

# Respuesta en Frecuencia, Estabilidad y Capacidades MOS

Leandro Fuentes

[lfuentes@fi.uba.ar](mailto:lfuentes@fi.uba.ar)

# Calendario

## Capítulo 1: Introducción

- Clase 1: Transistores Bipolar y MOS. Pequeña señal. Circuitos monoetapas
- Clase 2: Cadence - Introducción y Circuitos monoetapas
- Clase 3: Par diferencial. Amplificador diferencial. Implementación básica

## Capítulo 2: Respuesta en Frecuencia y Estabilización

- Clase 4: Amplificador operacional: Respuesta en frecuencia, estabilidad. Capacidades asociadas al transistor MOS
- Clase 5: Cadence - Amplificador operacional. Operación en DC, offset sistemático, ganancia
- Clase 6: Estabilización, Miller, cero asociado, compensaciones avanzadas
- Clase 7: Cadence - Amplificador operacional. Respuesta en frecuencia, estabilidad

# Calendario

## Capítulo 3: Amplificadores Avanzados

- Clase 8: Amplificadores avanzados. Current mirror opamp, cascode, folded amplifier, folded cascode.
- Clase 9: Amplificadores avanzados. Push-pull output, Diff-diff, CMFB
- Clase 10: Cadence - Amplificadores avanzados

## Capítulo 4: Ruido y Offset

- Clase 11: Offset
- Clase 12: Ruido
- Clase 13: Cadence - Diseño con offset y ruido

## Capítulo 5: Circuitos Auxiliares

- Clase 14: Circuitos auxiliares. Referencias, bandgap, osciladores
- Clases 15 y 16: Extra – Introducción al diseño físico de semiconductores (layout)

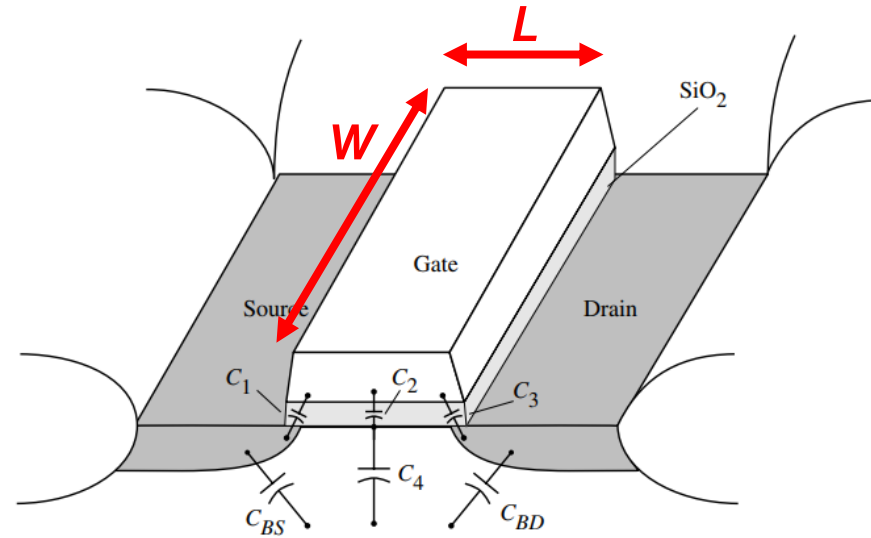
# Contenido Clase 4

- Capacidades en Transistores MOS
  - Modos de operación del MOS y capacidades
  - Frecuencia de transición
- Respuesta en Frecuencia de Etapas Amplificadoras
  - Etapa SE
  - Etapa Diff con carga activa
  - Amplificador two-stage sin compensación
- Estabilidad de Sistemas Realimentados
  - Realimentación
  - Márgenes de estabilidad
  - Relación entre estabilidad, respuesta en frecuencia y respuesta transitoria

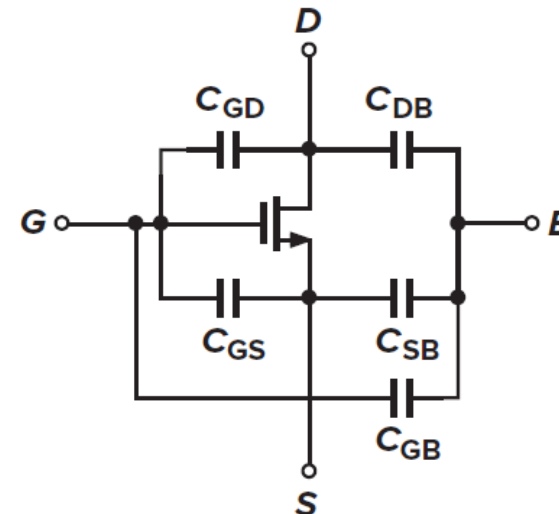
## Contenido Clase 4

- Capacidades en Transistores MOS
  - Modos de operación del MOS y capacidades
  - Frecuencia de transición
- Respuesta en Frecuencia de Etapas Amplificadoras
  - Etapa SE
  - Etapa Diff con carga activa
  - Amplificador two-stage sin compensación
- Estabilidad de Sistemas Realimentados
  - Realimentación
  - Márgenes de estabilidad
  - Relación entre estabilidad, respuesta en frecuencia y respuesta transitoria

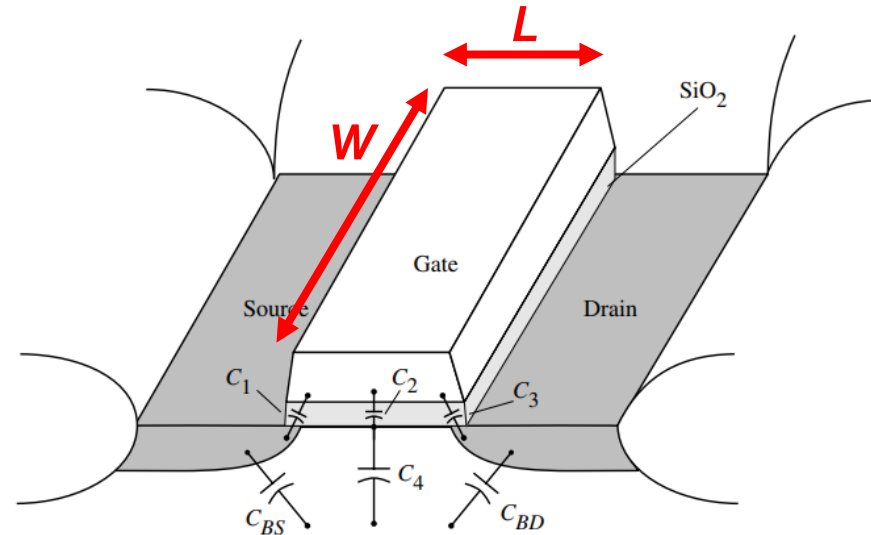
- Estructura MOS - presenta diferentes tipos de capacidades:
  - $C_2$ : Gate-Channel (MOS cap)
  - $C_4$ : Channel-Sub (Depletion cap)
  - $C_{1-3}$ : Gate-diffusion (Overlap cap)
  - $C_{BS-BD}$ : Diffusion-bulk (Junction cap)
- Sus valores dependen de:
  - Tecnología:  $C_{ox}, C_J, M_J$
  - Dimensión del dispositivo:  $W, L$
  - Polarización: Triodo, Saturación, Off
- Para cálculo, se modelan como cinco capacitores concentrados:
  - $C_{GS}, C_{GD}, C_{SB}, C_{DB}, C_{GB}$
- El modelo para simulación describe las cargas, y luego:
  - $C_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial V_j}$



**Figure 3.2-4** Large-signal, charge-storage capacitors of the MOS device.

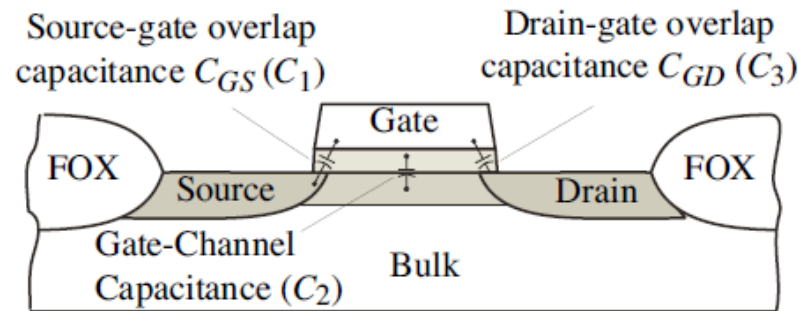
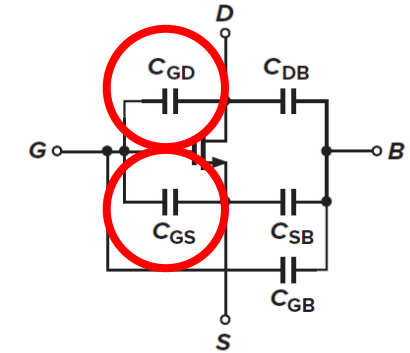


- Estructura MOS - presenta diferentes tipos de capacidades:
  - $C_2$ : Gate-Channel (MOS cap)
  - $C_4$ : Channel-Sub (Depletion cap)
  - $C_{1-3}$ : Gate-diffusion (Overlap cap)
  - $C_{BS-BD}$ : Diffusion-bulk (Junction cap)
- Sus valores dependen de:
  - Tecnología:  $C_{ox}$ ,  $C_J$ ,  $M_J$
  - Dimensión del dispositivo:  $W$ ,  $L$
  - Polarización: Triodo, Saturación, Off
- Para cálculo, se modelan como cinco capacitores concentrados:
  - $C_{GS}$ ,  $C_{GD}$ ,  $C_{SB}$ ,  $C_{DB}$ ,  $C_{GB}$
- El modelo para simulación describe las cargas, y luego:
  - $C_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial V_j}$



Triode

**Figure 3.2-4** Large-signal, charge-storage capacitors of the MOS device.



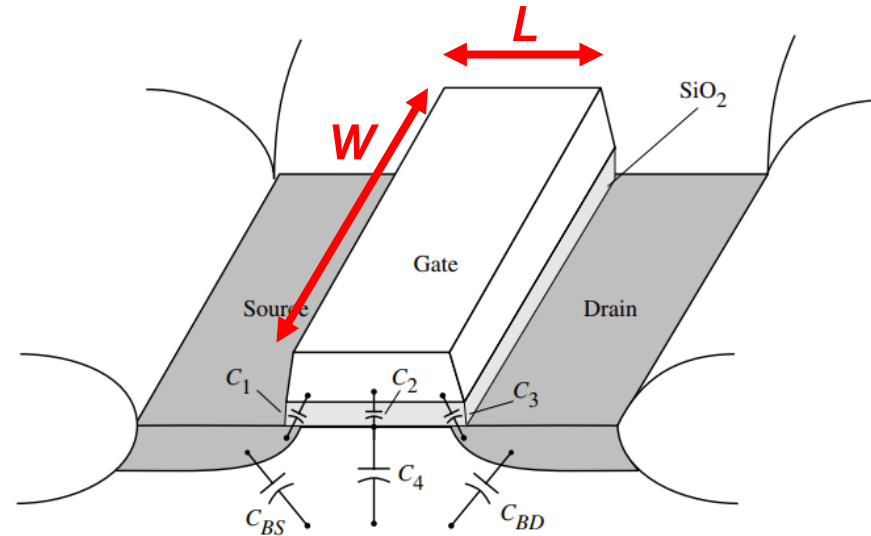
$$C_{1-3} = C_{ox} \cdot W \cdot L_{ov} = C_{GxO} \cdot W$$

$$C_2 = C_{ox} \cdot W \cdot L$$

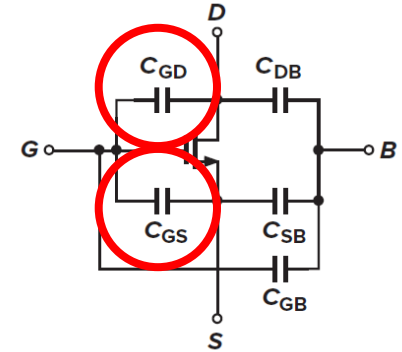
$$C_{GS} = \frac{C_2}{2} + C_1$$

$$C_{GD} = \frac{C_2}{2} + C_3$$

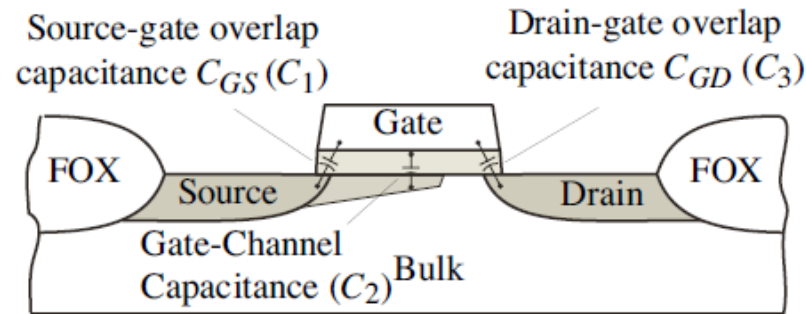
- Estructura MOS - presenta diferentes tipos de capacidades:
  - $C_2$ : Gate-Channel (MOS cap)
  - $C_4$ : Channel-Sub (Depletion cap)
  - $C_{1-3}$ : Gate-diffusion (Overlap cap)
  - $C_{BS-BD}$ : Diffusion-bulk (Junction cap)
- Sus valores dependen de:
  - Tecnología:  $C_{ox}, C_J, M_J$
  - Dimensión del dispositivo:  $W, L$
  - Polarización: Triodo, Saturación, Off
- Para cálculo, se modelan como cinco capacitores concentrados:
  - $C_{GS}, C_{GD}, C_{SB}, C_{DB}, C_{GB}$
- El modelo para simulación describe las cargas, y luego:
  - $C_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial V_j}$



**Figure 3.2-4** Large-signal, charge-storage capacitors of the MOS device.



### Saturation (strong inversion)



$$C_{1-3} = C_{ox} \cdot W \cdot L_{ov} = C_{GxO} \cdot W$$

$$C_2 = C_{ox} \cdot W \cdot L$$

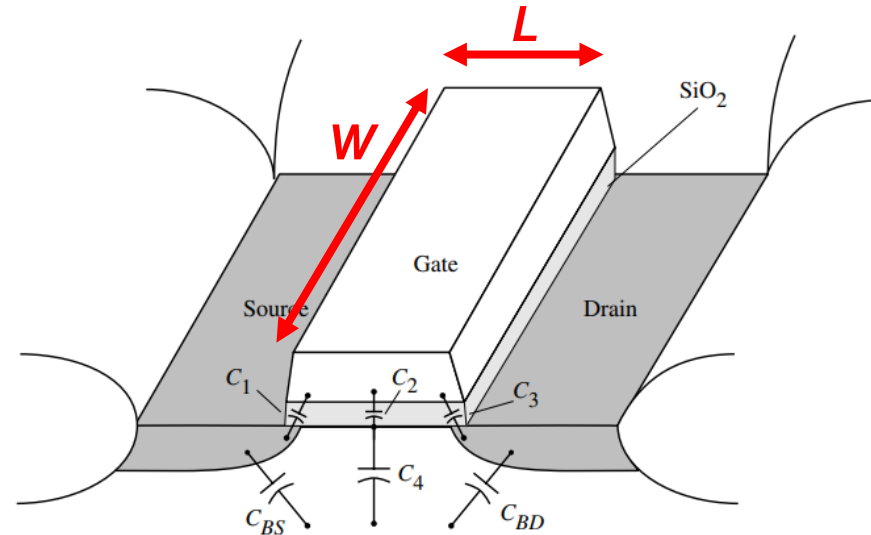
---


$$C_{GS} = \frac{2}{3} C_2 + C_1$$

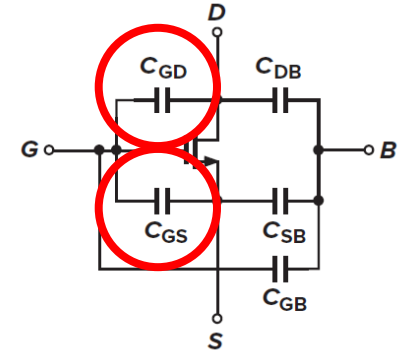
$$C_{GD} = C_3$$



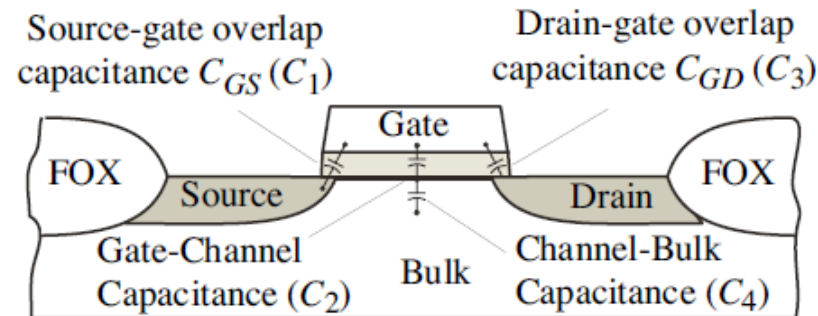
- Estructura MOS - presenta diferentes tipos de capacidades:
  - $C_2$ : Gate-Channel (MOS cap)
  - $C_4$ : Channel-Sub (Depletion cap)
  - $C_{1-3}$ : Gate-diffusion (Overlap cap)
  - $C_{BS-BD}$ : Diffusion-bulk (Junction cap)
- Sus valores dependen de:
  - Tecnología:  $C_{ox}, C_J, M_J$
  - Dimensión del dispositivo:  $W, L$
  - Polarización: Triodo, Saturación, Off
- Para cálculo, se modelan como cinco capacitores concentrados:
  - $C_{GS}, C_{GD}, C_{SB}, C_{DB}, C_{GB}$
- El modelo para simulación describe las cargas, y luego:
  - $C_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial V_j}$



