

**PEDRO JULIAN**

# **Introducción a los dispositivos semiconductores: principios y modelos**



"Un transistor actúa como un puente, regulando el tránsito de carga eléctrica entre dos terminales. Su construcción en escalas nanométricas, abre un universo de posibilidades y oportunidades para explorar con creatividad".



---

**INTRODUCCION A LOS DISPOSITIVOS SEMICONDUCTORES:  
PRINCIPIOS Y MODELOS**

---

---

# INTRODUCCION A LOS DISPOSITIVOS SEMICONDUCTORES: PRINCIPIOS Y MODELOS

**Pedro Julián**

*Universidad Nacional del Sur*

Julio de 2011

# Índice general

<b>Prefacio</b>	<b>vii</b>
<b>1. Modelos de Circuitos Eléctricos</b>	<b>1</b>
1.1. Bloques constitutivos de modelos . . . . .	2
1.1.1. Resistores . . . . .	2
1.1.2. Capacitores . . . . .	2
1.1.3. Inductores . . . . .	3
1.1.4. Memristores . . . . .	4
1.1.5. Fuentes independientes . . . . .	5
1.1.6. Fuentes controladas . . . . .	6
1.1.7. Convenciones . . . . .	6
1.2. Clasificación de modelos . . . . .	6
1.2.1. Modelos según la amplitud . . . . .	6
1.2.2. Modelos según la frecuencia . . . . .	8
1.2.3. Construcción de modelos . . . . .	12
<b>2. Introducción a los semiconductores</b>	<b>17</b>
2.1. Bandas de Energía en Silicio . . . . .	17
2.2. Equilibrio Térmico . . . . .	21
2.3. Dopado . . . . .	25
2.3.1. Dopado Tipo N . . . . .	26
2.3.2. Dopado Tipo P . . . . .	31
2.3.3. Compensación . . . . .	33
2.4. Mecanismos de conducción . . . . .	35
2.4.1. Arrastre . . . . .	35
2.4.2. Difusión . . . . .	40
2.4.3. Resistividad de una lámina de Silicio . . . . .	44
2.5. Potenciales relativos en Silicio . . . . .	46
<b>A. Conducción: Conceptos Auxiliares</b>	<b>49</b>
A.1. Tiempo de tránsito . . . . .	49
A.2. Efecto Hall . . . . .	49
<b>B. Electroestática</b>	<b>51</b>
<b>C. Potenciales de contacto</b>	<b>53</b>

<b>3. Juntura Semiconductora y Diodos</b>	<b>55</b>
3.1. Descripción Cualitativa . . . . .	55
3.2. Electroestática de la Juntura . . . . .	56
3.3. Modelo de DC . . . . .	62
3.3.1. Ley de la Juntura . . . . .	63
3.3.2. Solución en directa . . . . .	65
3.3.3. Solución en inversa . . . . .	68
3.3.4. Desviaciones del comportamiento ideal . . . . .	70
3.4. Modelo Lineal Incremental . . . . .	72
3.5. Modelo de AC . . . . .	74
3.5.1. Capacidad en inversa . . . . .	74
3.5.2. Capacidad en directa . . . . .	77
3.6. Mecanismos de ruptura inversa . . . . .	79
3.6.1. Efecto Túnel . . . . .	80
3.6.2. Avalancha . . . . .	80
<b>4. Capacitor MOS</b>	<b>83</b>
4.1. Descripción Cualitativa . . . . .	83
4.2. Electroestática del capacitor MOS . . . . .	84
4.2.1. Potencial de Banda Plana . . . . .	84
4.2.2. Acumulación . . . . .	85
4.2.3. Vaciamiento . . . . .	88
4.2.4. Inversión . . . . .	91
4.3. Modelo de AC . . . . .	95
4.4. Otras configuraciones . . . . .	97
4.4.1. Capacitor MOS sobre un sustrato P y gate P . . . . .	98
4.4.2. Capacitor MOS sobre un sustrato N y gate N . . . . .	98
4.4.3. Capacitor MOS sobre un sustrato N y gate P . . . . .	100
<b>5. Transistor MOS</b>	<b>103</b>
5.1. Descripción cualitativa . . . . .	103
5.2. El transistor NMOS . . . . .	103
5.2.1. Principio básico de funcionamiento . . . . .	103
5.2.2. Modelo referido al Sustrato . . . . .	106
5.2.3. Modelo referido al Source . . . . .	116
5.2.4. Desviaciones del comportamiento ideal . . . . .	119
5.3. El transistor PMOS . . . . .	122
5.3.1. Principio básico de funcionamiento . . . . .	122
5.3.2. Modelo referido al Sustrato . . . . .	123
5.3.3. Modelo referido al Source . . . . .	128
5.3.4. Desviaciones del comportamiento ideal . . . . .	131
5.4. Modelo lineal incremental . . . . .	132
5.4.1. MLI referido al sustrato . . . . .	132
5.4.2. MLI referido al source . . . . .	136
5.5. Modelo de AC . . . . .	138
5.5.1. Capacidad de gate . . . . .	138
5.5.2. Capacidad de junturas . . . . .	140
5.5.3. Capacidad de solapamiento . . . . .	142
5.5.4. Límite de validez del modelo de AC . . . . .	143

<b>6. Transistores Bipolares</b>	<b>147</b>
6.1. Descripción Cualitativa . . . . .	147
6.2. Modelo de DC del transistor PNP . . . . .	148
6.2.1. Región de conducción activa directa . . . . .	148
6.2.2. Región activa inversa . . . . .	156
6.2.3. Región de saturación y el modelo de Ebers-Moll . . . . .	160
6.2.4. Modelos Simplificados . . . . .	165
6.2.5. Desviaciones del comportamiento ideal . . . . .	170
6.3. Modelo de DC del transistor NPN . . . . .	173
6.3.1. Región de conducción activa directa . . . . .	173
6.3.2. Región activa inversa . . . . .	179
6.3.3. Región de saturación y el Modelo de Ebers-Moll . . . . .	183
6.3.4. Modelos Simplificados . . . . .	186
6.4. Modelo Lineal Incremental (MLI) . . . . .	188
6.5. Modelo de AC . . . . .	191
6.5.1. Capacidad de vaciamiento . . . . .	191
6.5.2. Capacidad de carga de la base . . . . .	192
6.5.3. Límite de validez del modelo de AC . . . . .	193
 <b>A. Modelos de SPICE</b>	 <b>195</b>
A.1. Fuentes . . . . .	195
A.1.1. Fuentes independientes . . . . .	195
A.1.2. Fuentes dependientes . . . . .	195
A.2. Dispositivos pasivos . . . . .	195
A.2.1. Resistencias . . . . .	195
A.2.2. Capacitores . . . . .	196
A.2.3. Inductores . . . . .	196
A.2.4. Inductores mutuos . . . . .	196
A.3. Dispositivos semiconductores . . . . .	196
A.3.1. Diodo . . . . .	197
A.3.2. Transistores bipolares . . . . .	198
A.3.3. Transistores MOS . . . . .	199



# Prefacio

A partir de los años setenta, la tecnología de circuitos integrados basada en transistores Complementarios Metal-Oxido-Semiconductor (CMOS) superó en utilización a la tecnología basada en transistores bipolares de juntura. Desde ese momento la tecnología CMOS se convirtió en el pilar del diseño de circuitos integrados modernos, tanto analógicos como digitales. Los contenidos curriculares de las carreras de ingeniería electrónica en los países líderes en diseño electrónico se adaptaron a la nueva tecnología. En Argentina, así como en la mayoría de los países de hispanoamérica, este cambio no se dio, manteniéndose en los cursos básicos el enfoque previo basado en transistores bipolares y componentes discretos.

Este libro se basa en más de diez años de experiencia en el dictado de las materias “Dispositivos Semiconductores” y “Análisis y Diseño de Circuitos Digitales”, materias de tercer y quinto año respectivamente, de la carrera de Ingeniería Electrónica, de la Universidad del Sur, desde el año 1999 hasta la fecha; y refleja también la experiencia adquirida a través de la enseñanza de los cursos de la Escuela Argentina de Micro-Nanoelectrónica, Tecnología y Aplicaciones (EAMTA), llevada a cabo desde el año 2006 hasta la fecha.

El objetivo central de este libro es proveer el material básico en castellano para la enseñanza inicial a nivel de grado de microelectrónica para carreras de ingeniería electrónica e ingenierías afines.

El alcance del libro comprende la descripción de los dispositivos básicos microelectrónicos, desde una perspectiva útil para un diseñador de circuitos. El libro tiene como objetivo introducir la electrónica de estado sólido, proveyendo los modelos básicos que más adelante el estudiante requiere para abordar el diseño de etapas básicas de circuitos integrados, tanto analógicas como digitales. Se describen los principios y modelos de cuatro dispositivos fundamentales: la juntura semiconductor, el capacitor MOS, el transistor MOS y el transistor bipolar de juntura. Para todos los dispositivos mencionados se describen los principios básicos de operación y se desarrollan las ecuaciones que modelan su comportamiento en corriente continua (DC), señalando claramente los rangos de funcionamiento. Estos contenidos proveen la base para el cálculo de puntos de operación (polarización) de circuitos en cursos posteriores. A continuación se desarrollan los modelos lineales incrementales, es decir, aquellos modelos destinados a representar el dispositivo en un pequeño entorno de un punto de trabajo. Estos modelos son la base para el análisis de circuitos en pequeña señal, que incluye cálculo de ganancia, sensibilidad, impedancia, etc. Por último, se derivan las expresiones de las cargas eléctricas acumuladas para cada uno de los distintos dispositivos, y se desarrollan las expresiones de las capacidades asociadas teniendo en cuenta la región de operación. La inclusión de las capacidades de los dispositivos es fundamental para el análisis y diseño frecuencial de circuitos (AC), en particular de filtros.

Hay dos características distintivas acerca del enfoque adoptado en este libro. La primera característica es la utilización de resultados experimentales para ilustrar curvas y características de los dispositivos y circuitos utilizados. De esta manera se pretende que el estudiante se familiarice con valores típicos de corrientes, tensiones y tiempos correspondientes a dispositivos reales de circuitos integrados. La segunda característica es la utilización a lo largo del libro de rutinas de Matlab<sup>TM</sup> para la visualización de ecuaciones. Esto tiene como objetivo integrar la utilización de herramientas auxiliares



de cálculo al proceso de aprendizaje del estudiante.

**Organización** El libro está organizado de la siguiente manera.

El Capítulo 1 incluye una breve descripción de los bloques constitutivos de circuitos (resistores, capacitores, inductores, memristores, fuentes independientes y fuentes controladas) y establece el marco conceptual dentro del cual se ubican los modelos de los dispositivos. Se introduce la noción de modelos de acuerdo a la amplitud de la señal, definiendo los modelos globales, locales y lineales incrementales, y la noción de modelos de acuerdo a la frecuencia de la señal, definiendo modelos de DC, de baja frecuencia, de media frecuencia y de alta frecuencia.

El Capítulo 2 comienza con una descripción de las propiedades electrónicas del Silicio, sus bandas de energía y la generación de portadores. Luego se describe el dopado de Silicio mediante la introducción de impurezas y se da una interpretación gráfica del resultado. Esto permite abordar los mecanismos de conducción de portadores en semiconductores: arrastre y difusión; y hallar en ambos casos la expresión analítica de la corriente resultante. Se desarrollan a continuación las leyes básicas de electrostática, y las condiciones de borde en las interfaces entre materiales. Se introduce el concepto de potencial relativo entre materiales, el cual resulta de utilidad para los desarrollos de la juntura semiconductor y del capacitor MOS. En base a los potenciales relativos, se halla la ley de la juntura que establece la diferencia de potencial entre los portadores de dos regiones de Silicio en función de los dopados respectivos. Por último, se hace una breve mención a los potenciales que surgen cuando dos materiales diferentes se ponen en contacto, lo cual resulta relevante para describir la unión entre los dispositivos semiconductores y los restantes componentes circuitales.

El Capítulo 3 introduce la juntura semiconductor. Primero se hace un análisis electrostático sin tensión aplicada y se hallan la densidad de carga, el campo eléctrico y el potencial resultante. Luego, se extiende el análisis al caso en que hay una tensión de DC aplicada y se desarrolla la expresión de la corriente de difusión, utilizando la simplificación de base corta, tanto para el caso de tensión directa como para el de tensión inversa. En base al modelo de DC hallado se deriva el modelo lineal incremental. Para el cálculo del modelo de AC se analiza primero el caso de tensión inversa y se halla la carga de vaciamiento, a partir de la cual se deduce la capacidad correspondiente. Luego, se considera el caso de tensión directa y se halla la carga almacenada, producto de la conducción de los portadores minoritarios, a partir de la cual se deduce la capacidad de difusión. Por último, se describen los mecanismos de ruptura inversa: avalancha y efecto túnel; y sus características particulares.

El Capítulo 4 analiza el capacitor MOS, formado entre un metal y un semiconductor separados por un dieléctrico. El análisis se centra en el desarrollo de la electrostática de esta estructura (utilizando polisilicio fuertemente dopado en lugar de metal) y la derivación de las cargas en juego, en función de la tensión aplicada en terminales, para cada uno de los modos de funcionamiento: acumulación, vaciamiento e inversión. Por motivos didácticos, el análisis se comienza a partir del punto de Banda Plana, donde las cargas a lo largo del capacitor son nulas. A continuación se halla el modelo de AC a partir de la expresión de carga hallada previamente. Por último, se resumen las características principales (valores de las tensiones de Banda Plana y de Umbral, y configuraciones de carga resultantes) cuando los dopados del material del gate y del sustrato cambian de tipo y valor.

El Capítulo 5 desarrolla el transistor MOS en sus dos versiones, el transistor de canal N o NMOS, y el transistor de canal P o PMOS. Ambos análisis, si bien siguen lineamientos completamente paralelos, se desarrollan en forma separada y completa. Para ambos dispositivos se siguen los mismos pasos. Para hallar el modelo de DC, se realiza un análisis electrostático donde se halla la expresión genérica de la corriente del transistor en función de la carga de inversión y su velocidad en un punto arbitrario del canal. Luego se integra esta expresión para hallar la corriente en función de las tensiones entre terminales. En este punto se plantean dos modelos de utilidad: el modelo con las tensiones referidas al sustrato, de interés particular para diseño analógico; y el modelo con las tensiones referidas al source,

---

de uso masivo, sobre todo en el caso de diseño digital. Las regiones de funcionamiento y sus curvas resultantes se ilustran utilizando datos experimentales medidos sobre circuitos integrados de prueba. El modelo lineal incremental se halla a partir del modelo de DC, considerando las regiones de triodo y saturación. También en este caso se ilustran los modelos resultantes de utilizar el sustrato, o el source, como terminal común. Para hallar el modelo de AC, se calculan las distintas capacidades involucradas: la capacidad del gate, las capacidades de solapamiento y las capacidades de vaciamiento de las junturas de source y drain. Para el caso de la capacidad del gate, se tienen en cuenta las diferencias en función del modo de operación del transistor. Por último, se introduce la frecuencia de transición como el límite aproximado de validez del modelo de frecuencias medias.

El Capítulo 6 desarrolla el transistor bipolar de juntura, en sus dos versiones, el transistor PNP y el transistor NPN. Al igual que en el caso del transistor MOS, ambos análisis se desarrollan en forma separada y completa. Para hallar el modelo de DC, se plantean las expresiones de los niveles de portadores minoritarios en función de las tensiones aplicadas, y se procede a hallar la expresión de las corrientes de emisor, colector y base para los tres casos relevantes: directa activa, reversa activa y saturación. A partir del caso de saturación, que se obtiene como una combinación de los casos de activa directa y activa reversa, se plantea el modelo de Ebers Moll, que captura en forma global el comportamiento del transistor bipolar de juntura. También se plantean versiones simplificadas del modelo de Ebers Moll para los casos de activa directa y saturación, de utilidad para la resolución de puntos de funcionamiento de circuitos con transistores. Las regiones de funcionamiento y sus curvas resultantes se ilustran utilizando datos experimentales. A partir del modelo de Ebers Moll, se deriva el modelo lineal incremental y se introduce el modelo híbrido- $\pi$ . Para hallar el modelo de AC, se calculan dos capacidades: la capacidad de vaciamiento de la juntura base colector, que se halla en inversa; y la capacidad de difusión, producto de la acumulación de portadores minoritarios en la juntura base-emisor, que se halla en directa. De igual manera que en el caso del transistor MOS, se halla la frecuencia de transición como el límite aproximado de validez del modelo de frecuencias medias.

En la mayoría de los libros de texto, se presenta con mayor énfasis el análisis de los transistores NMOS y NPN, es decir, aquellos cuya conducción se basa en electrones, y se resumen de manera sintética las ecuaciones para los dispositivos PMOS y PNP, es decir, aquellos cuya conducción se basa en huecos. El enfoque adoptado en este libro consiste en presentar los desarrollos completos para todos los dispositivos. La explicación principal se realiza para el caso del transistor NMOS y del transistor PNP (es decir, se prioriza un dispositivo con conducción en base a electrones y otro en base a huecos) mientras que para el caso del transistor PMOS y del transistor NPN se realiza una explicación más sintética, pero manteniendo todos los desarrollos. Este enfoque se adopta a raíz de los mejores resultados observados en el aprendizaje de los estudiantes.

**Agradecimientos** A los colegas que proveyeron numerosas sugerencias, agregados y correcciones a lo largo de la escritura del libro, especialmente a Andrés Aymonino, Ariel Lutenberg, Félix Palumbo, Carlos Dualibe, Fernando Silveira, Alfredo Arnaud, José Lipovetzky, Santiago Sondón, Alfredo Falcón, Angel Soto, Ariel Arelovich, Martín Di Federico, Omar Lifschitz. A los alumnos de Dispositivos Semiconductores y Análisis y Diseño de Circuitos Integrados de la Universidad Nacional del Sur, en particular a Paola Ceminari, Cesar Panzita y Niria Osterman.

