## Física básica para entender los dispositivos

#### Dispostivos Semiconductores

Maestría en Ciencias de la Ingeniería
Universidad de Buenos Aires, Facultad de Ingeniería

Docentes a cargo: M. G. González y S. H. Carbonetto

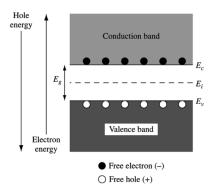


### Tabla de contenido

- Bandas de energía en Silicio
  - Banda prohibida
  - Densidad de estados
  - Nivel de Fermi
  - Concentración de portadores
- Semiconductor extrínseco
  - Donores y aceptores
  - Nivel de Fermi en silicio extrínseco
  - Silicio dopado degeneradamente
- Transporte de portadores
  - Corriente de arrastre y difusión
- Ecuaciones básicas para el funcionamiento del dispositivo
  - Poisson
  - Densidad de corriente y cuasi-niveles de Fermi
- Generación y recombinación
  - Teoría SRH
  - Ecuación de continuidad y tiempos de vida/respuesta de los portadores

#### Banda Prohibida

Una de las aplicaciones más importantes de la mecánica cuántica en este rubro es el modelo del comportamiento de los electrones en un sólido en el que las energías "admitidas" están **agrupadas en bandas**.



BC: Banda de Conducción; BV: Banda de Valencia.

### Propiedades interesantes de materiales usados en CI

Physical properties of Si and SiO<sub>2</sub> at room temperature (300 K)

Property	Si	SiO <sub>2</sub>
Atomic/molecular weight	28.09	60.08
Atoms or molecules/cm <sup>3</sup>	$5.0 \times 10^{22}$	$2.3 \times 10^{22}$
Density (g/cm <sup>3</sup> )	2.33	2.27
Crystal structure	Diamond	Amorphous
Lattice constant (Å)	5.43	
Energy gap (eV)	1.12	8-9
Dielectric constant	11.7	3.9
Intrinsic carrier concentration (cm <sup>-3</sup> )	$1.0 \times 10^{10}$	_
Carrier mobility (cm <sup>2</sup> /V-s)	Electron: 1,430	_
	Hole: 480	_
Effective density of states (cm <sup>-3</sup> )	Conduction band, $N_c$ : $2.9 \times 10^{19}$	_
	Valence band, $N_{\nu}$ : $3.1 \times 10^{19}$	_
Breakdown field (V/cm)	$3 \times 10^{5}$	$> 10^{7}$
Melting point (°C)	1,415	1600-1700
Thermal conductivity (W/cm-°C)	1.5	0.014
Specific heat (J/g-°C)	0.7	1.0
Thermal diffusivity (cm <sup>2</sup> /s)	0.9	0.006
Thermal expansion coefficient (°C <sup>-1</sup> )	$2.5 \times 10^{-6}$	$0.5\times10^{-6}$

#### Densidad de estados

Para el caso de un **pozo infinito** de energía potencial, el número de estados cuánticos por unidad de volumen entre las energía E y E+dE:

$$g(E) dE = \frac{8\pi\sqrt{2}}{h^3} m^{3/2} \sqrt{E} dE$$
 (1)

¿Cómo aprovechar la ec. 1 que refiere solo a partículas libres sujetas choques instantáneos?

Teniendo en cuenta:

- el concepto de masa efectiva;
- ullet la E vs p al comienzo de la BC puede ajustarse a una parábola;
- no hay estados permitidos en la banda prohibida;
- la oblea de silicio (Si) es cortada en la dirección < 100 >;

$$g_c(E) dE = \frac{8\pi\sqrt{2}g_n}{h^3} \sqrt{m_{n_t}^* 2m_{n_l}^*} \sqrt{E - E_c} dE$$
 (2)

#### Densidad de estados

Lo mismo se puede hacer para los huecos en la BV:

$$g_v(E) dE = \frac{8\pi\sqrt{2}g_p}{h^3} \sqrt{m_{p_t}^*^2 m_{p_l}^*} \sqrt{E_v - E} dE$$
 (3)

Para simplificar es usual considerar  $m_t=m_l$  y  $g_n=g_p=1$ , quedando las siguientes ecuaciones:

$$g_c(E) dE = \frac{8\pi\sqrt{2}}{h^3} m_n^{*3/2} \sqrt{E - E_c} dE$$
 (4)

$$g_v(E) dE = \frac{8\pi\sqrt{2}}{h^3} m_p^{*3/2} \sqrt{E_v - E} dE$$
 (5)

#### Nivel de Fermi

En metales (M) y semiconductores (SC), la probabilidad de ocupación de un estado de energía en la BC está determinado por la función de **distribución de Fermi-Dirac**:

$$f_D(E) = \frac{1}{1 + \exp[(E - E_f)/kT]}$$
 (6)

En silicio, a T=300 K,  $E_f\approx E_g/2$ .