**Figure 3.2-4** Large-signal, charge-storage capacitors of the MOS device.



Off (weak inversion)



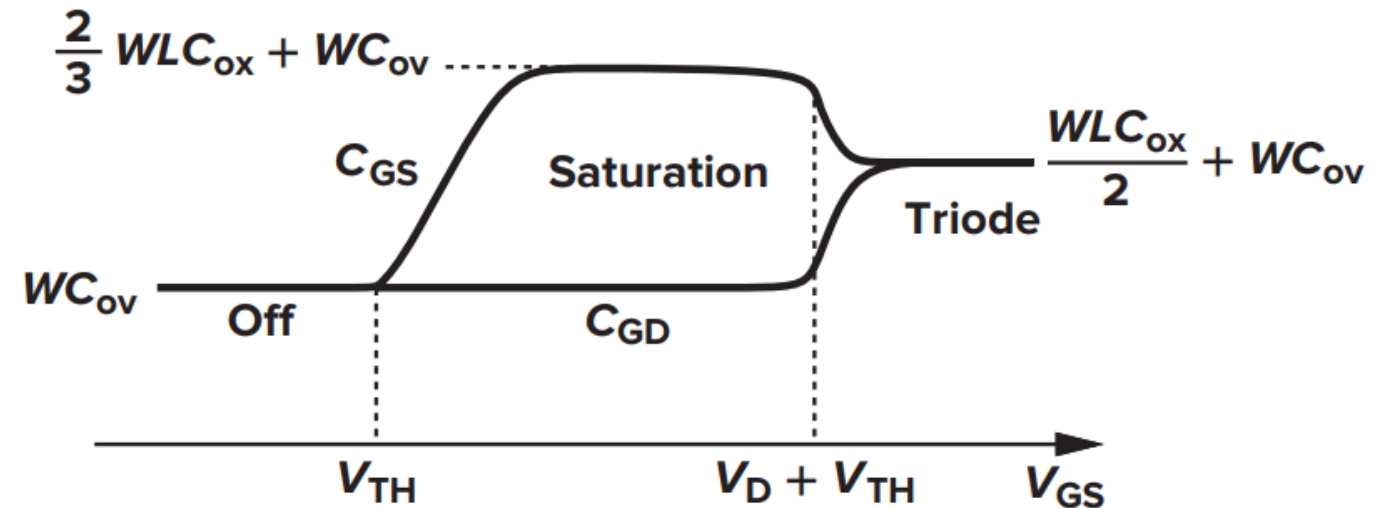
$$C_{1-3} = C_{ox} \cdot W \cdot L_{ov} = C_{GxO} \cdot W$$

$$C_{GS} = C_1$$

$$C_{GD} = C_3$$

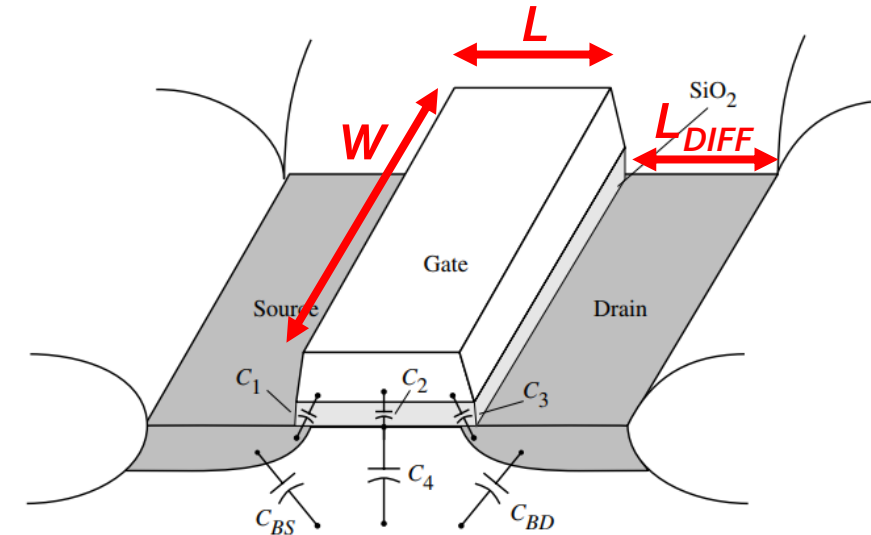
- Estructura MOS - presenta diferentes tipos de capacidades:
  - $C_2$ : Gate-Channel (MOS cap)
  - $C_4$ : Channel-Sub (Depletion cap)
  - $C_{1-3}$ : Gate-diffusion (Overlap cap)
  - $C_{BS-BD}$ : Diffusion-bulk (Junction cap)
- Sus valores dependen de:
  - Tecnología:  $C_{ox}, C_J, M_J$
  - Dimensión del dispositivo:  $W, L$
  - Polarización: Triodo, Saturación, Off
- Para cálculo, se modelan como cinco capacitores concentrados:
  - $C_{GS}, C_{GD}, C_{SB}, C_{DB}, C_{GB}$
- El modelo para simulación describe las cargas, y luego:
  - $C_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial V_j}$

		$V_{GS}$	
		$< V_{TH}$	$> V_{TH}$
$V_{DS}$	$< V_{SAT}$	OFF	TRIODE
	$> V_{SAT}$	OFF	SAT

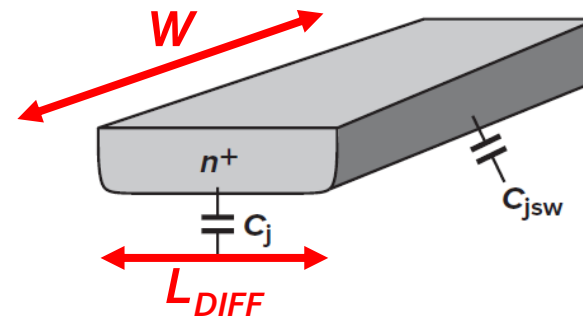
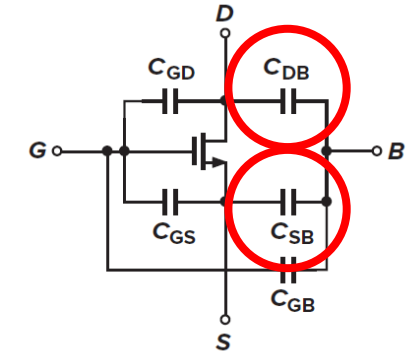


Variation of gate-source and gate-drain capacitances versus  $V_{GS}$ .

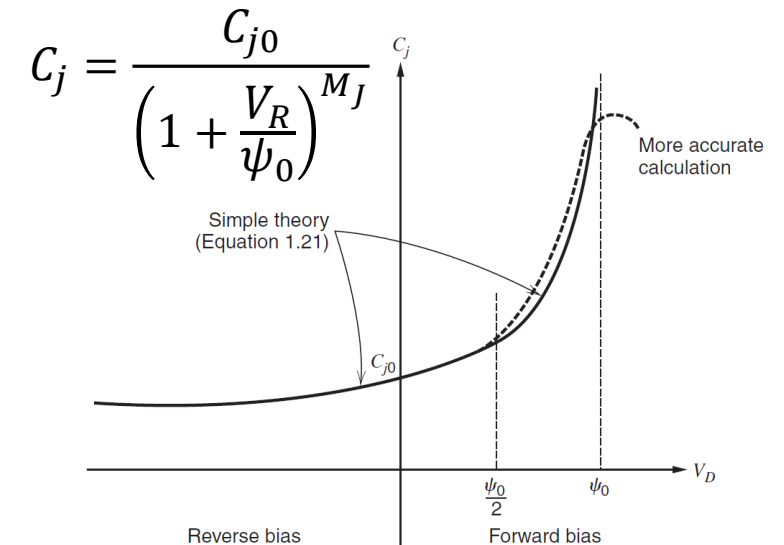
- Estructura MOS - presenta diferentes tipos de capacidades:
  - $C_2$ : Gate-Channel (MOS cap)
  - $C_4$ : Channel-Sub (Depletion cap)
  - $C_{1-3}$ : Gate-diffusion (Overlap cap)
  - $C_{BS-BD}$ : Diffusion-bulk (Junction cap)
- Sus valores dependen de:
  - Tecnología:  $C_{ox}, C_J, M_J$
  - Dimensión del dispositivo:  $W, L$
  - Polarización: Triodo, Saturación, Off
- Para cálculo, se modelan como cinco capacitores concentrados:
  - $C_{GS}, C_{GD}, C_{SB}, C_{DB}, C_{GB}$
- El modelo para simulación describe las cargas, y luego sus derivadas parciales:
  - $C_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial V_j}$



**Figure 3.2-4** Large-signal, charge-storage capacitors of the MOS device.



$$C_{xB} = C_j \cdot W \cdot L_{diff} + C_{jsw} \cdot (W + L_{diff})$$



**Figure 1.3** Behavior of  $pn$  junction depletion-layer capacitance  $C_j$  as a function of bias voltage  $V_D$ .

- Estructura MOS - presenta diferentes tipos de capacidades:
  - $C_2$ : Gate-Channel (MOS cap)
  - $C_4$ : Channel-Sub (Depletion cap)
  - $C_{1-3}$ : Gate-diffusion (Overlap cap)
  - $C_{BS-BD}$ : Diffusion-bulk (Junction cap)
- Sus valores dependen de:
  - Tecnología:  $C_{ox}, C_J, M_J$
  - Dimensión del dispositivo:  $W, L$
  - Polarización: Triodo, Saturación, Off
- Para cálculo, se modelan como cinco capacitores concentrados:
  - $C_{GS}, C_{GD}, C_{SB}, C_{DB}, C_{GB}$
- El modelo para simulación describe las cargas, y luego sus derivadas parciales:
  - $C_{ij} = \frac{\partial Q_i}{\partial V_j}$

BSIM4 Manual, Cap. 7  
[https://cmosedu.com/cmos1/BSIM4\\_manual.pdf](https://cmosedu.com/cmos1/BSIM4_manual.pdf)

		$V_{GS}$	
		$< V_{TH}$	$> V_{TH}$
$V_{DS}$	$< V_{SAT}$	OFF	TRIODE
	$> V_{SAT}$	OFF	SAT

	OFF/W.I.	SAT/S.I.	TRIODE
$C_{GS}$	$C_{GSO}W$	$C_{GSO}W + \frac{2}{3}C_{ox}WL$	$C_{GSO}W + \frac{1}{2}C_{ox}WL$
$C_{GD}$	$C_{GDO}W$	$C_{GDO}W$	$C_{GDO}W + \frac{1}{2}C_{ox}WL$
$C_{GB}$	$C_{GBO} \cdot L + \frac{C_{ox}C_{dep}}{C_{ox} + C_{dep}}WL$	$C_{GBO} \cdot L$	
$C_{SB}$	$C_j \cdot WL_{diff} + C_{jsw} \cdot (W + L_{diff})$		
$C_{DB}$	$C_j \cdot WL_{diff} + C_{jsw} \cdot (W + L_{diff})$		

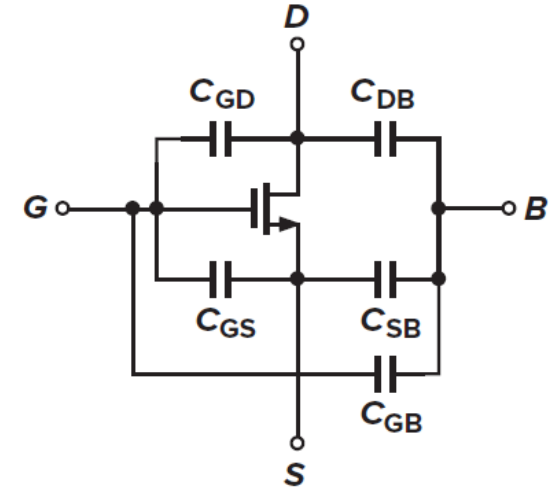
• Complete los siguientes cálculos:

- $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m}$
- $\epsilon_r^{SiO_2} = 3.9$
- $t_{ox} = 10 \text{ nm} = 100 \text{ Å}$
- $C_{ox} = \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r^{SiO_2}}{t_{ox}} = ?$
- $L_{ov} = 10 \text{ nm}$
- $C_{GxO} = C_{ox} \cdot L_{ov} = ?$
- $C_{j0} = 0.5 \frac{fF}{\mu m^2}$
- $C_{jSW0} = 0.2 \frac{fF}{\mu m}$
- $\psi_0 = 1V$
- $M_J = 0.5$

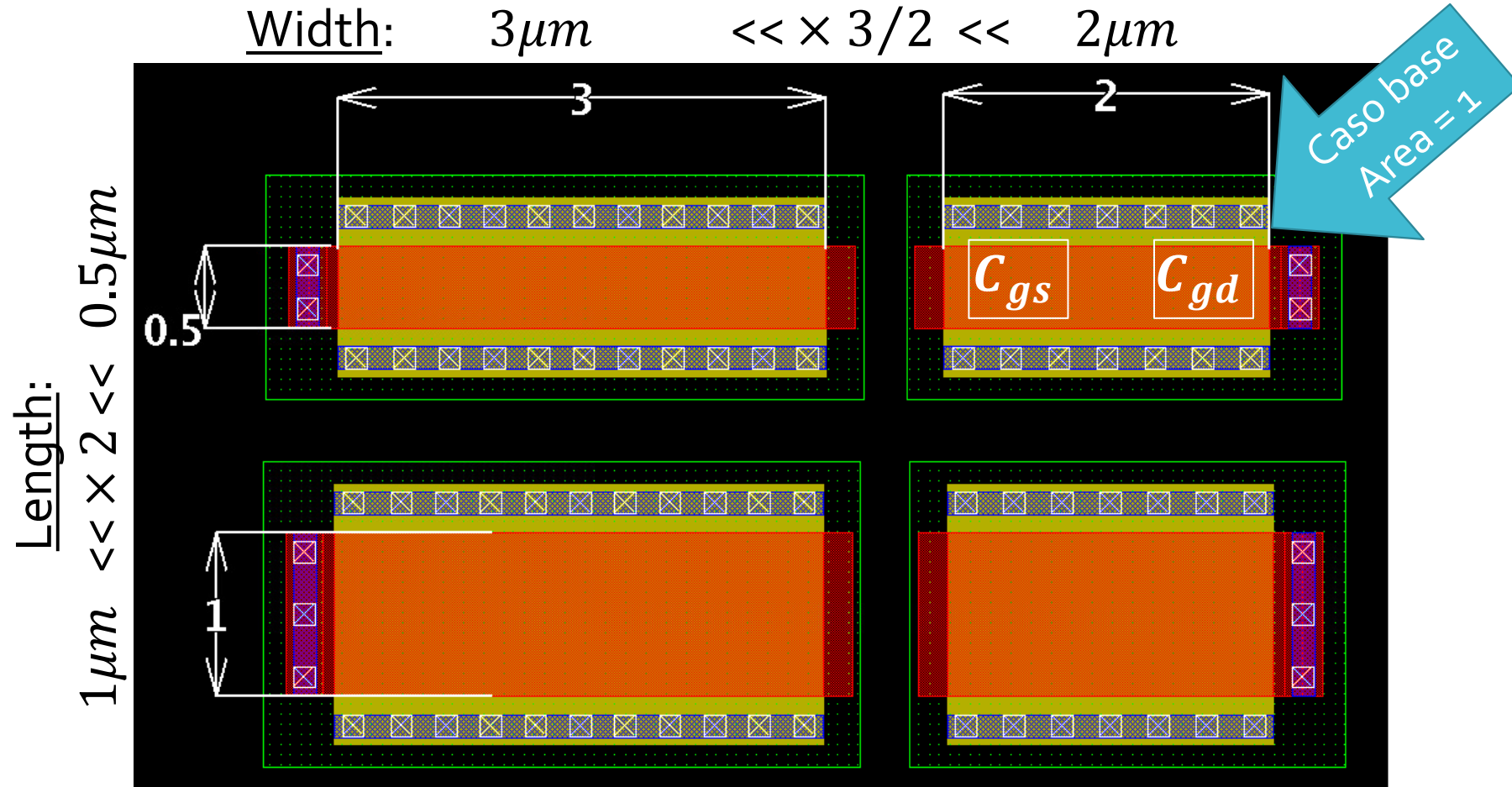
- $W/L = 10 \mu m / 1 \mu m$
- $L_{diff} = 0.5 \mu m$
- $V_{SB} = 0V$
- $V_{DB} = 3V$