A mi familia: a mi madre Haydée, a mi esposa Ana Laura, y a mis tres hermosos hijos, Valentina, Violeta y Baltasar.

**El sitio web** Se ha diseñado un sitio web para el libro, que se haya disponible en la dirección de internet <http://www.gisee.uns.edu.ar/LibroDispositivos>. El sitio contiene material de soporte del libro, que incluye, entre otras cosas, ejercicios para cada capítulo, modelos de dispositivos, fe de erratas, rutinas de Matlab y transparencias para el dictado de clases. El hecho de poner este material en la

web brinda la ventaja de poder actualizar y revisar este contenido periódicamente.

## Capítulo 2

# Introducción a los semiconductores

### 2.1. Bandas de Energía en Silicio

El Silicio es el elemento número 14 en la tabla periódica de los elementos y pertenece al grupo IV (junto con el Carbono y el Germanio, entre otros). Es un elemento que posee, en estado aislado, catorce protones y catorce electrones. De acuerdo a la mecánica cuántica, un sistema o partícula que se halla confinado espacialmente solo puede tener ciertos valores particulares –o discretos– de energía<sup>1</sup>. Estos valores discretos son llamados niveles de energía.

En el caso de una partícula eléctrica, se define la energía potencial como el trabajo que se debe realizar para mover una carga (en presencia de otras) desde un punto de referencia hasta su localización final. En general, se elige por convención el nivel de referencia de energía potencial (es decir, energía cero) en infinito. Si se considera una carga positiva en el origen ( $+q$ ), la energía potencial de un electrón situado a una distancia  $r$ , está dada por:

$$\text{Energía} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{-q \times q}{r} \quad (2.1)$$

En el caso del Silicio –en ausencia de energía térmica, es decir cuando  $T = 0K$ – los electrones se distribuyen de la siguiente manera: dos de ellos en el primer nivel de energía, ocho en el segundo nivel, y cuatro más en el tercer nivel como se ilustra en la Fig. 2.1. En consecuencia, los electrones poseen energía potencial negativa, y cuanto más cerca se encuentran del núcleo del átomo, menor energía poseen.

La mecánica cuántica representa al electrón confinado en un átomo mediante un modelo de onda estacionaria que rodea al núcleo. Esta onda define la probabilidad de hallar al electrón en una determinada posición, y su longitud de onda determina la energía del electrón. En términos geométricos, esta onda puede alinearse en un cierto número (bien definido) de direcciones posibles (propiedad relacionada con el momento angular); es decir que para un cierto nivel de energía (o lo que es equivalente, para una cierta longitud de onda) un electrón puede tener diferentes estados. La orientación y longitud de la onda estacionaria definen entonces un estado posible. Las superficies de igual valor –de probabilidad– de las ondas estacionarias se denominan orbitales. La Fig. 2.2 ilustra la forma de los tres primeros tipos de orbitales. De acuerdo a las leyes de la mecánica cuántica<sup>2</sup>, cada estado orbital solo puede albergar dos electrones con diferentes momentos angulares<sup>3</sup>, como máximo. Cada orbital se nota con el número de nivel de energía seguido del tipo de orbital. El Silicio posee dos electrones en el primer orbital  $1s$ , dos en el orbital  $2s$ , seis en los orbitales tipo<sup>4</sup>  $2p$ , dos en el orbital  $3s$  y dos más en los orbitales de tipo

<sup>1</sup>En la mecánica clásica, las partículas pueden poseer cualquier valor de energía.

<sup>2</sup>Más específicamente, de acuerdo al principio de exclusión de Pauli.

<sup>3</sup>Esta propiedad se conoce como *spin*.

<sup>4</sup>Existen tres orbitales tipo  $2p$  de acuerdo a la orientación en los ejes  $x$ ,  $y$  o  $z$ ; lo mismo sucede con los orbitales  $3p$ .

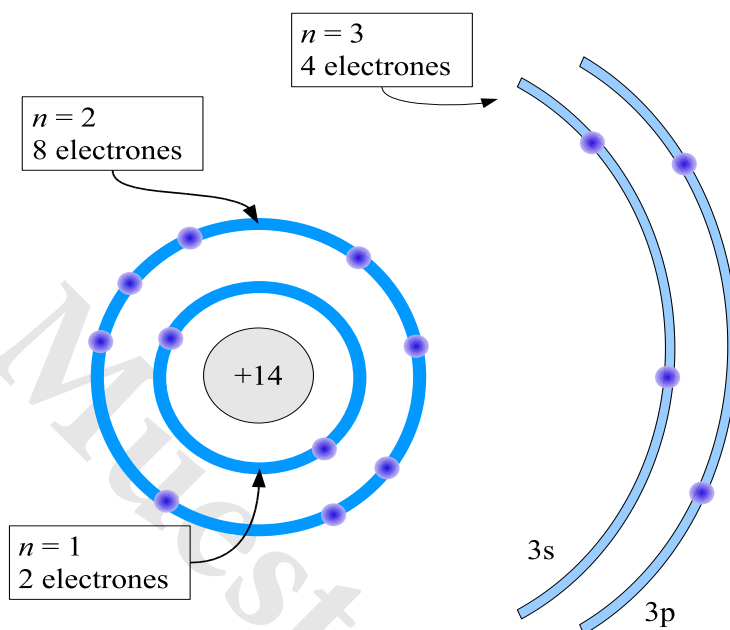


Figura 2.1: Niveles de energía ( $n = 1, 2, 3$ ) y electrones en Silicio.

$3p$ . Este ordenamiento se denomina configuración electrónica y se nota:  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^2$ . El último nivel de energía ( $n = 3$ ) tiene ocho estados posibles y cuatro electrones. Este nivel es llamado nivel de valencia y posee los electrones con mayor energía. La cantidad de electrones de valencia (cuatro para el Silicio) determina cómo un elemento se relaciona e interactúa con otros.

Si se considera un conjunto de  $N$  átomos aislados de Silicio, en los niveles más altos de energía potencial hay  $8N$  estados posibles y solo  $4N$  de ellos están ocupados. Si se imagina un experimento con una cantidad lo suficientemente grande de átomos, en el cual la distancia entre átomos se fuese reduciendo, gradualmente los  $2N$  estados  $s$  y los  $6N$  estados  $p$  irían convergiendo a  $4N$  estados vacíos y  $2N + 2N$  estados ocupados. Cuando  $N$  es lo suficientemente grande, se puede considerar que en lugar de niveles discretos hay dos bandas continuas de energía. De la Fig. 2.3, se puede observar que la banda inferior (completa con electrones) alcanza un mínimo energético para un valor particular de espaciamiento. Este valor es la separación atómica de una red de Silicio en estado cristalino ( $2,35\text{\AA}$ , donde  $1\text{\AA} = 0,1\text{nm}$ ). La banda inferior se denomina banda de valencia y la superior se denomina banda de conducción. También es importante notar que, entre estas dos bandas de energía, existe una banda intermedia donde no hay estados disponibles; esta banda se denomina banda prohibida.

El nivel inferior de la banda prohibida se denomina  $E_v$  y el nivel superior se denomina  $E_c$ . La diferencia entre ambos se denomina  $E_G$  y es la energía requerida por un electrón para pasar de la banda de valencia a la banda de conducción. Esta diferencia de energía es, por lo tanto, un indicador de la conducción del material. En los materiales aislantes,  $E_G$  es grande; por ejemplo, para dióxido de Silicio:  $E_G(\text{SiO}_2) = 8\text{eV}$ ; y para diamante:  $E_G(\text{diamante}) = 5\text{eV}$ . En los materiales conductores,  $E_G$  es muy pequeño o negativo (en cuyo caso las bandas de conducción y valencia se encuentran solapadas). En los materiales semiconductores, los valores de  $E_G$  son intermedios; por ejemplo, en Silicio:  $E_G(\text{Si}) = 1,12\text{eV}$ ; en Germanio:  $E_G(\text{Ge}) = 0,66\text{eV}$ ; en Arseniuro de Galio:  $E_G(\text{GaAs}) = 1,42\text{eV}$ . La Fig. 2.4 ilustra las diferencias entre materiales de los tres tipos.

El nivel de energía para el cual la probabilidad de ocupación es 0,5 se denomina “Nivel de Fermi”

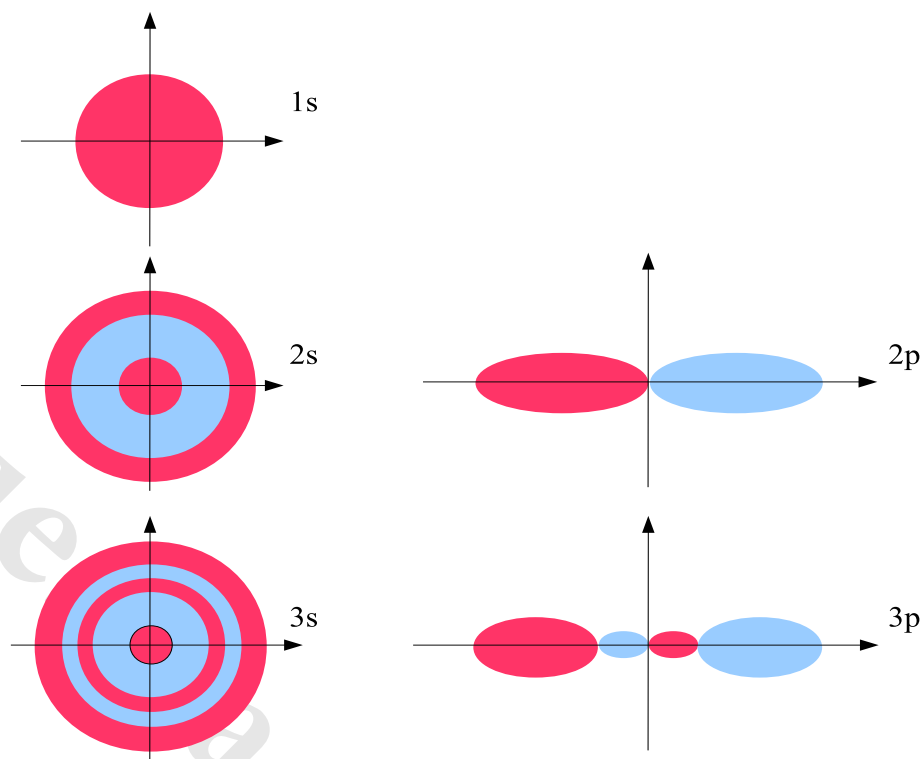


Figura 2.2: Sección transversal de los tres primeros tipos de orbitales.

y se nota  $E_F$ <sup>5</sup>. Este nivel de energía depende de las masas efectivas de los electrones y en el caso de Silicio sin impurezas se halla aproximadamente en la mitad de la banda prohibida. La banda de conducción tiene un nivel mínimo de energía potencial  $E_c$  y un nivel máximo de energía potencial  $E_{sup}$ . La banda de valencia, a su vez, tiene un nivel mínimo de energía potencial  $E_{inf}$  y un nivel máximo de energía potencial  $E_v$ . Las bandas de energía potencial menores que  $E_{inf}$  se hallan más cercanas y más firmemente vinculadas al núcleo. Cuanto más cercano está un electrón al núcleo, más energía es necesaria para llevarlo, por ejemplo, a la banda de conducción. Los electrones por debajo de la banda de valencia están sólidamente vinculados a la red cristalina y no pueden moverse. Los electrones en banda de conducción pueden moverse. Es posible que haya electrones con más energía que  $E_{sup}$  y en tal caso, la diferencia entre la energía total del electrón  $E_e$  y la energía potencial  $E_{sup}$  es energía cinética, lo que indica que el electrón está en movimiento con cierta velocidad. También es importante destacar lo siguiente: cuando la cantidad de átomos  $N$  es lo suficientemente grande, las bandas de energía resultantes son una propiedad de la red cristalina entera y no de cada átomo aislado. En otras palabras, es la red cristalina la que posee bandas de energía. Una consecuencia directa de ello es que cada electrón en la banda de conducción ya no tiene una relación con el átomo que, originalmente, “lo contribuyó” sino que pertenece a la red y puede trasladarse a lo largo de ella.

Como se ha supuesto que la temperatura es lo suficientemente baja, no se producen cambios de estado en los electrones de la banda de valencia. Por lo tanto, cada átomo de Silicio tiene cuatro electrones en su banda de valencia y cuatro estados vacíos en su banda de conducción. Al combinarse en una red cristalina, cada átomo de Silicio se asocia con otros cuatro átomos vecinos produciendo lo que se denomina un enlace covalente. En esta situación, cada átomo de Silicio comparte un electrón de

<sup>5</sup>La estadística de Fermi-Dirac, en honor a sus pioneros, Enrico Fermi y Paul Dirac, describe la energía de partículas simples en un conjunto de partículas idénticas que obedecen el Principio de Exclusión de Pauli, como es el caso de los electrones.

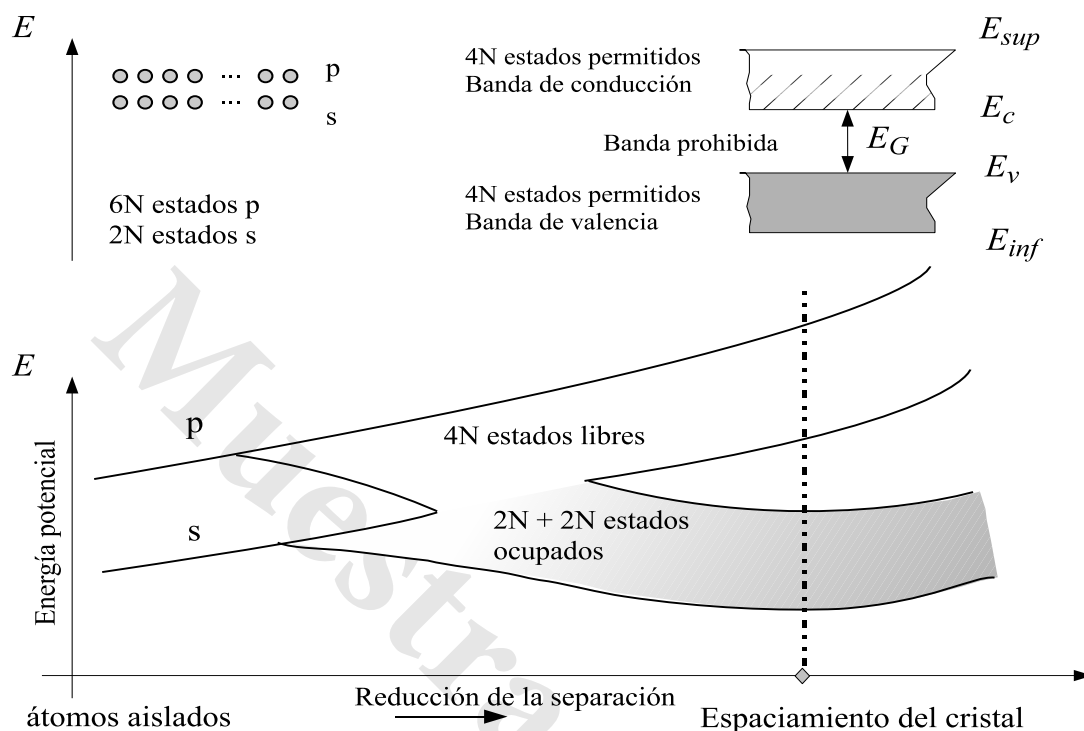


Figura 2.3: Bandas de energía y distribución de estados.

su banda de valencia con un átomo vecino y completa así sus ocho estados produciendo una estructura sólida conocida como cristal. Si se permite que la temperatura aumente, algunos electrones de la banda de valencia pueden adquirir energía (térmica) suficiente como para pasar a la banda de conducción. Esto produce dos efectos: Por un lado, aparece un electrón en la banda de conducción, es decir, un electrón con capacidad de trasladarse, que a partir de ahora se denominará portador negativo; por otro lado, en la banda de valencia se observa la ausencia de un electrón y la consiguiente aparición de una carga positiva. La ausencia del electrón es equivalente a la presencia de una partícula con carga positiva denominada hueco. El hueco puede trasladarse, al moverse los electrones en la banda de valencia, de manera análoga al movimiento de una burbuja de aire en agua. Estos dos tipos de portadores (negativos debido a los electrones en banda de conducción y positivos debido a los huecos en banda de valencia) son los responsables de la conducción de corriente.

Como ya se ha dicho, los átomos de Silicio están separados unos de otros  $2,35\text{\AA}$ . El cubo unitario de Silicio, definido como aquel cuya repetición produce la estructura cristalina, se ilustra en la Fig. 2.5. El mismo tiene  $5,43\text{\AA}$  de lado y contiene un átomo por cada vértice, un átomo por cada lado, y cuatro átomos en su interior. El volumen del cubo unitario de Silicio es:

$$V = (5,43 \times 10^{-10} \text{ m})^3 = 1,6 \times 10^{-22} \text{ cm}^3 \quad (2.2)$$

Cada cubo unitario de Silicio posee cuatro átomos propios, seis átomos compartidos de a pares con cubos vecinos, y ocho átomos compartidos de a ocho con cubos vecinos. Teniendo en cuenta que los átomos compartidos deben considerarse parcialmente, de acuerdo a su aporte al cubo unitario, la cantidad de átomos en un cubo unitario es  $N = 4 + 6/2 + 8/8 = 8$ .

