Juntura Metal-Óxido-Semiconductor

Dispostivos Semiconductores

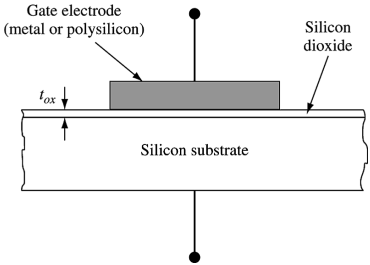
Maestría en Ciencias de la Ingeniería

Universidad de Buenos Aires, Facultad de Ingeniería

Docentes a cargo: **M. G. González y S. H. Carbonetto**

.UBAfiuba FACULTAD DE INGENIERÍA

Tabla de contenido



Corte lateral

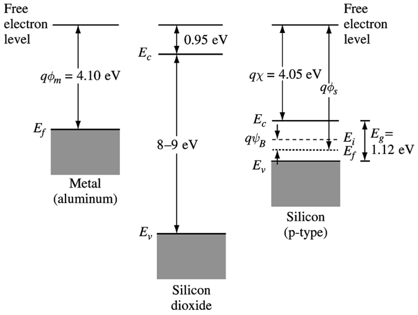
Tres materiales con comportamiento diferente:

Metal Solo admite carga en superficie.
El campo en su interior es nulo: $\mathscr{E}_m = 0$.
Es un equipotencial.

Óxido No permite la conducción de corriente.
Idealmente, no admite carga en su interior: $\rho_{ox} = 0$.

SC Permite distribución de carga en volumen.

Diagrama de bandas juntura M-Ox-SC ideal



- *Free electron level*: Energía para que el e^- se libere de la red (E_0).
- Afinidad electrónica: Energía para que un e^- en la BC se libere de la red.
  - Silicio: $q\chi = 4{,}05\,\text{eV}$.
- Función trabajo: Diferencia entre la energía de Fermi y E_0.
  - Aluminio: $q\phi_m = 4{,}1\,\text{eV}$.
  - Silicio:

$$q\phi_s = q\chi + E_c - E_f \simeq q\chi + \frac{E_g}{2} - q\psi_B$$

$$\psi_B = -\frac{kT}{q} \ln\left(\frac{N_a}{n_i}\right)$$

Diagrama de bandas juntura M-Ox-SC ideal

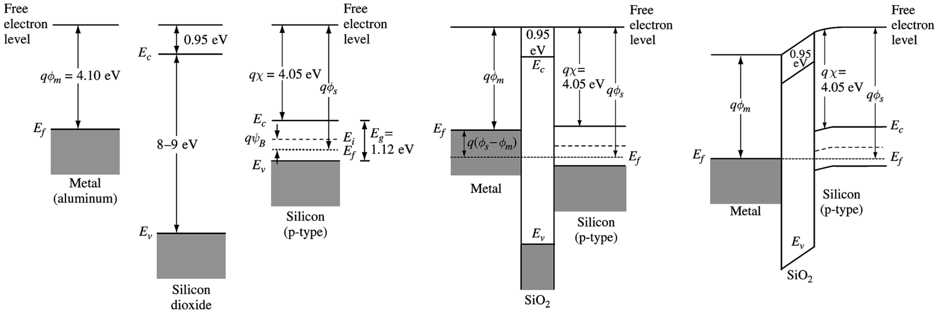
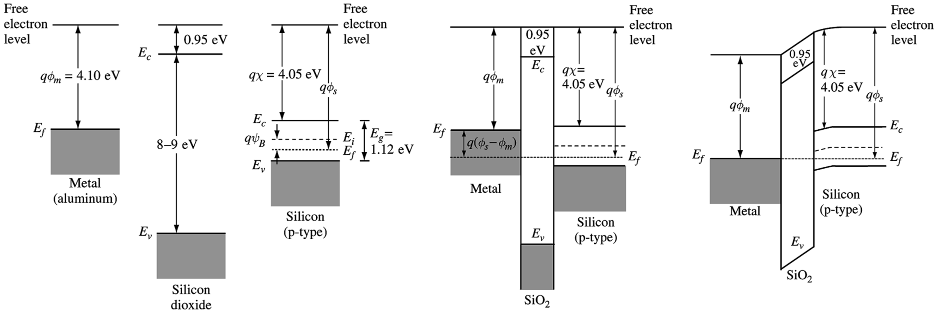
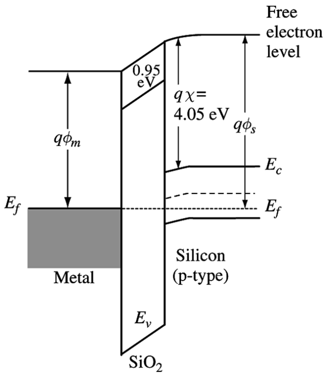


Diagrama de bandas juntura M-Ox-SC ideal



- E_0 debe ser continuo en la interfaz de los materiales.
- Existe una diferencia entre los niveles de Fermi M-SC: $\Delta E_f = q(\phi_s - \phi_m)$.
- Como el nivel de Fermi debe ser constante en el sistema: se curvan las bandas de energía.

Diagrama de bandas juntura M-Ox-SC ideal



- Como $\mathscr{E}_m = 0 \Rightarrow$ la banda del metal no puede curvarse.
- Como $\rho_{ox} = 0 \Rightarrow \mathscr{E}_{ox} =$ cte $\Rightarrow$ la energía en el óxido varía linealmente.
- En el SC, la banda se curva de manera similar a una juntura PN o juntura M-SC.
- Tensión de contacto:

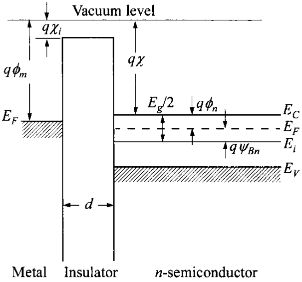
$$\psi_{bi} = \frac{\Delta E_f}{-q} = \frac{E_{f_m} - E_{f_s}}{-q} = \phi_s - \phi_m$$

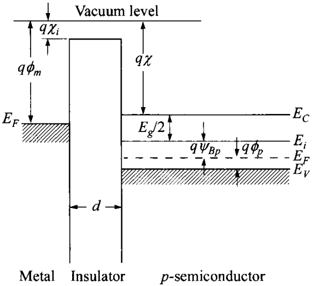
$$\psi_{bi} = \chi + \frac{E_g}{2q} - \psi_B - \phi_m$$

$$\psi_{bi} = \frac{E_{f_m} - E_{f_s}}{-q} = \phi_s - \phi_m = \chi + \frac{E_g}{2q} + \frac{kT}{q}\ln\left(\frac{N_a}{n_i}\right) - \phi_m \qquad (1)$$

Diagrama de bandas juntura M-Ox-SC ideal

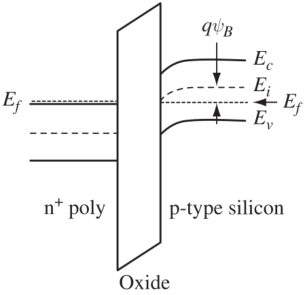
Sustrato N y Sustrato P





- $q\phi_m$ y $q\chi$ se mantienen en ambos casos.
- Cambia la posición del nivel de Fermi (E_f) en el sustrato.
- Cada sustrato tiene una tensión de contacto distinto.

$$\psi_{bi,n} = \chi + \frac{E_g}{2q} - \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{N_d}{n_i}\right) - \phi_m \qquad \psi_{bi,p} = \chi + \frac{E_g}{2q} + \frac{kT}{q} \ln\left(\frac{N_a}{n_i}\right) - \phi_m$$



- $q\chi$ se mantienen entre el gate y el sustrato.
- Para Gate N$^+$ y Sustrato P:

$$E_{f_g} \simeq E_c \Rightarrow q\phi_g = q\chi \Rightarrow \psi_i - \phi_g = \frac{E_g}{2q} = 550\,\text{mV}$$

$$\psi_{bi} = \phi_s - \phi_g = \chi + \frac{E_g}{2q} + \frac{kT}{q}\ln\left(\frac{N_a}{n_i}\right) - \chi$$

$$\psi_{bi} = +\frac{E_g}{2q} + \frac{kT}{q}\ln\left(\frac{N_a}{n_i}\right) > 0$$

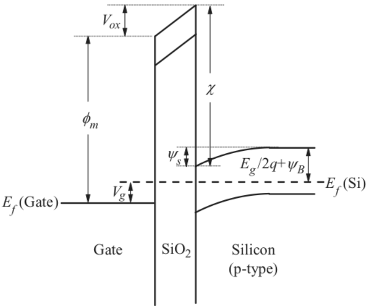
- Para Gate P$^+$ y Sustrato N:

$$E_{f_g} \simeq E_v \Rightarrow q\phi_g = q\chi + E_g \Rightarrow \psi_i - \phi_g = -550\,\text{mV}$$

$$\psi_{bi} = \phi_s - \phi_g = \chi + \frac{E_g}{2q} - \frac{kT}{q}\ln\left(\frac{N_d}{n_i}\right) - \chi - \frac{E_g}{q}$$

$$\psi_{bi} = -\frac{E_g}{2q} - \frac{kT}{q}\ln\left(\frac{N_d}{n_i}\right) < 0$$

Tensión aplicada, potencial de superficie y Carga en el susrtrato



Al aplicar una tensión al Gate respecto del Sustrato ($V_g > 0$):

- E_{f_g} baja respecto de E_{f_b} en $q\,V_g$.
- Se acentúa la curvatura de bandas.
- Tensión de superficie (ψ_s): cúan curvadas están las bandas del SC.