Esto implica que en la BC,  $E-E_f>>kT\approx E_g/40$ . Por lo tanto, la ec. 6 puede aproximarse a la distribución de Boltzmann:

$$f_D(E) \approx \exp\left[-(E - E_f)/kT\right] \quad \text{para} \quad E > E_c$$
 (7)

Lo mismo se puede hacer para los huecos en la BV:

$$f_D(E) \approx 1 - \exp\left[-(E_f - E)/kT\right]$$
 para  $E < E_v$  (8)

El nivel de Fermi juega un rol esencial en la caracterización del **estado de equilibrio de un sistema**:

Cuando dos sistemas están en equilibrio termodinámico (ETD), sus  $E_f$  deben ser iguales.

Por ejemplo, para una región continua compuesta por metales y semiconductores en contacto, el  $E_f$  en ETD es espacialmente constante a lo largo de toda la región.

## Concentración de portadores

Las densidades de  $e^-$  en la BC y de  $h^+$  en la BV en ETD:

$$n_o = \int_{E_c}^{+\infty} g_c(E) f_D(E) dE$$
 (9)

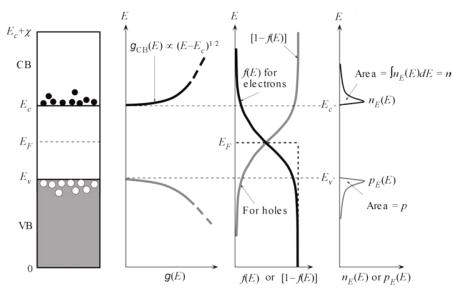
$$p_{o} = \int_{-\infty}^{E_{v}} g_{v}(E) \left[1 - f_{D}(E)\right] dE$$
 (10)

Usando las ecuaciones 4, 5, 7,8,

$$n_o = 2\left(\frac{2\pi kTm_n^*}{h^2}\right)^{3/2} \exp\left[-\frac{E_c - E_f}{kT}\right] = N_c \exp\left[-\frac{E_c - E_f}{kT}\right]$$
 (11)

$$p_o = 2\left(\frac{2\pi kTm_p^*}{h^2}\right)^{3/2} \exp\left[-\frac{E_f - E_v}{kT}\right] = N_v \exp\left[-\frac{E_f - E_v}{kT}\right] \quad (12)$$

# g(E), $f_D(E)$ , n(E) y p(E)



#### Parámetros intrínsecos

En una oblea de **silicio intrínseco** (puro) en ETD,  $n_o = p_o = n_i$ , entonces, a partir de las ecs. 11 y 12, se puede obtener una expresión del  $E_f$ :

$$E_{f_i} = \frac{E_c + E_v}{2} + \frac{kT}{2} \ln \left( \frac{N_v}{N_c} \right) \tag{13}$$

Reemplazando la ec. 13 en la ec. 11, se puede determinar la **concentración intrínseca**:

$$n_i = \sqrt{N_v N_c} \exp\left[-\frac{E_c - E_v}{2kT}\right] = \sqrt{N_v N_c} \exp\left[-\frac{E_g}{2kT}\right]$$
 (14)

Se puede apreciar que  $n_i$  depende solo de T y de los parámetros que definen al material SC.

Por otro lado, dado que  $N_c \approx N_v$ , se puede considerar  $E_{f_i} \approx E_g/2$ .