- $C_{GS} = C_{GS0}W + \frac{2}{3}C_{ox}WL = ?$
- $C_{GD} = C_{GDO}W = ?$

- $C_j = \frac{C_{j0}}{\left(1 + \frac{V_R}{\psi_0}\right)^{M_J}}, C_{jSW} = \frac{C_{jSW0}}{\left(1 + \frac{V_R}{\psi_0}\right)^{M_J}}$
- $C_{SB} = C_j \cdot WL_{diff} + C_{jSW} \cdot (W + L_{diff}) = ?$
- $C_{DB} = C_j \cdot WL_{diff} + C_{jSW} \cdot (W + L_{diff}) = ?$



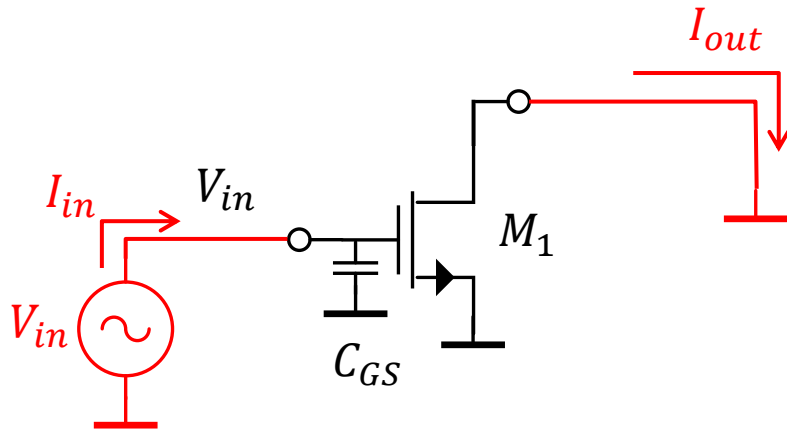
- Variación de  $C_{GS}$  y  $C_{GD}$  con  $W$  y  $L$ : ¿cuánto varían  $C_{GD}$  y  $C_{GS}$  respecto del caso base?
- Assuma, por simplicidad:  $C_{GS} \approx \frac{2}{3} \cdot C_{ox} \cdot W \cdot L - y - C_{GD} = C_{GDO} \cdot W$



- Frecuencia de transición: la ganancia de corriente entre G y D es unitaria:

$$A_i = \frac{I_{out}}{I_{in}} \rightarrow \boxed{|A_i|(\omega_T) = 1}$$

$$\left. \begin{array}{l} I_{out} = -g_m \cdot V_{in} \\ I_{in} = sC_{GS} \cdot V_{in} \end{array} \right\} |A_i| = \frac{g_m \cdot V_{in}}{\omega C_{GS} \cdot V_{in}} \rightarrow |A_i|(\omega_T) = 1 = \frac{g_m}{\omega_T \cdot C_{GS}} \rightarrow \boxed{\omega_T \approx \frac{g_m}{C_{gs}}}$$



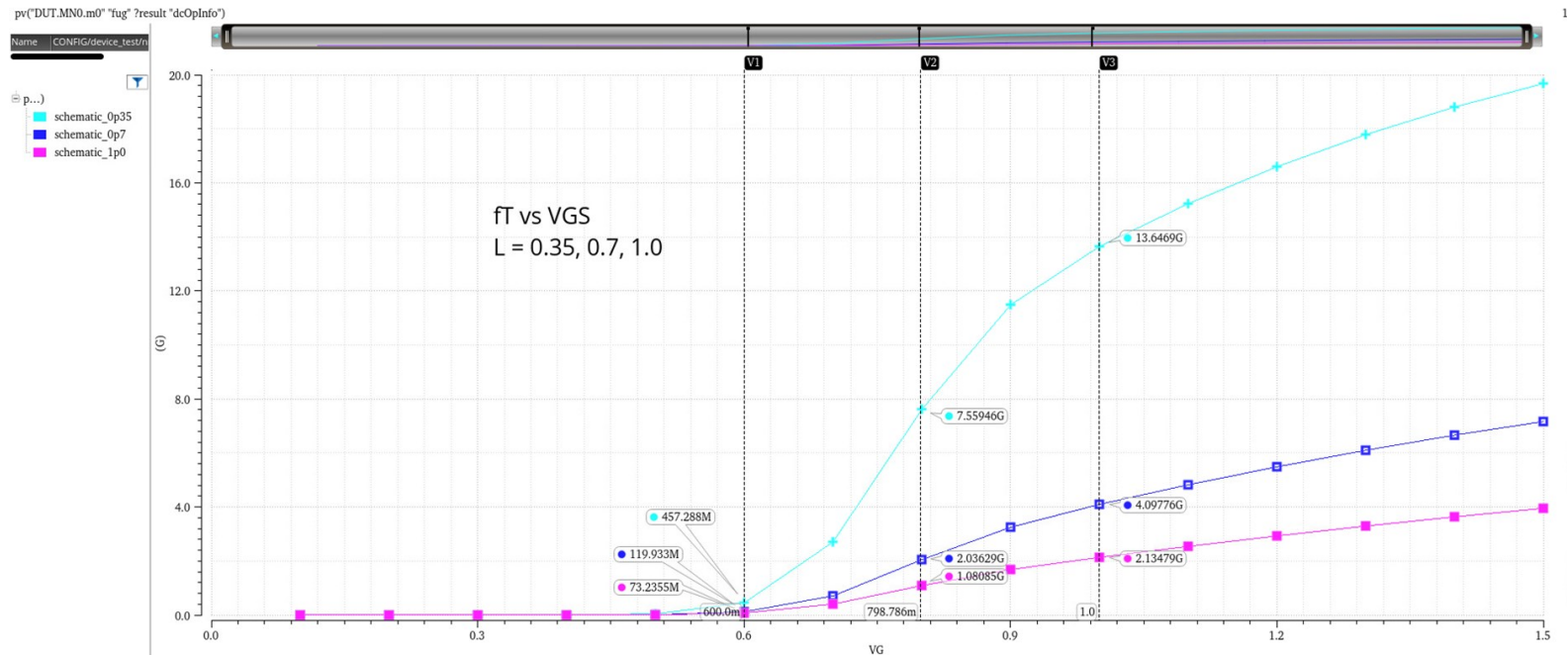
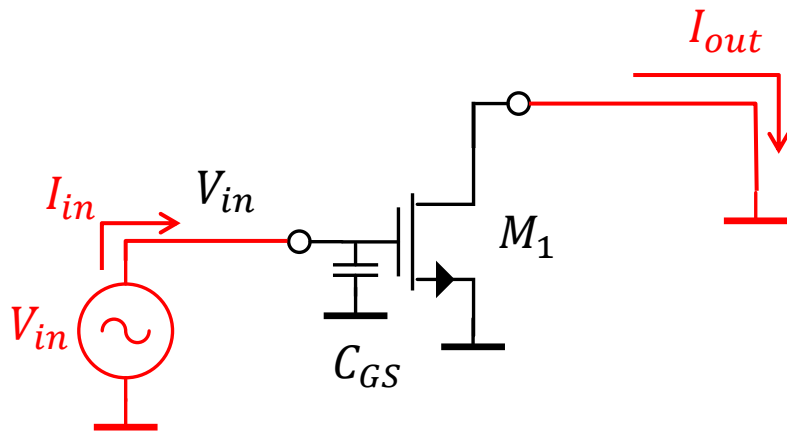


- Frecuencia de transición: la ganancia de corriente entre G y D es unitaria:
  - Es una métrica de la performance del dispositivo y la tecnología

$$\omega_T \approx \frac{g_m}{C_{gs}} = \frac{\mu_N C_{ox} W/L V_{ov}}{2/3 C_{ox} WL} \longrightarrow \omega_T = 2\pi f_T \approx \frac{3}{2} \mu_N \frac{V_{ov}}{L^2}$$

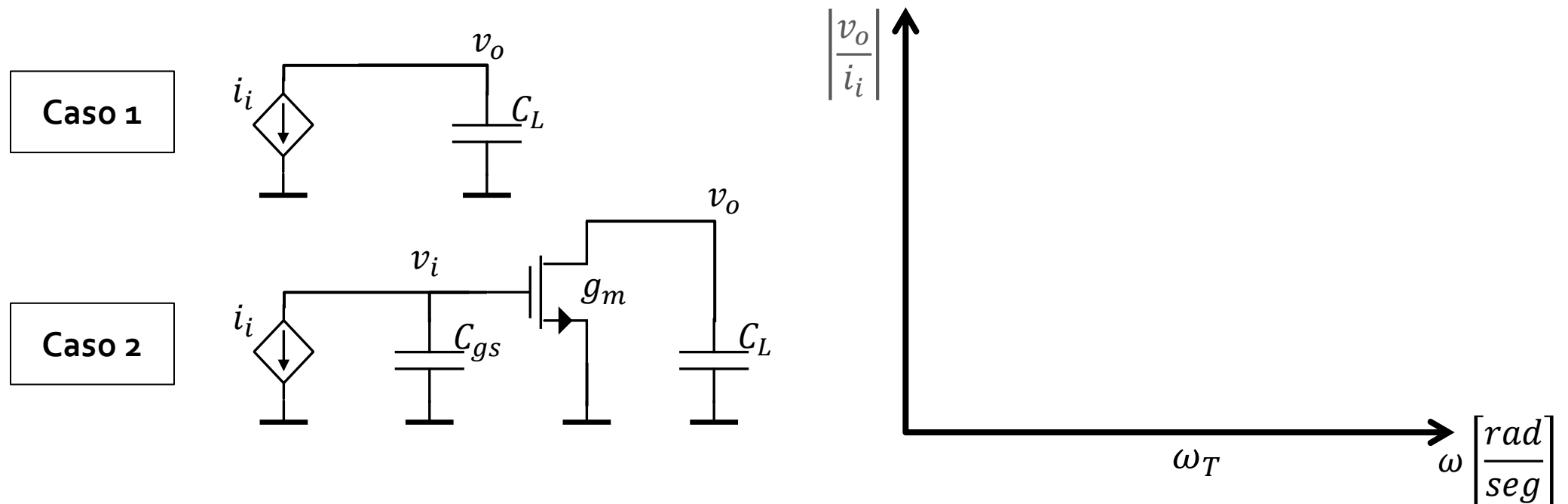
Para mayor velocidad:

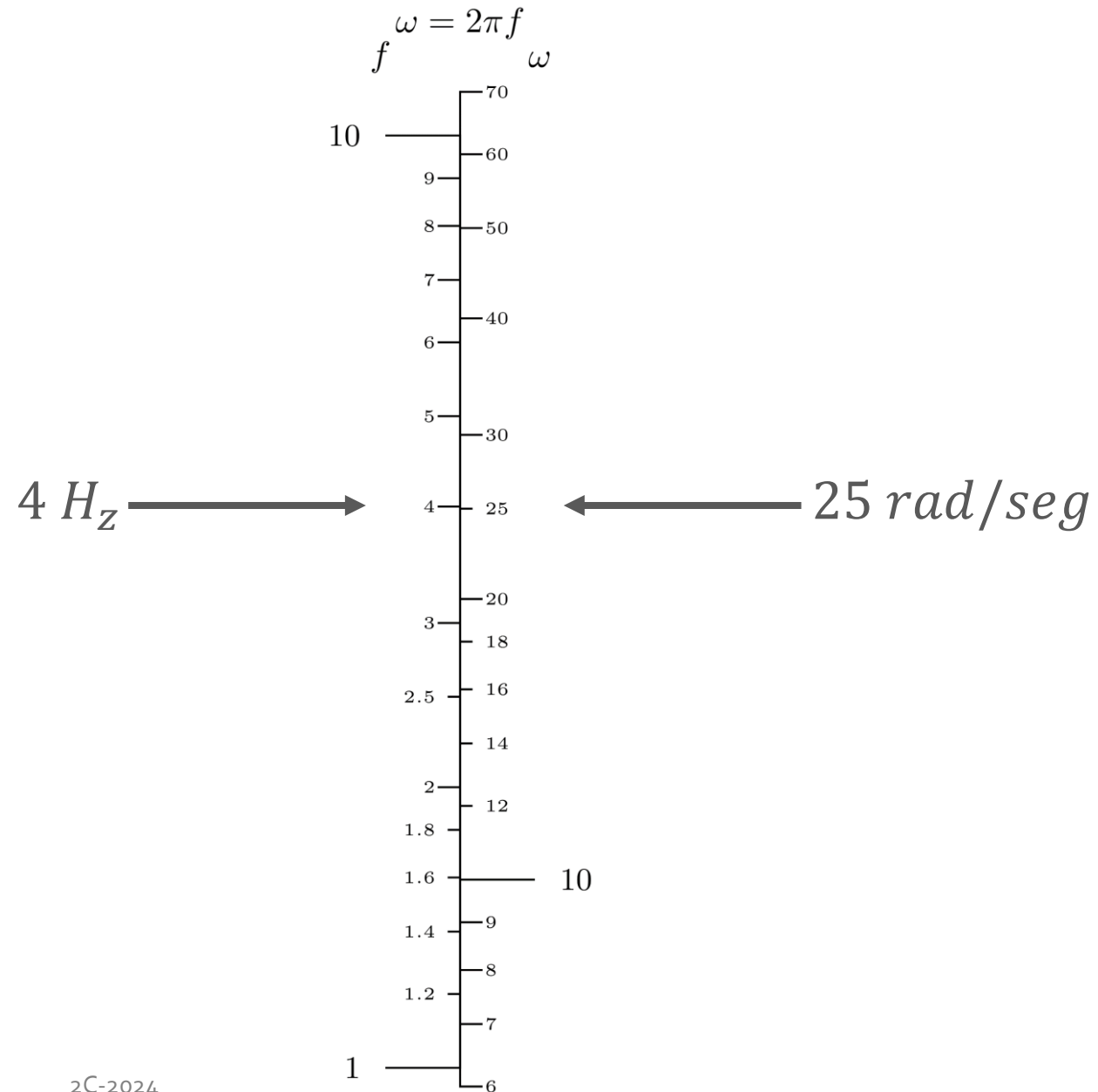
- **NMOS es mejor que PMOS**
- **L bajo**
- **Overdrive alto:** antes de que saturate el  $g_m$  por degradación de movilidad





- Se busca comparar la respuesta en alta frecuencia de los siguientes dos circuitos en donde el Caso 2 corresponde al Caso 1 con el agregado de una etapa common-source.
  - Nótese que  $\omega_T = g_m / C_{gs}$  del caso 2
  - 1. Evalúe la transimpedancia de ambos casos en  $\omega = \omega_T \rightarrow \left| \frac{v_o}{i_i} \right| (\omega_T)$ : ¿Cuál caso presenta mayor transimpedancia en esta frecuencia?
  - 2. Bocete el diagrama Bode de ambos circuitos, en el entorno de  $\omega_T$
  - 3. ¿Qué puede decir sobre la utilidad de la etapa extra agregada en el Caso 2?