$$\psi_s = \frac{E_{f_i}(x=0) - E_{f_i}(x \to \infty)}{-q} = \Delta V_b$$

- ΔV_{ox} es la caída de tensión en el óxido.

$$V_g = \psi_B - \frac{E_g}{2q} + \underbrace{\psi_s}_{=\Delta V_b} - \chi + \Delta V_{ox} + \phi_m = \psi_s + \Delta V_{ox} + \phi_m - \underbrace{\left(\chi + \frac{E_g}{2q} - \psi_B\right)}_{\phi_s}$$

$$V_g - (\phi_m - \phi_s) = V_g + \psi_{bi} = \psi_s + \Delta V_{ox} \tag{2}$$

Por condición de contorno dieléctrico en la interfaz Ox-SC:

$$\epsilon_{ox}\mathscr{E}_{ox}(x = 0^-) = \epsilon_s \mathscr{E}_s(x = 0^+)$$

Como $\mathscr{E}_{ox}$ es constante:

$$\mathscr{E}_{ox}(x = 0^-) = \frac{\Delta V_{ox}}{t_{ox}}$$

En $x = 0$, $\mathscr{E}_s$ "ve" **toda** la carga en el SC (Q_s'):

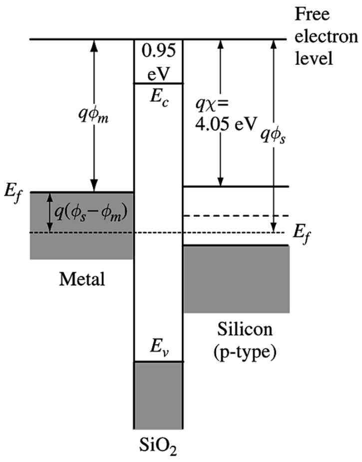
$$\mathscr{E}_s(x = 0^+) = \frac{-Q_s'}{\epsilon_s}$$

Despejando $\Delta V_{ox} = \frac{-Q_s'}{C_{ox}'}$ y reemplazando en 2:

$$V_g - (\phi_m - \phi_s) = \psi_s + \frac{-Q_s'}{C_{ox}'} \tag{3}$$

Bandas Planas (*Flat Band*)

La tensión V_g que se debe aplicar para **eliminar** la curvatura de bandas



Nivel constante de energía $\Rightarrow$

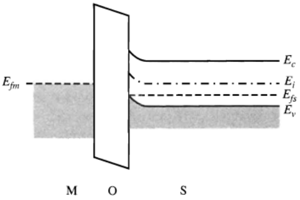
- $\mathscr{E}_{ox} = 0 \Rightarrow \Delta V_{ox} = 0.$
- $\psi_s = 0 \Rightarrow Q'_s = 0.$
- $p(x) = N_a \quad \wedge \quad n(x) = \frac{n_i^2}{N_a}$

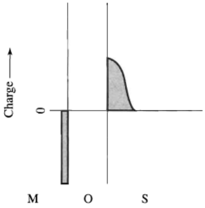
$$V_{FB} \triangleq V_g : V_g - (\phi_m - \phi_s) = 0$$
$$\Rightarrow V_{FB} = \phi_m - \phi_s \qquad (4)$$

La estructura MOS en *Flat Band* es como un capacitor "vacío".

Acumulación

Capacitor MOS: Si $V_G < V_{FB}$, $Q'_g < 0$ y $Q'_s > 0$.



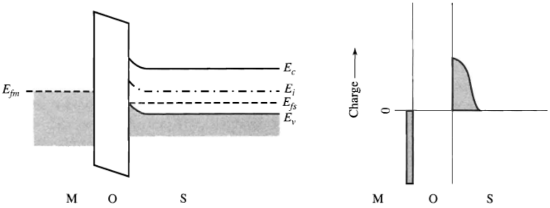


$V_g - V_{FB} < 0$ aumenta E_{f_g} por encima del nivel de *Flat Band*.

La curvatura de bandas en el SC se produce hacia mayores energías.

Al acercarse E_v a E_f, aumenta $p(x)$.

Capacitor MOS: Si $V_G < V_{FB}$, $Q'_g < 0$ y $Q'_s > 0$.



$V_g - V_{FB} < 0$ aumenta E_{f_g} por encima del nivel de *Flat Band*.

La curvatura de bandas en el SC se produce hacia mayores energías.

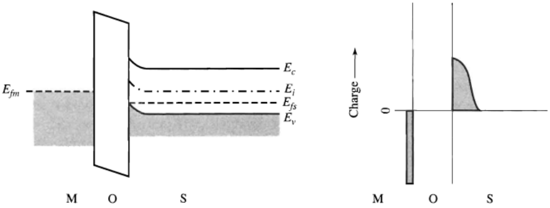
Al acercarse E_v a E_f, aumenta $p(x)$.

Densidad de mayoritarios en la interfaz:

$$p_s = p(x=0) = n_i \exp\left[\frac{E_{fi}(0) - E_f}{kT}\right] = n_i \exp\left[\frac{E_{fi}(0) - E_{fi}(\infty) + E_{fi}(\infty) - E_f}{kT}\right]$$

Acumulación

Capacitor MOS: Si $V_G < V_{FB}$, $Q'_g < 0$ y $Q'_s > 0$.



$V_g - V_{FB} < 0$ aumenta E_{f_g} por encima del nivel de *Flat Band*.

La curvatura de bandas en el SC se produce hacia mayores energías.

Al acercarse E_v a E_f, aumenta $p(x)$.

Densidad de mayoritarios en la interfaz:

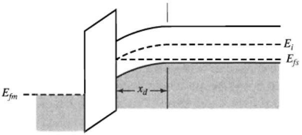
$$p_s = p(x=0) = n_i \exp\left[\frac{E_{fi}(0) - E_f}{kT}\right] = n_i \exp\left[\frac{E_{fi}(0) - E_{fi}(\infty) + E_{fi}(\infty) - E_f}{kT}\right]$$

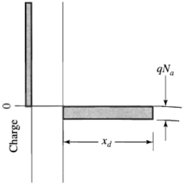
$$p_s = n_i \exp\left[\frac{E_{fi}(\infty) - E_f}{kT}\right] \exp\left[\frac{E_{fi}(0) - E_{fi}(\infty)}{kT}\right] = N_a \exp\left[\frac{-\psi_s}{V_{th}}\right] \qquad (5)$$

El exceso de portadores mayoritarios se acumula en la interfaz

Vaciamiento

Capacitor MOS: Si $V_G > V_{FB}$, $Q_g' > 0$ y $Q_s' < 0$.





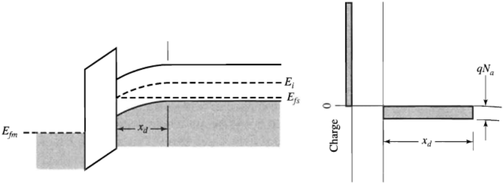
$V_g - V_{FB} > 0$ disminuye E_{f_g} por debajo del nivel de *Flat Band*.

Al alejarse E_v de E_f, disminye $p(x)$.

Al acercarse E_c a E_f, aumenta $n(x)$.

Vaciamiento

Capacitor MOS: Si $V_G > V_{FB}$, $Q'_g > 0$ y $Q'_s < 0$.



$V_g - V_{FB} > 0$ disminuye E_{f_g} por debajo del nivel de *Flat Band*.

Al alejarse E_v de E_f, disminye $p(x)$.

Al acercarse E_c a E_f, aumenta $n(x)$.

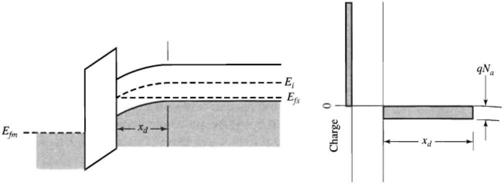
Mientras la curvatura de bandas no sea muy pronunciada:

Hipótesis de vaciamiento

$$\rho(x) = q\left[p(x) - n(x) - N_a^-(x)\right] \simeq -q\,N_a \text{ para } x < x_d = W_d$$

Vaciamento

Capacitor MOS: Si $V_G > V_{FB}$, $Q'_g > 0$ y $Q'_s < 0$.



$V_g - V_{FB} > 0$ disminuye E_{f_g} por debajo del nivel de *Flat Band*.

Al alejarse E_v de E_f, disminye $p(x)$.

Al acercarse E_c a E_f, aumenta $n(x)$.

Mientras la curvatura de bandas no sea muy pronunciada:

Hipótesis de vaciamiento

$$\rho(x) = q\left[p(x) - n(x) - N_a^-(x)\right] \simeq -q\,N_a \text{ para } x < x_d = W_d$$

$$Q'_s = -q\,N_a\,W_d \Rightarrow \mathscr{E}_{max} = \frac{-Q'_s}{\epsilon_s} = \frac{q\,N_a\,W_d}{\epsilon_s} \Rightarrow \psi_s = \frac{\mathscr{E}_{max} W_d}{2} = \frac{q\,N_a\,W_d^2}{2\epsilon_s}$$

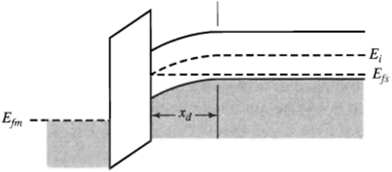
$$V_g - V_{FB} = \psi_s - \frac{Q'_s}{C'_{ox}} = \frac{q\,N_a\,W_d^2}{2\epsilon_s} + \frac{q\,N_a\,W_d}{C'_{ox}} \Rightarrow W_d = \frac{\epsilon_s}{C'_{ox}}\left[\sqrt{1 + \frac{4}{\gamma^2}(V_g - V_{FB})} - 1\right]$$

Inversión débil

Definition

Sustrato P: Cuando $E_c - E_f < E_f - E_v$ en $x = 0 \Rightarrow n(0) > p(0)$.
Sustrato N: Cuando $E_f - E_v < E_c - E_f$ en $x = 0 \Rightarrow p(0) > n(0)$.