De aquí surge la densidad atómica del Silicio, que es:

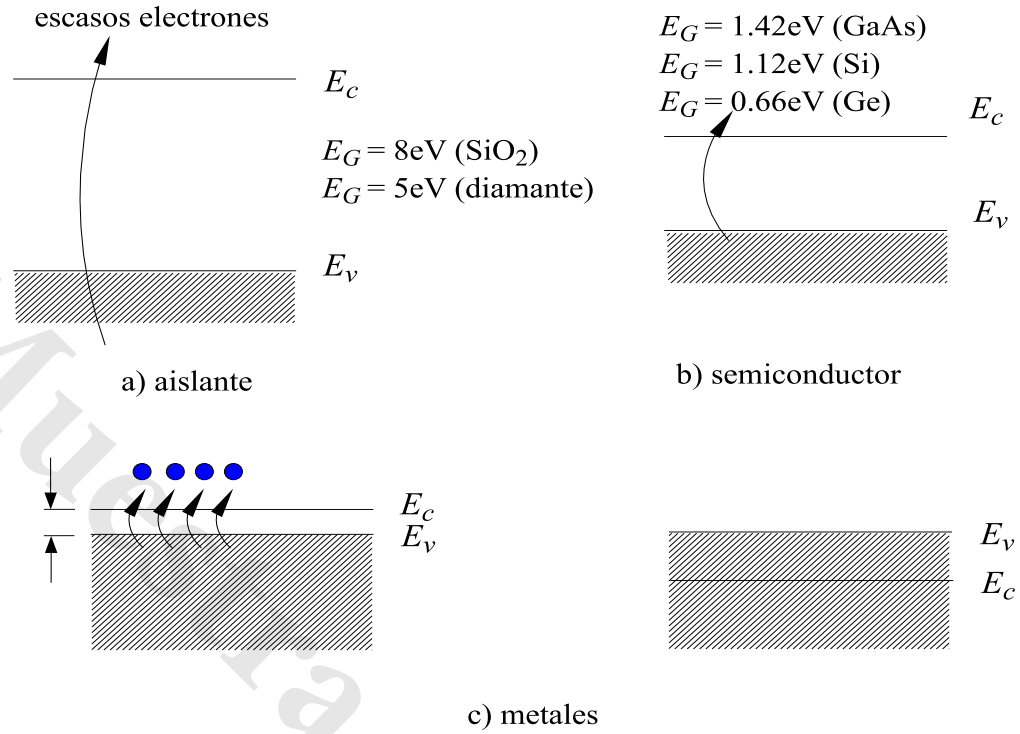


Figura 2.4: Bandas de energía: a) aislantes; b) semiconductores; c) metales.

$$d = \frac{8}{1,6 \times 10^{-22} \text{cm}^3} = 5 \times 10^{22} \text{cm}^{-3} \quad (2.3)$$

## 2.2. Equilibrio Térmico

Si bien la estructura cristalina del Silicio es tridimensional, es conveniente visualizar la red en dos dimensiones. La Fig. 2.6 muestra el estado de una red cristalina ideal a temperatura  $T = 0K$ . Esta representación se conoce, comúnmente, como “modelo de enlace”. La red cristalina se dice ideal cuando no hay ninguna impureza; en tal caso, al Silicio se lo denomina intrínseco. Los átomos de silicio están fijos a la red y son iones con una carga positiva  $+4q$  dado que han contribuido cuatro electrones (con una carga neta de  $-4q$ ) a sus vecinos<sup>6</sup>. De esta manera, se ve que la estructura es, eléctricamente, neutra (la carga neta es igual a cero), lo cual es natural dado que los átomos individuales son, eléctricamente, neutros. A esta temperatura ( $T = 0K$ ), se puede observar que no hay portadores disponibles para conducción, con lo cual, el material es un aislante.

Cuando la temperatura aumenta ( $T > 0K$ ) la energía térmica produce la rotura de algunos enlaces covalentes. Cuando esto sucede, un electrón en banda de valencia obtiene la energía suficiente para pasar a la banda de conducción y moverse y, a su vez, deja un hueco en la banda de valencia que también posee la capacidad de moverse (ver Fig. 2.7). En esta situación, se dice que se ha generado un par hueco-electrón. La tasa de generación térmica de portadores por unidad de volumen es una función exponencial de la temperatura [8], se nota  $G_{th}(T)$  y sus unidades son cantidad de portadores por unidad de volumen por segundo:  $1/\text{cm}^3\text{s}$ . Los portadores también pueden generarse por efecto óptico, si se

<sup>6</sup> $q = 1,6 \times 10^{-19}$  Coulombs ([C]) es la carga del electrón.



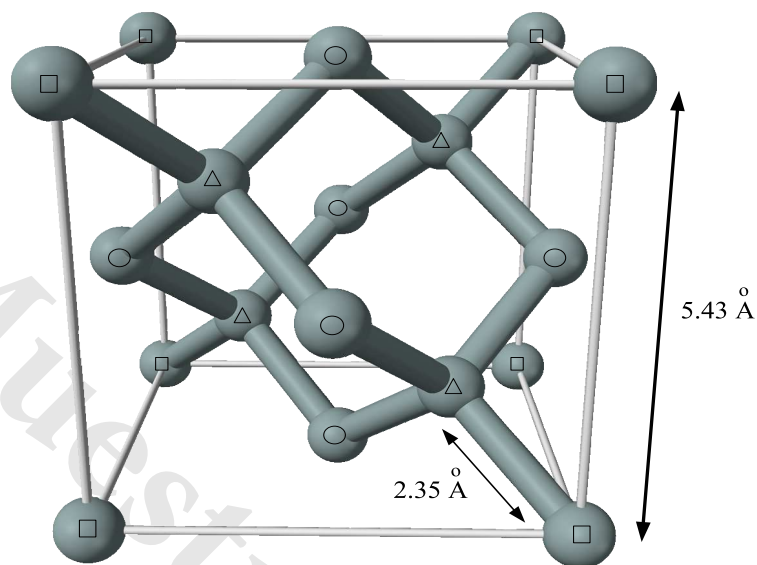


Figura 2.5: Estructura atómica del Silicio: los cuadrados indican los átomos sobre los vértices; los círculos indican los átomos sobre las caras; los triángulos indican los átomos interiores.

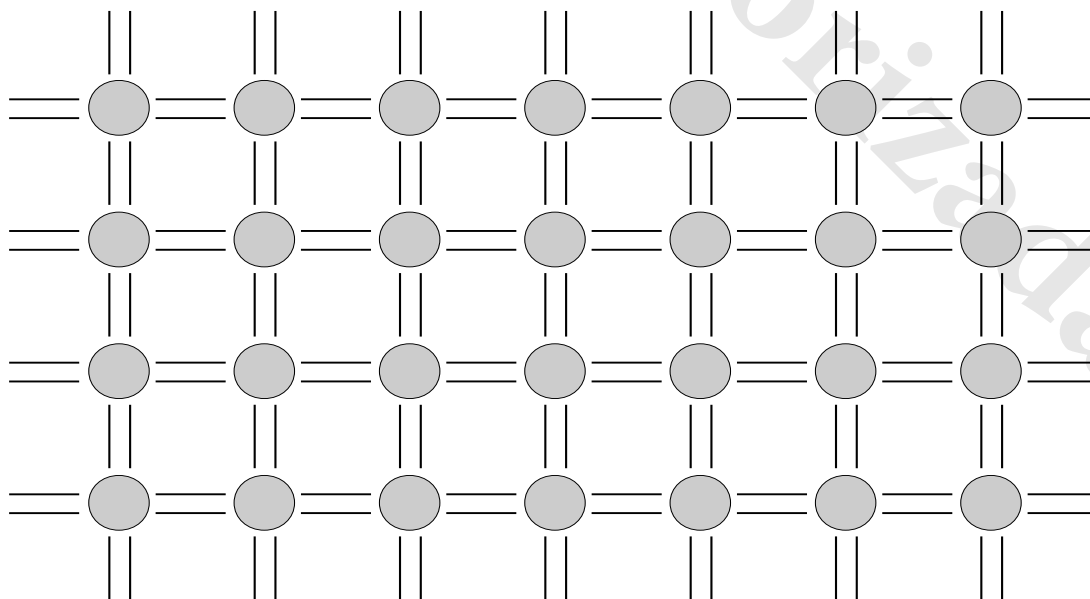


Figura 2.6: Representación bidimensional de la estructura cristalina del Silicio.

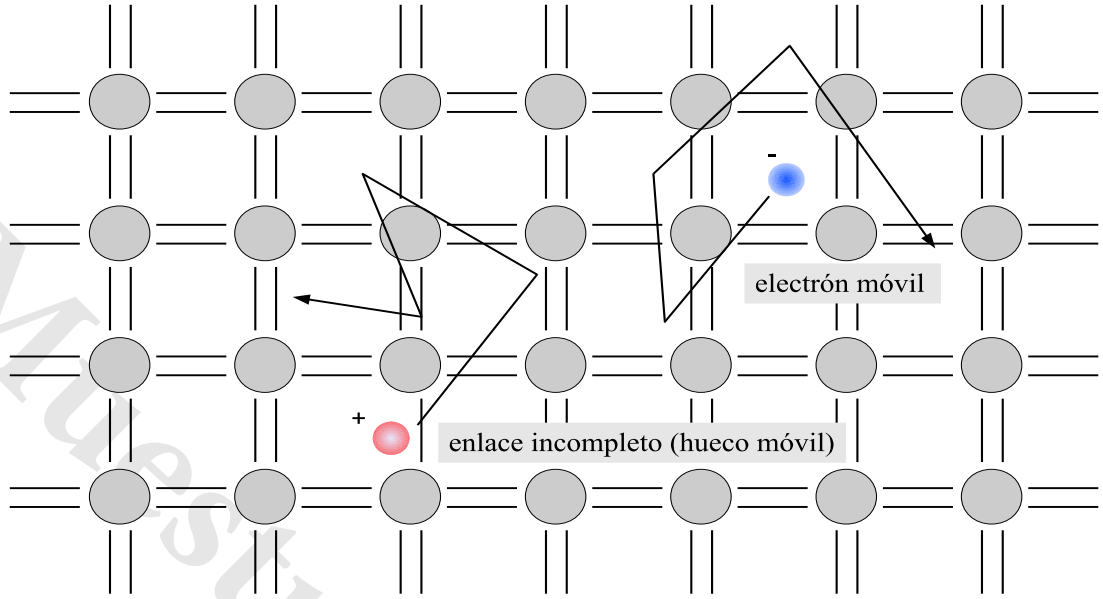


Figura 2.7: Representación bidimensional de la estructura cristalina del Silicio, indicando los portadores móviles para  $T > 0K$ .

ilumina el material con una fuente de luz apropiada. Si un fotón impacta contra la estructura puede proveer la energía suficiente para romper un enlace covalente y generar un par hueco-electrón. La tasa de generación por efecto óptico se nota  $G_{op}$  y es esencialmente independiente de la temperatura. La tasa total de generación de portadores es entonces:

$$G = G_{th}(T) + G_{op} \quad (2.4)$$

Por otro lado, cuando un electrón de la banda de conducción y un hueco de la banda de valencia se encuentran, se recombinan recomponiendo un enlace covalente. Este mecanismo compensa y balancea la producción de portadores. La recombinación de portadores puede clasificarse de acuerdo al tipo de energía liberada:

- **Recombinación térmica:** La recombinación se traduce en una vibración de la estructura cristalina o fonón, es decir, calor. Este es el tipo de recombinación predominante en Silicio.
- **Recombinación óptica:** La recombinación produce un fotón. Este mecanismo es casi inexistente en Silicio, pero muy significativo en Arseniuro de Galio. Este mecanismo es la base del funcionamiento de los diodos emisores de luz o LEDs (*light emitting diodes*).

Para que la recombinación ocurra se necesita un electrón y un hueco. Por lo tanto, si una población de portadores es alta y la otra es baja, la tasa de recombinación será baja. Por el contrario, si ambas poblaciones son altas, la tasa de recombinación será alta. En efecto, la tasa de recombinación  $R$  resulta proporcional al producto de las poblaciones de portadores positivos y negativos:

$$R = k \times n \times p \quad (2.5)$$

donde  $n$  es la cantidad de portadores negativos,  $p$  es la cantidad de portadores positivos, y  $k$  es una constante de proporcionalidad.

Si se mantiene la temperatura constante hasta alcanzar un estado estable o de equilibrio, la tasa de generación de portadores debe ser igual a la tasa de recombinación de portadores, es decir:

$$k \times n \times p = G_{th}(T) + G_{op} \quad (2.6)$$

Un caso importante es el de equilibrio térmico, definido por la inexistencia de intercambio de energía del sistema con el medio exterior. En términos prácticos, esto se da ante la ausencia prolongada de estímulos externos (excitación óptica o campos eléctricos aplicados), a una temperatura constante. En este caso especial, se obtiene<sup>7</sup>:

$$n \times p = \frac{G_{th}(T) + G_{op}}{k} \quad (2.7)$$

Dado que la población de portadores positivos es igual a la población de portadores negativos, se define la concentración intrínseca de portadores en equilibrio térmico  $n_i$  de la siguiente manera:

$$n_i \triangleq n = p \quad (2.8)$$

De (2.7) se deduce directamente que esta concentración satisface:

$$\boxed{n_i^2 = \frac{G_{th}(T) + G_{op}}{k}} \quad (2.9)$$

La Ec. (2.9) es conocida como la Ley de Acción de Masas. La cantidad de portadores excitados a la banda de conducción para una cierta temperatura  $T$  puede obtenerse utilizando mecánica cuántica [8] y está dada por la siguiente fórmula:

$$n_i = \left[ 2 \left( \frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right)^{3/2} \right] e^{-E_G/2kT} \quad (2.10)$$

donde

$T$  = **temperatura en grados Kelvin**

$k$  = **constante de Boltzmann:**  $1,38 \times 10^{-23} J/K$  ó  $8,617 \times 10^{-5} eV/K$

$m_e$  = **masa del electrón:**  $9,1 \times 10^{-31} kg$

$h$  = **constante de Planck:**  $6,626 \times 10^{-34} joule \times s$

$E_G$  = **diferencia de energías entre los niveles de conducción y valencia**

Por ejemplo, en el caso de Silicio a temperatura ambiente ( $T = 300K$ ), la cantidad de portadores en la banda de conducción es:

$$n_i = 1 \times 10^{10} cm^{-3} \quad (2.11)$$

En el caso de Germanio, la concentración intrínseca (a temperatura ambiente) es  $n_i = 7,2 \times 10^{13} cm^{-3}$ , mientras que para Arseniuro de Galio la concentración intrínseca (a temperatura ambiente) es  $n_i = 3 \times 10^7 cm^{-3}$ .

Nótese de (2.3) y (2.11) que en Silicio, a temperatura ambiente, hay un portador por cada  $5 \times 10^{12}$  átomos de Silicio, lo cual evidencia una concentración de portadores notablemente baja en términos relativos.

<sup>7</sup>Desde aquí en adelante,  $n$  y  $p$  indicarán las densidades de portadores en equilibrio térmico.

## 2.3. Dopado

Como ya se ha visto, la cantidad de portadores existentes en Silicio para conducción, a temperatura ambiente, es baja. Para modificar la conducción, se contamina o dopa el Silicio con átomos de otros elementos que se denominan impurezas. Antes de examinar en detalle el efecto del dopado, es conveniente analizar la distribución de portadores en Silicio intrínseco. En cada nivel de energía, hay una cierta cantidad de estados disponibles que pueden ser ocupados. La densidad de estados<sup>8</sup> disponibles en las bandas de conducción y valencia están dados por las siguientes ecuaciones [8]:

$$g_c(E) = \frac{m_n \sqrt{2m_n(E - E_c)}}{\pi^2 \hbar^3} \quad E \geq E_c \quad (2.12)$$

$$g_v(E) = \frac{m_p \sqrt{2m_p(E_v - E)}}{\pi^2 \hbar^3} \quad E \leq E_v \quad (2.13)$$

y se ilustran en la Fig. 2.8.

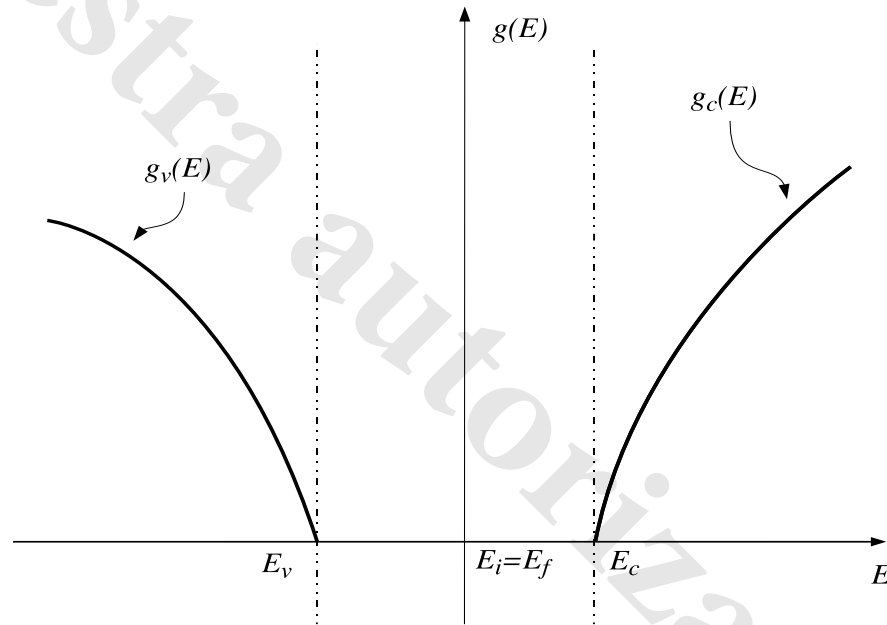


Figura 2.8: Funciones de densidad de estados de electrones en la banda de conducción,  $g_c$ , y de estados de huecos en la banda de valencia,  $g_v$ .