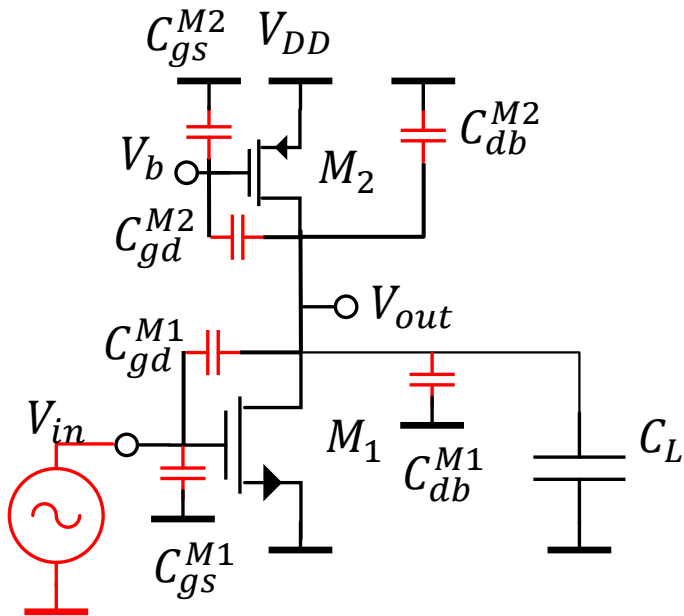




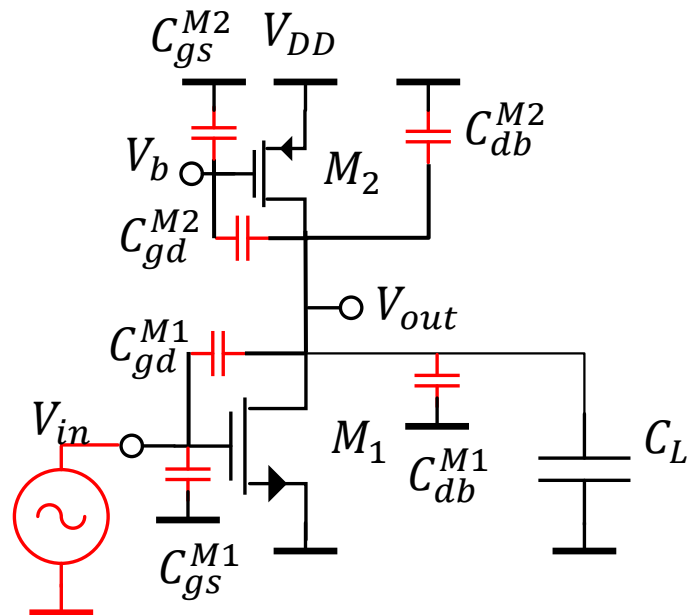
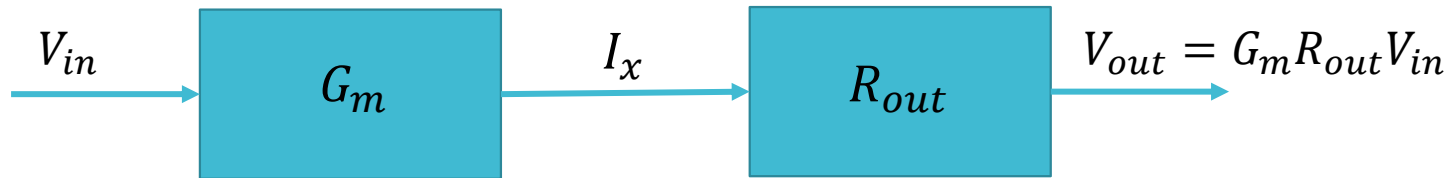
# Contenido Clase 4

- Capacidades en Transistores MOS
  - Modos de operación del MOS y capacidades
  - Frecuencia de transición
- Respuesta en Frecuencia de Etapas Amplificadoras
  - Etapa SE
  - Etapa Diff con carga activa
  - Amplificador two-stage sin compensación
- Estabilidad de Sistemas Realimentados
  - Realimentación
  - Márgenes de estabilidad
  - Relación entre estabilidad, respuesta en frecuencia y respuesta transitoria

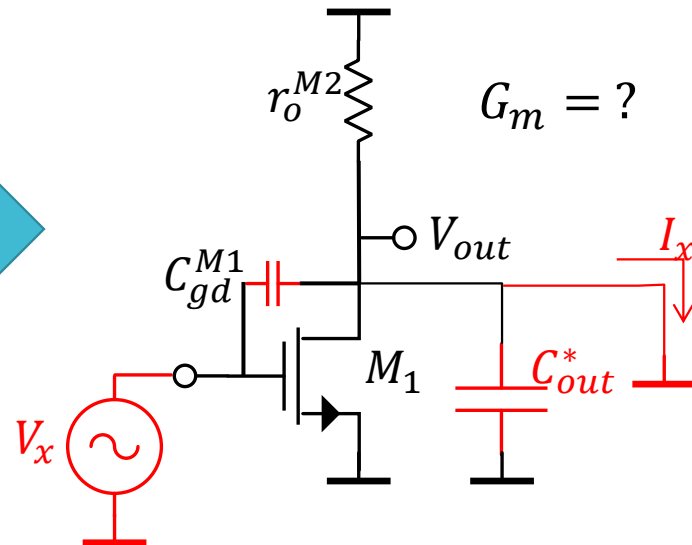
- Etapa common-source: obtenga la transferencia de tensión
  - ¿Cuántos nodos tiene este circuito?
  - ¿Cuántos polos esperamos encontrar en la transferencia?
  - ¿Esperamos encontrar ceros en la transferencia?



- Etapa common-source: obtenga la transferencia de tensión

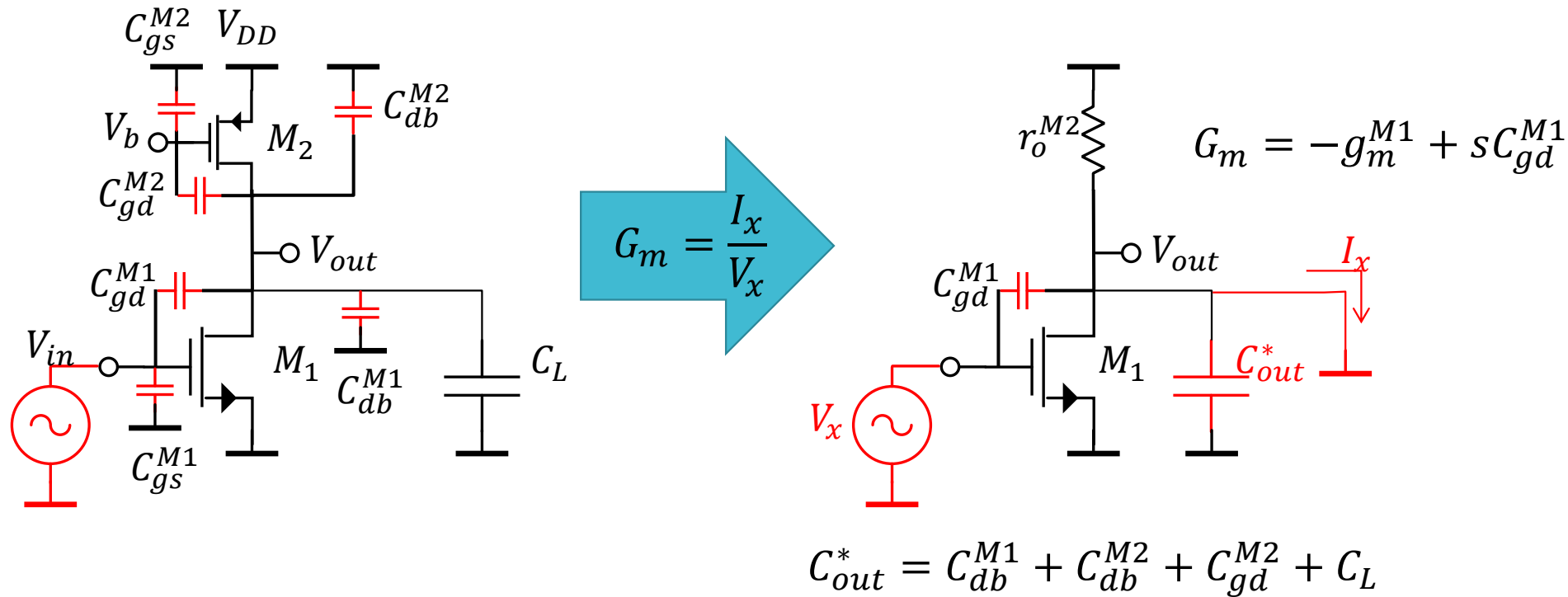
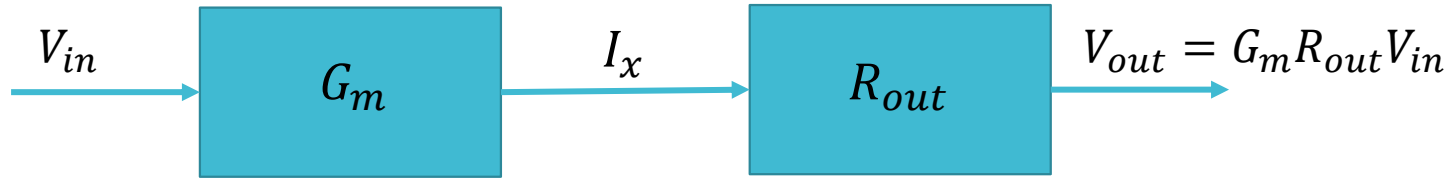


$$G_m = \frac{I_x}{V_x}$$

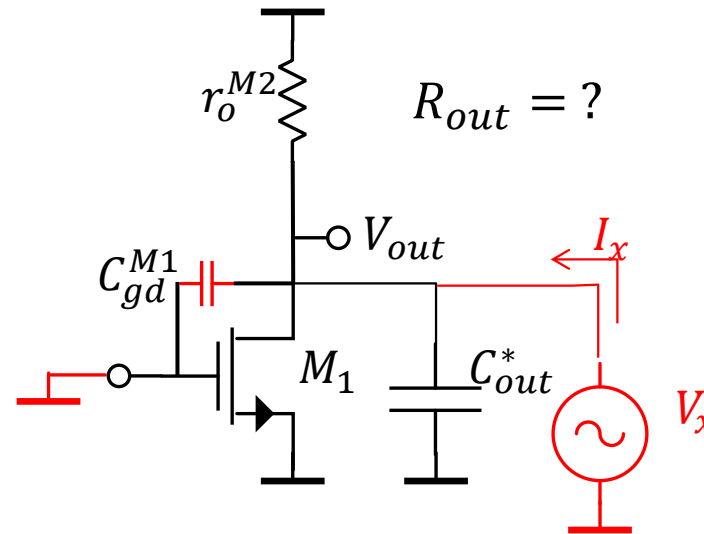
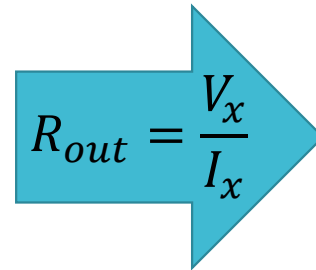
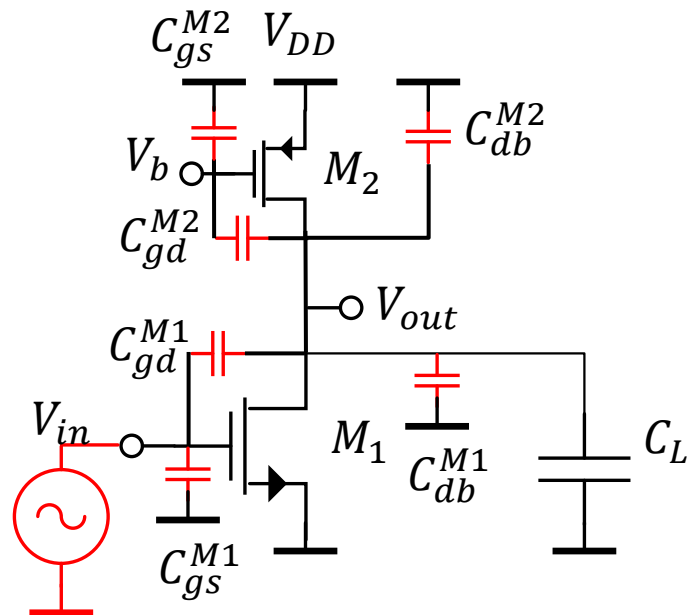
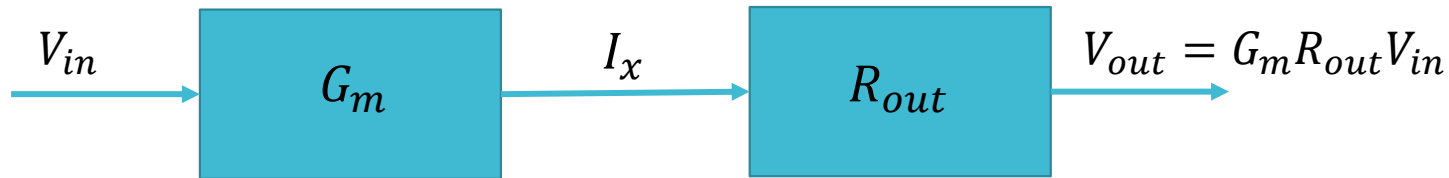


$$C_{out}^* = C_{db}^{M1} + C_{db}^{M2} + C_{gd}^{M2} + C_L$$

- Etapa common-source: obtenga la transferencia de tensión

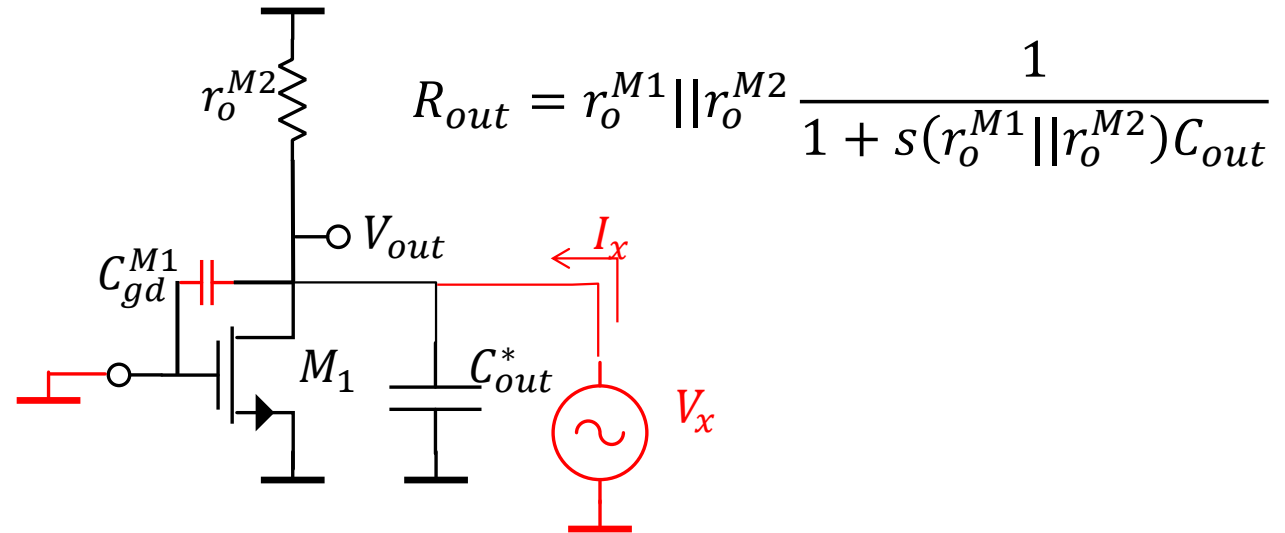
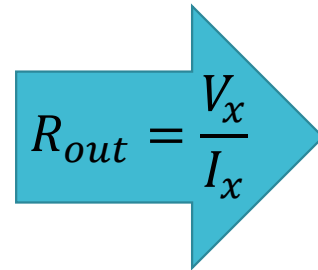
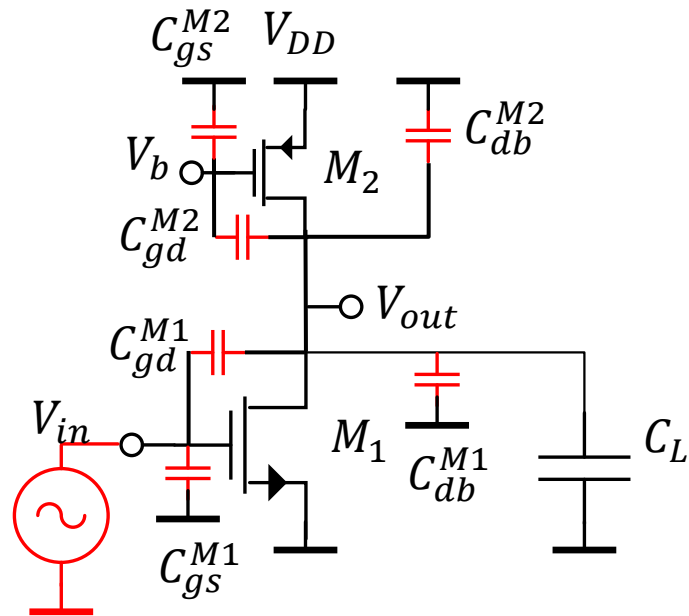
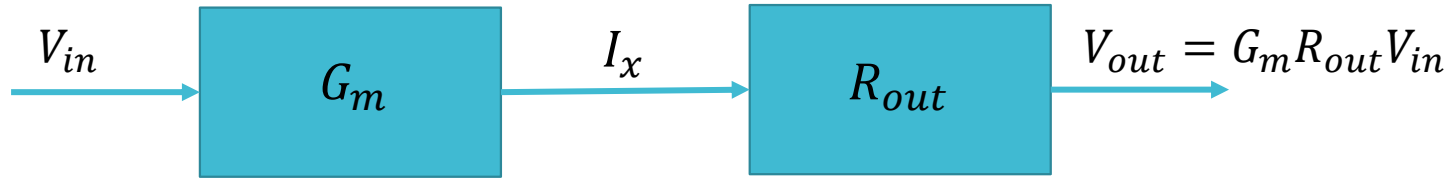