Esto ocurre cuando $q\psi_s > E_i - E_f = -q\psi_B$



$$|Q'_{s,id}| > |Q'_{s,vac}|$$

$$W_{d,id} > W_{d,vac}$$

Si ψ_s no es lo suficientemente grande, es válida la hipótesis de vaciamiento:

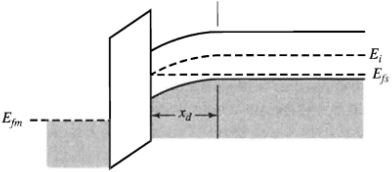
$$\rho(x) \simeq -q\,N_a \text{ para } x < W_d$$

Inversión débil

Definition

Sustrato P: Cuando $E_c - E_f < E_f - E_v$ en $x = 0 \Rightarrow n(0) > p(0)$.
Sustrato N: Cuando $E_f - E_v < E_c - E_f$ en $x = 0 \Rightarrow p(0) > n(0)$.

Esto ocurre cuando $q\psi_s > E_i - E_f = -q\psi_B$



$$|Q'_{s,id}| > |Q'_{s,vac}|$$

$$W_{d,id} > W_{d,vac}$$

Si ψ_s no es lo suficientemente grande, es válida la hipótesis de vaciamiento:

$$\rho(x) \simeq -q\,N_a \text{ para } x < W_d$$

$$Q'_s = -q\,N_a\,W_d \Rightarrow \psi_s = \frac{q\,N_a\,W_d^2}{2\epsilon_s} \Rightarrow W_d = \sqrt{\frac{2\epsilon_s\psi_s}{q\,N_a}} \simeq 0{,}1\,\mu\text{m}$$

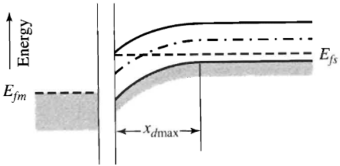
$$W_d = \frac{\epsilon_s}{C'_{ox}}\left[\sqrt{1 + \frac{4}{\gamma^2}\,(V_g - V_{FB})} - 1\right] \text{ con } \gamma^2 = \frac{2\,q\,N_a\,\epsilon_s}{C'^2_{ox}}$$

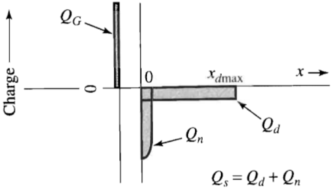
Inversión fuerte

Definition

Sustrato P: Cuando $(E_c - E_f)_{x=0} < (E_f - E_v)_{x>W_d} \Rightarrow n(0) > N_a$.
Sustrato N: Cuando $(E_f - E_v)_{x=0} < (E_c - E_f)_{x>W_d} \Rightarrow p(0) > N_d$.

Esto ocurre cuando $q\psi_s > E_i - E_f = -2q\psi_B$



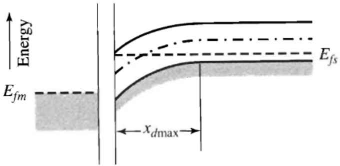


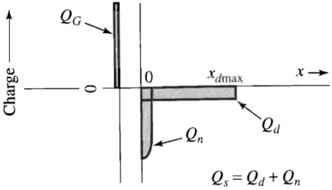
Inversión fuerte

Definition

Sustrato P: Cuando $(E_c - E_f)_{x=0} < (E_f - E_v)_{x>W_d} \Rightarrow n(0) > N_a$.
Sustrato N: Cuando $(E_f - E_v)_{x=0} < (E_c - E_f)_{x>W_d} \Rightarrow p(0) > N_d$.

Esto ocurre cuando $q\psi_s > E_i - E_f = -2q\psi_B$





No es válida la hipótesis de vaciamiento

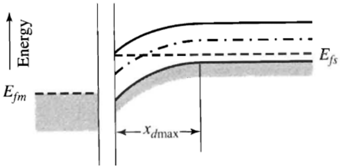
$$n(0) \simeq N_a \Rightarrow \rho(x) = -q\left[n(x) + N_a^-(x)\right]$$

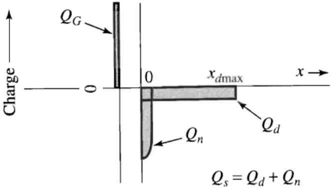
Inversión fuerte

Definition

Sustrato P: Cuando $(E_c - E_f)_{x=0} < (E_f - E_v)_{x>W_d} \Rightarrow n(0) > N_a$.
Sustrato N: Cuando $(E_f - E_v)_{x=0} < (E_c - E_f)_{x>W_d} \Rightarrow p(0) > N_d$.

Esto ocurre cuando $q\psi_s > E_i - E_f = -2q\psi_B$





No es válida la hipótesis de vaciamiento

$$n(0) \simeq N_a \Rightarrow \rho(x) = -q\left[n(x) + N_a^-(x)\right]$$

La carga $Q's$ se divide entre la carga fija (N_a^-) y la carga libre de inversión $(n(x))$

$$Q'_s = Q'_d + Q'_{inv}$$

Función potencial y densidad de carga en el SC

Ecuación de Poisson

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} = -\frac{d\mathscr{E}}{dx} = -\frac{q}{\epsilon_s}\left[p(x) - n(x) - N_a\right]$$

Condiciones de contorno

$$\psi(0) = \psi_s \qquad \psi(bulk) = 0$$

$$p(bulk) = p_0 \qquad n(bulk) = n_0 = \frac{n_i^2}{p_0}$$

$$N_a = p_0 - \frac{n_i^2}{p_0}$$

Función potencial y densidad de carga en el SC

Ecuación de Poisson

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} = -\frac{d\mathscr{E}}{dx} = -\frac{q}{\epsilon_s}\left[p(x) - n(x) - N_a\right]$$

Condiciones de contorno

$$\psi(0) = \psi_s \qquad \psi(bulk) = 0$$

$$p(bulk) = p_0 \qquad n(bulk) = n_0 = \frac{n_i^2}{p_0}$$

$$N_a = p_0 - \frac{n_i^2}{p_0}$$

$$p(x) = N_a \exp\left(-\frac{\psi(x)}{V_{th}}\right)$$

$$n(x) = \frac{n_i^2}{N_a} \exp\left(\frac{\psi(x)}{V_{th}}\right)$$

Función potencial y densidad de carga en el SC

Ecuación de Poisson

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} = -\frac{d\mathscr{E}}{dx} = -\frac{q}{\epsilon_s}\left[p(x) - n(x) - N_a\right]$$

Condiciones de contorno

$$\psi(0) = \psi_s \qquad \psi(bulk) = 0$$

$$p(bulk) = p_0 \qquad n(bulk) = n_0 = \frac{n_i^2}{p_0}$$

$$N_a = p_0 - \frac{n_i^2}{p_0}$$

$$p(x) = N_a \exp\left(-\frac{\psi(x)}{V_{th}}\right)$$

$$n(x) = \frac{n_i^2}{N_a} \exp\left(\frac{\psi(x)}{V_{th}}\right)$$

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} = -\frac{q}{\epsilon_s}\left[N_a\left(\exp\left(-\frac{\psi(x)}{V_{th}}\right) - 1\right) - \frac{n_i^2}{N_a}\left(\exp\left(\frac{\psi(x)}{V_{th}}\right) - 1\right)\right]$$

Función potencial y densidad de carga en el SC

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} = -\frac{q}{\epsilon_s}\left[N_a\left(\exp\left(-\frac{\psi(x)}{V_{th}}\right)-1\right)-\frac{n_i^2}{N_a}\left(\exp\left(\frac{\psi(x)}{V_{th}}\right)-1\right)\right]$$

$$d\psi = \frac{d\psi}{dx}dx \qquad d\left(\frac{d\psi}{dx}\right) = \frac{d^2\psi(x)}{dx^2}dx$$

Multiplicando a ambos lados por $\frac{d\psi}{dx}dx$ e integrando desde $(\psi = 0; \frac{d\psi}{dx} = 0)$:

$$\int_0^{\frac{d\psi}{dx}} \frac{d\psi}{dx} d\left(\frac{d\psi}{dx}\right) = -\frac{q}{\epsilon_s}\int_0^{\psi}\left[N_a\left(\exp\left(-\frac{\psi}{V_{th}}\right)-1\right)-\frac{n_i^2}{N_a}\left(\exp\left(\frac{\psi}{V_{th}}\right)-1\right)\right]d\psi$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{d\psi}{dx}\right)^2 = \frac{q\,N_a}{\epsilon_s}\left[\left(V_{th}\exp\left(-\frac{\psi}{V_{th}}\right)-V_{th}+\psi\right)+\frac{n_i^2}{N_a^2}\left(V_{th}\exp\left(\frac{\psi}{V_{th}}\right)-V_{th}-\psi\right)\right]$$