Si  $E_c >> E_f$  y  $E_v << E_f$ , las concentraciones  $n_o$  y  $p_o$  se pueden escribir en función de de las variable intrínsecas  $E_{f_i}$  y  $n_i$ :

$$n_o = n_i \exp\left[\frac{E_f - E_{f_i}}{kT}\right] \tag{15}$$

$$p_o = n_i \exp\left[\frac{E_{f_i} - E_f}{kT}\right] \tag{16}$$

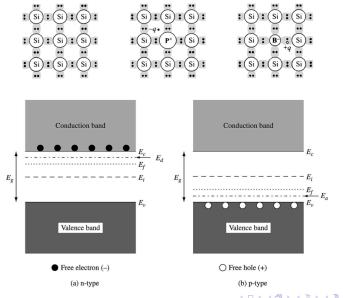
A partir de las ecs. 15 y 16 se obtiene:

### Ley de acción de masas

$$n_i^2 = n_o p_o \tag{17}$$

que es independiente de la concentración de impurezas en el SC

# Silicio tipo N y tipo P



Para un material **tipo N** se debe serguir cumpliendo la **neutralidad de carga** en toda la oblea:

$$n_o = N_d^+ + p_o$$
 (18)

$$N_d^+ = N_d \left[ 1 - f_D \left( E_d \right) \right] = N_d \left( 1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \exp\left[ \left( E_d - E_f \right) / kT \right]} \right)$$
 (19)

El 1/2 surge por la degeneración de espín. Reemplazando 11, 12 y 19 en 18 y considerando:

- $\bullet \ N_d^+ = N_d \qquad (E_f < E_d)$
- $\bullet \ N_d^+ >> p_o \qquad (p_o = n_i^2/N_d \quad {\rm con} \ N_d = 10^{13} 10^{17} cm^{-3})$
- $(N_d/N_c) \exp[(E_c E_f)/kT] << 1$

Se llega a la siguiente expresión:

$$E_c - E_f = kT \ln \left( N_c / N_d \right) \tag{20}$$

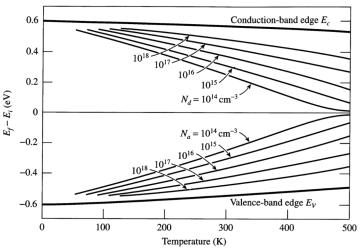
El mismo procedimiento se puede hacer para el tipo P:

$$E_f - E_v = kT \ln \left( N_v / N_a \right) \tag{21}$$

Las ecs. 20 y 21 se pueden dejar en función de los parámetros intrínsecos usando las ecs. 13 y 14

$$E_f - E_{f_i} = kT \ln \left( N_d / n_i \right) \tag{22}$$

$$E_{f_i} - E_f = kT \ln \left( N_a / n_i \right) \tag{23}$$



Para obtener el valor de las concentraciones  $n_o$  y  $p_o$  para un SC extrínseco, se usa la **condición de neutralidad eléctrica**:

$$p_o - n_o + N_d^+ - N_a^- = 0$$

La ecuación anterior se hace más sencilla si se supone que  $N_d^+=N_d$ ,  $N_a^-=N_a$ .

Para el caso **tipo N**  $(N_d > N_a)$  y usando la ec. 17:

$$n_o = \frac{1}{2} (N_d - N_a) + \sqrt{\frac{1}{4} (N_d - N_a)^2 + n_i^2}$$

$$p_o = \frac{n_i^2}{n_o}$$

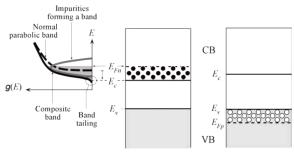
Por otro lado, para el caso **tipo P**  $(N_a > N_d)$ :

$$p_{o} = -\frac{1}{2} (N_{d} - N_{a}) + \sqrt{\frac{1}{4} (N_{d} - N_{a})^{2} + n_{i}^{2}}$$

$$n_{o} = \frac{n_{i}^{2}}{p_{o}}$$

## Silicio dopado degeneradamente

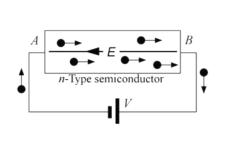
- Cuando  $N_{d,a} \geq N_{c,v}$  tal que  $E_f \geq E_c$  o  $E_f \leq E_v$  se dice que el silicio está degenerado.
- Para estos casos, la aproximación de Boltzmann no es válida y obtener una expresión analítica para la concentraciones de portadores se vuelve difícil.
- La banda prohibida se angosta dado que el nivel de impurezas se ensancha y forma una banda hasta el punto de unirse con la BC o BV, según el caso.