- Etapa common-source: obtenga la transferencia de tensión



$$C_{out}^* = C_{db}^{M1} + C_{db}^{M2} + C_{gd}^{M2} + C_L$$

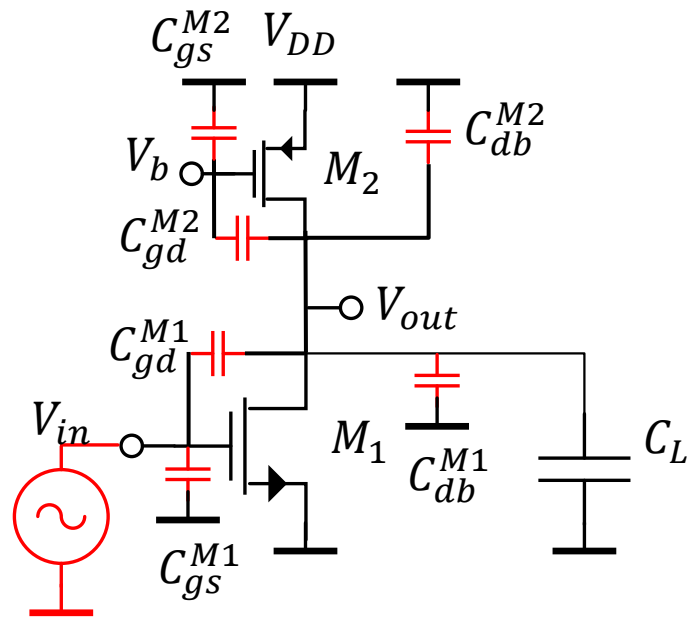
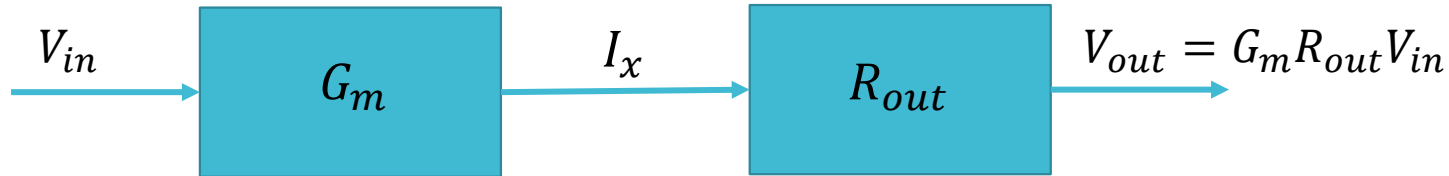
- Etapa common-source: obtenga la transferencia de tensión



$$C_{out}^* = C_{db}^{M1} + C_{db}^{M2} + C_{gd}^{M2} + C_L$$



- Etapa common-source: obtenga la transferencia de tensión



$$A_v = \frac{V_{out}}{V_{in}} = G_m \cdot R_{out}$$

$$G_m = -g_m^{M1} + sC_{gd}^{M1}$$

$$R_{out} = r_o^{M1} \parallel r_o^{M2} \frac{1}{1 + s(r_o^{M1} \parallel r_o^{M2})C_{out}}$$

$$A_v = -g_m^{M1} (r_o^{M1} \parallel r_o^{M2}) \frac{1 - s \frac{C_{gd}^{M1}}{g_m^{M1}}}{1 + s(r_o^{M1} \parallel r_o^{M2})C_{out}}$$

- Etapa common-source: obtenga la transferencia de tensión

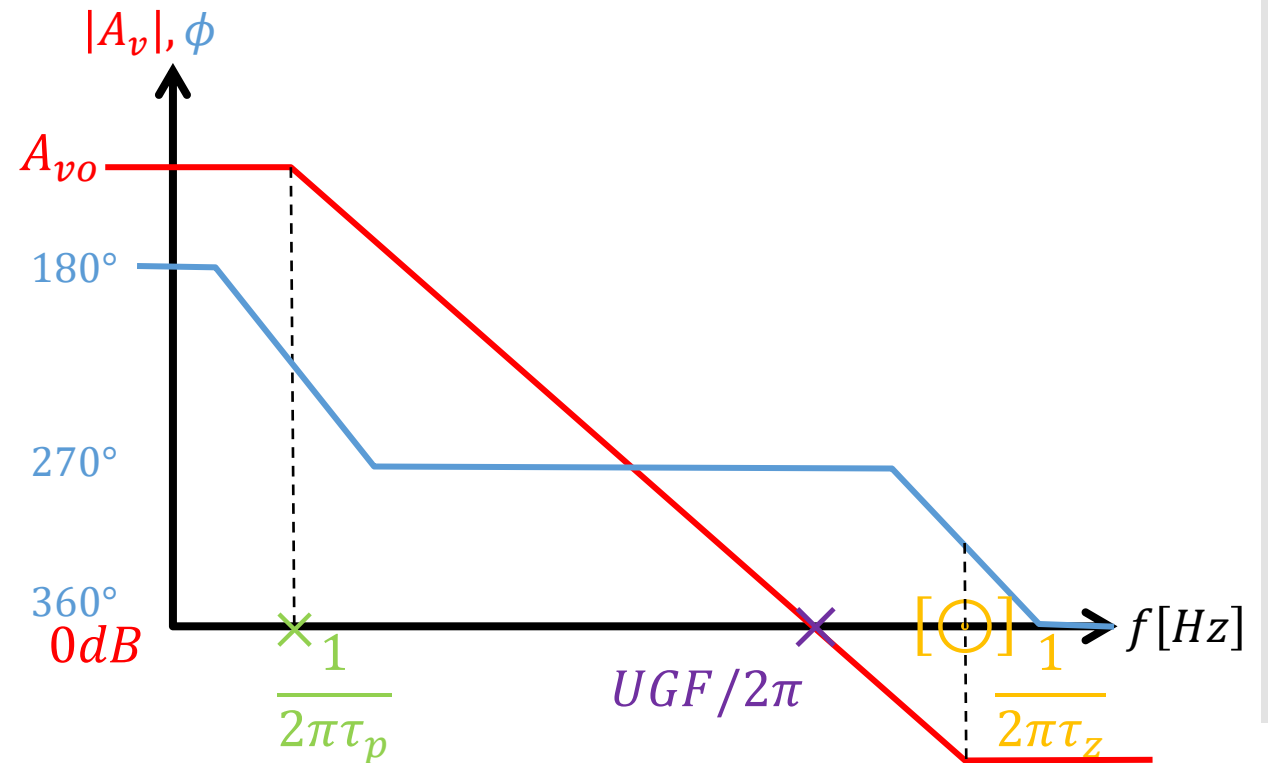
$$G_m = -g_m^{M1} + sC_{gd}^{M1}$$

$$R_{out} = r_o^{M1} || r_o^{M2} \frac{1}{1 + s(r_o^{M1} || r_o^{M2})C_{out}}$$

$$A_v = -g_m^{M1}(r_o^{M1} || r_o^{M2}) \frac{1 - s \frac{C_{gd}^{M1}}{g_m^{M1}}}{1 + s(r_o^{M1} || r_o^{M2})C_{out}}$$

$$A_v = A_{vo} \frac{1 - s\tau_z}{1 + s\tau_p} \left\{ \begin{array}{l} A_{vo} = -g_m^{M1}(r_o^{M1} || r_o^{M2}) \\ \tau_p = (r_o^{M1} || r_o^{M2})C_{out} \\ \tau_z = C_{gd}^{M1} / g_m^{M1} \\ UGF = GBW = g_m^{M1} / C_{out} \end{array} \right.$$

2C-2024



- Calcule:
  - Los valores de la transferencia pedidos en la tabla para el caso base con  $L = 0.1 \mu m$
  - A partir del caso base: si se incrementan las longitudes de ambos MOS mateniendo sus relaciones de aspecto, ¿cómo varían los resultados?
  - A partir del caso base: si se cuadruplica el ancho de M1, ¿cómo varían los resultados?
  - Grafique el Bode de la transferencia en cada caso

Considere:

$$\mu_N C_{ox} = 100 \mu A/V^2$$

$$V_{TH} = 0.7 V$$

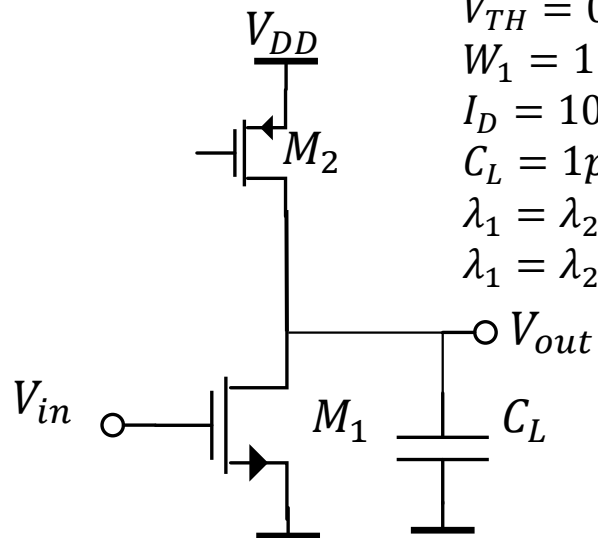
$$W_1 = 1 \mu m, L_1 = L_2 = 0.1 \mu m$$

$$I_D = 100 \mu A$$

$$C_L = 1 pF$$

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 0.1 V^{-1} @ L = 0.1 \mu m$$

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 0.01 V^{-1} @ L = 1 \mu m$$



	$G_m$	$R_{out}$	$A_{vo}$	$UGF$	$BW$	$g_m/I_D$
L x 10						
Base						
W x 4						

- Calcule:
  - Los valores de la transferencia pedidos en la tabla para el caso base con  $L = 0.1 \mu m$
  - A partir del caso base: si se incrementan las longitudes de ambos MOS mateniendo sus relaciones de aspecto, ¿cómo varían los resultados?
  - A partir del caso base: si se cuadruplica el ancho de M1, ¿cómo varían los resultados?
  - Grafique el Bode de la transferencia en cada caso

Considere:

$$\mu_N C_{ox} = 100 \mu A/V^2$$

$$V_{TH} = 0.7 V$$

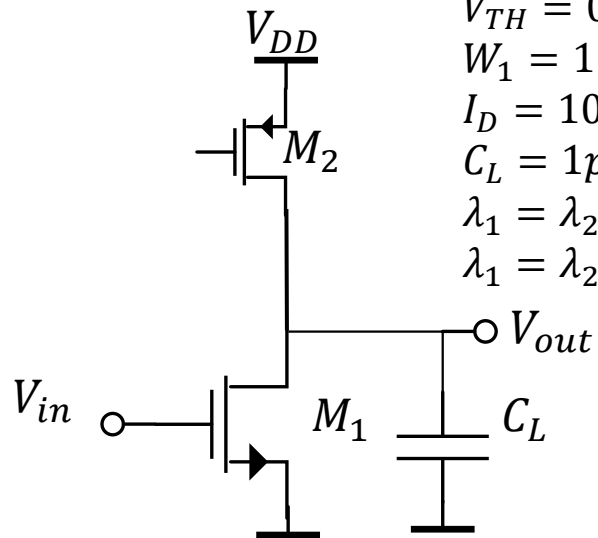
$$W_1 = 1 \mu m, L_1 = L_2 = 0.1 \mu m$$

$$I_D = 100 \mu A$$

$$C_L = 1 pF$$

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 0.1 V^{-1} @ L = 0.1 \mu m$$

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 0.01 V^{-1} @ L = 1 \mu m$$



- Calcule:
  - Los valores de la transferencia pedidos en la tabla para el caso base con  $L = 0.1 \mu m$
  - A partir del caso base: si se incrementan las longitudes de ambos MOS mateniendo sus relaciones de aspecto, ¿cómo varían los resultados?
  - A partir del caso base: si se cuadruplica el ancho de M1, ¿cómo varían los resultados?
  - Grafique el Bode de la transferencia en cada caso

Considere:

$$\mu_N C_{ox} = 100 \mu A/V^2$$

$$V_{TH} = 0.7 V$$

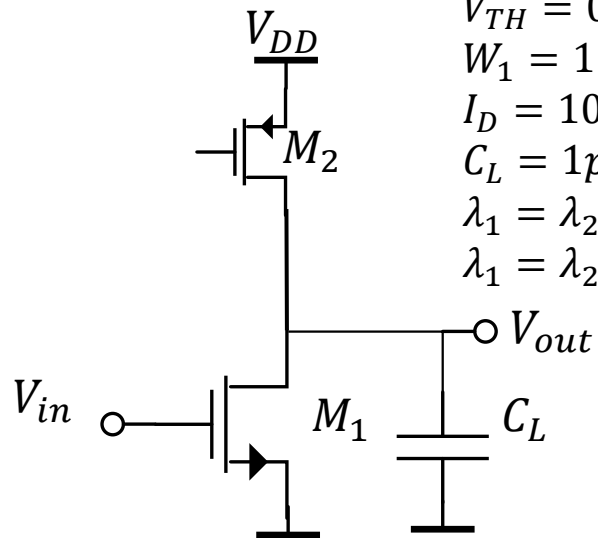
$$W_1 = 1 \mu m, L_1 = L_2 = 0.1 \mu m$$

$$I_D = 100 \mu A$$

$$C_L = 1 pF$$

$$\lambda_1 = \lambda_2 = 0.1 V^{-1} @ L = 0.1 \mu m$$

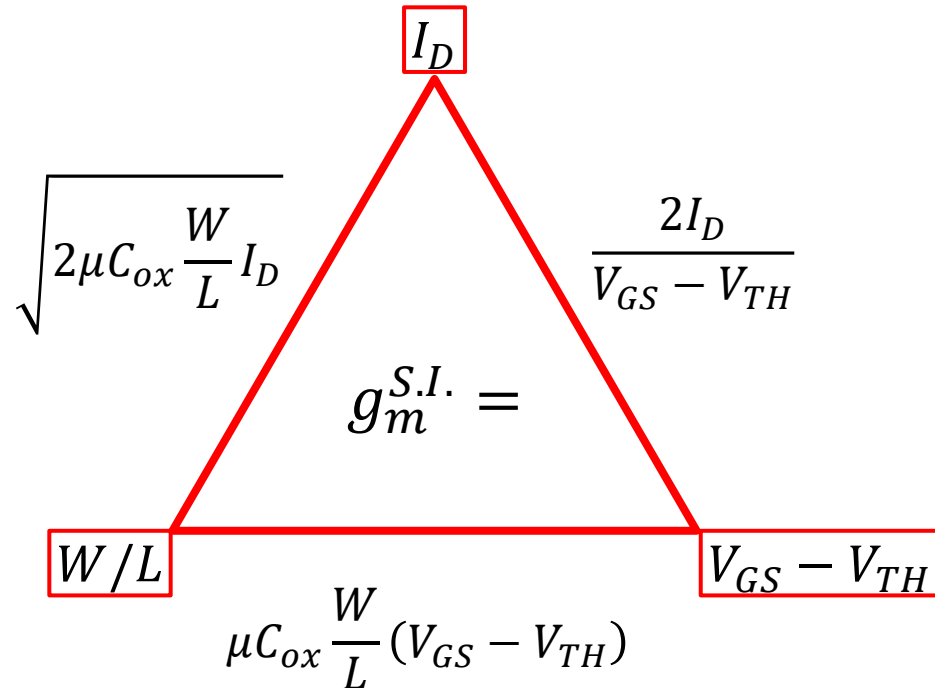
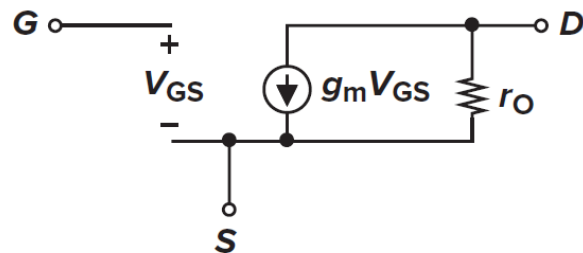
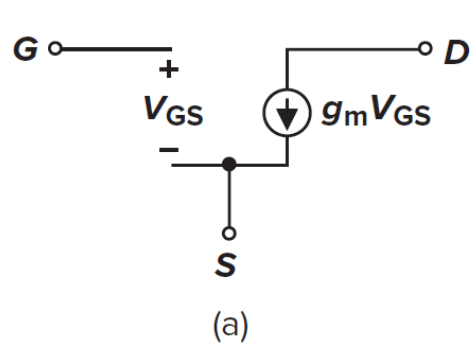
$$\lambda_1 = \lambda_2 = 0.01 V^{-1} @ L = 1 \mu m$$