Por definición de campo eléctrico ($\mathscr{E}$) y reordenando la expresión anterior:

$$\mathscr{E}^2 = \left(\frac{d\psi}{dx}\right)^2 = \frac{2\,q\,V_{th}\,N_a}{\epsilon_s}\left[\left(\exp\left(-\frac{\psi}{V_{th}}\right)+\frac{\psi}{V_{th}}-1\right)+\frac{n_i^2}{N_a^2}\left(\exp\left(\frac{\psi}{V_{th}}\right)-\frac{\psi}{V_{th}}-1\right)\right] \tag{6}$$

Función potencial y densidad de carga en el SC

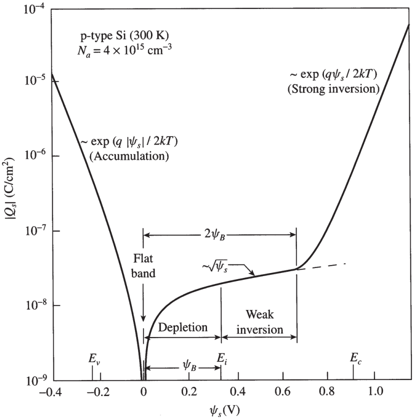
Por lo que evaluando en $x = 0$, $\psi = \psi_s$ y el campo "ve" **toda** la carga en el SC:

$$|Q'_s| = \epsilon_s \mathscr{E}_s = \sqrt{2\epsilon_s \, q \, V_{th} \, N_a} \left[\left(\exp\left(-\frac{\psi_s}{V_{th}}\right) + \frac{\psi_s}{V_{th}} - 1 \right) + \frac{n_i^2}{N_a^2} \left(\exp\left(\frac{\psi_s}{V_{th}}\right) - \frac{\psi_s}{V_{th}} - 1 \right) \right]^{1/2} \tag{7}$$

Función potencial y densidad de carga en el SC

Por lo que evaluando en $x = 0$, $\psi = \psi_s$ y el campo "ve" **toda** la carga en el SC:

$$|Q_s'| = \epsilon_s \mathscr{E}_s = \sqrt{2\epsilon_s\, q\, V_{th}\, N_a}\left[\left(\exp\left(-\frac{\psi_s}{V_{th}}\right) + \frac{\psi_s}{V_{th}} - 1\right) + \frac{n_i^2}{N_a^2}\left(\exp\left(\frac{\psi_s}{V_{th}}\right) - \frac{\psi_s}{V_{th}} - 1\right)\right]^{1/2} \quad (7)$$



- Si $\psi_s = 0 \Rightarrow Q_s' = 0$.
- Si $\psi_s \ll -V_{th} \Rightarrow \exp\left(-\frac{\psi_s}{V_{th}}\right)$ domina
  $\Rightarrow Q_s' \propto \exp\left(-\frac{\psi_s}{2V_{th}}\right)$
- $\frac{n_i^2}{N_a^2} \approx 10^{-6} - 10^{-14}$
  $\Rightarrow$Para $\psi_s > 0$ el segundo término sigue siendo muy pequeño.
  $\Rightarrow Q_s' \simeq -\sqrt{2\epsilon_s\, q\, N_a \psi_s}$
- Si $\psi_s \gg V_{th} \Rightarrow \exp\left(\frac{\psi_s}{V_{th}}\right)$ domina
  $\Rightarrow Q_s' \propto \exp\left(\frac{\psi_s}{2V_{th}}\right)$

- Acumulación $(\psi_s < 0)$

Simplificando a partir de la ecuación (7):

$$Q'_s \simeq \sqrt{2\epsilon_s\, q\, V_{th}\, N_a}\, \exp\left(-\frac{\psi_s}{2V_{th}}\right)$$

$$V_g - V_{FB} = \frac{-\sqrt{2\epsilon_s\, q\, V_{th}\, N_a}}{C'_{ox}}\, \exp\left(-\frac{\psi_s}{2V_{th}}\right) + \psi_s$$

$$d(V_g - V_{FB}) = \underbrace{\frac{\sqrt{2\epsilon_s\, q\, V_{th}\, N_a}}{V_{th}C'_{ox}}}_{\simeq 10 \sim 100} \underbrace{\exp\left(-\frac{\psi_s}{2V_{th}}\right)}_{>1} d\psi_s + d\psi_s$$

Como en *Flat Band* $\psi_s = 0$, en acumulación $\psi_s \simeq 0$

$$V_g - V_{FB} \simeq \Delta V_{ox} = \frac{-Q'_s}{C'_{ox}} \Rightarrow Q'_s \simeq -C'_{ox}\,(V_g - V_{FB})$$

- Acumulación $(\psi_s < 0)$

¿Cuánto es el espesor de la capa de acumulación (W_{acc})?

$$\frac{d\psi}{dx} = \sqrt{\frac{2\,q\,V_{th}\,N_a}{\epsilon_s}}\exp\left(-\frac{\psi}{2\,V_{th}}\right)$$

- Acumulación ($\psi_s < 0$)

¿Cuánto es el espesor de la capa de acumulación (W_{acc})?

$$\frac{d\psi}{dx} = \sqrt{\frac{2\,q\,V_{th}\,N_a}{\epsilon_s}} \exp\left(-\frac{\psi}{2\,V_{th}}\right)$$

$$\int_{\psi_s}^{\psi(x)} \exp\left(\frac{\psi}{2\,V_{th}}\right) d\psi = \sqrt{\frac{2\,q\,V_{th}\,N_a}{\epsilon_s}} \int_0^x dx$$

$$2\,V_{th}\left[\exp\left(\frac{\psi(x)}{2\,V_{th}}\right) - \exp\left(\frac{\psi_s}{2\,V_{th}}\right)\right] = \sqrt{\frac{2\,q\,V_{th}\,N_a}{\epsilon_s}}\,x$$

$$\Rightarrow \psi(x) = 2\,V_{th} \ln\left[\underbrace{\sqrt{\frac{q\,N_a}{2\,V_{th}\,\epsilon_s}}}_{1/W_{acc}}\,x + \underbrace{\exp\left(\frac{\psi_s}{2\,V_{th}}\right)}_{<1}\right]$$

- Acumulación $(\psi_s < 0)$

¿Cuánto es el espesor de la capa de acumulación (W_{acc})?

$$\frac{d\psi}{dx} = \sqrt{\frac{2\,q\,V_{th}\,N_a}{\epsilon_s}}\exp\left(-\frac{\psi}{2\,V_{th}}\right)$$

$$\int_{\psi_s}^{\psi(x)} \exp\left(\frac{\psi}{2\,V_{th}}\right) d\psi = \sqrt{\frac{2\,q\,V_{th}\,N_a}{\epsilon_s}} \int_0^x dx$$

$$2\,V_{th}\left[\exp\left(\frac{\psi(x)}{2\,V_{th}}\right) - \exp\left(\frac{\psi_s}{2\,V_{th}}\right)\right] = \sqrt{\frac{2\,q\,V_{th}\,N_a}{\epsilon_s}}\,x$$

$$\Rightarrow \psi(x) = 2\,V_{th}\ln\left[\underbrace{\sqrt{\frac{q\,N_a}{2\,V_{th}\,\epsilon_s}}}_{1/W_{acc}}\,x + \underbrace{\exp\left(\frac{\psi_s}{2\,V_{th}}\right)}_{<1}\right]$$

$$\Rightarrow W_{acc} = \sqrt{\frac{2\,V_{th}\,\epsilon_s}{q\,N_a}} = \sqrt{2}L_D \simeq 50\,\text{nm}$$

- Vaciamiento e Inversión débil $(0 < \psi_s < -2\psi_B)$

Simplificando a partir de la ec. (7) y reemplazando en la ec. (3):

$$Q'_s \simeq \sqrt{2\epsilon_s\, q\, N_a \psi_s}$$

$$V_g - V_{FB} = \frac{\sqrt{2\epsilon_s\, q\, N_a \psi_s}}{C'_{ox}} + \psi_s$$

Resolviendo para $\sqrt{\psi_s}$:

$$\sqrt{\psi_s} = \sqrt{V_g - V_{FB} + \frac{\epsilon_s\, q\, N_a}{2\, C'^2_{ox}}} - \sqrt{\frac{\epsilon_s\, q\, N_a}{2\, C'^2_{ox}}}$$

La relación entre la tensión aplicada y ψ_s es cuasi lineal.

$$Q'_s \simeq \frac{\epsilon_s\, q\, N_a}{C'_{ox}} \left[\sqrt{\frac{2\, C'^2_{ox}}{\epsilon_s\, q\, N_a}(V_g - V_{FB}) + 1} - 1 \right]$$

- Inversión fuerte $(\psi_s > -2\psi_B)$

En inversión fuerte, no puede despreciarse la carga de electrones libres:

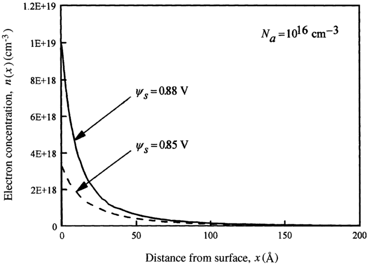
$$\frac{d\psi}{dx} = -\sqrt{\frac{2\,q\,V_{th}\,N_a}{\epsilon_s}\left(\frac{\psi}{V_{th}} + \frac{n_i^2}{N_a^2}\exp\left(\frac{\psi}{V_{th}}\right)\right)}$$

- Inversión fuerte ($\psi_s > -2\psi_B$)

En inversión fuerte, no puede despreciarse la carga de electrones libres:

$$\frac{d\psi}{dx} = -\sqrt{\frac{2\,q\,V_{th}\,N_a}{\epsilon_s}\left(\frac{\psi}{V_{th}} + \frac{n_i^2}{N_a^2}\exp\left(\frac{\psi}{V_{th}}\right)\right)}$$

Resolviendo numéricamente se observa que $W_{inv} < 10\,\text{nm}$ ($W_d \approx 0{,}1\,\mu\text{m}$).

