_s q N_a}}{C'_{ox}} \left[(V_{DS} - V_{BS} - 2\psi_B)^{3/2} - (-V_{BS} - 2\psi_B)^{3/2} \right] \right\}$$

Que si volvemos a aproximar por un polinomio de segundo orden:

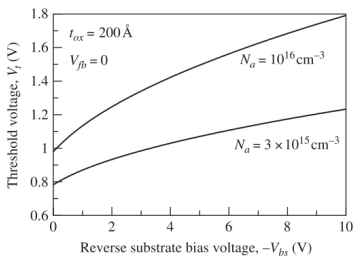
$$I_D \approx \mu_n C'_{ox} \frac{W}{L} \left[\underbrace{\left(V_{GS} - \left[V_{FB} - 2\psi_B + \gamma \sqrt{-V_{BS} - 2\psi_B} \right] \right)}_{V_T(V_{BS})} - \underbrace{\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{C'_{ox}} \sqrt{\frac{\epsilon_s q N_a}{-2V_{BS} - 4\psi_B}} \right)}_{m(V_{BS})} V_{DS} \right] V_{DS}$$

Efecto Body (sensibilidad al sustrato)

La tensión $V_{BS} < 0$ aumenta el ancho de la SCR.

(Recordando del inicio de la clase) Esto ocurre porque al ser $V_S > V_B$, disminuye el cuasi nivel de Fermi de e^- en el source (similar a lo discutido para el extremo de Drain).

Se necesita más tensión para compensar la diferencia del cuasi-nivel de Fermi y alcanzar la inversión fuerte. Es decir, **aumenta V_T** .



$$V_T(V_{BS}) = V_{FB} - 2\psi_B + \gamma\sqrt{-V_{BS} - 2\psi_B} \\ = V_{T0} + \gamma(\sqrt{-V_{BS} - 2\psi_B} - \sqrt{-2\psi_B}) \quad (17)$$

$$\frac{dV_T}{dV_{BS}} = \frac{-1}{C'_{ox}} \sqrt{\frac{\epsilon_s q N_a}{2(-V_{BS} - 2\psi_B)}} \quad (18)$$

$$m(V_{BS}) = 1 + \frac{1}{C'_{ox}} \sqrt{\frac{\epsilon_s q N_a}{-2V_{BS} - 4\psi_B}} \quad (19)$$

Efecto de la temperatura en V_T

Recordando la ec. 6.8, podemos observar las dependencias con la temperatura ($V_{BS} = 0$):

$$V_T(T) = V_{FB}(T) - 2\psi_B(T) + \gamma\sqrt{-2\psi_B(T)}$$

Analizamos el caso más usual en tecnologías VLSI donde el Gate de un MOSFET canal N está compuesto de polisilicio tipo N⁺. Recordando de la clase 6:

$$V_{FB} = -\psi_{bi} = \psi_B - \frac{E_g}{2q}$$

Reemplazando en la ecuación de $V_T(T)$:

$$V_T(T) = -\frac{E_g(T)}{2q} - \psi_B(T) + \gamma\sqrt{-2\psi_B(T)}$$

Evaluando la variación con temperatura:

$$\frac{dV_T}{dT} = -\frac{1}{2q} \frac{dE_g}{dT} + \frac{d(-\psi_B)}{dT} \underbrace{\left(1 + \gamma \frac{1}{2} \frac{2}{\sqrt{-2\psi_B}}\right)}_{2m-1} \quad (20)$$

Recordando de las ecuaciones 1.14 y 6.1

$$\begin{aligned}-\psi_B &= \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{N_a}{n_i} \right) = \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{N_a}{\sqrt{N_v N_c} \exp(-E_g/2kT)} \right) \\ &= -\frac{kT}{q} \ln \left(\frac{\sqrt{N_v N_c}}{N_a} \right) + \frac{E_g}{2q}\end{aligned}$$

$$\frac{d(-\psi_B)}{dT} = -\frac{k}{q} \ln \left(\frac{\sqrt{N_v N_c}}{N_a} \right) - \frac{kT}{q} \frac{1}{\sqrt{N_v N_c}} \frac{d(\sqrt{N_v N_c})}{dT} + \frac{1}{2q} \frac{dE_g}{dT}$$

$$\text{Como } \{N_v; N_c\} \propto T^{3/2} \Rightarrow \frac{d\{N_v; N_c\}}{dT} = \frac{3}{2} \frac{\{N_v; N_c\}}{T} \Rightarrow \frac{d(\sqrt{N_v N_c})}{dT} = \frac{3}{2} \frac{\sqrt{N_v N_c}}{T}$$