Esta distribución de estados implica que para energías mayores a  $E_c$  hay cada vez más estados disponibles para electrones, mientras que para energías menores a  $E_v$  hay cada vez más estados disponibles para huecos. La cantidad de portadores, en banda de conducción o valencia, dependen del producto de estados disponibles y de la probabilidad que los mismos estén ocupados. Como se discutió en la sección anterior, la probabilidad de ocupación de un estado se describe mediante la función de distribución de Fermi. Por ejemplo, la probabilidad de que un estado de energía  $E$  esté ocupado por un electrón es la siguiente:

$$f(E) = \frac{1}{1 + e^{(E - E_F)/kT}} \quad (2.14)$$

donde  $E_F$  es el nivel de energía de Fermi.

<sup>8</sup>Esto es la cantidad de estados por unidad de volumen y unidad de energía.

La Fig. 2.9 muestra la distribución de Fermi (para electrones) a varias temperaturas. Se puede ver que a  $T = 0K$  la probabilidad de existencia de un electrón en la banda de conducción es 0, mientras que la probabilidad en la banda de valencia es 1. A su vez, la probabilidad de que un estado de energía  $E$  esté ocupado por un hueco es:

$$h(E) = 1 - \frac{1}{1 + e^{(E-E_F)/kT}} \quad (2.15)$$

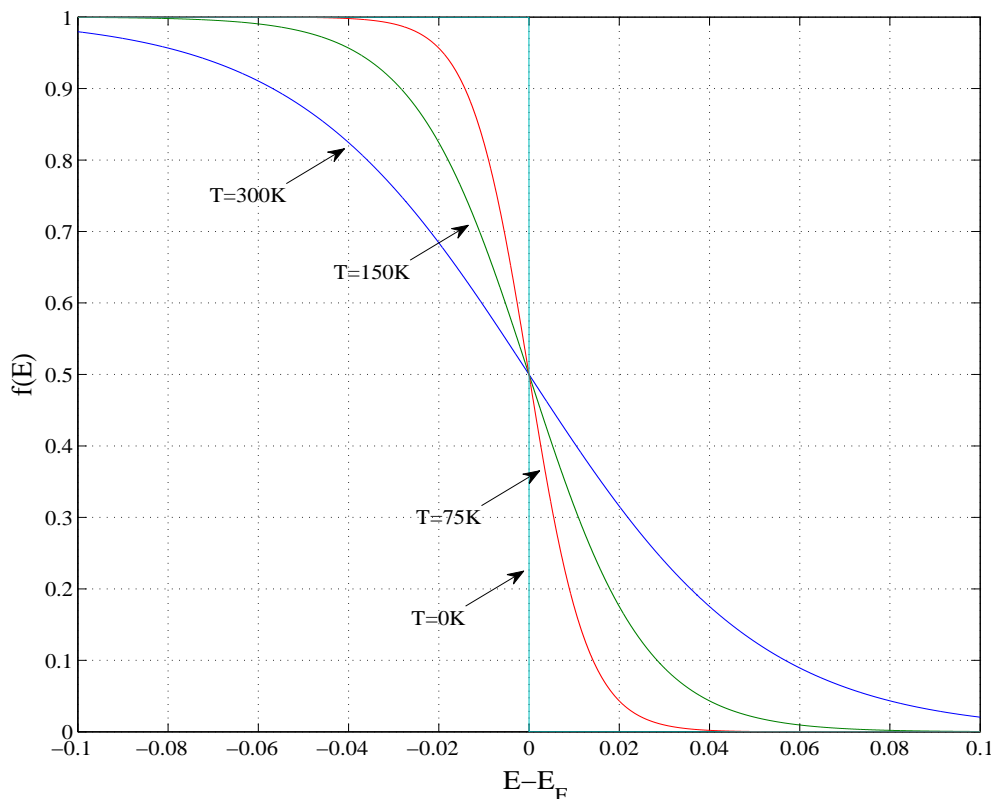


Figura 2.9: Función de distribución de Fermi de electrones  $f(E)$  para varias temperaturas:  $T = 0K$ ,  $T = 75K$ ,  $T = 150K$  y  $T = 300K$ .

La Fig. 2.10 muestra la densidad de estados, la función de Fermi y la cantidad de portadores para Silicio intrínseco.

### 2.3.1. Dopado Tipo N

Una manera de modificar la conductividad del Silicio consiste en aumentar la cantidad de electrones en la banda de conducción, a costa de la reducción de huecos en la banda de valencia, mediante la introducción de átomos, llamados impurezas, que *donan* electrones. Para ello, se introducen en el Silicio átomos del grupo V como, por ejemplo: Arsénico (As), Fósforo (P) o Antimonio (Sb). Los átomos del grupo V tienen en su banda de valencia cinco electrones. Dada la compatibilidad geométrica del Arsénico y del Fósforo con el Silicio, el átomo donador comparte cuatro de sus cinco electrones con átomos vecinos de Silicio, y el quinto queda con un vínculo energético débil. Un aumento de la temperatura hace que este electrón tenga la energía necesaria para acceder a la banda de conducción y pueda desplazarse por la red; esto deja al átomo de impureza ionizado positivamente. La Fig. 2.11-a

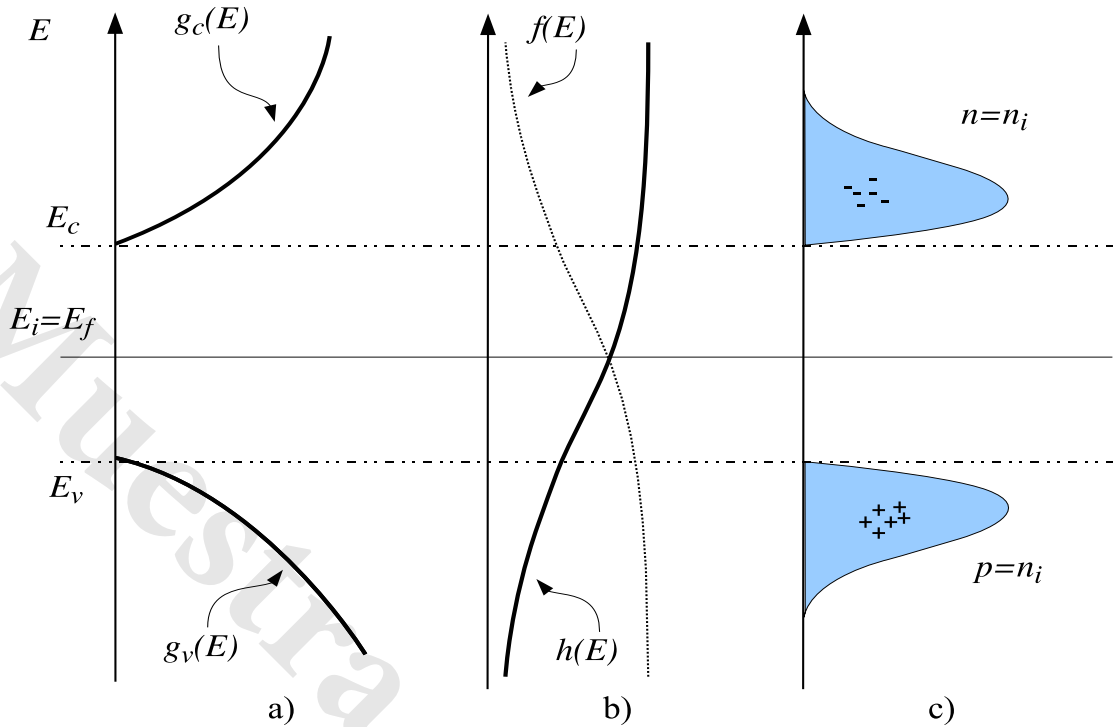


Figura 2.10: Portadores en Silicio intrínseco: a) densidad de estados de electrones  $g_c(E)$  y huecos  $g_v(E)$ ; b) distribución de Fermi de electrones  $f(E)$  y huecos  $h(E)$ ; c) portadores negativos (electrones)  $n$  y positivos (huecos)  $p$ .

ilustra la inserción de la impureza donadora en la red cristalina, y el portador negativo que resulta a temperatura ambiente. En términos energéticos, el quinto electrón de la impureza tiene un nivel de energía  $E_{imp}$  muy cercano al nivel de energía  $E_c$  (ver Fig. 2.11-b), de tal manera que se requiere muy poca energía para que este electrón pase a la banda de conducción<sup>9</sup>.

Para analizar como se modifican las concentraciones de portadores con la introducción de  $N_d$  [impurezas/ $cm^3$ ] impurezas donadoras, es necesario, en primer lugar, analizar el balance de cargas en el material. El Silicio es, eléctricamente, neutro al igual que las impurezas introducidas en el material. Cada impureza introducida en el material, como ya se mencionó, provee un electrón a los portadores negativos del material. En consecuencia, cada impureza queda ionizada, es decir, con una carga neta positiva  $+q$ . El balance de carga dicta entonces, que la densidad neta de carga  $\rho$ , que es igual a la suma de las cargas de los portadores positivos, de los portadores negativos y de los iones donadores, debe ser nula:

$$\rho = 0 = q(-n + p + N_d) \quad (2.16)$$

Es útil recordar aquí, que cuando  $N_d = 0$  (en el caso de Silicio intrínseco), resulta  $n = p = n_i$ . Sin embargo, al introducir impurezas, la cantidad  $n$  de portadores negativos, y la cantidad  $p$  de portadores positivos, difieren con respecto a  $n_i$ . Si  $N_d$  es pequeño con respecto a  $n_i$ , su efecto en (2.16) puede despreciarse. Si, por el contrario,  $N_d$  es mucho mayor que  $n_i$ , habrá un incremento de la carga de iones positivos dado que cada uno de los átomos de impurezas queda ionizado positivamente. Debido a esto, los portadores negativos  $n$  deberán aumentar con respecto a su valor en Silicio intrínseco,  $n_i$ ,

<sup>9</sup>A temperatura ambiente todas las impurezas resultan ionizadas.

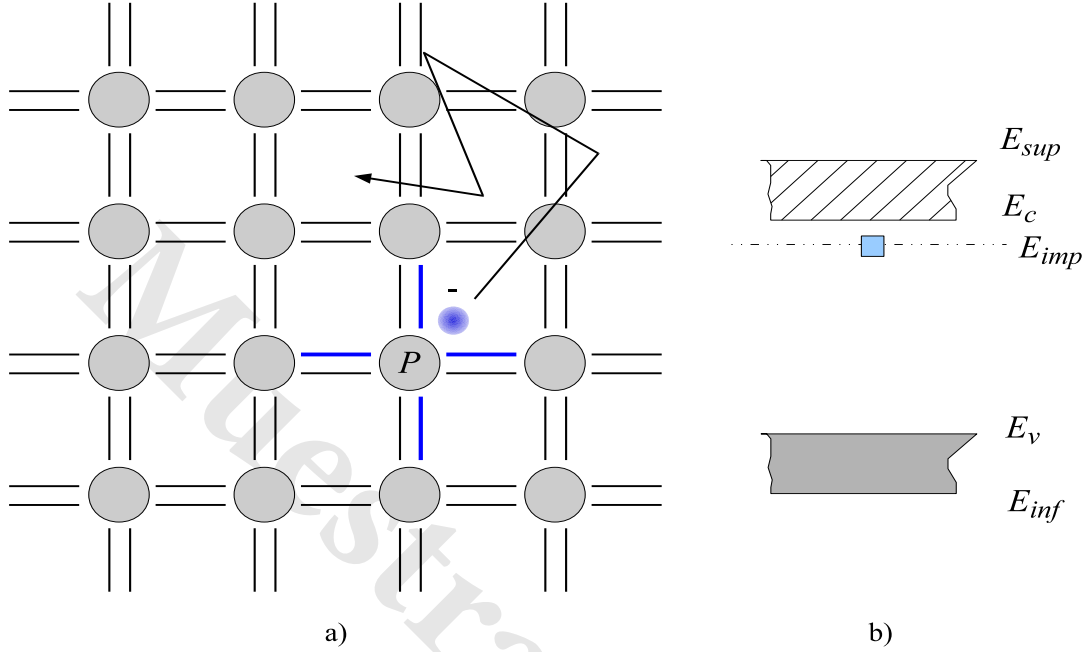


Figura 2.11: Dopado tipo N: a) inserción de un átomo donador en la grilla cristalina y su portador negativo a temperatura ambiente; b) nivel de energía del portador de la impureza donadora  $E_{imp}$ .

de manera de equilibrar la carga neta. Intuitivamente, se puede ver que el efecto es aumentar los portadores negativos. ¿Cuánto aumentan los portadores negativos y qué sucede con los portadores positivos? Dado que la población estable de portadores surge del equilibrio entre la recombinación y la generación, establecido por la Ley de Acción de Masas, deben cumplirse simultáneamente (2.16) y

$$n \times p = n_i^2 \quad (2.17)$$

La Ec. (2.17) es válida mientras que las impurezas y el Silicio no interactúen fuertemente, lo que sucede para dopados menores a  $10^{19}/cm^3$ ; en esta situación el Silicio se dice “no degenerado”. Para dopados mayores, el Silicio se dice “degenerado” y el producto  $n \times p$  resulta mayor que  $n_i^2$ , y exhibe una dependencia no lineal con respecto al dopado [9].

Si se sustituye  $p = n_i^2/n$  en (2.16), resulta:

$$0 = q \left( -n + \frac{n_i^2}{n} + N_d \right) \quad (2.18)$$

La solución a esta ecuación es:

$$n = \frac{N_d + \sqrt{N_d^2 + 4n_i^2}}{2} = \frac{N_d}{2} + \frac{N_d}{2} \sqrt{1 + \frac{4n_i^2}{N_d^2}} \quad (2.19)$$

El cristal siempre<sup>10</sup> se dopa de manera que  $N_d \gg n_i$ , razón por la cual, (2.19) puede simplificarse de la siguiente manera:

<sup>10</sup>Si la concentración de impurezas es menor que la concentración intrínseca, los niveles de portadores no resultan alterados.

$$n \approx N_d \quad (2.20)$$

y la población de huecos resulta:

$$p \approx n_i^2/N_d \quad (2.21)$$

Se ve entonces que la población de electrones portadores aumenta en *un portador por impureza*, mientras que la población de huecos se reduce drásticamente. Es por esto que, en materiales dopados con impurezas donadoras, los portadores negativos son portadores mayoritarios y los portadores positivos son minoritarios. El Silicio dopado con impurezas donadoras se denomina Silicio tipo N. En Silicio tipo N, la conducción se produce por la circulación de los portadores negativos.

El dopado tipo N produce un corrimiento del Nivel de Fermi  $E_f$  hacia la banda de conducción, que se coloca por encima del nivel  $E_i$ , como se muestra en la Fig. 2.12-b. La Fig. 2.12-a muestra la densidad de estados, que permanece sin cambios. En la Fig. 2.12-c, se muestran los portadores, y allí se puede apreciar el incremento de los portadores negativos con respecto a los portadores positivos.

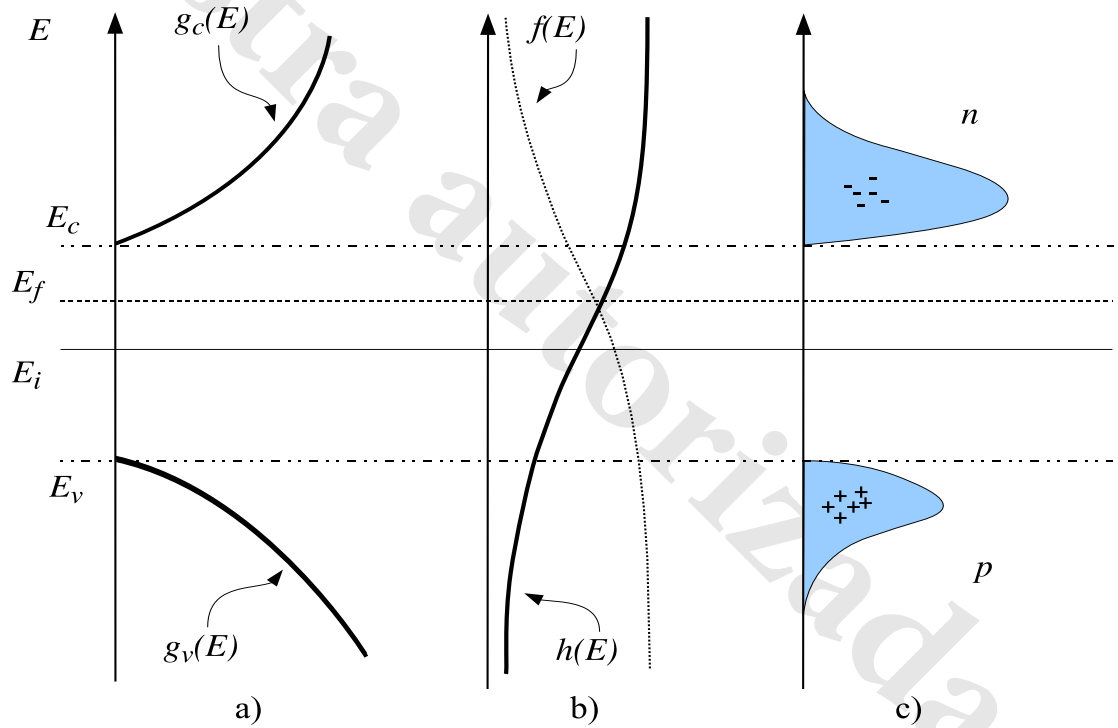


Figura 2.12: Portadores en Silicio dopado tipo N: a) densidad de estados de electrones  $g_c(E)$  y huecos  $g_v(E)$ ; b) distribución de Fermi de electrones  $f(E)$  y huecos  $h(E)$ ; c) portadores negativos (electrones)  $n$  y positivos (huecos)  $p$ .

La solución (2.19) puede visualizarse de manera gráfica, si se dibujan las dos ecuaciones que rigen el equilibrio; es decir,  $n = p + N_d$ , debido al balance de cargas, y  $n = n_i^2/p$ , debido a la Ley de Acción de Masas. La Fig. 2.13 muestra ambas ecuaciones sobre el par de ejes  $n - p$ . El punto de intersección entre ambas curvas es el punto de equilibrio de concentración de portadores.