## Cheat-sheet del modelo de pequeña señal

- En strong inversion

$$I_D = \frac{1}{2} \mu C_{ox} \frac{W}{L} (V_{GS} - V_{TH})^2 = \frac{1}{2} \mu C_{ox} \frac{W}{L} V_{ov}^2$$



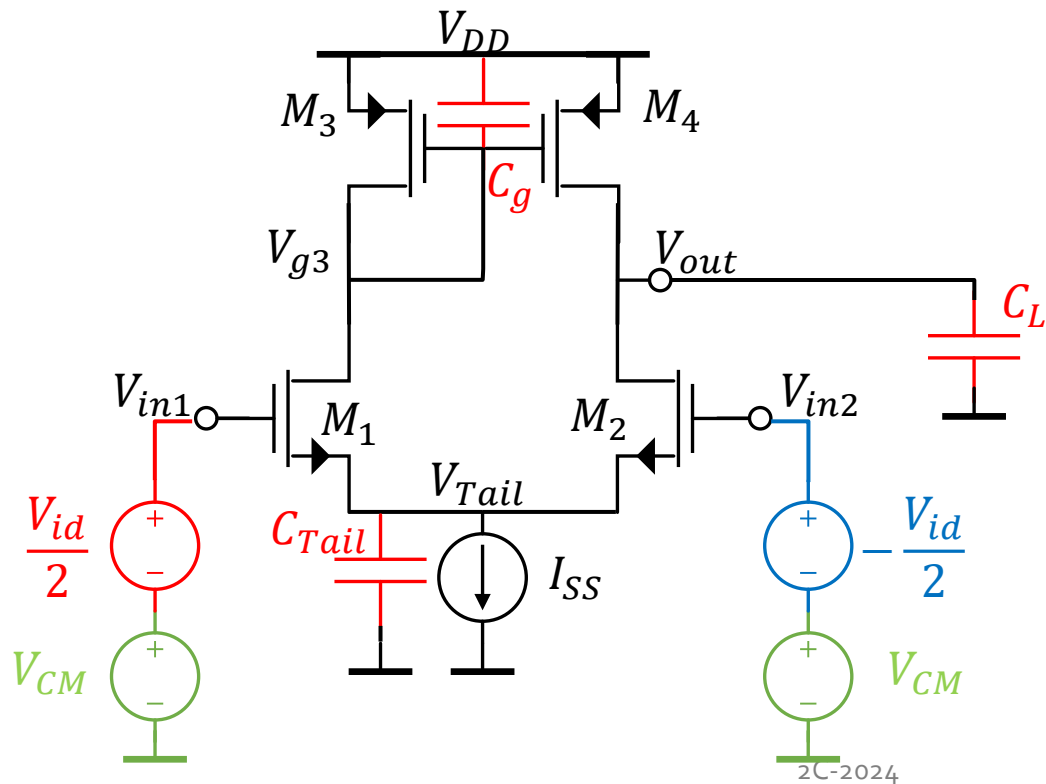
$$g_{ds} = \left. \frac{\partial I_D}{\partial V_{DS}} \right|_Q \approx \lambda I_D$$

$$r_o = \frac{1}{g_{ds}} \approx \frac{1}{\lambda I_D} \propto \frac{L}{I_D}$$

# Contenido Clase 4

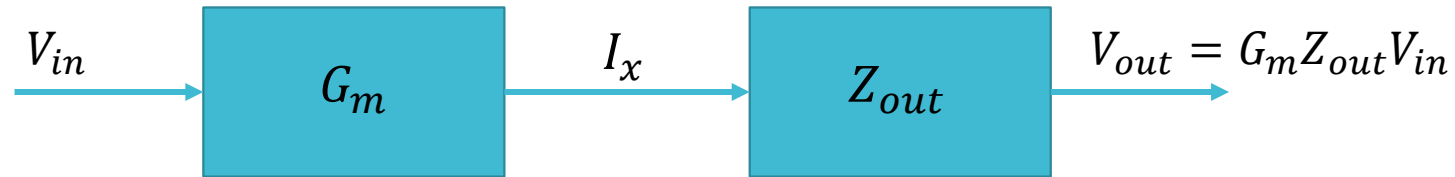
- Capacidades en Transistores MOS
  - Modos de operación del MOS y capacidades
  - Frecuencia de transición
- Respuesta en Frecuencia de Etapas Amplificadoras
  - Etapa SE
  - Etapa Diff con carga activa
  - Amplificador two-stage sin compensación
- Estabilidad de Sistemas Realimentados
  - Realimentación
  - Márgenes de estabilidad
  - Relación entre estabilidad, respuesta en frecuencia y respuesta transitoria

- Analizamos el par diferencial con carga activa
  - Similar al análisis de la clase anterior, pero agregando capacitores en cada nodo relevante
  - ¿Qué capacidades se concentran en  $C_L$ ,  $C_g$ , y  $C_{Tail}$ ?

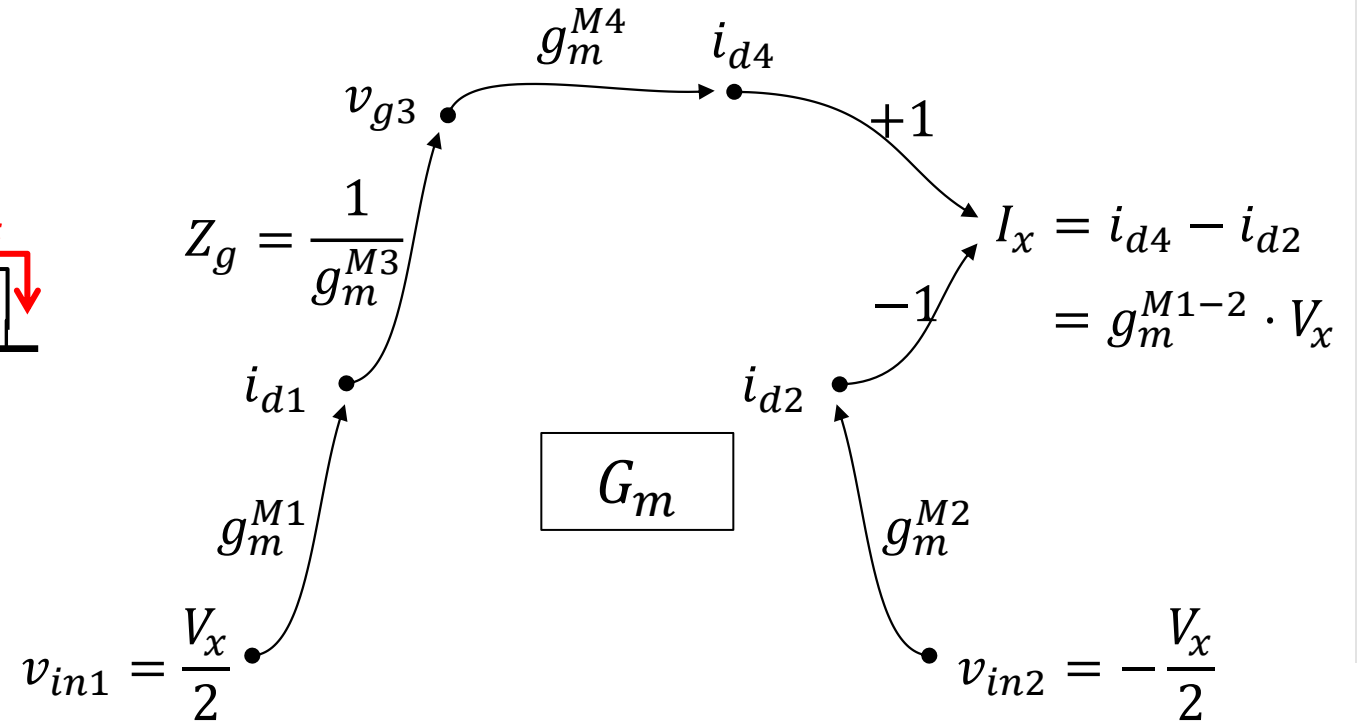
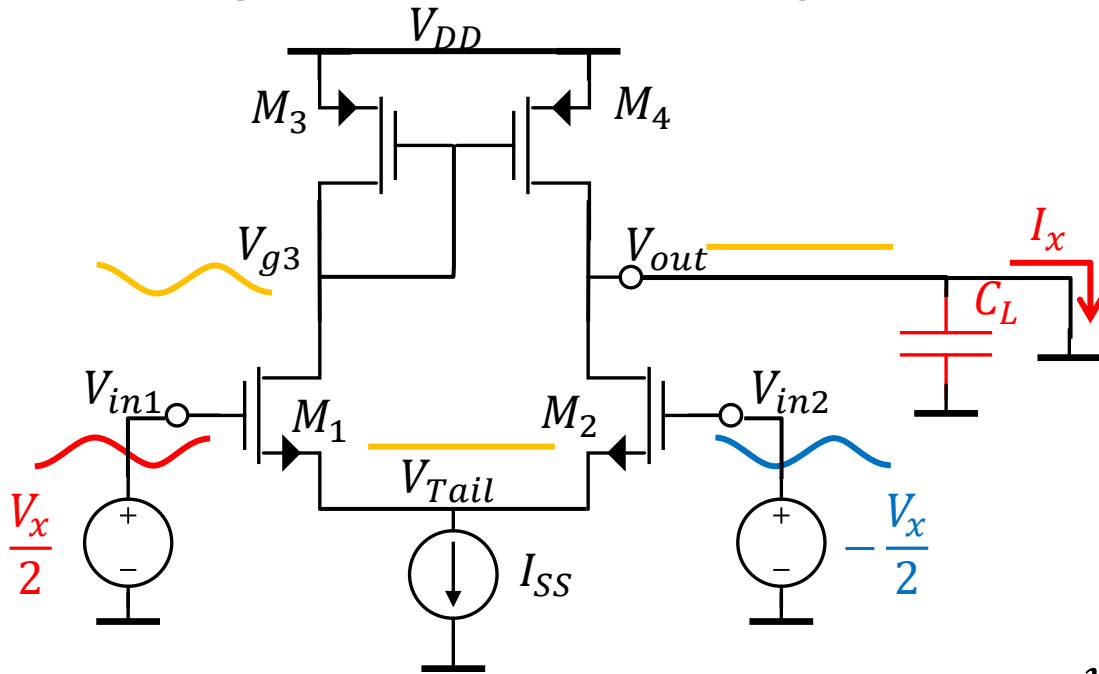




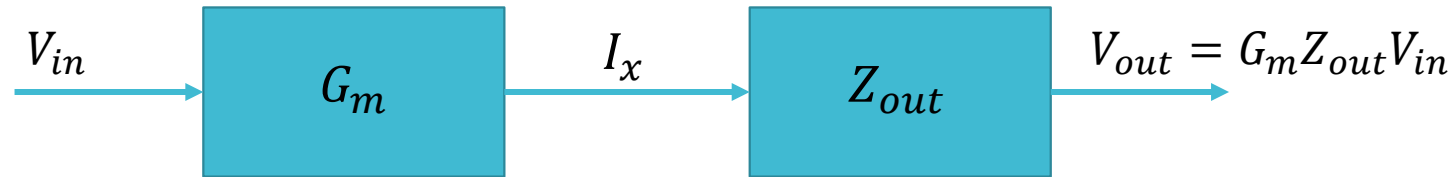
- Analizamos el par diferencial con carga activa



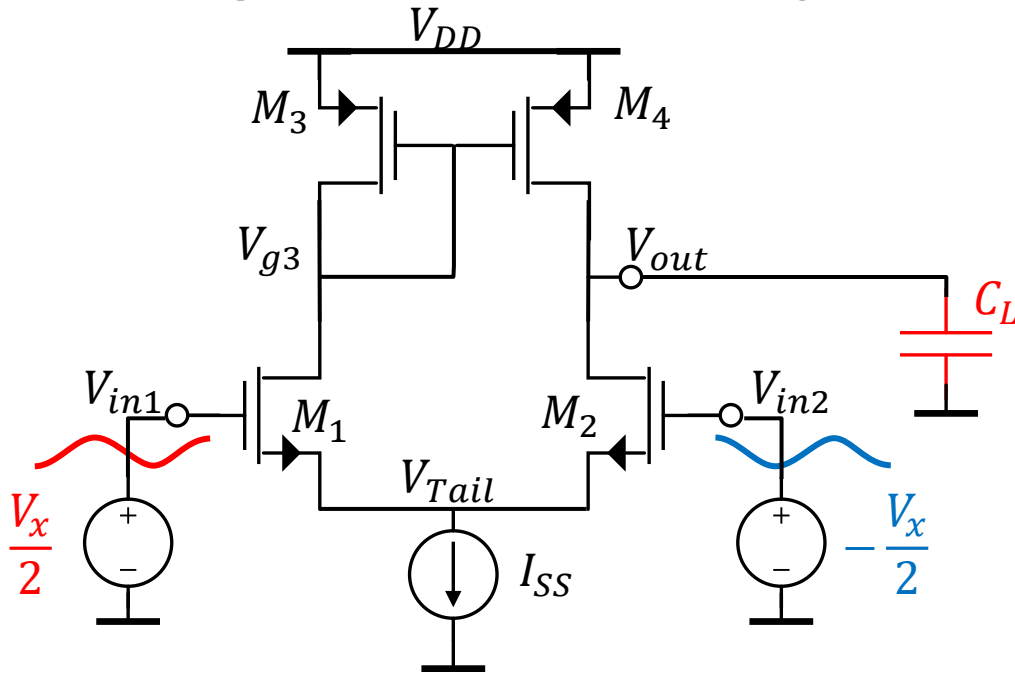
- Caso 1: ignoramos el polo del espejo.  $\omega \ll \omega_T^{M3-4}$