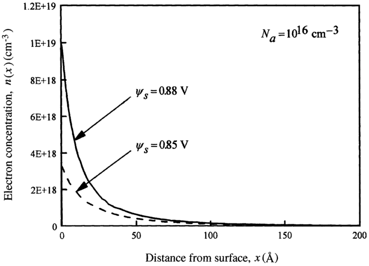


- Inversión fuerte ($\psi_s > -2\psi_B$)

En inversión fuerte, no puede despreciarse la carga de electrones libres:

$$\frac{d\psi}{dx} = -\sqrt{\frac{2\,q\,V_{th}\,N_a}{\epsilon_s}\left(\frac{\psi}{V_{th}} + \frac{n_i^2}{N_a^2}\exp\left(\frac{\psi}{V_{th}}\right)\right)}$$

Resolviendo numéricamente se observa que $W_{inv} < 10\,\mathrm{nm}$ ($W_d \approx 0{,}1\,\mu\mathrm{m}$).



Simplificando la ec. (7):

$$Q'_s \simeq -\sqrt{\underbrace{2\epsilon_s\,q\,N_a\,\psi_s}_{\text{Carga fija}} + \underbrace{2\epsilon_s\,q\,V_{th}\,\frac{n_i^2}{N_a}\exp\left(\frac{\psi_s}{V_{th}}\right)}_{\text{Carga libre}}}$$

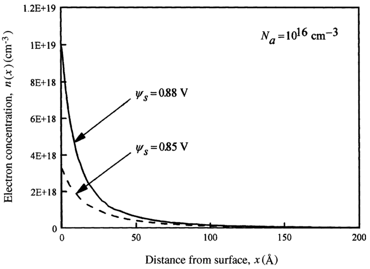
$$dQ'_s \simeq -\frac{\epsilon_s\,q\,N_a}{Q'_s}\left(d\psi_s + \frac{n_i^2}{N_a^2}\exp\left(\frac{\psi_s}{V_{th}}\right)d\psi_s\right)$$

- **Inversión fuerte** $(\psi_s > -2\psi_B)$

En inversión fuerte, no puede despreciarse la carga de electrones libres:

$$\frac{d\psi}{dx} = -\sqrt{\frac{2\,q\,V_{th}\,N_a}{\epsilon_s}\left(\frac{\psi}{V_{th}} + \frac{n_i^2}{N_a^2}\exp\left(\frac{\psi}{V_{th}}\right)\right)}$$

Resolviendo numéricamente se observa que $W_{inv} < 10\,\text{nm}$ ($W_d \approx 0{,}1\,\mu\text{m}$).



Simplificando la ec. (7):

$$Q'_s \simeq -\sqrt{\underbrace{2\epsilon_s\,q\,N_a\,\psi_s}_{\text{Carga fija}} + \underbrace{2\epsilon_s\,q\,V_{th}\,\frac{n_i^2}{N_a}\exp\left(\frac{\psi_s}{V_{th}}\right)}_{\text{Carga libre}}}$$

$$dQ'_s \simeq -\frac{\epsilon_s\,q\,N_a}{Q'_s}\left(d\psi_s + \frac{n_i^2}{N_a^2}\exp\left(\frac{\psi_s}{V_{th}}\right)d\psi_s\right)$$

Si $\frac{n_i^2}{N_a^2}\exp\left(\frac{\psi_s}{V_{th}}\right) \gg 1$ domina la variación de Q'_{libre}.

Función potencial y densidad de carga en el SC

Dependencia con la tensión aplicada

- Inversión fuerte: La tensión umbral (V_T)

Si consideramos que $Q'_s \approx Q'_d + Q'_{inv}$ con $Q'_d = -\sqrt{2\epsilon_s\, q\, N_a \psi_s}$

$$V_g - V_{FB} = \frac{\sqrt{2\epsilon_s\, q\, N_a \psi_s} - Q'_{inv}}{C'_{ox}} + \psi_s$$

$$Q'_{inv} = -C'_{ox}\left(V_g - \underbrace{\left(V_{FB} + \psi_s + \gamma\sqrt{\psi_s}\right)}_{V_T}\right)$$

Cuando la variación de $Q'_{\text{libre}} = Q'_{inv}$ domina frente a la variación de $Q'_{\text{fija}} = Q'_d$, la variación de W_d pasa a ser despreciable. $\Rightarrow \psi_s$ se mantiene cuasi constante.

- Inversión fuerte: La tensión umbral (V_T)

Si consideramos que $Q'_s \approx Q'_d + Q'_{inv}$ con $Q'_d = -\sqrt{2\epsilon_s\, q\, N_a \psi_s}$

$$V_g - V_{FB} = \frac{\sqrt{2\epsilon_s\, q\, N_a\psi_s} - Q'_{inv}}{C'_{ox}} + \psi_s$$

$$Q'_{inv} = -C'_{ox}\left(V_g - \underbrace{\left(V_{FB} + \psi_s + \gamma\sqrt{\psi_s}\right)}_{V_T}\right)$$

Cuando la variación de $Q'_{\text{libre}} = Q'_{inv}$ domina frente a la variación de $Q'_{\text{fija}} = Q'_d$, la variación de W_d pasa a ser despreciable. $\Rightarrow \psi_s$ se mantiene cuasi constante.

$V_T \triangleq V_g$:

- $q\psi_s = E_{f_i} - E_f = -2q\psi_B \Rightarrow \psi_s = -2\psi_B$
- $\frac{n_i^2}{N_a^2}\exp\left(\frac{\psi_s}{V_{th}}\right) = 1 \Rightarrow \psi_s = 2\, V_{th} \ln\left(\frac{N_a}{n_i}\right) = -2\psi_B$

Función potencial y densidad de carga en el SC

Dependencia con la tensión aplicada

- Inversión fuerte: La tensión umbral (V_T)

Si consideramos que $Q'_s \approx Q'_d + Q'_{inv}$ con $Q'_d = -\sqrt{2\epsilon_s\, q\, N_a \psi_s}$

$$V_g - V_{FB} = \frac{\sqrt{2\epsilon_s\, q\, N_a \psi_s} - Q'_{inv}}{C'_{ox}} + \psi_s$$

$$Q'_{inv} = -C'_{ox}\left(V_g - \underbrace{\left(V_{FB} + \psi_s + \gamma\sqrt{\psi_s}\right)}_{V_T}\right)$$

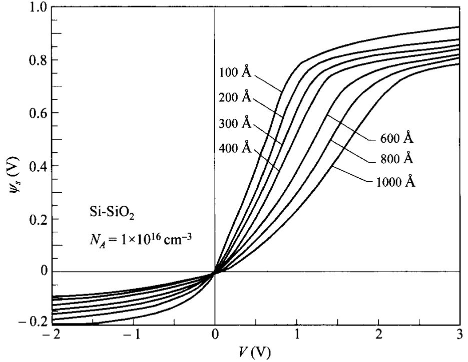
Cuando la variación de $Q'_{\text{libre}} = Q'_{inv}$ domina frente a la variación de $Q'_{\text{fija}} = Q'_d$, la variación de W_d pasa a ser despreciable. $\Rightarrow \psi_s$ se mantiene cuasi constante.

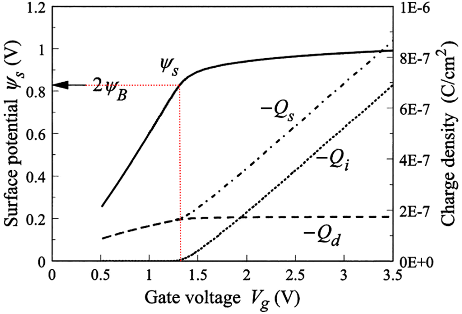
$V_T \triangleq V_g$:

- $q\psi_s = E_{f_i} - E_f = -2q\psi_B \Rightarrow \psi_s = -2\psi_B$
- $\frac{n_i^2}{N_a^2} \exp\left(\frac{\psi_s}{V_{th}}\right) = 1 \Rightarrow \psi_s = 2\, V_{th} \ln\left(\frac{N_a}{n_i}\right) = -2\psi_B$

$$V_T = V_{FB} - 2\psi_B + \gamma\sqrt{-2\psi_B} \tag{8}$$

- Potencial de superficie (ψ_s)





- Carga en el sustrato (Q'_s)

$$|Q'_s| = \sqrt{2\epsilon_s\, q\, V_{th}\, N_a}\left[\left(\exp\left(-\frac{\psi_s}{V_{th}}\right)+\frac{\psi_s}{V_{th}}-1\right)+\frac{n_i^2}{N_a^2}\left(\exp\left(\frac{\psi_s}{V_{th}}\right)-\frac{\psi_s}{V_{th}}-1\right)\right]^{1/2}$$

- La ec. (7) se desarrolló suponiendo válida la aproximación de Boltzmann.