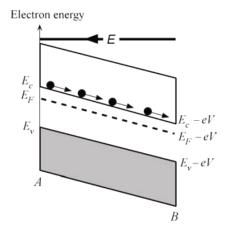


• En muchos casos, se puede suponer  $E_f \approx E_c$  (para  $n^+$ ) o  $E_f \approx E_v$  (para  $p^+$ )

#### Corriente de arrastre

Cuando se aplica una diferencia de potencial en un SC, todo el diagrama de bandas de energía se inclina porque ahora el  $e^-$  también tiene energía potencial eléctrica.



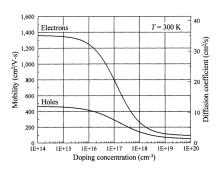


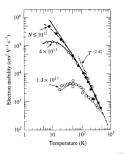
#### Movilidad

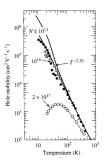
Al aplicar un campo eléctrico  $\mathscr E$ , los portadores son acelerados y adquieren una **velocidad de deriva**  $v_d$  superpuesta al movimiento térmico  $v_{th}$ . Si  $v_d << v_{th}$ ,

$$v_d = \frac{q \, l \, \mathscr{E}}{v_{th} \, m^*} = \frac{q \, \tau \, \mathscr{E}}{m^*} = \mu \, \mathscr{E} = \left(\frac{1}{\mu_L} + \frac{1}{\mu_I} + \frac{1}{\mu_S} + \dots\right)^{-1} \mathscr{E} \tag{24}$$

donde l es el camino libre medio y  $\mu$  la **movilidad** de los portadores.

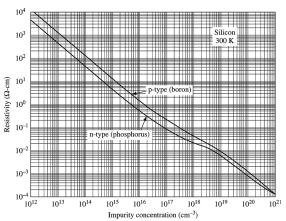






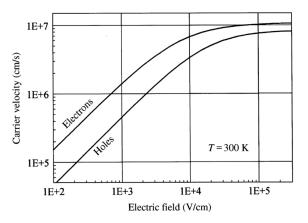
## Corriente de arrastre y resistividad

$$J_a = J_{a_n} + J_{a_p} = q \, n \, v_{d_n} + q \, p \, v_{d_p} = q \, (n \, \mu_n + p \, \mu_p) \, \mathscr{E} = \frac{1}{\rho} \, \mathscr{E}$$
 (25)



#### Velocidad de saturación

Para  $\mathscr E$  **elevados**, la energía cinética de los portadores se pierde por emisión fonón/fotón.



La  $v_{sat}$  es esencialmente independiente de  $N_{d,a}$  y depende débilmente con T  $(T \uparrow \uparrow \Rightarrow v_{sat} \downarrow)$ .

#### Corriente de difusión

Surge cuando existe una **gradiente espacial** de n o p:

$$J_d = J_{d_n} + J_{d_p} = q D_n \nabla n - q D_p \nabla p$$
 (26)

El flujo de portadores es desde donde hay una mayor concentración hacia donde hay una menor, o sea,  $\nabla n < 0$  y  $\nabla p < 0$ .

Para  $v_d << v_{th}$  y corrientes pequeñas (casi equilibrio) se cumple:

$$D \equiv v_{th} \, l = v_{th}^2 \, \tau \quad \wedge \quad \mu \equiv \frac{q \, \tau}{m^*} \quad \Rightarrow \quad \frac{D}{\mu} = \frac{m^* \, v_{th}^2}{q} \tag{27}$$

Y usando el **teorema de equipartición de la energía**  $\frac{1}{2}m^*v_{th}^2=\frac{1}{2}kT$  se puede objeter la **relación de Einstein**:

$$D = \frac{kT}{q} \,\mu \tag{28}$$

#### Ecuación de Poisson

Por convención, la **función potencial** es definida en términos del nivel de Fermi intrínseco (en 1-D):

$$\psi_i = -\frac{E_{f_i}}{q} \qquad \land \qquad \mathscr{E} = -\frac{d\psi_i}{dx} \tag{29}$$

donde el **menos** de la ecuación de la izquierda se debe a que  $E_{f_i}$  está definido para la energía del  $e^-$ , mientras que  $\psi_i$  lo está para una carga +. Entonces, la ecuación de Poisson se puede escribir como:

$$\frac{d^2\psi_i}{dx^2} = -\frac{d\mathscr{E}}{dx} = -\frac{\rho_{net}(x)}{\epsilon_{Si}} \tag{30}$$