- Analizamos el par diferencial con carga activa



- Caso 1: ignoramos el polo del espejo.  $\omega \ll \omega_T^{M3-4}$

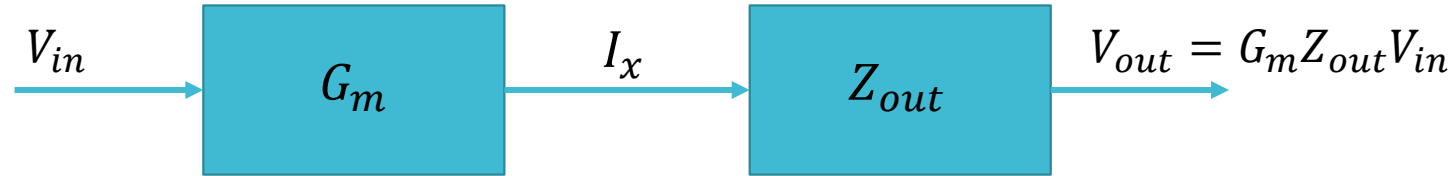


$$G_m \approx +g_m^{M1}$$

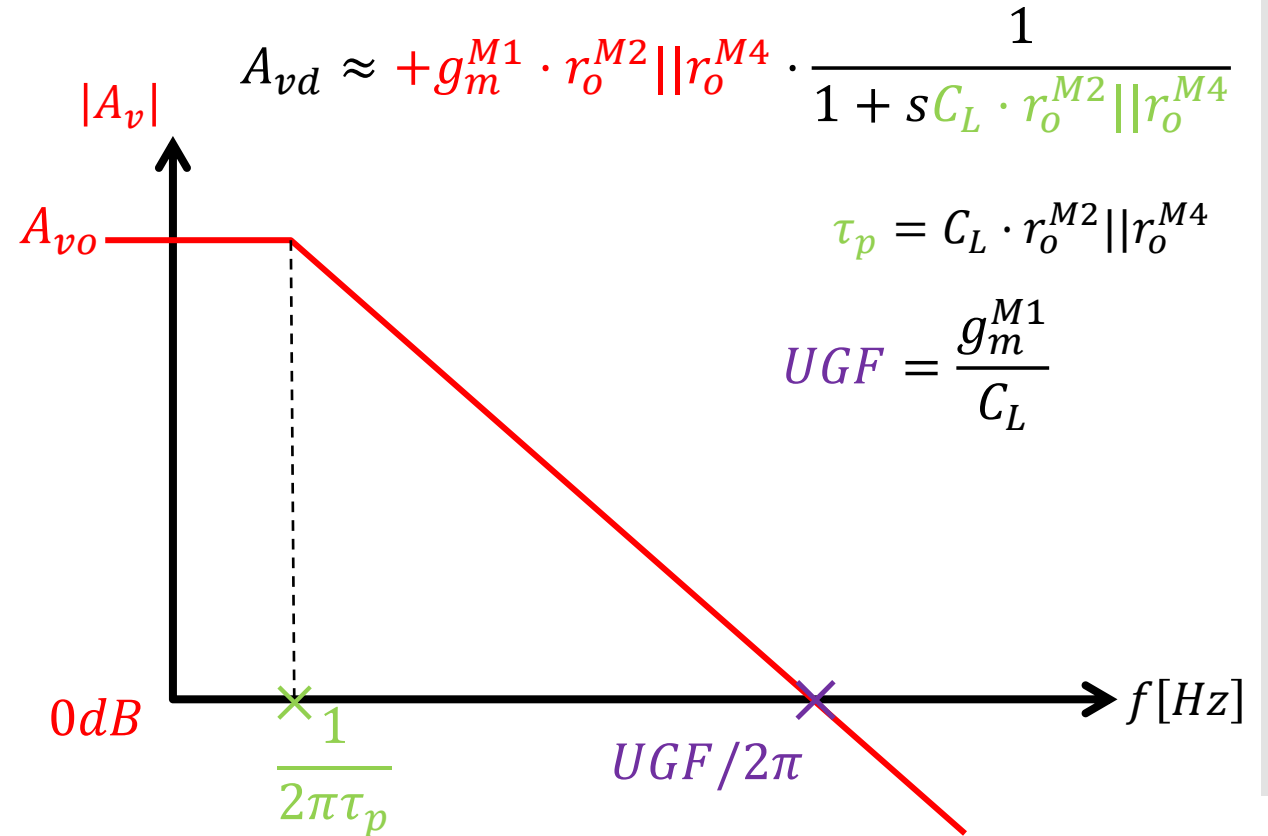
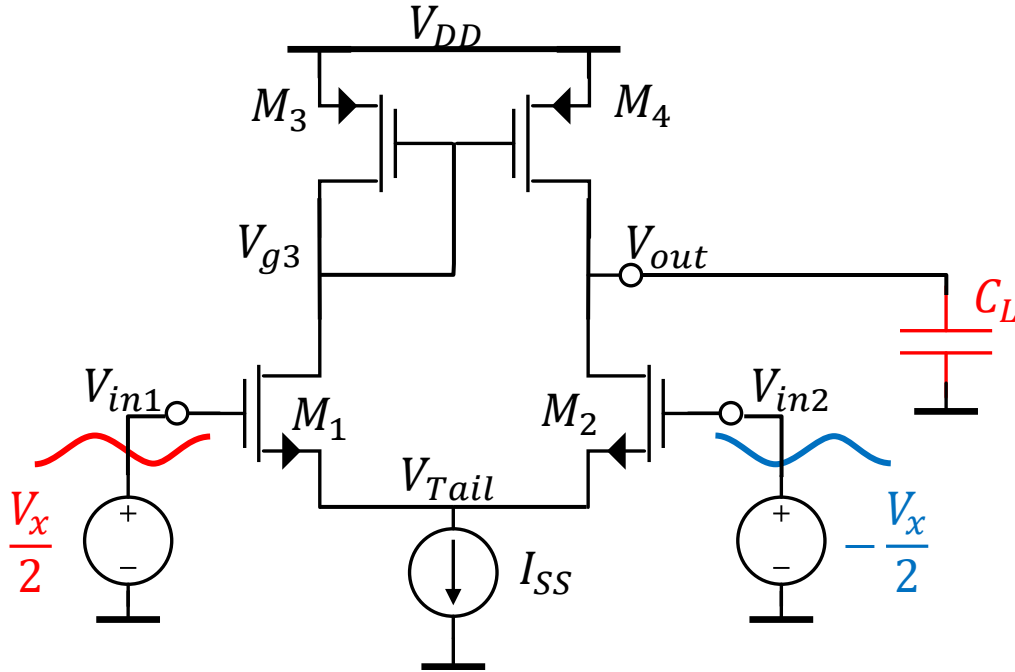
$$R_{out} \approx r_o^{M2} || r_o^{M4} || \frac{1}{sC_L} = r_o^{M2} || r_o^{M4} \cdot \frac{1}{1 + sC_L \cdot r_o^{M2} || r_o^{M4}}$$

$$A_{vd} \approx +g_m^{M1} \cdot r_o^{M2} || r_o^{M4} \cdot \frac{1}{1 + sC_L \cdot r_o^{M2} || r_o^{M4}}$$

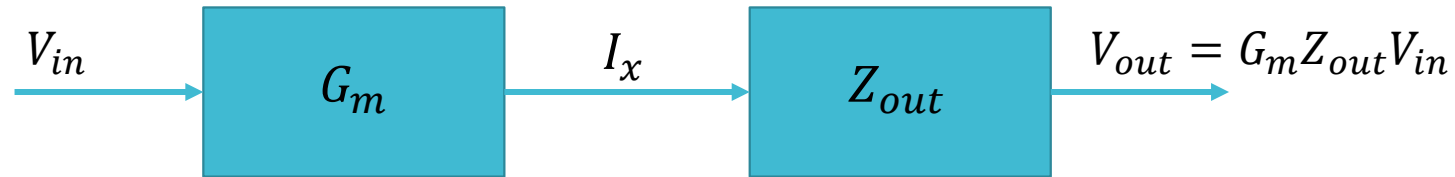
- Analizamos el par diferencial con carga activa



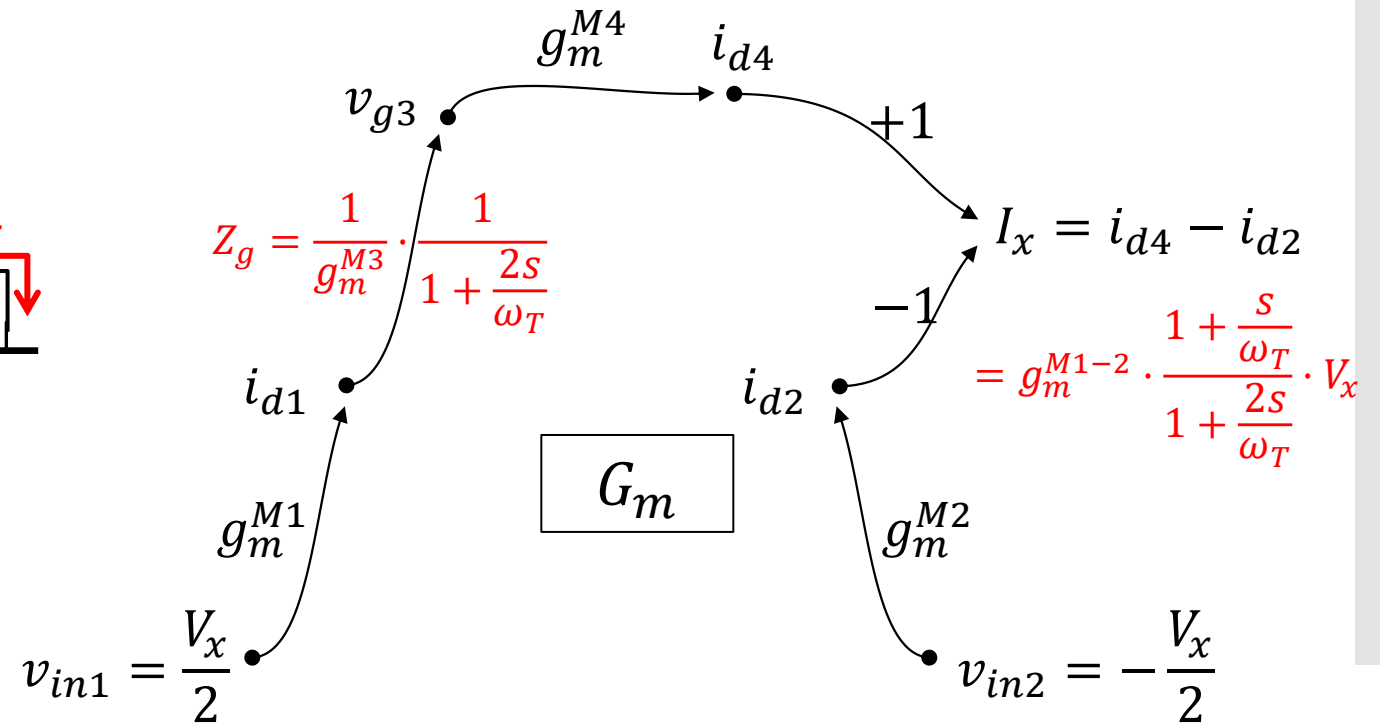
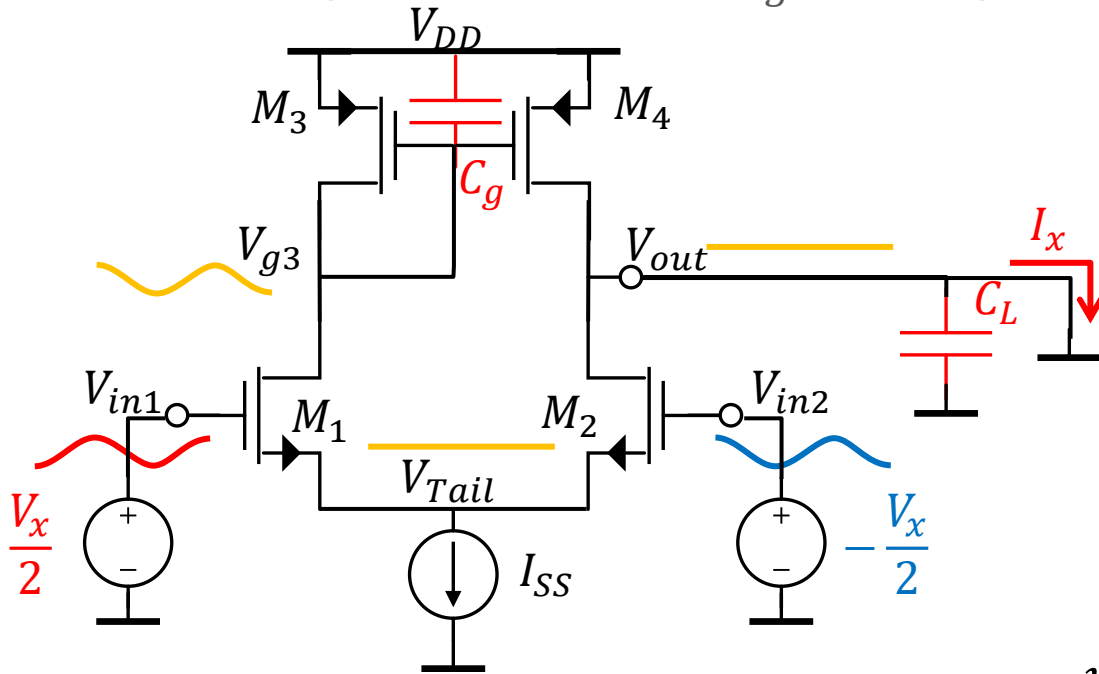
- Caso 1: ignoramos el polo del espejo.  $\omega \ll \omega_T^{M3-4}$



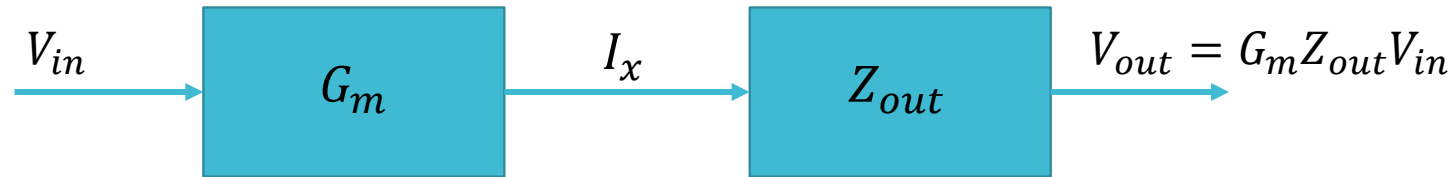
- Analizamos el par diferencial con carga activa



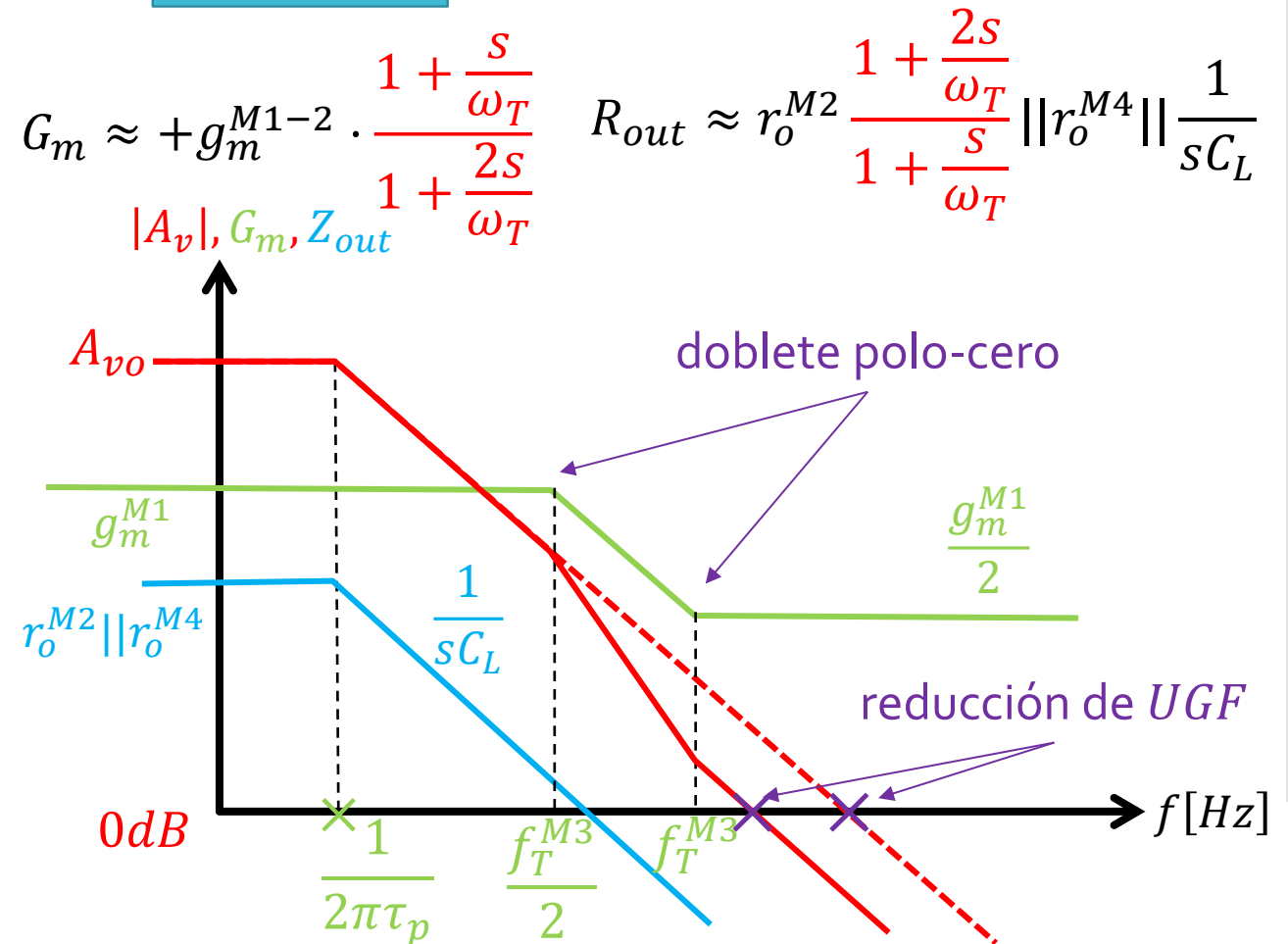
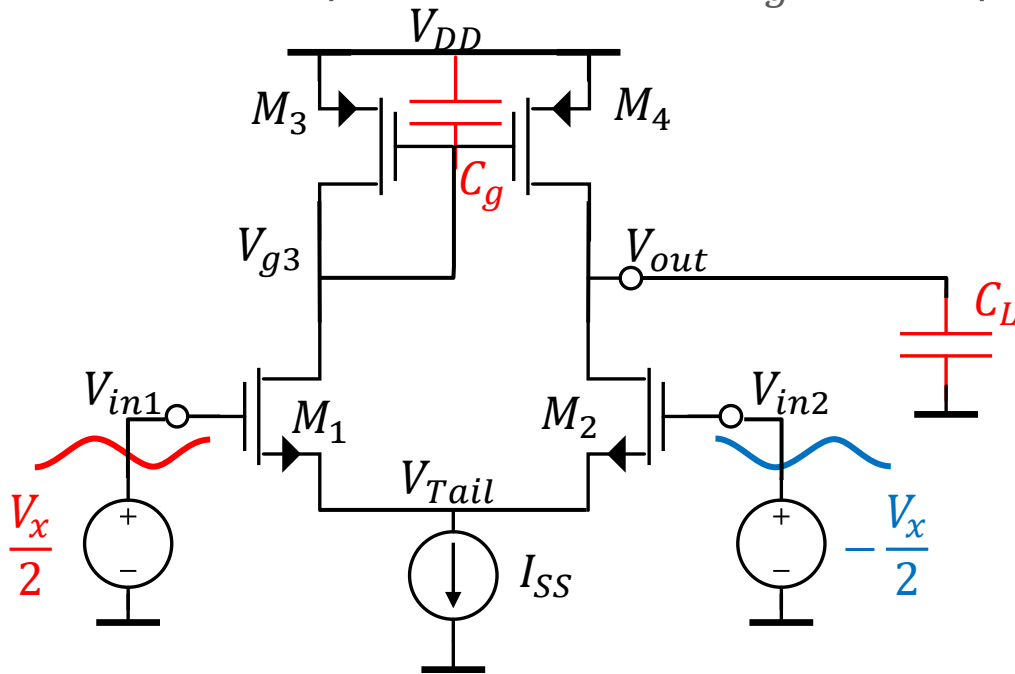
- Caso 2: incluyendo el efecto de  $C_g$  (mirror-pole)