Función potencial y densidad de carga en el SC

Dependencia con la tensión aplicada

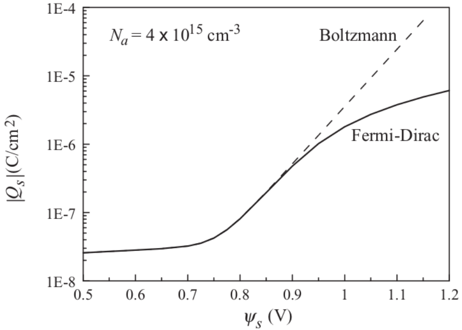
- Carga en el sustrato (Q'_s)

$$|Q'_s| = \sqrt{2\epsilon_s\, q\, V_{th}\, N_a}\left[\left(\exp\left(-\frac{\psi_s}{V_{th}}\right) + \frac{\psi_s}{V_{th}} - 1\right) + \frac{n_i^2}{N_a^2}\left(\exp\left(\frac{\psi_s}{V_{th}}\right) - \frac{\psi_s}{V_{th}} - 1\right)\right]^{1/2}$$

- La ec. (7) se desarrolló suponiendo válida la aproximación de Boltzmann.
- Tanto en acumulación como en inversión fuerte, E_f se encuentra dentro de la banda de valencia o conducción.

- Carga en el sustrato (Q'_s)

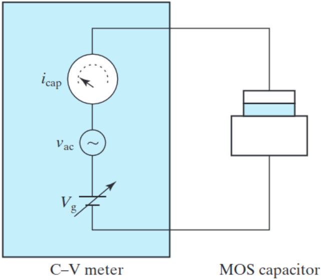
$$|Q'_s| = \sqrt{2\epsilon_s\, q\, V_{th}\, N_a} \left[\left(\exp\left(-\frac{\psi_s}{V_{th}}\right) + \frac{\psi_s}{V_{th}} - 1 \right) + \frac{n_i^2}{N_a^2} \left(\exp\left(\frac{\psi_s}{V_{th}}\right) - \frac{\psi_s}{V_{th}} - 1 \right) \right]^{1/2}$$



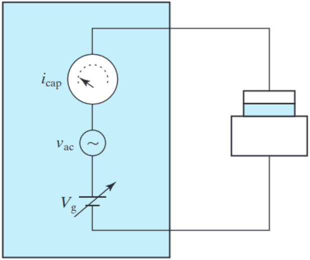
- La ec. (7) se desarrolló suponiendo válida la aproximación de Boltzmann.
- Tanto en acumulación como en inversión fuerte, E_f se encuentra dentro de la banda de valencia o conducción.
- La AB no es precisa y se sobreestima la densidad de carga.

Características Capacitancia vs. Tensión

$$C_g = \frac{dQ_m}{dV_g} = \frac{d(-Q_s)}{dV_g}$$



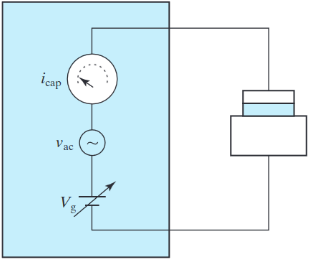
Características Capacitancia vs. Tensión



$$C_g = \frac{dQ_m}{dV_g} = \frac{d(-Q_s)}{dV_g}$$

$$\frac{1}{C_g} = \frac{dV_g}{d(-Q_s)} = \frac{d\left(V_{FB} + \frac{-Q_s}{C_{ox}} + \psi_s\right)}{d(-Q_s)}$$

Características Capacitancia vs. Tensión

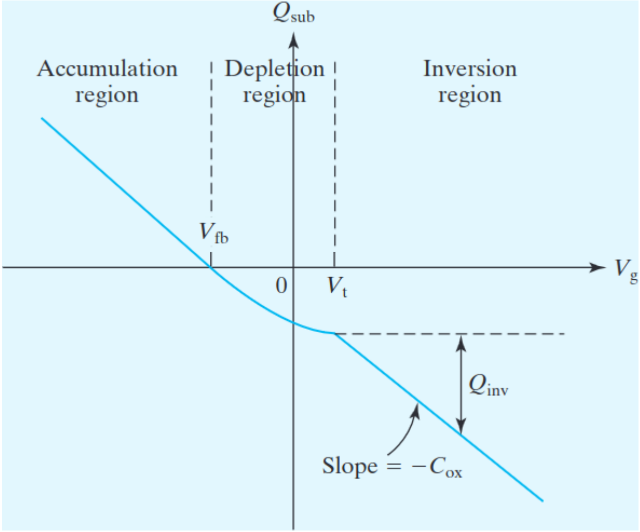


$$C_g = \frac{dQ_m}{dV_g} = \frac{d(-Q_s)}{dV_g}$$

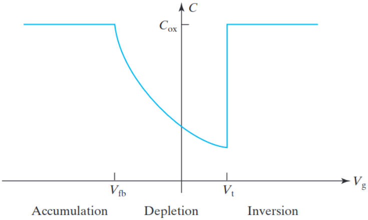
$$\frac{1}{C_g} = \frac{dV_g}{d(-Q_s)} = \frac{d\left(V_{FB} + \frac{-Q_s}{C_{ox}} + \psi_s\right)}{d(-Q_s)}$$

$$\frac{1}{C_g} = \frac{1}{C_{ox}} + \underbrace{\frac{d\psi_s}{d(-Q_s)}}_{1/C_s} = \frac{1}{C_{ox}} + \frac{1}{C_s}$$

$$\Rightarrow C_g = \frac{C_{ox}\,C_s}{C_{ox} + C_s}$$

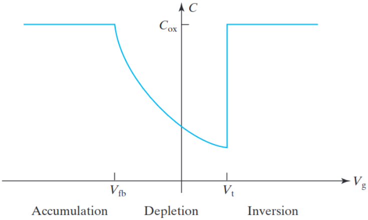

Q_{sub}
Accumulation region
Depletion region
Inversion region
V_{fb}
0
V_t
V_g
Q_{inv}
Slope = $-C_{ox}$

Características Capacitancia vs. Tensión
Primera Aproximación



- Acumulación

$$Q_s \simeq -C_{ox}\left(V_g - V_{FB}\right) \Rightarrow C_g = \frac{d(-Q_s)}{dV_g} = C_{ox}$$



- Vaciamiento

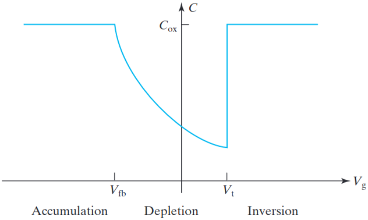
$$Q'_s \simeq \sqrt{2\epsilon_s\, q\, N_a \psi_s} \Rightarrow C'_s = \sqrt{\frac{\epsilon_s\, q\, N_a}{2\psi_s}} = \frac{\epsilon_s}{W_d(V_g)}$$

$$\Rightarrow C_g(V_g) = C_{ox} // \frac{A\,\epsilon_s}{W_d(V_g)} = \frac{C_{ox}}{\sqrt{\frac{4}{\gamma^2}(V_g - V_{FB}) + 1}}$$

$$C_{\text{min}} = C_g(V_T) = \frac{C_{ox}}{\sqrt{\frac{4}{\gamma^2}(-2\psi_B + \gamma\sqrt{-2\psi_B}) + 1}}$$

$$C'_{s,\text{min}} = \sqrt{\frac{qN_a\epsilon_s}{-4\psi_B}} = \frac{C'_{ox}\gamma}{\sqrt{-8\psi_B}} \Rightarrow C_{\text{min}} = \frac{C_{ox}}{\frac{\sqrt{-8\psi_B}}{\gamma} + 1}$$

Características Capacitancia vs. Tensión
Primera Aproximación

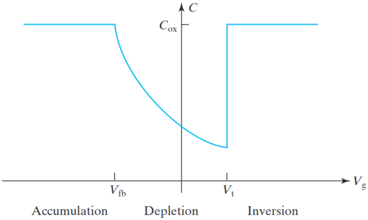


- Inversión

$$Q_s \simeq -C_{ox}\left(V_g - V_T\right) \Rightarrow C_g = \frac{d(-Q_s)}{dV_g} = C_{ox}$$

Características Capacitancia vs. Tensión

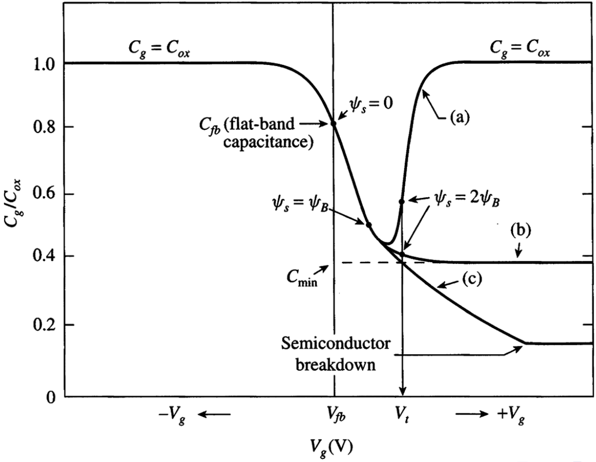
Primera Aproximación



Pero... La realidad debería ser más suave, ¿no?