En el caso de que estén presentes ambos tipos de impurezas:

$$\frac{d^2\psi_i}{dx^2} = -\frac{q}{\epsilon_{Si}} [p(x) - n(x) + N_d(x) - N_a(x)]$$
(31)

#### Relación de Boltzmann

Los  $e^-$  de un SC en ETD cumplen:

$$J_n(x) = J_{d_n}(x) + J_{a_n}(x) = 0$$
 (32)

Usando las ecs. 25 y 26,

$$q\mu_n n_o \mathcal{E} + q D_n \frac{dn_o}{dx} = 0 (33)$$

Luego, con las ecs. 29 y 28:

$$\frac{\mu_n}{D_n} \frac{d\psi_i}{dx} = \frac{1}{n_o} \frac{dn_o}{dx} \quad \Rightarrow \quad \frac{q}{kT} \frac{d\psi_i}{dx} = \frac{d(\ln n_o)}{dx}$$
(34)

Integrando la ec. 34 entre la tensión de Fermi ( $\psi_f = -E_f/q$ ) y  $\psi_i$ :

$$-\frac{q}{kT}(\psi_f - \psi_i) = \ln n_o - \ln n_i = \ln \frac{n_o}{n_i}$$
(35)

Reacomodando se puede llegar a una ecuación para la concentración en equilibrio en función de la variación espacial de tensión de Fermi:

$$n_o = n_i \exp\left[-\frac{(E_i - E_f)}{kT}\right] = n_i \exp\left[-\frac{q(\psi_f - \psi_i)}{kT}\right]$$
 (36)

Lo mismo se puede hacer para los  $h^+$ :

$$p_o = n_i \exp\left[-\frac{(E_f - E_i)}{kT}\right] = n_i \exp\left[\frac{q(\psi_f - \psi_i)}{kT}\right]$$
 (37)

Las ecs. 36 y 37 son conocidas como **relaciones de Boltzmann**, válidas en ETD.

#### Ecuación de densidad de corriente

Teniendo en cuenta las ecs. 29 y 28, se pueden reescribir las ecs. 25 y 26:

$$J_n = -q\mu_n n \left( \frac{d\psi_i}{dx} - \frac{kT}{q} \frac{d\ln(n)}{dx} \right)$$
 (38)

$$J_p = -q\mu_p p \left( \frac{d\psi_i}{dx} + \frac{kT}{q} \frac{d\ln(p)}{dx} \right)$$
 (39)

Si estamos en una **condición de cuasi-equilibrio** (CCE) y usando 36 y 37,

$$J_n = -q\mu_n n \frac{d\psi_f}{dx} \qquad \wedge \qquad J_p = -q\mu_p p \frac{d\psi_f}{dx} \tag{40}$$

Por lo tanto, la **corriente total** se puede expresar como:

$$J = J_n + J_p = -q \left(\mu_n n + \mu_p p\right) \frac{d\psi_f}{dx} = -\frac{1}{\rho} \frac{d\psi_f}{dx} = \frac{1}{q \rho} \frac{dE_f}{dx}$$
(41)

## Cuando se está fuera del equilibrio: cuasi-niveles de Fermi:

La densidad de  $e^-$  en la BC se calcula usando  $E_{f_n}$  tal que:

$$n = n_i \exp\left[\left(E_{f_n} - E_i\right)/kT\right] \tag{42}$$

La densidad de  $h^+$  en la BV se calcula usando  $E_{f_p}$  tal que:

$$p = n_i \exp\left[-\left(E_{f_p} - E_i\right)/kT\right] \tag{43}$$

Con esta definición se puede reescribir la ec. 40:

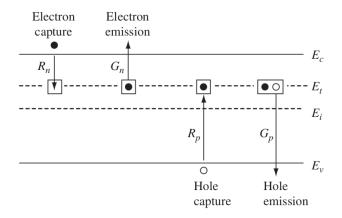
$$J_n = -q\mu_n n \frac{d\phi_n}{dx} \quad \text{donde} \quad \phi_n \equiv -\frac{E_{f_n}}{q} = \psi_i - \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{n}{n_i}\right) \tag{44}$$

$$J_p = -q\mu_p p \frac{d\phi_p}{dx} \quad \text{donde} \quad \phi_p \equiv -\frac{E_{f_p}}{q} = \psi_i + \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{p}{n_i}\right) \tag{45}$$

$$\Rightarrow n p = n_i^2 \exp\left[q\left(\phi_p - \phi_n\right)/kT\right] = n_i^2 \exp\left[\left(E_{f_n} - E_{f_p}\right)/kT\right] \quad \text{(46)}$$

### Generación y recombinación

Juega un rol importante en la operación de los dispositivos y en la determinación de las característica I-V.



En silicio, estos procesos tiene lugar (indirectamente) a través de una **trampa** en el medio de la banda prohibida.

Considerando que todas las trampas son idénticas y localizadas en  $E_t$  y que tiene solo dos estados (neutral o negativa):

$$\frac{dN_t^-}{dt} = R_n - G_n - R_p + G_p \tag{47}$$

En la teoría SRH:

$$R_n = \sigma_n v_{th} \, n \left( N_t - N_t^- \right) \quad \wedge \quad R_p = \sigma_p v_{th} \, p \, N_t^- \tag{48}$$

$$G_{n} = \frac{\sigma_{n} v_{th} \, n_{o} \left(1 - f_{D}(E_{t})\right) \, N_{t}^{-}}{f_{D}(E_{t})} \quad \wedge \quad G_{p} = \frac{\sigma_{p} v_{th} \, p_{o} f_{D}(E_{t}) \left(N_{t} - N_{t}^{-}\right)}{1 - f_{D}(E_{t})} \tag{49}$$

donde  $\sigma_{n,p}$  es la sección eficaz de  $e^-,h^+$  capturado y  $n_o$  y  $p_o$  están dados por las ecs. 36 y 37, respectivamente.

En estado estacionario:

$$U \equiv R_n - G_n = R_p - G_p$$

A partir de las ecs. 47, 48 y 49 se puede obtener la tasa neta de recombinación U de  $e^-$  en la BC con  $h^+$  en la BV a través de trampas con densidad  $N_t$  y energía  $E_t$ :

$$U \equiv R_{n} - G_{n} = R_{p} - G_{p} = \frac{\sigma_{n}\sigma_{p}v_{th}N_{t}\left(np - n_{i}^{2}\right)}{\sigma_{n}\left\{n + n_{i}\exp\left[\left(E_{t} - E_{f_{i}}\right)/kT\right]\right\} + \sigma_{p}\left\{p + n_{i}\exp\left[\left(E_{f_{i}} - E_{t}\right)/kT\right]\right\}}$$
(50)

El signo de U depende de  $np - n_i^2$ :

- Si  $np = n_i^2 \implies U = 0$  (equilibrio térmico)
- Si  $np > n_i^2 \implies U > 0$  (recombinación neta)
- Si  $np < n_i^2 \implies U < 0$  (generación neta)

Si suponemos que  $\sigma_{n,p}$  son independientes de  $E_t$ , entonces es un poco más fácil encontrar el valor de  $E_t$  que maximiza U, o sea,  $\partial U/\partial E_t=0$ :

$$E_{t,max} = E_{f_i} + \frac{kT}{2} \ln \left( \frac{\sigma_p}{\sigma_n} \right)$$
 (51)

Se puede apreciar que, incluso aunque la razón de  $\sigma$  sea tan grande como 1000, la diferencia entre  $E_{t,max}$  y  $E_{f_i}$  es menor a  $3,5\,kT$ .

O sea, es físicamente razonable y convenientemente simple suponer  $E_t \approx E_{f_i}$ , lo que permite reescribir la ec. 50:

$$U = \frac{\sigma_n \sigma_p v_{th} \left( np - n_i^2 \right) N_t}{\sigma_n \left( n + n_i \right) + \sigma_p \left( p + n_i \right)}$$
(52)

#### Ecuación de continuidad

En base a la ley de conservación de la carga, se puede llegar a:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -F_n - R_n + G_n = \frac{1}{q} \frac{\partial J_n}{\partial x} - R_n + G_n$$
 (53)

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -F_p - R_n + G_n = -\frac{1}{q} \frac{\partial J_p}{\partial x} - R_p + G_p \tag{54}$$

donde  $F_n$  y  $F_p$  representan el flujo neto de portadores en la posición x.