**Ejemplo 9** Una muestra de Silicio se dopa con Fósforo utilizando  $N_d = 1 \times 10^{15}$ . ¿Cuáles son las concentraciones resultantes de portadores?



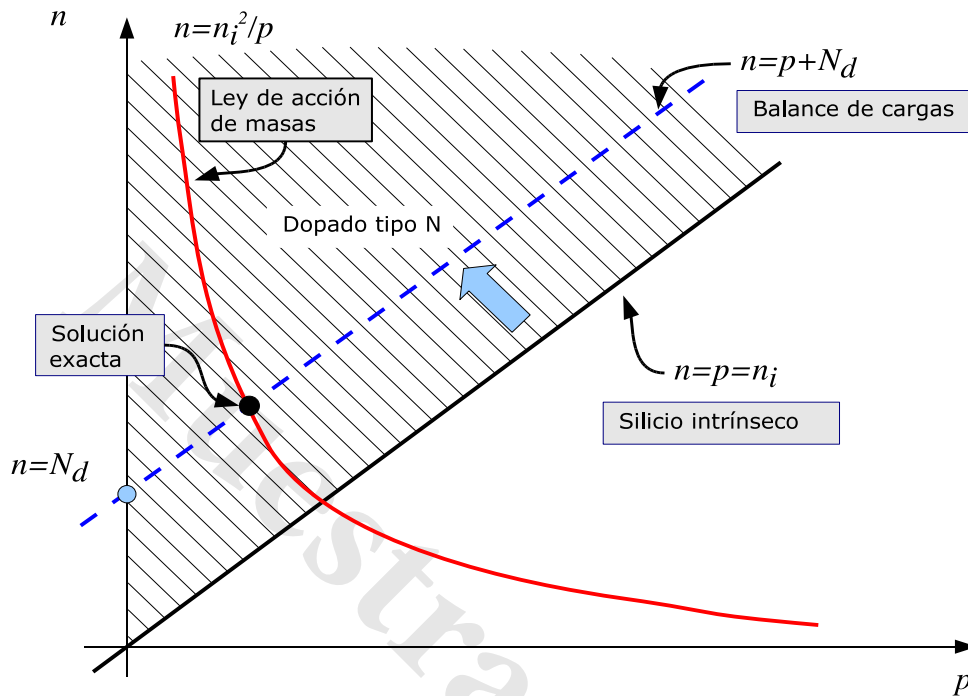


Figura 2.13: Visualización gráfica del dopado tipo N.

Dado que se verifica  $N_d \gg n_i$ , es posible utilizar la aproximación (2.20), con lo cual, la población de portadores negativos es:

$$n = N_d = 1 \times 10^{15} \quad (2.22)$$

y la población de huecos es:

$$p = n_i^2 / N_d = 10^{20} / 10^{15} = 10^5 \quad (2.23)$$

Nótese que la población de huecos se ha reducido a 100 000 portadores, mientras que la de electrones ha aumentado 5 órdenes de magnitud.

El lector puede corroborar que el cálculo exacto de portadores es  $n = 1,00000000010 \times 10^{15}$  y  $p = 9,999999990 \times 10^4$ , lo cual confirma la aproximación realizada. Una rutina de MATLAB<sup>TM</sup>, que produce el cálculo de las concentraciones, se lista a continuación:

```
format long;
ni=1e10; Nd=1e15; a=-1; b=Nd; c=ni^2 ;
raices=roots([a b c]);
raiz=max(raices);
n=raiz
p=ni^2/raiz
```

Por último, y en relación con las concentraciones típicamente utilizadas para el dopado de Silicio, el límite inferior es aproximadamente  $10^{13} \text{ cm}^{-3}$  por los motivos expuestos, y el límite superior ronda  $10^{19} \text{ cm}^{-3}$  y está limitado por la *solubilidad* del material donador en Silicio. La solubilidad determina en qué momento las impurezas dejan de entremezclarse con el Silicio para empezar a formar dominios entre sí. Aquí debe recordarse que para que las impurezas contribuyan al aumento de los portadores,

deben asociarse con átomos de Silicio. En el momento en el que las impurezas comienzan a asociarse entre sí, la contribución efectiva a la generación de portadores no varía<sup>11</sup>.

### 2.3.2. Dopado Tipo P

La otra manera de incrementar la conductividad del Silicio es aumentar el número de huecos en la banda de valencia, a costa de una reducción de los electrones de banda de conducción, mediante la introducción de átomos de impurezas que *aceptan* un electrón. Para ello, se introducen en el Silicio átomos del grupo III, por ejemplo: Boro (B), Galio (Ga), Indio (In) o Aluminio (Al); siendo Boro el más utilizado. Los átomos del grupo III tienen en su banda de valencia tres electrones. Dada la compatibilidad geométrica del Boro con el Silicio, el átomo aceptor comparte sus tres electrones con los átomos vecinos, produciendo un hueco en la red (debido a la ausencia de un cuarto electrón) que queda con un vínculo energético débil. Un aumento de la temperatura<sup>12</sup> hace que un electrón de la banda de valencia tenga la energía necesaria para salir de ella y unirse a un átomo aceptor, el cual queda ionizado negativamente. El hueco resultante en banda de valencia puede desplazarse por la red. La Fig. 2.14-a ilustra la inserción de la impureza aceptora en la red cristalina y el portador positivo que resulta a temperatura ambiente. En términos energéticos, el hueco de la impureza tiene un nivel de energía  $E_{imp}$  muy cercano al nivel de energía  $E_v$  (ver Fig. 2.14-b), de tal manera que se requiere muy poca energía para que un electrón de banda de valencia se recombine con él, y se genere un hueco que puede trasladarse por la banda de valencia.

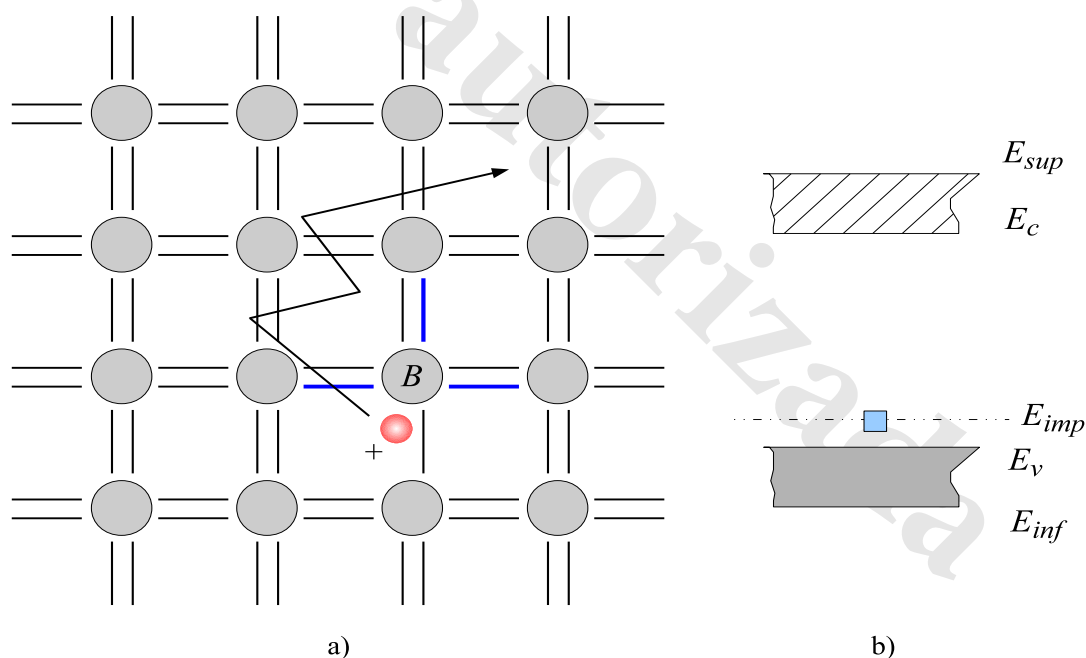


Figura 2.14: Dopado tipo P: a) inserción de un átomo aceptor en la grilla cristalina y su portador positivo a temperatura ambiente; b) nivel de energía del portador de la impureza aceptora  $E_{imp}$ .

Para analizar cómo se modifican las concentraciones de portadores con la introducción de  $N_a$  im-

<sup>11</sup>El fenómeno es similar a la disolución de azúcar en agua. A partir del momento que se alcanza el límite de solubilidad, el agregado de azúcar no se disuelve y el agua cesa de endulzarse.

<sup>12</sup>A temperatura ambiente todas las impurezas resultan ionizadas.

purezas aceptoras, es necesario realizar el balance de cargas en el material. El Silicio es, eléctricamente, neutro al igual que las impurezas introducidas. Cada impureza introducida en el material provee un hueco a los portadores positivos del material. En consecuencia, cada impureza queda ionizada, es decir, con una carga neta negativa  $-q$ . El balance de carga dicta entonces, que la densidad neta de carga  $\rho$ , que es igual a la suma de las cargas de los portadores positivos, de los portadores negativos y de los iones aceptores, debe ser nula:

$$\rho = 0 = q(-n + p - N_a) \quad (2.24)$$

De aquí se puede ver que si  $N_a$  es mucho mayor que  $n_i$ , entonces  $p$  deberá aumentar con respecto a su valor en equilibrio térmico,  $n_i$ , de manera de equilibrar la carga neta. Intuitivamente, se puede ver que el efecto es aumentar los portadores positivos. Para calcular la población de portadores positivos, se deben aplicar, simultáneamente, (2.24) y la Ley de Acción de Masas:

$$n \times p = n_i^2 \quad (2.25)$$

Sustituyendo  $n = n_i^2/p$  en (2.24) resulta:

$$0 = q \left( p - \frac{n_i^2}{p} - N_a \right) \quad (2.26)$$

La solución a esta ecuación es:

$$p = \frac{N_a + \sqrt{N_a^2 + 4n_i^2}}{2} = \frac{N_a}{2} + \frac{N_a}{2} \sqrt{1 + \frac{4n_i^2}{N_a^2}} \quad (2.27)$$

El cristal siempre se dopa de manera que  $N_a \gg n_i$  dado que si la concentración de impurezas es menor que la concentración intrínseca, los niveles de portadores no se alteran. Teniendo en cuenta esto, (2.27) puede simplificarse de la siguiente manera:

$$\boxed{p \approx N_a} \quad (2.28)$$

En este caso, la población de electrones resulta:

$$\boxed{n \approx n_i^2/N_a} \quad (2.29)$$

Se ve entonces que la población de huecos portadores aumenta en “un portador por impureza”, mientras que la población de electrones se reduce drásticamente. Es por esto que en materiales dopados con impurezas aceptoras, los portadores positivos son portadores mayoritarios, y los portadores negativos son minoritarios. El Silicio dopado con impurezas aceptoras se denomina Silicio tipo P. En Silicio tipo P, la conducción se produce por la circulación de los portadores positivos.

El dopado tipo P produce un corrimiento del Nivel de Fermi hacia la banda de valencia, como se muestra en la Fig. 2.15.

Como en el caso anterior, la solución (2.27) puede verse de manera más intuitiva si se grafican las dos ecuaciones que rigen el equilibrio, es decir,  $n = p - N_a$ , por el balance de cargas, y  $n = n_i^2/p$ , por la Ley de Acción de Masas. La Fig. 2.16 muestra ambas ecuaciones sobre el par de ejes  $n - p$ . El punto intersección entre ambas curvas es el punto de equilibrio de concentración de portadores.

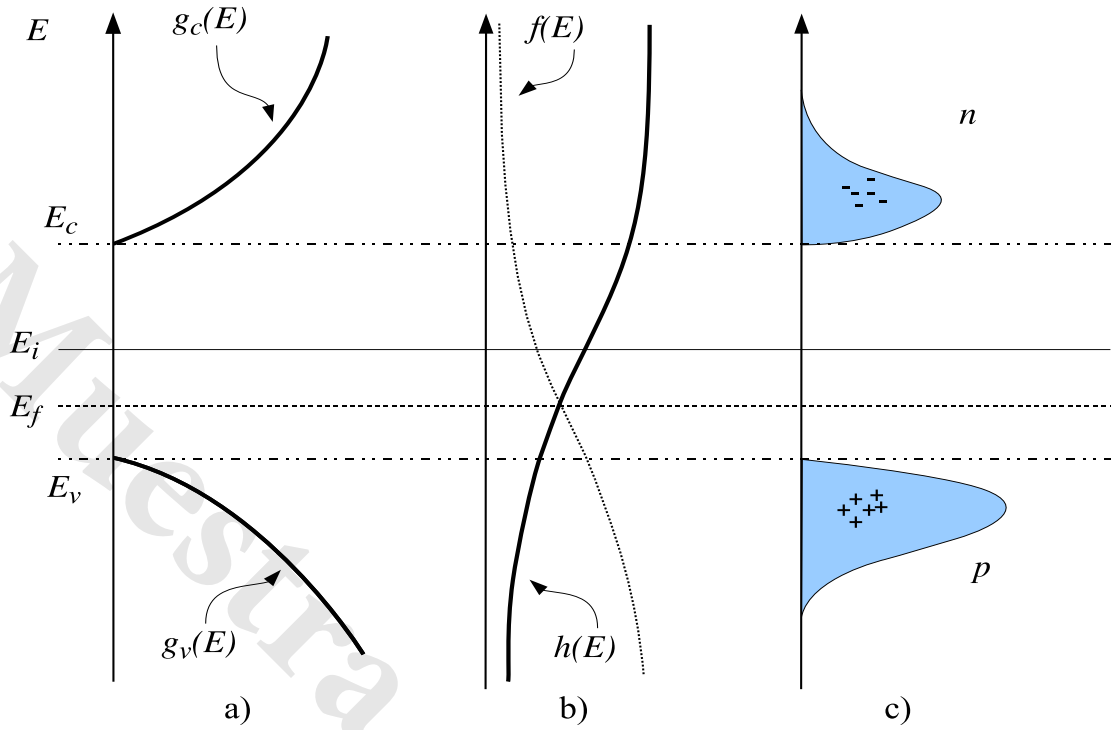


Figura 2.15: Portadores en Silicio dopado tipo P: a) densidad de estados de electrones  $g_c(E)$  y huecos  $g_v(E)$ ; b) distribución de Fermi de electrones  $f(E)$  y huecos  $h(E)$ ; c) portadores negativos (electrones)  $n$  y positivos (huecos)  $p$ .

### 2.3.3. Compensación

Por último, es posible combinar los dos tipos de dopados en lo que se denomina *compensación*. Este proceso se utiliza, habitualmente, en la secuencia de procesamiento de obleas de Silicio, cuando se desea dopar una zona con el tipo de dopado contrario al existente en la oblea, o en una región particular. La compensación consiste en someter al Silicio a un dopado tipo P (o N), seguido por un dopado tipo N (o P, respectivamente). El análisis es similar a los realizados anteriormente. En este caso particular, la Ley de Acción de Masas seguirá siendo válida y la conservación de cargas requiere:

$$\begin{aligned}\rho = 0 &= q(-n + p - N_a + N_d) \\ &= q(-n + p + (N_d - N_a))\end{aligned}\quad (2.30)$$

De aquí se puede ver que (2.30) es similar a (2.16) y (2.24), con la diferencia de que ahora quien define el tipo de dopado resultante es el término  $N_d - N_a$ . En efecto, en el caso que  $N_d - N_a > 0$ , el material tendrá un dopado efectivo tipo N, de magnitud  $\tilde{N}_d = N_d - N_a$ . Si, por el contrario,  $N_d - N_a < 0$ , entonces el material tendrá un dopado efectivo tipo P, de magnitud  $\tilde{N}_a = N_a - N_d$ . Con estas consideraciones, es posible aplicar los desarrollos de las secciones anteriores para arribar a las cantidades totales de portadores. En efecto, si  $N_d - N_a > 0$ , entonces

$$n = \frac{(N_d - N_a)}{2} + \frac{(N_d - N_a)}{2} \sqrt{1 + \frac{4n_i^2}{(N_d - N_a)^2}} \quad (2.31)$$

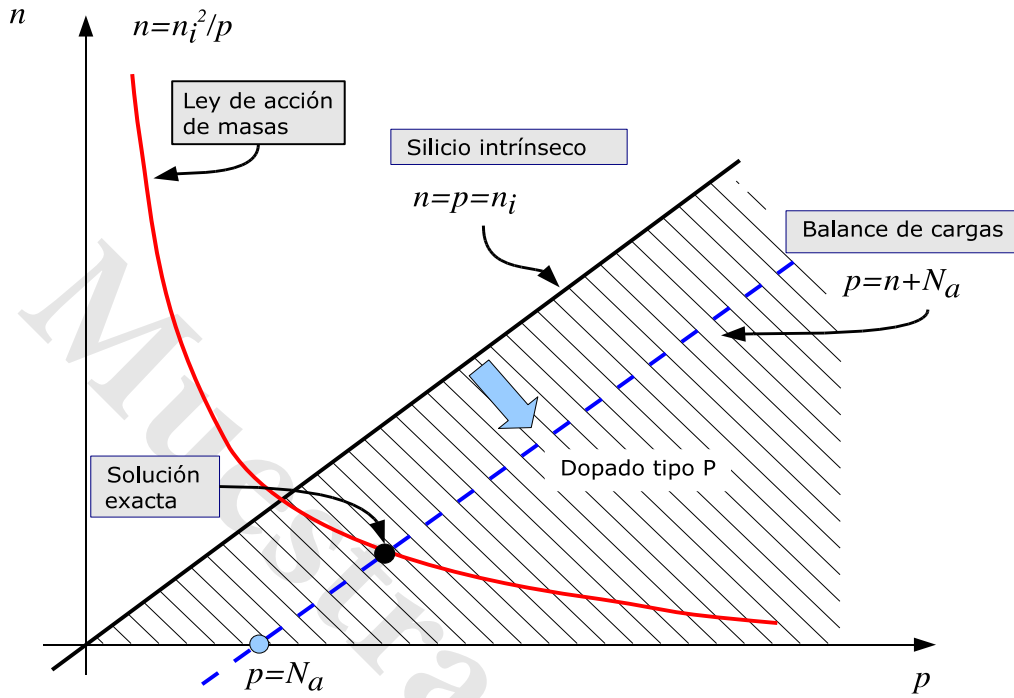


Figura 2.16: Visualización gráfica del dopado tipo P.