Características Capacitancia vs. Tensión

$$|Q'_s| = \sqrt{2\epsilon_s\, q\, V_{th}\, N_a}\left[\left(\exp\left(-\frac{\psi_s}{V_{th}}\right) + \frac{\psi_s}{V_{th}} - 1\right) + \frac{n_i^2}{N_a^2}\left(\exp\left(\frac{\psi_s}{V_{th}}\right) - \frac{\psi_s}{V_{th}} - 1\right)\right]^{1/2}$$

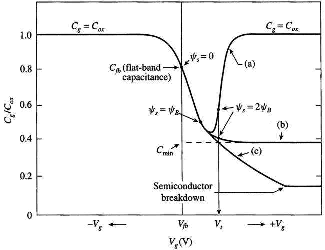


Características Capacitancia vs. Tensión

$$|Q'_s| = \sqrt{2\epsilon_s\, q\, V_{th}\, N_a}\left[\left(\exp\left(-\frac{\psi_s}{V_{th}}\right)+\frac{\psi_s}{V_{th}}-1\right)+\frac{n_i^2}{N_a^2}\left(\exp\left(\frac{\psi_s}{V_{th}}\right)-\frac{\psi_s}{V_{th}}-1\right)\right]^{1/2}$$

- Acumulación $(\psi_s < 0)$

$$Q'_s \simeq \sqrt{2\epsilon_s\, q\, V_{th}\, N_a}\left[\exp\left(-\frac{\psi_s}{V_{th}}\right)+\frac{\psi_s}{V_{th}}-1\right]^{1/2}$$



$$C'_s = \frac{d(-Q'_s)}{d\psi_s} \simeq \sqrt{\frac{\epsilon_s\, q\, N_a}{2\, V_{th}}}\,\frac{\exp\left(-\frac{\psi_s}{V_{th}}\right)-1}{\left[\exp\left(-\frac{\psi_s}{V_{th}}\right)+\frac{\psi_s}{V_{th}}-1\right]^{1/2}}$$

$$C'_s = \frac{C'_{ox}\gamma}{2\sqrt{V_{th}}}F(\psi_s) \rightarrow \frac{C'_{ox}\gamma}{2\sqrt{V_{th}}}\exp\left(-\frac{\psi_s}{2\, V_{th}}\right)$$

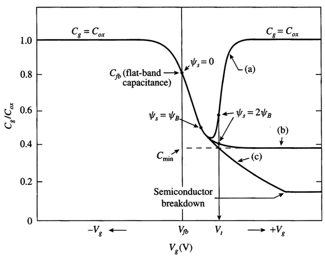
$$C'_s \gg C'_{ox} \Leftrightarrow \psi_s < -2\, V_{th}\underbrace{\ln\left(10\,\frac{2\sqrt{V_{th}}}{\gamma}\right)}_{\sim 2} \simeq -100\,\mathrm{mV}$$

$$F(-100\,\mathrm{mV}) \simeq 7{,}12 \qquad \exp\left(\frac{100\,\mathrm{mV}}{2\, V_{th}}\right) \simeq 6{,}9$$

Características Capacitancia vs. Tensión

$$|Q_s'| = \sqrt{2\epsilon_s\, q\, V_{th}\, N_a}\left[\left(\exp\left(-\frac{\psi_s}{V_{th}}\right)+\frac{\psi_s}{V_{th}}-1\right)+\frac{n_i^2}{N_a^2}\left(\exp\left(\frac{\psi_s}{V_{th}}\right)-\frac{\psi_s}{V_{th}}-1\right)\right]^{1/2}$$

- Flat Band $(\psi_s = 0)$



$$Q_s' \simeq \sqrt{2\epsilon_s\, q\, V_{th}\, N_a}\left[\exp\left(-\frac{\psi_s}{V_{th}}\right)+\frac{\psi_s}{V_{th}}-1\right]^{1/2}$$

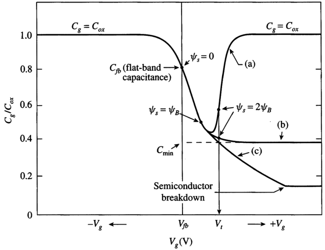
$$C_s' = \frac{d(-Q_s')}{d\psi_s} \simeq \sqrt{\frac{\epsilon_s\, q\, N_a}{2\, V_{th}}}\;\frac{\exp\left(-\frac{\psi_s}{V_{th}}\right)-1}{\left[\exp\left(-\frac{\psi_s}{V_{th}}\right)+\frac{\psi_s}{V_{th}}-1\right]^{1/2}}$$

$$\lim_{\psi_s\to 0} F(\psi_s) \to \sqrt{2} \Rightarrow C_s' = \frac{C_{ox}'\gamma}{\sqrt{2\, V_{th}}} = \sqrt{2}\frac{\epsilon_s}{W_{acc}} = \frac{\epsilon_s}{L_D}$$

$$\Rightarrow C_{fb} = C_{ox}'//C_s' = \underbrace{\frac{\gamma}{\sqrt{2\, V_{th}}+\gamma}}_{\sim 0{,}6} C_{ox}'$$

Características Capacitancia vs. Tensión

$$|Q'_s| = \sqrt{2\epsilon_s\, q\, V_{th}\, N_a}\left[\left(\exp\left(-\frac{\psi_s}{V_{th}}\right) + \frac{\psi_s}{V_{th}} - 1\right) + \frac{n_i^2}{N_a^2}\left(\exp\left(\frac{\psi_s}{V_{th}}\right) - \frac{\psi_s}{V_{th}} - 1\right)\right]^{1/2}$$



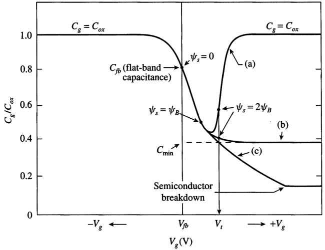
- Vaciamiento

$$Q'_s \simeq -\sqrt{2\epsilon_s\, q\, V_{th}\, N_a}\left[\exp\left(-\frac{\psi_s}{V_{th}}\right) + \frac{\psi_s}{V_{th}} - 1\right]^{1/2}$$

Si $\psi_s > 10 \times V_{th}$: $\exp\left(-\frac{\psi_s}{V_{th}}\right) < 5 \times 10^{-5}$

$$C_g(V_g) = \frac{C_{ox}}{\sqrt{\frac{4}{\gamma^2}(V_g - V_{FB}) + 1}}$$

$$|Q'_s| = \sqrt{2\epsilon_s\, q\, V_{th}\, N_a}\left[\left(\exp\left(-\frac{\psi_s}{V_{th}}\right) + \frac{\psi_s}{V_{th}} - 1\right) + \frac{n_i^2}{N_a^2}\left(\exp\left(\frac{\psi_s}{V_{th}}\right) - \frac{\psi_s}{V_{th}} - 1\right)\right]^{1/2}$$



- Inversión débil

$$Q'_s \simeq -\sqrt{2\epsilon_s\, q\, V_{th}\, N_a}\left[\frac{\psi_s}{V_{th}} - 1 + \frac{n_i^2}{N_a^2}\exp\left(\frac{\psi_s}{V_{th}}\right)\right]^{1/2}$$

$$C'_s = \frac{d(-Q'_s)}{d\psi_s} \simeq \sqrt{\frac{\epsilon_s\, q\, N_a}{2\, V_{th}}}\; \frac{1 + \frac{n_i^2}{N_a^2}\exp\left(\frac{\psi_s}{V_{th}}\right)}{\left[\frac{\psi_s}{V_{th}} - 1 + \frac{n_i^2}{N_a^2}\exp\left(\frac{\psi_s}{V_{th}}\right)\right]^{1/2}}$$

El valor mínimo aumenta y sucede a una tensión menor. ¿Podemos estimarlo?

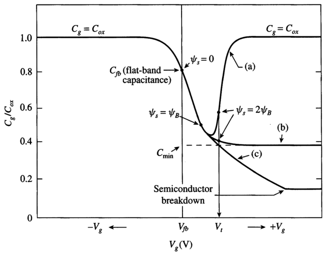
Características Capacitancia vs. Tensión

$$|Q'_s| = \sqrt{2\epsilon_s\, q\, V_{th}\, N_a}\left[\left(\exp\left(-\frac{\psi_s}{V_{th}}\right) + \frac{\psi_s}{V_{th}} - 1\right) + \frac{n_i^2}{N_a^2}\left(\exp\left(\frac{\psi_s}{V_{th}}\right) - \frac{\psi_s}{V_{th}} - 1\right)\right]^{1/2}$$

- Inversión débil

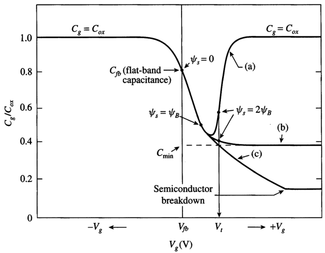
Buscar el mínimo de C'_s y suponer que $\sqrt{\psi_s} \simeq \sqrt{-2\psi_B}$.

$$\psi_{s,\text{min}} \simeq -2\psi_B + V_{th} \ln \underbrace{\left[\sqrt{(\beta-2)^2+1} - (\beta-2)\right]}_{<1}$$



Con $\beta = \frac{-2\psi_B}{V_{th}} = 2\ln\left(\frac{N_a}{n_i}\right)$.

$$|Q'_s| = \sqrt{2\epsilon_s\, q\, V_{th}\, N_a}\left[\left(\exp\left(-\frac{\psi_s}{V_{th}}\right) + \frac{\psi_s}{V_{th}} - 1\right) + \frac{n_i^2}{N_a^2}\left(\exp\left(\frac{\psi_s}{V_{th}}\right) - \frac{\psi_s}{V_{th}} - 1\right)\right]^{1/2}$$



- Inversión débil

Buscar el mínimo de C'_s y suponer que $\sqrt{\psi_s} \simeq \sqrt{-2\psi_B}$.

$$\psi_{s,\text{min}} \simeq -2\psi_B + V_{th}\ln\underbrace{\left[\sqrt{(\beta-2)^2+1} - (\beta-2)\right]}_{<1}$$

Con $\beta = \frac{-2\psi_B}{V_{th}} = 2\ln\left(\frac{N_a}{n_i}\right)$.