Reemplazando en la ec. 7.20:

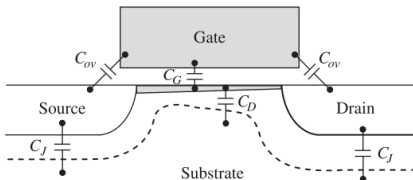
$$\frac{dV_T}{dT} = \frac{m-1}{q} \frac{dE_g}{dT} - \frac{k}{q} (2m-1) \left(\ln \left(\frac{\sqrt{N_v N_c}}{N_a} \right) + \frac{3}{2} \right) \quad (21)$$

Considerando $\frac{dE_g}{dT} = -2,7 \times 10^{-4} \frac{\text{eV}}{\text{K}}$ y de la tabla 1.1 $\sqrt{N_c N_v} \approx 3 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$

$$\Rightarrow \frac{dV_T}{dT} \approx -0,7 \frac{\text{mV}}{\text{K}} \dots -1,0 \frac{\text{mV}}{\text{K}}$$

Capacitancias del MOSFET

El MOSFET está conformado por muchas estructuras que presentan efectos capacitivos.



- Capacitancias intrínsecas
 - Capacitancia de óxido (C_g).
 - Capacitancia de vaciamiento (C_d).
- Capacitancias parásitas
 - Capacitancias de Juntura (C_j).
 - Capacitancias de *Overlap* (C_{ov}).

La capacitancia intrínseca dependerá del régimen de operación, ya que está relacionada con la distribución de carga de inversión.

Capacitancias del MOSFET

Intrínseca

- Régimen subumbral

La estructura MOS se encuentra en inversión débil. Es despreciable la carga de inversión.

El efecto capacitivo predominante es la capacidad de vaciamiento:

$$C_g = WL \left(\frac{1}{C'_{ox}} + \frac{1}{C'_d} \right)^{-1} \text{ con } C'_d = \frac{\epsilon_s}{W_d}$$
$$\Rightarrow C_g = \frac{WL C'_{ox}}{\sqrt{\frac{4}{\gamma^2} (V_{GS} - V_{FB}) + 1}}$$

Capacitancias del MOSFET

Intrínseca

- Régimen subumbral

La estructura MOS se encuentra en inversión débil. Es despreciable la carga de inversión.

El efecto capacitivo predominante es la capacidad de vaciamiento:

$$C_g = WL \left(\frac{1}{C'_{ox}} + \frac{1}{C'_d} \right)^{-1} \text{ con } C'_d = \frac{\epsilon_s}{W_d}$$
$$\Rightarrow C_g = \frac{WL C'_{ox}}{\sqrt{\frac{4}{\gamma^2} (V_{GS} - V_{FB}) + 1}}$$

- Régimen lineal/triodo

La capa de inversión se forma a lo largo de todo el canal.

Considerando: (i) que la zona de vaciamiento ya no cambia su extensión y que (ii) $V_{DS} \ll V_{DS(sat)}$, el cambio en la distribución de carga de inversión es uniforme en todo el canal:

$$C_g = WL C'_{ox}$$

Capacitancias del MOSFET

Intrínseca

- Régimen de saturación

En el extremo de Drain, no hay carga de inversión (fuerte). Al variar la carga del canal, la variación no es homogénea, y es menor que cuando existe capa de inversión en todo el canal.

La capacitancia en saturación es menor que la capacitancia en triodo.

Capacitancias del MOSFET

Intrínseca

- Régimen de saturación

En el extremo de Drain, no hay carga de inversión (fuerte). Al variar la carga del canal, la variación no es homogénea, y es menor que cuando existe capa de inversión en todo el canal.

La capacitancia en saturación es menor que la capacitancia en triodo.

En régimen de saturación:

$$Q'_{inv}(y) \approx C'_{ox}(V_{GS} - V_T - mV(y))$$

Además, de la ec. 3:

$$I_D = -\mu_n W Q'_{inv}(y) \frac{dV(y)}{dy}$$

Por lo que la carga total de inversión es:

$$Q_{inv} = W \int_0^L Q'_{inv}(y) dy = W \int_0^{V_{DS(sat)}} Q'_{inv}(V) \frac{dV}{dV} dV$$

Capacitancias del MOSFET

Intrínseca

- Régimen de saturación

Despejando $\frac{dy}{dV}$ de la ec. 3 y reemplazando:

$$\begin{aligned} Q_{inv} &= -W \int_0^{V_{DS(sat)}} Q'_{inv} \frac{\mu_n W Q'_{inv}}{I_D} dV = -\frac{\mu_n W^2}{I_D} \int_0^{V_{DS(sat)}} Q'_{inv}{}^2 dV \\ &= -\frac{\mu_n W^2}{I_D} \int_0^{V_{DS(sat)}} C_{ox}'^2 (V_{GS} - V_T - mV)^2 dV = -\frac{\mu_n C_{ox}'^2 W^2}{I_D} \frac{1}{3m} (V_{GS} - V_T)^3 \end{aligned}$$