Si  $N_d \gg N_a$ , y considerando que ambos dopados siempre son mayores que la concentración intrínseca, es decir,  $N_d, N_a \gg n_i$ , (2.31) se simplifica a:

$$n \approx N_d - N_a \quad (2.32)$$

En este caso, la población de huecos resulta:

$$p \approx \frac{n_i^2}{N_d - N_a} \quad (2.33)$$

Por el contrario, cuando  $N_d - N_a < 0$ , resulta:

$$p = \frac{(N_a - N_d)}{2} + \frac{(N_a - N_d)}{2} \sqrt{1 + \frac{4n_i^2}{(N_a - N_d)^2}} \quad (2.34)$$

Si  $N_a \gg N_d \gg n_i$ , entonces (2.34) se simplifica a:

$$p \approx N_a - N_d \quad (2.35)$$

En este caso, la población de electrones es:

$$n \approx \frac{n_i^2}{N_a - N_d} \quad (2.36)$$

La Fig. 2.17 ilustra las posibles situaciones, según sea  $N_a \gg N_d$ , o  $N_d \gg N_a$ , lo cual equivale a trasladar la recta de balance de carga hacia la derecha o la izquierda, respectivamente.

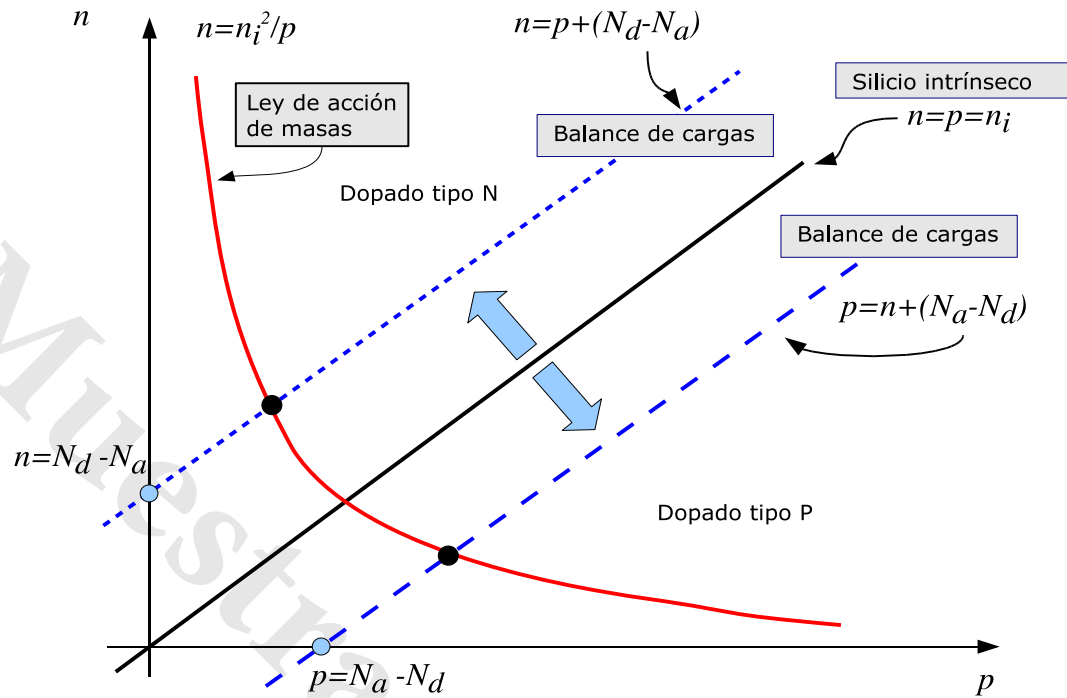


Figura 2.17: Visualización gráfica de la compensación.

## 2.4. Mecanismos de conducción

La conducción de corriente en un semiconductor puede producirse por dos mecanismos. El primer mecanismo ocurre cuando un campo eléctrico aplicado produce una fuerza de *arrastre* sobre los portadores, forzando el movimiento. El segundo mecanismo ocurre cuando la concentración de portadores es mayor en un lugar que en otro, de manera que los portadores (movilizados, aleatoriamente, por acción de la temperatura) *difunden* de la zona de mayor concentración a la de menor concentración. En general, ambos mecanismos se encuentran en todos los dispositivos, aunque salvo casos particulares<sup>13</sup>, en la mayoría de los casos es posible representar el movimiento de portadores por uno solo de estos mecanismos, lo que simplifica significativamente los desarrollos.

### 2.4.1. Arrastre

Si se considera una pieza de Silicio en equilibrio térmico (sin la acción de un campo eléctrico o fuentes de energía óptica) se verá a los electrones moviéndose por acción térmica a una velocidad promedio de  $v_{th} = 1 \times 10^7 \text{ cm/s}$ , y colisionando cada  $\tau_c = 0,1 \text{ ps}$ . Es decir, los electrones se agitan por efecto de la temperatura y se aceleran, cambiando de rumbo de manera aleatoria al interactuar con la red cristalina (fenómeno conocido como “scattering”). Considerando la velocidad y el tiempo de colisión, un electrón recorre, entre colisiones, tramos de una longitud promedio:

$$\lambda = v_{th} \times \tau_c \approx 1 \times 10^7 \text{ cm/s} \times 10^{-13} \text{ s} = 10 \text{ nm} \quad (2.37)$$

Esta distancia se conoce como “camino libre promedio”. A pesar de ello, el movimiento neto de la

<sup>13</sup>Un ejemplo es el transistor MOS, descrito en el Cap. 5, que en un entorno de la tensión de umbral conduce por acción de ambos mecanismos.

masa de electrones es nulo, con lo cual, la corriente neta es nula. Un razonamiento análogo es aplicable a los huecos.

Si se considera ahora un campo eléctrico  $E$  actuando sobre una pieza de silicio, los electrones estarán bajo la acción de una fuerza electrostática  $F = -qE$ , y los huecos bajo una fuerza  $F = +qE$ . Debido a ello, se producirá un desplazamiento neto de la masa de electrones en la dirección opuesta al campo eléctrico y un desplazamiento neto de la masa de huecos en la dirección del campo eléctrico; esto evidencia la aparición de una corriente neta. La velocidad de arrastre de los portadores (tanto electrones como huecos) se define como:

$$v^a = \frac{\overline{\Delta x}}{\Delta t} \quad (2.38)$$

donde  $\overline{\Delta x}$  es el desplazamiento promedio de los portadores en el intervalo  $\Delta t$ .

Experimentalmente, se verifica que la relación entre el campo eléctrico y la velocidad de los portadores satisface:

$$v_n^a = -\mu_n E \quad (2.39)$$

y

$$v_h^a = +\mu_p E \quad (2.40)$$

donde  $\mu_n$  y  $\mu_p$  son denominadas, respectivamente, las movilidades de electrones y huecos. Nótese aquí que un campo eléctrico constante aplicado a un electrón aislado –libre en el espacio– produce una aceleración constante  $F = -qE$  y, por lo tanto, un crecimiento lineal de la velocidad con respecto al tiempo. Por el contrario, en un cristal, la interacción con la red hace que los portadores se frenen periódicamente, razón por la cual la velocidad, ante un campo eléctrico constante, resulta constante.

Las movilidades de huecos y electrones no son constantes, sino que varían de acuerdo al dopaje de la muestra de Silicio. Intuitivamente, puede razonarse que cuanto mayor sea la concentración de impurezas en el material, mayor será la probabilidad de que un electrón/hueco interactúe con la red cristalina produciendo colisiones. Es por ello que el dopado neto de la muestra ocasiona una reducción de la movilidad de los portadores (ver Fig. 2.18).

La movilidad de huecos y electrones en Silicio puede aproximarse por la siguiente fórmula empírica:

$$\mu = \mu_{min} + \frac{\mu_o}{1 + (N/N_{ref})^\alpha} \quad (2.41)$$

donde (considerando  $T = 300K$ ) para el caso de electrones:  $N_{ref} = 1,3 \times 10^{17} cm^{-3}$ ,  $\mu_{min} = 92 cm^2/Vs$ ,  $\mu_o = 1268 cm^2/Vs$  y  $\alpha = 0,91$ ; y para el caso de huecos:  $N_{ref} = 2,35 \times 10^{17} cm^{-3}$ ,  $\mu_{min} = 54,3 cm^2/Vs$ ,  $\mu_o = 406,9 cm^2/Vs$  y  $\alpha = 0,88$ .

Nótese que la movilidad de los electrones es, aproximadamente, tres veces mayor que la de los huecos. En otras palabras, ante un mismo campo eléctrico, los electrones se desplazan tres veces más rápido que los huecos. Para dopados típicos alrededor de  $5 \times 10^{16} cm^{-3}$ ,

$$\mu_n = 1000 cm^2/Vs, \quad \mu_p = 400 cm^2/Vs \quad (2.42)$$

**Ejemplo 10** El siguiente código puede utilizarse para dibujar en MATLAB las curvas de movilidad versus dopado:

```
% Movilidad de electrones
N=logspace(13,19,50);
% Parametros
Nref=1.3e17;
```

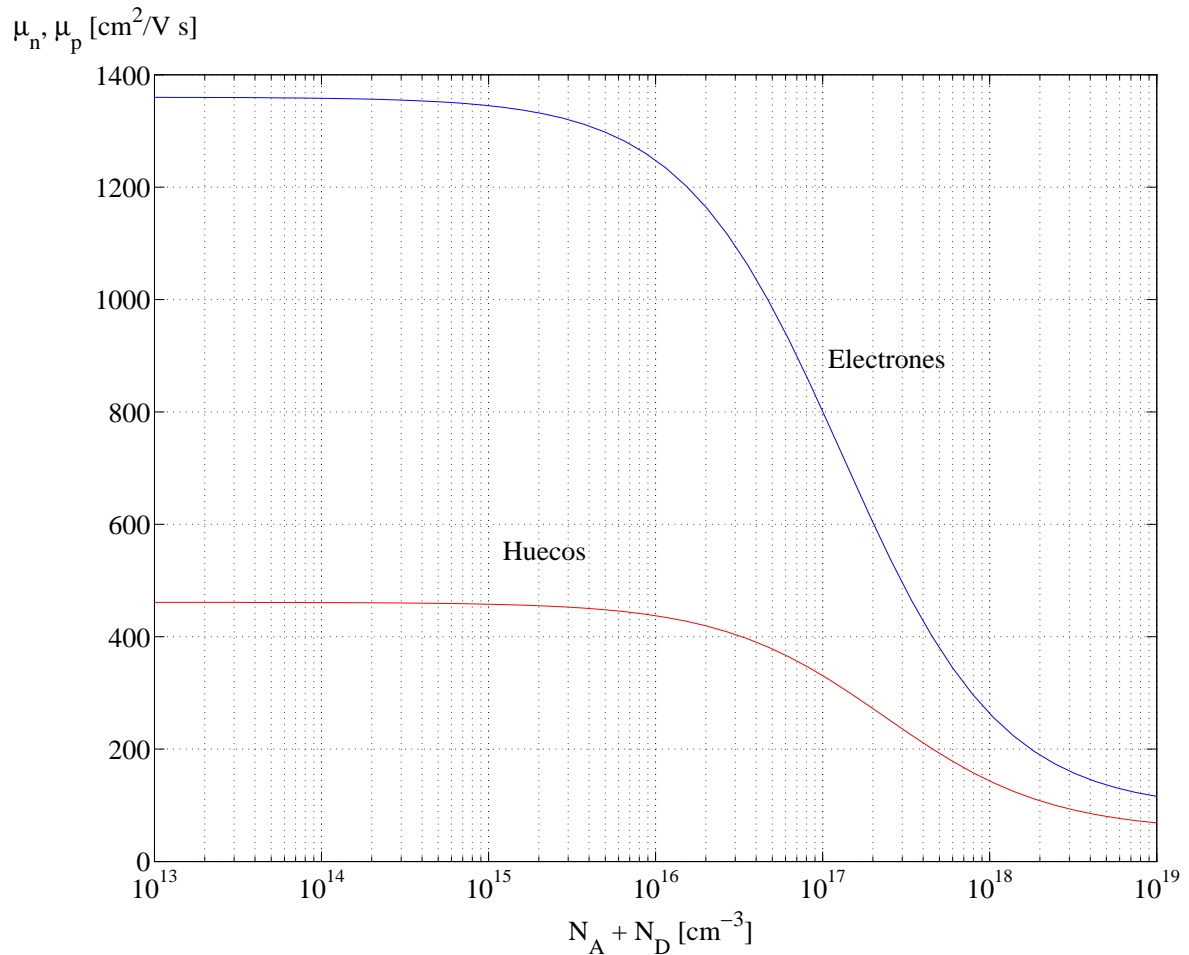


Figura 2.18: Movilidad de huecos y electrones en Silicio en función del dopado neto.

```

umin=92;
uo=1268;
alfa=0.91;
un=umin+uo./(1+(N./Nref).^alfa);
% Movilidad de huecos
% Parametros
Nref=2.35e17;
umin=54.3;
uo=406.9;
alfa=0.88;
up=umin+uo./(1+(N./Nref).^alfa);
semilogx(N,un);
semilogx(N,up);

```

Otro efecto en la conducción sucede con el aumento de la temperatura, el cual produce mayores efectos de colisión, reduciendo la movilidad. Para bajos dopados, la disminución de movilidad con respecto a la temperatura sigue una ley aproximadamente polinomial:  $\mu_n \approx T^{-2,3}$  y  $\mu_p \approx T^{-2,3}$ . Para dopados mayores, la movilidad de los portadores sigue disminuyendo con la temperatura, pero a una



tasa menor debido a los efectos de las colisiones con las impurezas ionizadas. Estos efectos pueden modelarse, utilizando una corrección –función de la temperatura– para cada uno de los parámetros de (2.41), de acuerdo a la siguiente fórmula:

$$[\text{parámetro}] = [\text{parámetro}]_{300} \left( \frac{T}{300} \right)^{\eta} \quad (2.43)$$

donde  $[\text{parámetro}]$  representa uno cualquiera de los siguientes parámetros:  $\mu_{min}$ ,  $\mu_o$ ,  $N_{ref}$  o  $\alpha$ ;  $[\text{parámetro}]_{300}$  es el valor del parámetro a  $T = 300K$ ,  $T$  es la temperatura en Kelvin y  $\eta$  es una constante que depende del parámetro específico. En el caso particular de Silicio, para el parámetro  $N_{ref}$ , debe considerarse  $\eta = 2,4$ ; para el parámetro  $\mu_{min}$ , debe considerarse  $\eta = -0,57$ ; para el parámetro  $\mu_o$ , en el caso de electrones, debe considerarse  $\eta = -2,33$ , y en el caso de huecos, debe considerarse  $\eta = -2,23$ ; para el parámetro  $\alpha$ , debe considerarse  $\eta = -0,146$ .

Por último, es preciso señalar que, conforme el campo eléctrico aumenta, la velocidad de los portadores comienza a experimentar un efecto de saturación. Este efecto se nota para campos eléctricos cercanos a  $10^4 V/cm$ , cuando la velocidad de saturación se aproxima a  $v_{(sat)} = 10^7 cm/s$ , como se muestra en la Fig. 2.19. Esta situación es típica en dispositivos VLSI de dimensiones submicrométricas debido a los mayores campos eléctricos<sup>14</sup>.

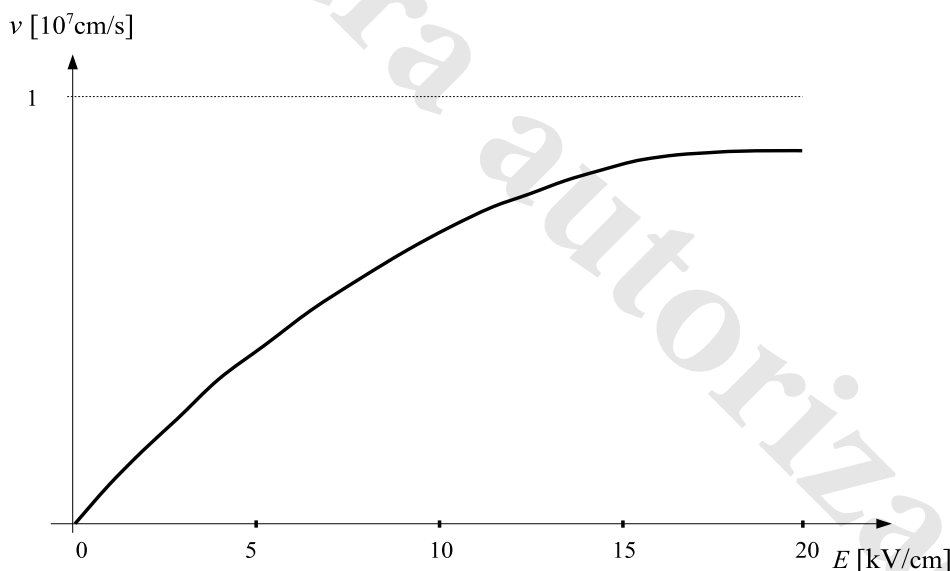


Figura 2.19: Velocidad de arrastre de electrones en función del campo eléctrico aplicado.