Incluso más simple:

$$\sqrt{1+x} \underset{x\to 0}{\simeq} 1 + \frac{1}{2}x \Rightarrow \sqrt{(\beta-2)^2+1} - (\beta-2) \simeq \frac{1}{2}\frac{1}{\beta-2}$$

$$\Rightarrow \psi_{s,\text{min}} \simeq -2\psi_B - V_{th}\ln\left[2\beta-4\right]$$

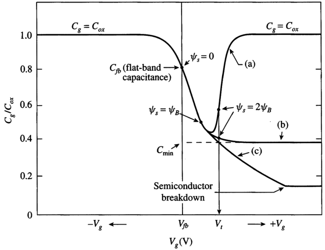
Además, podemos iterar reemplazando $-2\psi_B$ por $\psi_{s,\text{min}}$ y mejorar la estimación.

Características Capacitancia vs. Tensión

$$|Q'_s| = \sqrt{2\epsilon_s\, q\, V_{th}\, N_a}\left[\left(\exp\left(-\frac{\psi_s}{V_{th}}\right)+\frac{\psi_s}{V_{th}}-1\right)+\frac{n_i^2}{N_a^2}\left(\exp\left(\frac{\psi_s}{V_{th}}\right)-\frac{\psi_s}{V_{th}}-1\right)\right]^{1/2}$$

- Tensión umbral$(\psi_s = -2\psi_B)$

$$Q'_s \simeq -\sqrt{2\epsilon_s\, q\, V_{th}\, N_a}\left[\frac{\psi_s}{V_{th}}+\frac{n_i^2}{N_a^2}\exp\left(\frac{\psi_s}{V_{th}}\right)\right]^{1/2}$$

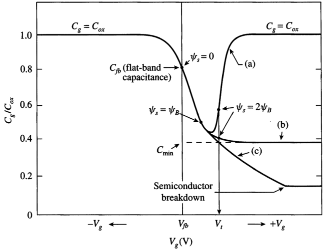


$$C'_s = \frac{d(-Q'_s)}{d\psi_s} \simeq \sqrt{\frac{\epsilon_s\, q\, N_a}{2\, V_{th}}}\,\frac{1+\frac{n_i^2}{N_a^2}\exp\left(\frac{\psi_s}{V_{th}}\right)}{\left[\frac{\psi_s}{V_{th}}+\frac{n_i^2}{N_a^2}\exp\left(\frac{\psi_s}{V_{th}}\right)\right]^{1/2}}$$

$$\frac{n_i^2}{N_a^2}\exp\left(\frac{-2\psi_B}{V_{th}}\right)=1 \Rightarrow C'_s \simeq \sqrt{\frac{\epsilon_s\, q\, N_a}{2\, V_{th}}}\,\frac{2}{\sqrt{\frac{-2\psi_B}{V_{th}}+1}}$$

$$\Rightarrow C'_s \simeq 2\underbrace{\sqrt{\frac{-2\psi_B}{-2\psi_B+V_{th}}}}_{\sim 1}C'_{s,\text{min}} \Rightarrow C_g(V_T) = \frac{C_{ox}}{\frac{\sqrt{-2\psi_B}}{\gamma}+1}$$

$$|Q'_s| = \sqrt{2\epsilon_s\, q\, V_{th}\, N_a}\left[\left(\exp\left(-\frac{\psi_s}{V_{th}}\right)+\frac{\psi_s}{V_{th}}-1\right)+\frac{n_i^2}{N_a^2}\left(\exp\left(\frac{\psi_s}{V_{th}}\right)-\frac{\psi_s}{V_{th}}-1\right)\right]^{1/2}$$



- Inversión fuerte (a. bajas frecuencias)

$$Q'_s \simeq -\sqrt{2\epsilon_s\, q\, V_{th}\, N_a}\left[\frac{n_i}{N_a}\exp\left(\frac{\psi_s}{2V_{th}}\right)\right]$$

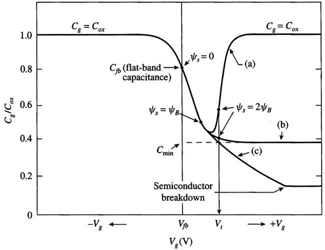
$$C'_s = \frac{d(-Q'_s)}{d\psi_s} \simeq \sqrt{\frac{\epsilon_s\, q\, N_a}{2\, V_{th}}}\,\frac{n_i}{N_a}\exp\left(\frac{\psi_s}{2\, V_{th}}\right)$$

$$C'_s = \frac{C'_{ox}\gamma}{2\sqrt{V_{th}}}\,\frac{n_i}{N_a}\exp\left(\frac{\psi_s}{2\, V_{th}}\right)$$

$$C'_s \gg C'_{ox} \Leftrightarrow \psi_s > 2\, V_{th}\ln\left(\frac{N_a}{n_i}10\,\frac{2\sqrt{V_{th}}}{\gamma}\right)$$

$$\Rightarrow \psi_s > -2\psi_B + 2\, V_{th}\ln\left(10\,\frac{2\sqrt{V_{th}}}{\gamma}\right) \simeq -2\psi_B + 100\,\mathrm{mV}$$

$$|Q'_s| = \sqrt{2\epsilon_s\, q\, V_{th}\, N_a}\left[\left(\exp\left(-\frac{\psi_s}{V_{th}}\right)+\frac{\psi_s}{V_{th}}-1\right)+\frac{n_i^2}{N_a^2}\left(\exp\left(\frac{\psi_s}{V_{th}}\right)-\frac{\psi_s}{V_{th}}-1\right)\right]^{1/2}$$



- Inversión fuerte (b. altas frecuencias)

C_{inv} está relacionada con la variación de Q_{inv}, conformada por portadores minoritarios.

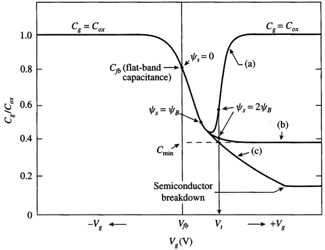
El tiempo de respuesta en inversión fuerte para generar un cambio $> qN_aW_d$:

$$\tau_{inv} \sim \frac{N_a}{n_i}\tau_{n,p} \sim 0{,}1\,\text{s} - 10\,\text{s}$$

Si $f > 100\,\text{Hz}$, Q_{inv} no logra "seguir" el cambio.
Los portadores mayoritarios (Q_d) responden más rápido $\Rightarrow C_s = C_{s,\text{min}} \Rightarrow C_g = C_{\text{min}}$.

Características Capacitancia vs. Tensión

$$|Q'_s| = \sqrt{2\epsilon_s\, q\, V_{th}\, N_a}\left[\left(\exp\left(-\frac{\psi_s}{V_{th}}\right)+\frac{\psi_s}{V_{th}}-1\right)+\frac{n_i^2}{N_a^2}\left(\exp\left(\frac{\psi_s}{V_{th}}\right)-\frac{\psi_s}{V_{th}}-1\right)\right]^{1/2}$$



- Inversión fuerte (c. *deep depletion*)

En este caso, al medir un curva CV, la tensión V_g no varía lentamente.

Si el tiempo de crecimiento (t_r) es menor a $\tau_{n,p}$, los portadores minoritarios no alcanzan a formar la capa de inversión.

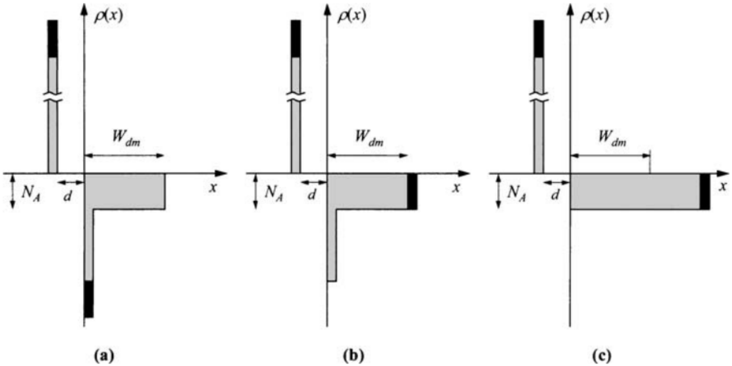
En este caso $W_d > W_{d,\text{máx}}$ y $C_g < C_{\text{min}}$.

Bajo estas condiciones, no se alcanza el estado estacionario.

Si se detiene la variación de V_g, C_g recupera su valor C_{min}. El tiempo necesario para realizar esta recuperación se denomina retention time.

Características Capacitancia vs. Tensión

Inversión fuerte a distintas frecuencias



(a) Low Frequency; (b) High Frequency; (c) Deep Depletion

$$i_C(t) = C\frac{dv_C(t)}{dt}$$

Si la tensión tiene variación constante: $v_C(t) = m\,t$

$$\Rightarrow \frac{dv_C(t)}{dt} = m = \frac{\Delta v_C}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow C' = \frac{C}{A} = \frac{1}{A}\frac{\Delta t}{\Delta v_C} i_C(t)$$

$$i_C(t) = C\frac{dv_C(t)}{dt}$$

Si la tensión tiene variación constante: $v_C(t) = m\,t$

$$\Rightarrow \frac{dv_C(t)}{dt} = m = \frac{\Delta v_C}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow C' = \frac{C}{A} = \frac{1}{A}\frac{\Delta t}{\Delta v_C} i_C(t)$$

Vamos al simulador...