Capacitancias del MOSFET

Intrínseca

- Régimen de saturación

Despejando $\frac{dy}{dV}$ de la ec. 3 y reemplazando:

$$\begin{aligned} Q_{inv} &= -W \int_0^{V_{DS(sat)}} Q'_{inv} \frac{\mu_n W Q'_{inv}}{I_D} dV = -\frac{\mu_n W^2}{I_D} \int_0^{V_{DS(sat)}} Q'^2_{inv} dV \\ &= -\frac{\mu_n W^2}{I_D} \int_0^{V_{DS(sat)}} C'^2_{ox} (V_{GS} - V_T - mV)^2 dV = -\frac{\mu_n C'^2_{ox} W^2}{I_D} \frac{1}{3m} (V_{GS} - V_T)^3 \end{aligned}$$

Como en saturación $I_D = I_D(sat)$:

$$Q_{inv} = -\frac{\mu_n C'^2_{ox} W^2}{\frac{1}{2m} \mu_n C'_{ox} \frac{W}{L} (V_{GS} - V_T)^2} \frac{1}{3m} (V_{GS} - V_T)^3 = -\frac{2}{3} W L C'_{ox} (V_{GS} - V_T)$$

Capacitancias del MOSFET

Intrínseca

- Régimen de saturación

Despejando $\frac{dy}{dV}$ de la ec. 3 y reemplazando:

$$\begin{aligned} Q_{inv} &= -W \int_0^{V_{DS(sat)}} Q'_{inv} \frac{\mu_n W Q'_{inv}}{I_D} dV = -\frac{\mu_n W^2}{I_D} \int_0^{V_{DS(sat)}} Q'^2_{inv} dV \\ &= -\frac{\mu_n W^2}{I_D} \int_0^{V_{DS(sat)}} C'^2_{ox} (V_{GS} - V_T - mV)^2 dV = -\frac{\mu_n C'^2_{ox} W^2}{I_D} \frac{1}{3m} (V_{GS} - V_T)^3 \end{aligned}$$

Como en saturación $I_D = I_D(sat)$:

$$Q_{inv} = -\frac{\mu_n C'^2_{ox} W^2}{\frac{1}{2m} \mu_n C'_{ox} \frac{W}{L} (V_{GS} - V_T)^2} \frac{1}{3m} (V_{GS} - V_T)^3 = -\frac{2}{3} W L C'_{ox} (V_{GS} - V_T)$$

Entonces, la capacidad de inversión en saturación es

$$C_g = \frac{2}{3} W L C'_{ox}$$

Capacitancias del MOSFET

Parásitas

- Capacitancia de juntura

Las difusiones de Drain y Source forman junturas PN contra el sustrato.

Estas junturas se encuentran polarizadas en inversa, por lo que presentan capacitancia de juntura (ec. 3.26):

$$C_{\{db;sb\}} = A_{\{d;s\}} \frac{\epsilon_s}{W_{d,\{d;s\}}} = A_{\{d;s\}} \sqrt{\frac{qN_a\epsilon_s}{2(\psi_{bi,\{db;sb\}} + V_{\{db;sb\}})}}$$

Capacitancias del MOSFET

Parásitas

- Capacitancia de juntura

Las difusiones de Drain y Source forman junturas PN contra el sustrato.

Estas junturas se encuentran polarizadas en inversa, por lo que presentan capacitancia de juntura (ec. 3.26):

$$C_{\{db;sb\}} = A_{\{d;s\}} \frac{\epsilon_s}{W_{d,\{d;s\}}} = A_{\{d;s\}} \sqrt{\frac{qN_a\epsilon_s}{2(\psi_{bi,\{db;sb\}} + V_{\{db;sb\}})}}$$

- Capacitancia de *overlap*

Es inevitable que las difusiones de Drain y Source se solapen con el óxido de Gate.

Se genera un capacitor MOS entre el Gate y el Drain/Source:

$$C_{\{gd;gs\}} = Wl_{ov}C'_{\{gd;gs\}}$$

donde l_{ov} es la longitud de overlap, y C'_g dependerá del régimen de operación.

Normalmente, se considera que la estructura se encuentra en inversión fuerte:

$$C_{\{gd;gs\}} = Wl_{ov}C'_{ox}$$