### Densidad de corriente de arrastre

Para calcular la densidad de corriente de arrastre, se debe analizar la variación de la carga con respecto al tiempo ( $i = dQ/dt$ ), ante la presencia de un campo eléctrico. Para ello, se considerará un volumen dado de portadores y se calculará cuál es la variación de carga por unidad de tiempo, a través de un plano de referencia. Se asumirá un campo eléctrico positivo, es decir, un campo eléctrico que mueve cargas positivas hacia  $x > 0$  y cargas negativas hacia  $x < 0$ . En el caso de huecos, en un intervalo de tiempo  $\Delta t$ , el volumen de carga existente es:

<sup>14</sup>El campo eléctrico se origina cuando un potencial dado se aplica sobre un material de cierta longitud. En los procesos submicrométricos, las dimensiones de los dispositivos se reducen agresivamente. Las tensiones de funcionamiento también se reducen, para disminuir los campos eléctricos, pero en menor relación.

$$\Delta V = Av_p^a \Delta t \quad (2.44)$$

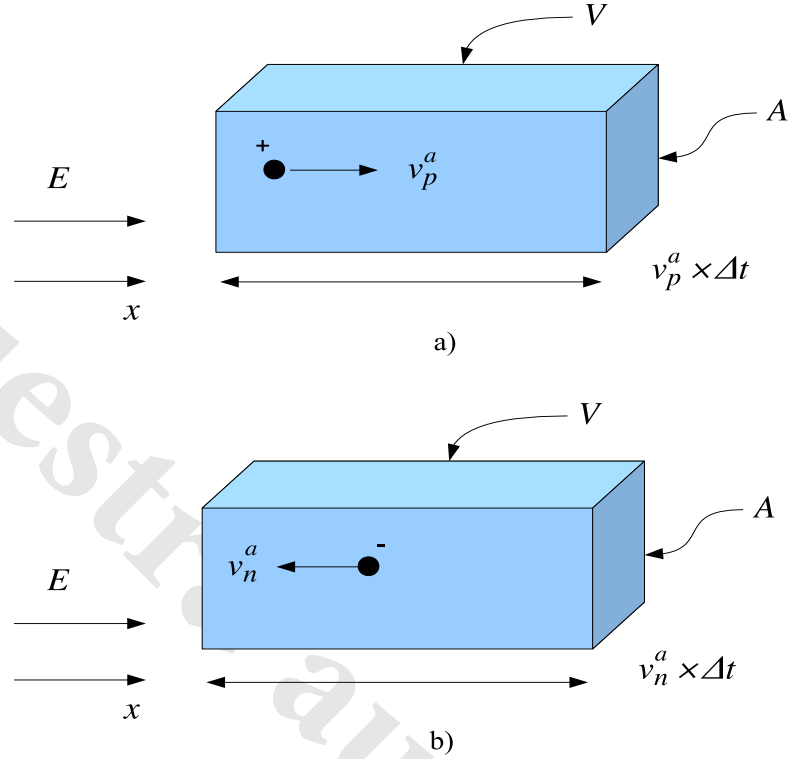


Figura 2.20: Volumen de referencia y conducción de portadores por arrastre: a) huecos; b) electrones.

El número de portadores positivos  $\Delta N_p$ , que cruzan el plano de referencia, es igual a la concentración de portadores  $p$ , multiplicada por el volumen  $\Delta V$  (ver Fig. 2.20-a):

$$\Delta N_p = p \Delta V \quad (2.45)$$

La carga asociada a estos portadores es:

$$\Delta Q = q \Delta N_p = qp \Delta V \quad (2.46)$$

La densidad de corriente de arrastre se calcula como el número de portadores que atraviesan el plano de referencia, por unidad de área y de tiempo:

$$j_p^a = \frac{\Delta Q}{A \Delta t} = \frac{qpAv_p^a \Delta t}{A \Delta t} = qp v_p^a \quad (2.47)$$

Si se recuerda que  $v_p^a = \mu_p E$ , luego:

$$\boxed{j_p^a = qp \mu_p E} \quad (2.48)$$

De aquí se ve que la corriente de arrastre de huecos es proporcional a la densidad de portadores, a la movilidad y al campo eléctrico. Debe notarse, en este caso, que un campo eléctrico positivo  $E > 0$ , produce una velocidad de huecos positiva  $v_p^a$  (es decir, huecos moviéndose de izquierda a derecha), y por lo tanto, una corriente de arrastre  $j_p^a > 0$ .

Para el caso de los electrones, la carga en el volumen (ver Fig. 2.20-b) es:

$$\Delta Q = -qn\Delta V \quad (2.49)$$

con lo cual, la corriente de arrastre de electrones es:

$$j_n^a = \frac{\Delta Q}{A\Delta t} = \frac{-qnAv_n^a\Delta t}{A\Delta t} = -qnv_n^a \quad (2.50)$$

Si se recuerda que  $v_n^a = -\mu_n E$ , luego:

$$j_n^a = qn\mu_n E \quad (2.51)$$

A diferencia del caso anterior, un campo eléctrico positivo  $E > 0$  produce una velocidad de electrones negativa  $v_n^a < 0$  (es decir, electrones moviéndose de derecha a izquierda), y por lo tanto, una corriente de arrastre  $j_n^a > 0$ .

Por último, es importante notar tanto en (2.48) como en (2.51), que la corriente es proporcional al producto del número de portadores y la movilidad. El aumento del dopado hace que el número de portadores aumente y que la movilidad disminuya. Por ende, estos dos factores tienen efectos opuestos sobre la conducción. ¿Cuál es el efecto predominante? El aumento de portadores es directamente proporcional a la introducción de impurezas y varía, aproximadamente, seis órdenes de magnitud ( $10^{13} - 10^{19}$ ); la disminución de movilidad es de catorce veces para los electrones (de  $1400\text{cm}^2/\text{Vs}$  a  $100\text{cm}^2/\text{Vs}$ ) y de diez veces para los huecos (de  $500\text{cm}^2/\text{Vs}$  a  $50\text{cm}^2/\text{Vs}$ ), para la variación mencionada de dopaje. Es claro que el efecto del aumento de portadores es significativamente mayor que la disminución de movilidad. Por ende, el efecto neto del dopado es el aumento de la conducción de corriente, debido al aumento de la cantidad de portadores.

### 2.4.2. Difusión

Tanto los electrones como los huecos en Silicio están en movimiento producto de la energía térmica. Como se vio, esto provoca un movimiento aleatorio de ambos tipos de portadores. Si la concentración de portadores es homogénea, entonces el movimiento aleatorio de portadores no produce una corriente neta y la misma es nula.

A continuación, se verá que, si hay diferencias en las concentraciones de portadores, el movimiento aleatorio produce un reordenamiento que tiende a equilibrar las concentraciones, produciendo un movimiento de portadores, desde las regiones de mayor concentración hacia las de menor concentración<sup>15</sup>.

Para el análisis, se considera una concentración con un gradiente no nulo y un plano de referencia a través del cual pasarán los portadores. Se considera, por simplicidad, que el movimiento de portadores sucede solo en el eje  $x$ . A cada lado del plano de referencia, se analiza una región de sección transversal  $A$  y de longitud  $\Delta x$ , tal como se ilustra en la Fig. 2.21. En esta figura, el volumen de cada región resultante a ambos lados del plano de referencia, es el producto de la longitud a lo largo del eje  $x$  y la sección transversal  $A$ . La altura de la curva define la concentración conforme varía  $x$ . Si se considera que  $\Delta x = \lambda$ , luego de un tiempo  $\tau_c$ , todos los portadores contenidos en el volumen  $A\lambda$  se moverán, por efecto térmico, una distancia  $\lambda$ . De esta manera, todos los portadores iniciales habrán abandonado el volumen luego de transcurrido el tiempo  $\tau_c$ . Dado que el movimiento térmico es aleatorio, es natural suponer que los portadores no tienen preferencia por alguna dirección; debido a ello, una mitad migrará hacia el volumen de la derecha, y la otra hacia el volumen de la izquierda. El plano de referencia verá pasar, entonces, la mitad de los portadores del volumen a su izquierda,  $P_i/2$ , hacia la derecha y la mitad de los portadores del volumen a su derecha,  $P_d/2$ , hacia la izquierda. Resulta claro entonces que el flujo

<sup>15</sup>El fenómeno es equivalente a la difusión de un gas en el aire o de tinta en el agua.

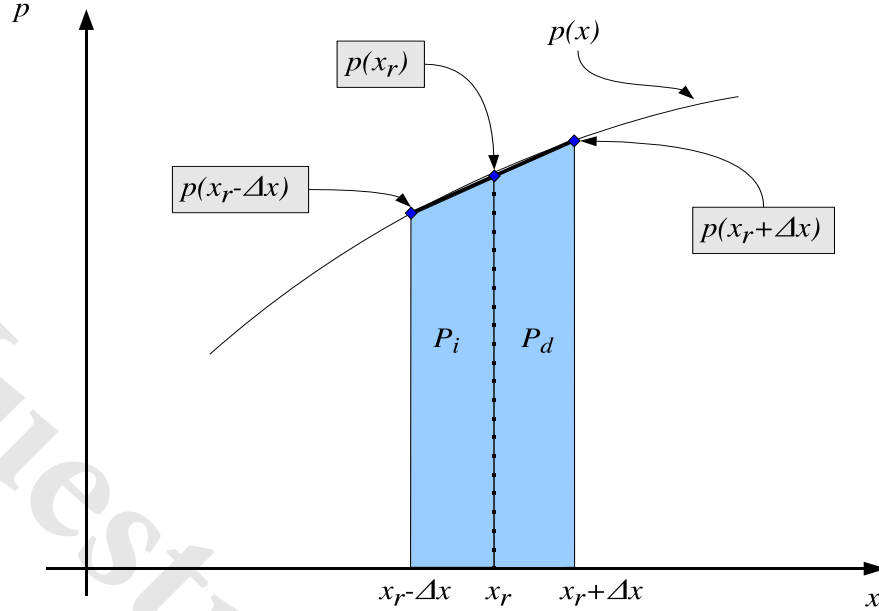


Figura 2.21: Difusión de portadores con un gradiente no nulo de concentración.

neto de portadores, de izquierda a derecha,  $F$ , es:

$$F = \frac{P_i}{2} - \frac{P_d}{2} \quad (2.52)$$

Por lo tanto, el flujo de portadores ocurrirá del volumen con mayor concentración de portadores hacia el volumen con menor concentración de portadores. Por ejemplo, en el caso de que la concentración a la izquierda,  $P_i$ , sea menor que la concentración a la derecha,  $P_d$ , como sucede en la Fig. 2.21, el flujo satisfará:

$$F = \frac{P_i - P_d}{2} < 0 \quad (2.53)$$

Esta es la base conceptual para entender el desplazamiento de portadores por difusión. A continuación, se halla la relación matemática entre el flujo y la concentración de portadores.

### Densidad de corriente de difusión

Se analiza, primero, el caso en que los portadores son huecos. En primer lugar, se aproxima la concentración de portadores, en un entorno de la ubicación  $x_r$  del plano de referencia, por medio de la expansión de Taylor:

$$p(x_r + \Delta x) = p(x_r) + \left. \frac{dp}{dx} \right|_{x=x_r} \Delta x \quad (2.54)$$

Es claro que valores de  $\Delta x$  positivos corresponden a puntos a la derecha de  $x_r$  y valores de  $\Delta x$  negativos corresponden a puntos a la izquierda de  $x_r$ .

Si se supone que la expansión lineal aproxima con precisión el perfil de portadores (lo cual es cierto, dado que el intervalo en consideración,  $\lambda$ , es pequeño), los portadores en el intervalo  $[x_r - \Delta x, x_r]$ , pueden aproximarse como<sup>16</sup>:

<sup>16</sup>El lector puede verificar que (2.55) corresponde al área del trapecio de la izquierda en la Fig. 2.21.

$$P_i = A\lambda \frac{p(x_r - \Delta x) + p(x_r)}{2} \quad (2.55)$$

Si se reemplaza la expansión de Taylor (2.54), considerando  $\Delta x = -\lambda$ , en (2.55), resulta:

$$P_i = A\lambda \frac{1}{2} \left( 2p(x_r) - \left. \frac{dp}{dx} \right|_{x=x_r} \lambda \right) \quad (2.56)$$

De manera similar, los portadores a la derecha de  $x_r$  pueden aproximarse como:

$$P_d = A\lambda \frac{p(x_r + \Delta x) + p(x_r)}{2} \quad (2.57)$$

que luego de reemplazar (2.54), considerando  $\Delta x = \lambda$ , resulta:

$$P_d = A\lambda \frac{1}{2} \left( 2p(x_r) + \left. \frac{dp}{dx} \right|_{x=x_r} \lambda \right) \quad (2.58)$$

De acuerdo al razonamiento realizado, la densidad de corriente puede calcularse como:

$$J_p = \frac{q}{A\tau_c} \left( \frac{1}{2} P_i - \frac{1}{2} P_d \right) \quad (2.59)$$

Luego de reemplazar las expresiones de  $P_i$  y  $P_d$  en (2.59), se obtiene:

$$J_p = \frac{q}{2A\tau_c} A\lambda \frac{1}{2} \left( 2p(x_r) - \left. \frac{dp}{dx} \right|_{x=x_r} \lambda - 2p(x_r) - \left. \frac{dp}{dx} \right|_{x=x_r} \lambda \right) \quad (2.60)$$

que puede reducirse a:

$$J_p = -qD_p \left. \frac{dp}{dx} \right|_{x=x_r} \quad (2.61)$$

donde  $D_p = \frac{\lambda^2}{2\tau_c}$ , es el coeficiente de difusividad de huecos.

La Fig. 2.22 ilustra las corrientes resultantes de huecos para un perfil de portadores genérico. En la zona previa al máximo, la concentración de huecos aumenta y, por ende, su gradiente es positivo. En esta zona, de acuerdo a (2.61), la corriente será negativa, producto de los huecos que se mueven de derecha a izquierda. En la zona posterior al máximo, la concentración disminuye y el gradiente es negativo. De acuerdo a (2.61), la corriente es positiva, producto de los huecos que se mueven de izquierda a derecha.

En el caso en que los portadores son electrones, la aproximación de Taylor al perfil de concentración resulta:

$$n(x_r + \Delta x) = n(x_r) + \left. \frac{dn}{dx} \right|_{x=x_r} \Delta x \quad (2.62)$$

Los portadores en el intervalo  $[x_r - \Delta x, x_r]$ , pueden aproximarse como:

$$P_i = A\lambda \frac{n(x_r - \Delta x) + n(x_r)}{2} \quad (2.63)$$

Si se reemplaza (2.62) en (2.63), considerando  $\Delta x = \lambda$ , resulta:

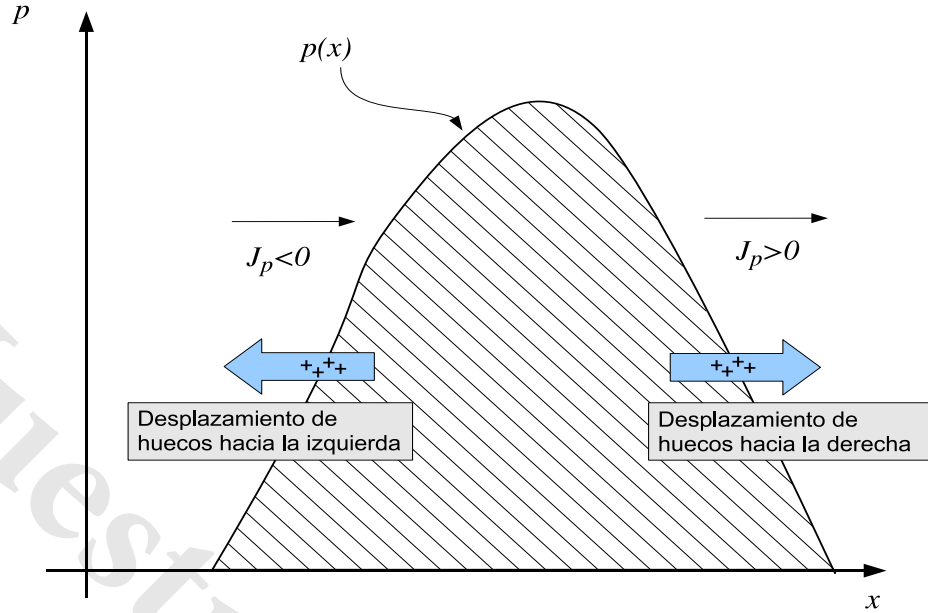


Figura 2.22: Difusión de huecos y corrientes resultantes.

$$P_i = A\lambda \frac{1}{2} \left( n(x_r) - \left. \frac{dn}{dx} \right|_{x=x_r} \lambda \right) \quad (2.64)$$

De manera similar, los portadores a la derecha de  $x_r$  pueden aproximarse como:

$$P_d = A\lambda \frac{n(x_r + \Delta x) + n(x_r)}{2} \quad (2.65)$$

que luego de reemplazar (2.62), considerando  $\Delta x = \lambda$ , resulta:

$$P_d = A\lambda \frac{1}{2} \left( n(x_r) + \left. \frac{dn}{dx} \right|_{x=x_r} \lambda \right) \quad (2.66)$$

De acuerdo al razonamiento realizado, la densidad de corriente puede calcularse como:

$$J_n = -\frac{q}{A\tau_c} \left( \frac{1}{2}P_i - \frac{1}{2}P_d \right) \quad (2.67)$$

Luego de reemplazar las expresiones de  $P_i$  y  $P_d$  en (2.67), se obtiene:

$$J_n = -\frac{q}{2A\tau_c} A\lambda \frac{1}{2} \left( n(x_r) - \left. \frac{dn}{dx} \right|_{x=x_r} \lambda - n(x_r) - \left. \frac{dn}{dx} \right|_{x=x_r} \lambda \right) \quad (2.68)$$

que puede reducirse a:

$$J_n = qD_n \left. \frac{dn}{dx} \right|_{x=x_r} \quad (2.69)$$

donde  $D_n = \lambda^2/2\tau_c$ , es el coeficiente de difusividad de electrones.