Haciendo la resta de la ecs. anteriores y considerando **estado estacionario**,  $\partial n/\partial t = \partial p/\partial t = 0$  y  $R_n - G_n = R_p - G_p$ :

$$\frac{\partial \left(J_n + J_p\right)}{\partial x} = 0 \tag{55}$$

Si además la recombinación y generación es despreciable, las ecs. 53 y 54:

$$\frac{\partial J_n}{\partial x} = 0 \qquad \wedge \qquad \frac{\partial J_p}{\partial x} = 0 \tag{56}$$

## Tiempo de vida de portadores minoritarios

Cuando se genera un exceso de portadores minoritarios, U>0 y hay una tendencia a regresar al equilibrio.

Considerando una región tipo N  $(n_o>>p_o)$  y para un pequeña perturbación  $(n-n_o<< n_o$  y  $n_i^2/n \approx n_i^2/n_o=p_o)$ , la ec. 52 se reduce a:

$$U ext{ (tipo N)} \approx \sigma_p v_{th} N_t \left( p - \frac{n_i^2}{n} \right) \approx \sigma_p v_{th} N_t \left( p - p_o \right) = \frac{p - p_o}{\tau_p}$$
 (57)

Lo mismo se puede hacer para una región tipo P:

$$U ext{ (tipo P)} \approx \sigma_n v_{th} N_t \left( n - \frac{n_i^2}{p} \right) \approx \sigma_n v_{th} N_t \left( n - n_o \right) = \frac{n - n_o}{\tau_n}$$
 (58)

donde  $\tau_{n,p}$  se define como el **tiempo de vida de los portadores** minoritarios.

Si en un extremo de una oblea tipo P con neutralidad de carga, se crea una aumento de minoritarios tal que  $n >> n_o$  pero  $n << p_o$  (baja injección), los  $e^-$  van a difundirse hacia el otro extremo.

En **estado estacionario y sin presencia de**  $\mathscr{E}$ , combinando las ecs. 53 y 58, se llega a la siguiente ec. diferencial:

$$\frac{d^2n}{dx^2} - \frac{n - n_o}{D_n \tau_n} = \frac{d^2 \delta n}{dx^2} - \frac{\delta n}{D_n \tau_n} = 0$$
 (59)

La solución para  $\delta n$  es de la forma  $\sim \exp{(-x/L_n)}$ , donde  $L_n$  es la longitud de difusión de portadores minoritarios en tipo P:

$$L_n \equiv \sqrt{D_n \tau_n} = \sqrt{(kT/q) \, \mu_n \tau_n} \tag{60}$$

Lo mismo se puede hacer para obtener  $L_p \equiv \sqrt{D_p au_p}$ .

Dado que experimentalmente  $\tau_{n,p}$  están en el rango de  $10^{-4}-10^{-9}$ ,  $L_{n,p}$  es mucho más largo que las dimensiones activas de la mayoría de los dispositivos VLSI.

### Tiempo de respuesta de los portadores mayoritarios

Por ejemplo, este tiempo se puede **estimar un tiempo mínimo** para una oblea de silicio tipo N impurificado homogéneamente.

Ante una perturbación local  $\Delta n$ , el desbalance de cargas genera un  $\mathscr E$  tal que (ver ec. de Poisson):

$$\frac{\partial \mathscr{E}}{\partial x} = -\frac{q}{\epsilon_{Si}} \Delta n$$

Esto hace que aparezca un corriente de arrastre  $J_n = \mathscr{E}/\rho_n$  que tiende a reestablecer el equilibrio.

Asimismo, si se aplica esto en la ec. 53, despreciando  $R_n$  y  $G_n$ :

$$\frac{\partial \Delta n}{\partial t} = \frac{1}{q} \frac{\partial J_n}{\partial x} = \frac{1}{q \rho_n} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} = -\frac{q}{\epsilon_{Si}} \Delta n$$

cuya solución es de la forma  $\Delta n(t) \propto \exp\left[-t/\left(\rho_n\epsilon_{Si}\right)\right]$ , o sea, que el tiempo de respuesta mínimo es del orden de  $10^{-12}$  s.