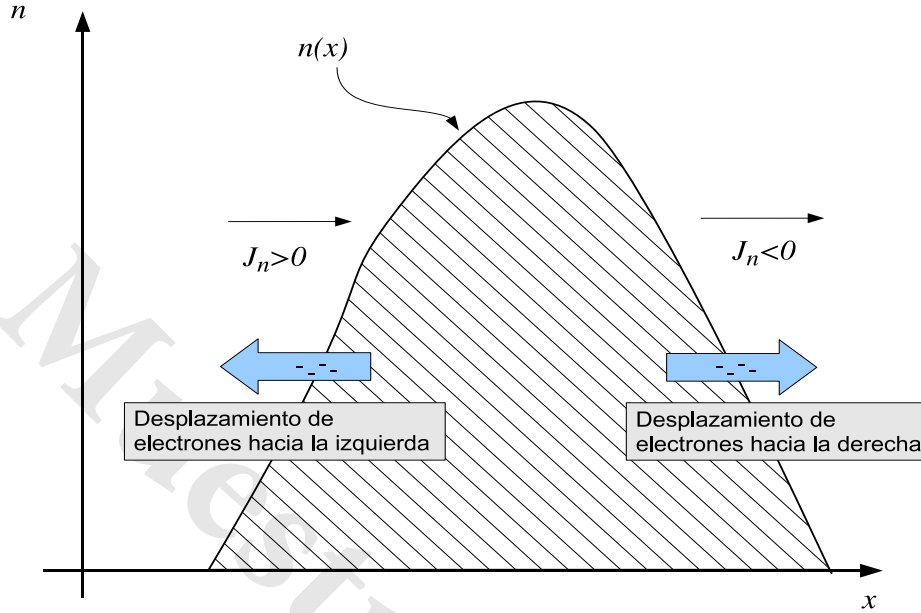


Figura 2.23: Difusión de electrones y corrientes resultantes.

La Fig. 2.23 ilustra las corrientes resultantes de electrones para un perfil de portadores genérico. En la zona previa al máximo, la concentración de electrones aumenta y, por ende, su gradiente es positivo. En esta zona, de acuerdo a (2.69), la corriente es positiva, producto de los electrones que se mueven de derecha a izquierda. En la zona posterior al máximo, la concentración disminuye y el gradiente es negativo. De acuerdo a (2.69), la corriente es negativa, producto de los electrones que se mueven de izquierda a derecha.

### 2.4.3. Resistividad de una lámina de Silicio

Esta sección ejemplifica la conducción por arrastre, mediante el cálculo de la resistividad de una lámina de Silicio, de longitud  $L$ , ancho  $W$  y profundidad  $t$ . Se supone que la misma tiene ambos tipos de portadores, tanto electrones como huecos. Debido a la ausencia de estímulos externos, la concentración de portadores en la muestra es constante, y no hay corriente de difusión. La corriente total será de arrastre, producto del campo eléctrico aplicado y tendrá dos componentes:

$$j^a = j_p^a + j_n^a = qp\mu_p E + qn\mu_n E \quad (2.70)$$

Dado que la densidad de carga neta en la lámina es nula, el campo eléctrico será constante. La tensión aplicada a la muestra  $V$ , satisfará  $V = E \times L$ . Por lo tanto, (2.70) puede reescribirse como:

$$j^a = q(p\mu_p + n\mu_n)V/L \quad (2.71)$$

Teniendo en cuenta que  $j^a = I/(Wt)$ , (2.71) puede escribirse como:

$$\frac{V}{I} = \frac{L}{Wtq(p\mu_p + n\mu_n)} \quad (2.72)$$

En esta última ecuación, puede reconocerse la resistividad de la lámina:

$$\rho \triangleq \frac{1}{q(p\mu_p + n\mu_n)} \quad (2.73)$$

En el diseño de circuitos integrados, es común dar el valor de resistencia de una lámina, cuya longitud es igual a su ancho<sup>17</sup>, es decir,  $L = W$ . En este caso, se define la resistencia superficial, o resistencia por cuadrado, de la siguiente manera:

$$R_{\square} \triangleq \frac{1}{tq(p\mu_p + n\mu_n)} \quad (2.74)$$

**Ejemplo 11** Una muestra de Silicio, de dimensiones  $L = 10\mu m$ ,  $W = 2\mu m$ ,  $t = 1\mu m$ , se dopa con una concentración de Arsénico  $N_d = 10^{15} cm^{-3}$ . Determine la resistencia, resistividad y resistencia por cuadrado de la lámina. Si se aplica una tensión  $V = 1V$  sobre la misma: ¿cuál es la corriente y el tiempo de tránsito de los portadores?

Para este dopado, utilizando la rutina del Ejemplo 10, se obtiene  $\mu_n = 1345 cm^2/Vs$ . La cantidad de portadores negativos es  $n = N_d = 10^{15} cm^{-3}$  y los portadores positivos son despreciables. La resistividad es entonces:

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{1}{1345 \frac{cm^2}{Vs} \times 10^{15} \frac{1}{cm^3} \times 1,6 \times 10^{-19} C} \\ &= \frac{1}{1345 \times 10^{15} \times 1,6 \times 10^{-19}} \Omega cm \\ &= \frac{1}{0,2152} \Omega cm \\ &= 4,64 \Omega cm \end{aligned} \quad (2.75)$$

La resistencia por cuadrado es:

$$R_{\square} = \frac{\rho}{t} = \frac{4,64 \Omega \times 10,000 \mu m}{1 \mu m} = 46,4 K\Omega \quad (2.76)$$

y la resistencia de la lámina es:

$$R = 4,64 \Omega \frac{10,000 \mu m \times 10 \mu m}{2 \mu m \times 1 \mu m} = 232 K\Omega \quad (2.77)$$

Si se aplica una tensión  $V = 1V$ , la corriente es  $I = 1V/232 K\Omega = 4,31 \mu A$ . Para calcular el tiempo de tránsito, es necesario calcular la carga total en la lámina, que es igual a:

$$\begin{aligned} Q &= W \times L \times t \times q \times N_d = 10 \mu m \times 2 \mu m \times 1 \mu m \times 10^{15} cm^{-3} \times q \\ &= 2 \times 10^5 \times 1,6 \times 10^{-19} C = 3,2 \times 10^{-14} C \end{aligned} \quad (2.78)$$

El tiempo de tránsito es:

$$\tau = \frac{3,2 \times 10^{-14} C}{4,31 \mu A} = 7,42 ns \quad (2.79)$$

<sup>17</sup>Se trata de una resistencia de forma cuadrada, vista desde arriba.



## 2.5. Potenciales relativos en Silicio

En esta sección, se introduce un potencial de referencia que resulta conveniente para futuros análisis. Para ello, se analiza la corriente total de portadores en un trozo de Silicio, *sin potenciales externos aplicados*. Si se comienza analizando el caso de los electrones, la corriente total debe ser nula, es decir:

$$\begin{aligned} J_n &= qn\mu_n E + qD_n \frac{dn}{dx} = 0 \\ &= qn\mu_n \frac{-d\phi}{dx} + qD_n \frac{dn}{dx} = 0 \end{aligned} \quad (2.80)$$

De (2.80), surge una relación entre potencial y densidad de concentración de portadores:

$$d\phi = \frac{D_n}{\mu_n} \left( \frac{dn}{n} \right) = U_T \left( \frac{dn}{n} \right) \quad (2.81)$$

donde  $U_T$  es la tensión térmica, que se define como:

$$U_T \triangleq kT/q \quad (2.82)$$

y posee un valor de  $25mV$  a temperatura ambiente; y

$$D_n = \mu_n U_T \quad (2.83)$$

es llamada, junto a su ecuación análoga para el caso P, relación de Einstein [8].

Si se consideran dos lugares del material,  $x_a$  y  $x_b$ , con distintas concentraciones,  $n_a = n(x_a)$  y  $n_b = n(x_b)$ , y se integra (2.81) para hallar la diferencia de potencial, se llega a:

$$\int_{x_a}^{x_b} d\phi = U_T \int_{n_a}^{n_b} \frac{1}{n} dn \quad (2.84)$$

La solución a (2.84) es:

$$\phi(x_b) - \phi(x_a) = U_T \times \ln \frac{n_b}{n_a} \quad (2.85)$$

El potencial es una magnitud relativa, por lo tanto, lo que resulta relevante es la diferencia de potencial entre dos puntos, siendo arbitrario el valor de referencia que se tome para ambos. Un valor conveniente como referencia es el de Silicio intrínseco. Para definir este valor de referencia, se asume que:

$$\phi(x) = 0 \text{ si } n(x) = n_i \quad (2.86)$$

Si se reemplaza (2.86) en (2.85), resulta:

$$\phi(x_b) = U_T \times \ln \frac{n_b}{10^{10}} \quad (2.87)$$

Considerando que:

$$U_T \times \ln \left( \frac{n_b}{10^{10}} \right) = \frac{U_T}{\log(e)} \times \log \left( \frac{n_b}{10^{10}} \right) \quad (2.88)$$

la Ec. (2.87) resulta en la “Regla de los  $60mV$ ” [10]:

$$\phi(x_b) = 60mV \times \log \left( \frac{n_b}{10^{10}} \right) \quad (2.89)$$

Esta regla permite calcular, fácilmente, el potencial de una especie de Silicio dopado, con respecto a Silicio intrínseco: por cada orden de magnitud de dopado con respecto a Silicio intrínseco, se producen  $60mV$  adicionales de tensión. Por ejemplo, si  $x_b$  está dopado con  $N_d = 10^{15}$ , entonces,  $n = 10^{15}$ ,  $\log(10^{15}/10^{10}) = 5$  y la diferencia de potencial resultante es de  $5 \times 60mV = 300mV$ . Por el contrario, si  $x_b$  está dopado con  $N_d = 10^5$ , entonces,  $n = 10^5$ ,  $\log(10^5/10^{10}) = -5$  y la diferencia de potencial resultante es de  $-5 \times 60mV = -300mV$ .

Para el caso de la corriente de huecos, se puede realizar el mismo desarrollo, partiendo de:

$$\begin{aligned} J_p &= qp\mu_p E - qD_p \frac{dp}{dx} = 0 \\ &= qp\mu_p \frac{-d\phi}{dx} - qD_p \frac{dp}{dx} = 0 \end{aligned} \quad (2.90)$$

de donde surge la relación:

$$d\phi = \frac{D_p}{\mu_p} \left( \frac{dn}{n} \right) = U_T \left( \frac{dn}{n} \right) \quad (2.91)$$

con

$$D_p = \mu_p U_T \quad (2.92)$$

por la relación de Einstein. También se puede operar directamente (2.89); de hecho, dado que  $n_b \times p_b = n_i^2$ , por la Ley de Acción de Masas, (2.89) puede escribirse como:

$$\phi(x_b) = -60mV \times \log \left( \frac{p_b}{10^{10}} \right) \quad (2.93)$$

Repitiendo el ejemplo anterior, si  $x_b$  está dopado con  $N_a = 10^{15}$ , entonces,  $p = 10^{15}$ ,  $\log(10^{15}/10^{10}) = 5$  y la diferencia de potencial resultante es de  $5 \times 60mV = 300mV$ . Por el contrario, si  $x_b$  está dopado con  $N_a = 10^5$ , entonces,  $p = 10^5$ ,  $\log(10^5/10^{10}) = -5$ , y la diferencia de potencial resultante es de  $-5 \times 60mV = -300mV$ .

¿Cuál es el significado de la aparición de una diferencia de potencial entre Silicio con diferentes niveles de dopado? Es importante notar que esta diferencia de potencial surge como consecuencia del requisito impuesto de que la corriente neta sea nula, tal como indican (2.80) y (2.90), que se repiten por comodidad:

$$\begin{aligned} J_n &= qn\mu_n E + qD_n \frac{dn}{dx} = 0 \\ J_p &= qp\mu_p E - qD_p \frac{dp}{dx} = 0 \end{aligned}$$

Es decir, la diferencia de potencial es necesaria para que la corriente de difusión de electrones sea cancelada por una corriente de arrastre de electrones y para que la corriente de difusión de huecos sea cancelada por una corriente de arrastre de huecos. Las corrientes de difusión se originan, naturalmente, por la diferencia de concentraciones. Nótese entonces de (2.80), que en el caso en que haya una región con dopado tipo N, como se ilustra en la Fig. 2.24, la misma tendrá potencial positivo con respecto a Silicio intrínseco. Este potencial positivo producirá un flujo de electrones hacia el silicio dopado, que cancelará la corriente de difusión de electrones del silicio dopado al intrínseco (producto de la mayor concentración de electrones en esa zona).

Por el contrario, la región con dopado tipo P tendrá potencial negativo con respecto a Silicio intrínseco. Este potencial negativo produce un flujo de huecos hacia el silicio dopado, que cancela la corriente de difusión de huecos del silicio dopado al intrínseco (producto de la mayor concentración de huecos en esa zona). En la Fig. 2.24, las flechas con portadores indican el flujo de portadores (no la dirección de la corriente) resultante.

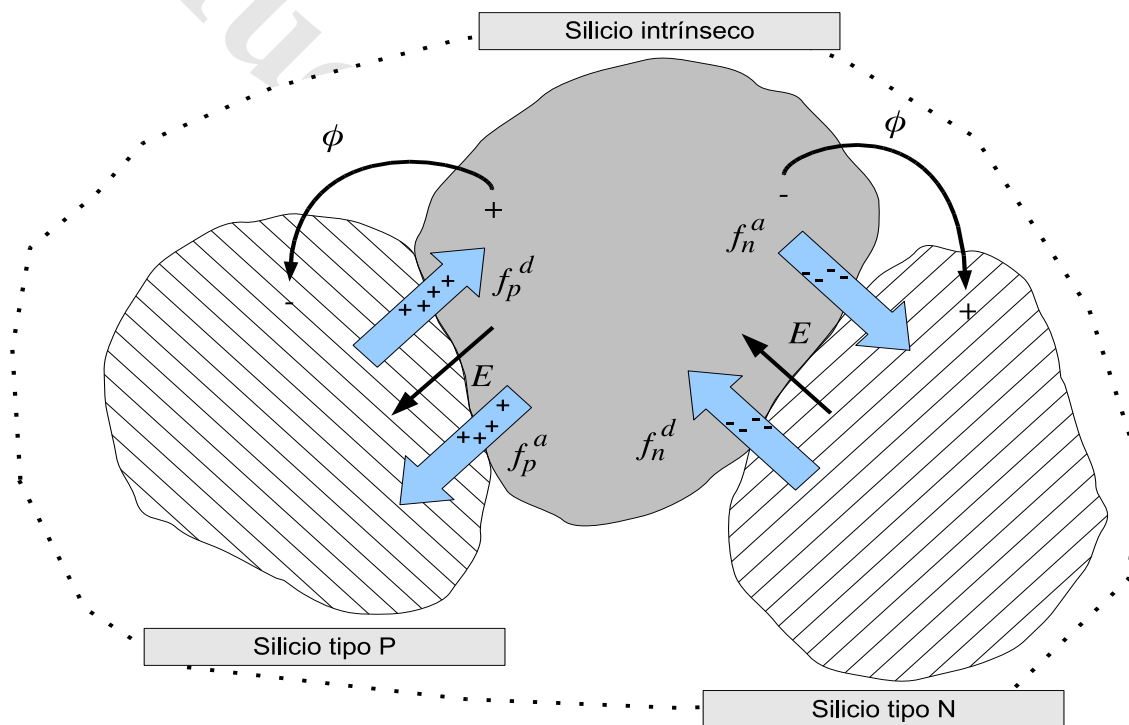


Figura 2.24: Dos regiones con diferentes dopados y los flujos de portadores resultantes, con respecto a Silicio intrínseco:  $f_n^d$  y  $f_n^a$  son los flujos de difusión y arrastre, respectivamente, de electrones;  $f_p^d$  y  $f_p^a$  son los flujos de difusión y arrastre, respectivamente, de huecos.

# Introducción a los dispositivos semiconductores: principios y modelos

Este libro brinda una introducción a la electrónica en semiconductores -también llamada de estado sólido- para carreras de Ingeniería en electrónica, electricidad, computadoras, comunicaciones, control y sistemas. Provee una explicación de los mecanismos de conducción eléctrica en Silicio, que luego se utiliza para el desarrollo de cuatro dispositivos fundamentales de la electrónica actual: el diodo de juntura, el capacitor Metal-Oxido-Semiconductor (MOS), el transistor MOS, y el transistor bipolar de juntura. El libro conduce al estudiante a que entienda el funcionamiento de cada dispositivo, partiendo de sus principios fundamentales, y que a partir de allí, comprenda en profundidad los diferentes modelos eléctricos que puede utilizar para representarlo, sus alcances y limitaciones. El objetivo último es que el estudiante conozca y sepa utilizar los distintos modelos de los dispositivos electrónicos, de acuerdo al rango de amplitud y frecuencia, para su utilización futura en el diseño y análisis de circuitos.



PEDRO JULIAN

Pedro Julián es Ingeniero Electrónico y Doctor en Control de Sistemas de la Universidad Nacional del Sur. Realizó estudios postdoctorales en las universidades de California en Berkeley, EEUU, y Johns Hopkins en Baltimore, EEUU, donde también se desempeñó como profesor visitante. Actualmente es profesor en la Universidad Nacional del Sur e investigador en CONICET. Es uno de los miembros fundadores del Grupo de Investigación en Sistemas Electrónicos y Electromecatrónicos (GISEE) y del Laboratorio de Micro y Nano Electrónica (LMNE). En el año 2009, recibió el premio Bernardo Houssay del Ministerio de Ciencia y Tecnología de la Nación, y en el año 2010, el premio de la Academia Nacional de Ciencias Físicas, Exactas y Naturales. Es uno de los creadores de la Escuela Argentina de Micro-Nano Electrónica, Tecnología y Aplicaciones (EAMTA).