- Analizamos el par diferencial con carga activa



- Caso 2: incluyendo el efecto de  $C_g$  (mirror-pole)



# Contenido Clase 4

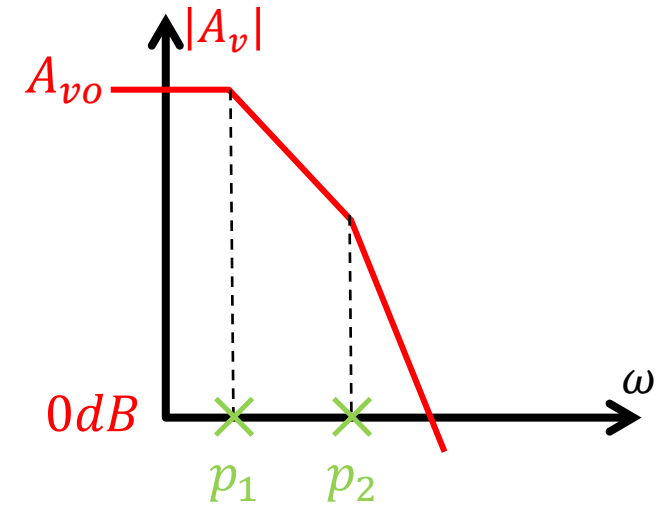
- Capacidades en Transistores MOS
  - Modos de operación del MOS y capacidades
  - Frecuencia de transición
- Respuesta en Frecuencia de Etapas Amplificadoras
  - Etapa SE
  - Etapa Diff con carga activa
  - Amplificador two-stage sin compensación
- Estabilidad de Sistemas Realimentados
  - Realimentación
  - Márgenes de estabilidad
  - Relación entre estabilidad, respuesta en frecuencia y respuesta transitoria

• Amplificador 2-stage OTA:

- Cada etapa de ganancia agrega al menos un polo a la transferencia
- ¿Por qué esto es relevante?

$$C_1 = C_{GS}^{M6} + C_{GD}^{M6} + C_{DB}^{M4} + C_{DG}^{M4} + C_{DB}^{M2} + C_{DG}^{M2}$$

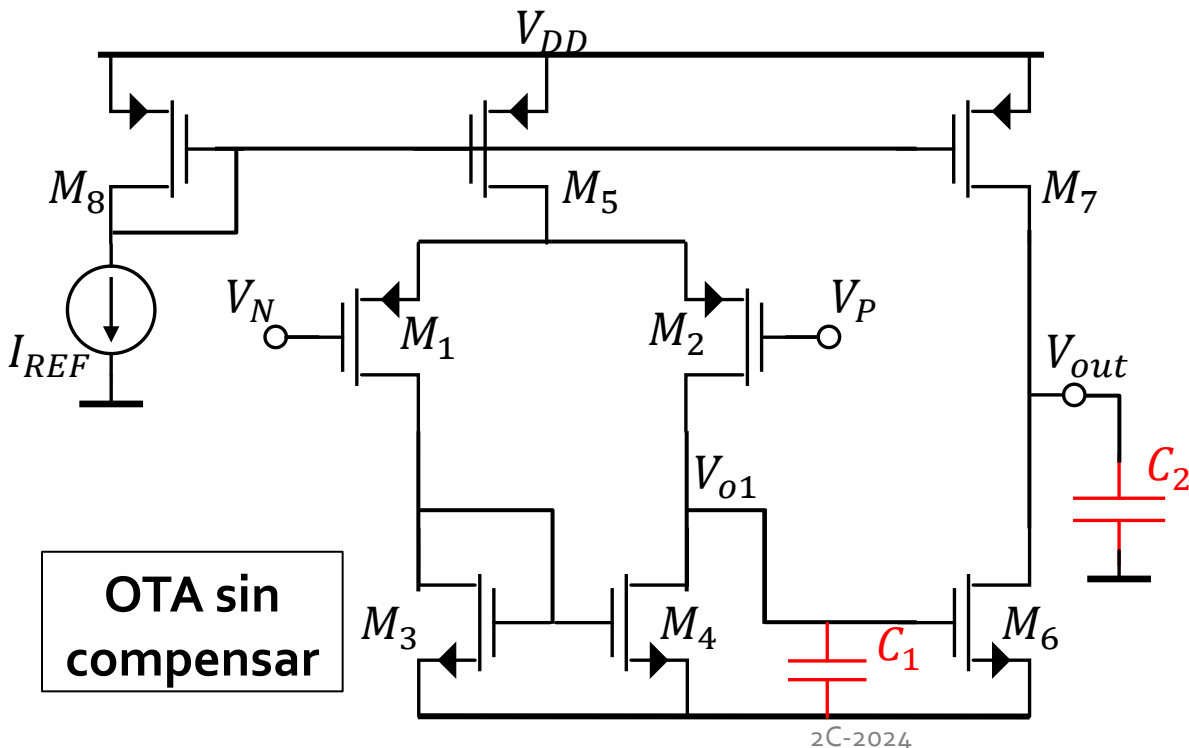
$$C_2 = C_L + C_{DB}^{M6} + C_{DG}^{M6} + C_{DB}^{M7} + C_{DG}^{M7}$$



$$A_{v1} = \frac{V_{o1}}{V_{id}} = -g_m^{M1} \cdot r_{o2} || r_{o4} \cdot \frac{1}{1 + sC_1(r_{o2} || r_{o4})}$$

$$A_{v2} = \frac{V_{out}}{V_{o1}} = -g_m^{M6} \cdot r_{o6} || r_{o7} || R_L \cdot \frac{1}{1 + sC_2(r_{o6} || r_{o7} || R_L)}$$

$$A_v = \frac{V_{out}}{V_{id}} = \frac{g_m^{M1} \cdot g_m^{M6} \cdot r_{o2} || r_{o4} \cdot r_{o6} || r_{o7} || R_L}{[1 + sC_1(r_{o2} || r_{o4})] \cdot [1 + sC_2(r_{o6} || r_{o7} || R_L)]}$$

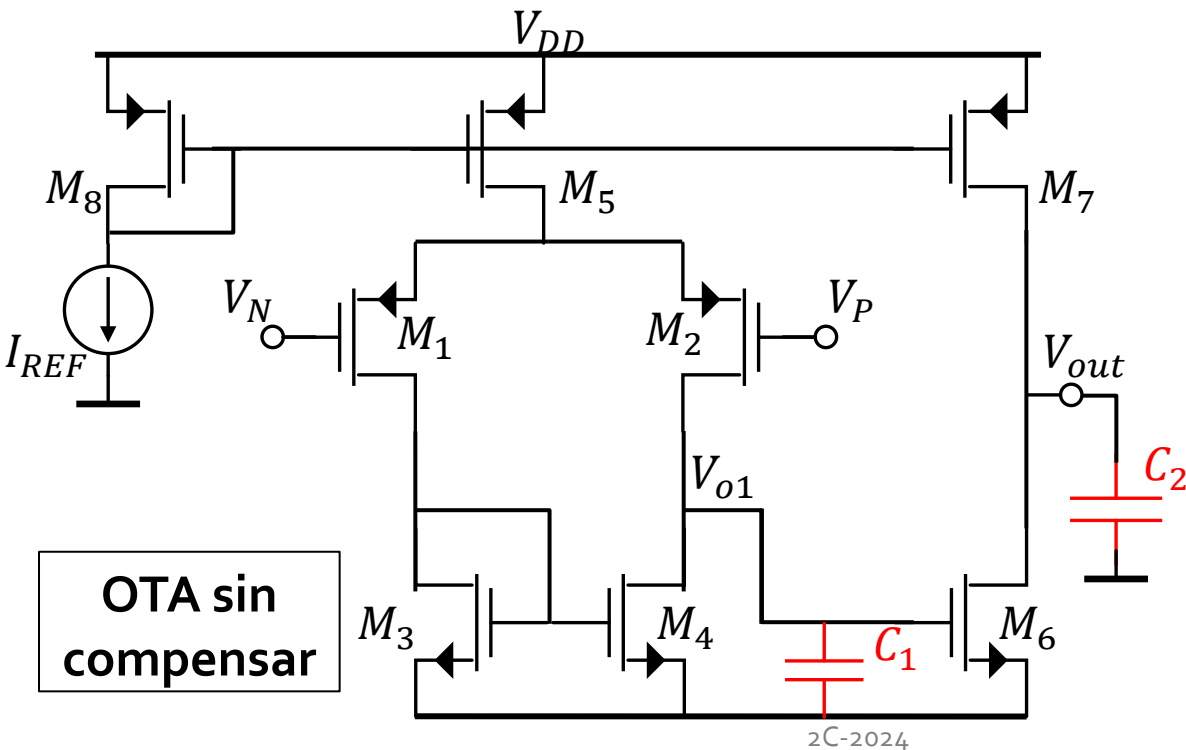
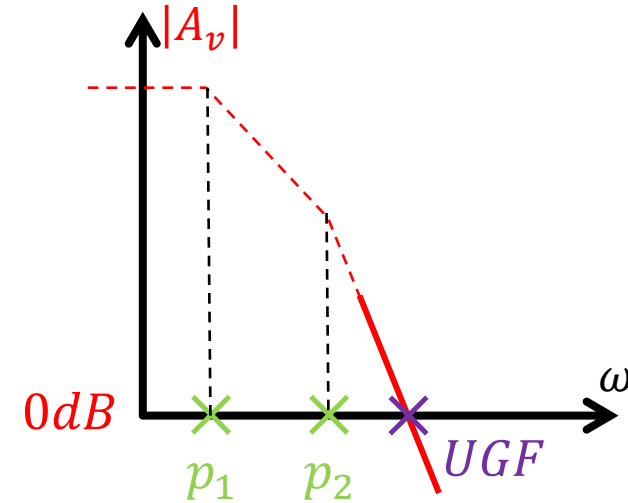


• Amplificador 2-stage OTA:

- Análisis en mediana frecuencia:  $\omega \gg p_x$
- Simplificamos las transferencias - útil para analizar estabilidad

$$C_1 = C_{GS}^{M6} + C_{GD}^{M6} + C_{DB}^{M4} + C_{DG}^{M4} + C_{DB}^{M2} + C_{DG}^{M2}$$

$$C_2 = C_L + C_{DB}^{M6} + C_{DG}^{M6} + C_{DB}^{M7} + C_{DG}^{M7}$$



$$A_{v1} = \frac{V_{o1}}{V_{id}} = -\frac{g_m^{M1}}{sC_1}$$

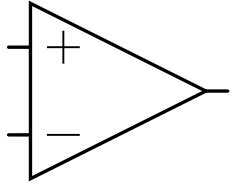
$$A_{v2} = \frac{V_{out}}{V_{o1}} = -\frac{g_m^{M6}}{sC_2}$$

$$A_v = \frac{V_{out}}{V_{id}} = \frac{g_m^{M1} g_m^{M6}}{s^2 C_1 C_2}$$

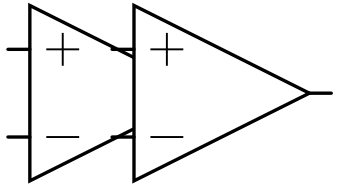
$$\begin{aligned} UGF &\approx \sqrt{\frac{g_m^{M1} g_m^{M6}}{C_1 C_2}} \\ &\approx \sqrt{\frac{g_m^{M1} g_m^{M6}}{C_{GS}^{M6} C_L}} \\ &\approx \sqrt{\omega_T^{M6} \cdot \frac{g_m^{M1}}{C_L}} \end{aligned}$$



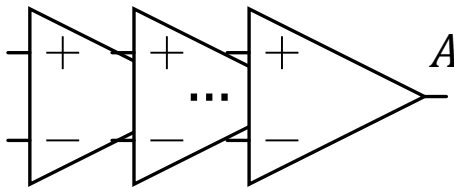
- Amplificadores de múltiples etapas:



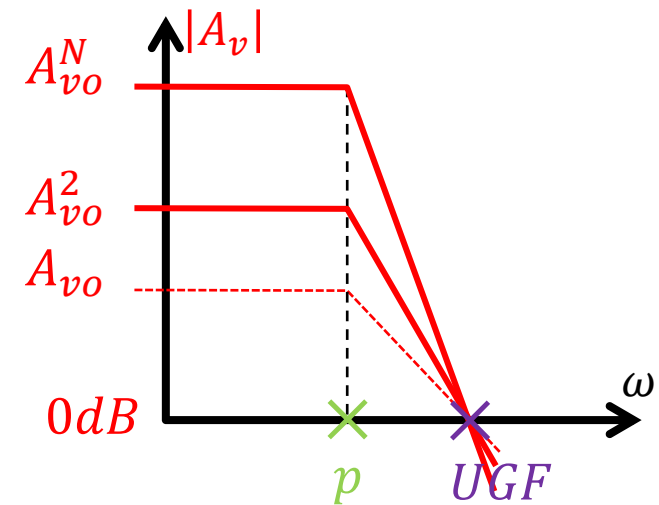
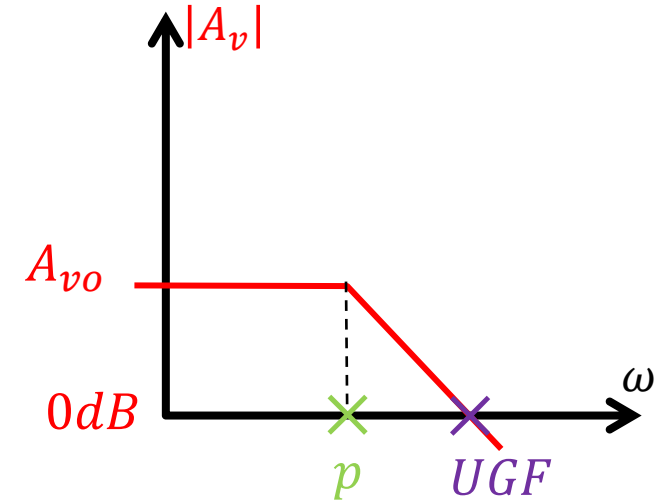
$$A_v = \frac{A_{vo}}{1 + \frac{s}{p}} \left\{ \begin{array}{l} BW = p \\ UGF = GBW = A_{vo} \cdot p \end{array} \right.$$



$$A_v = \frac{A_{vo}^2}{\left(1 + \frac{s}{p}\right)^2} \left\{ \begin{array}{l} BW = \sqrt{\sqrt{2} - 1} \cdot p \approx 0.64 \cdot p \\ GBW = \sqrt{\sqrt{2} - 1} \cdot A_{vo}^2 \cdot p \\ UGF = A_{vo} \cdot p \end{array} \right.$$



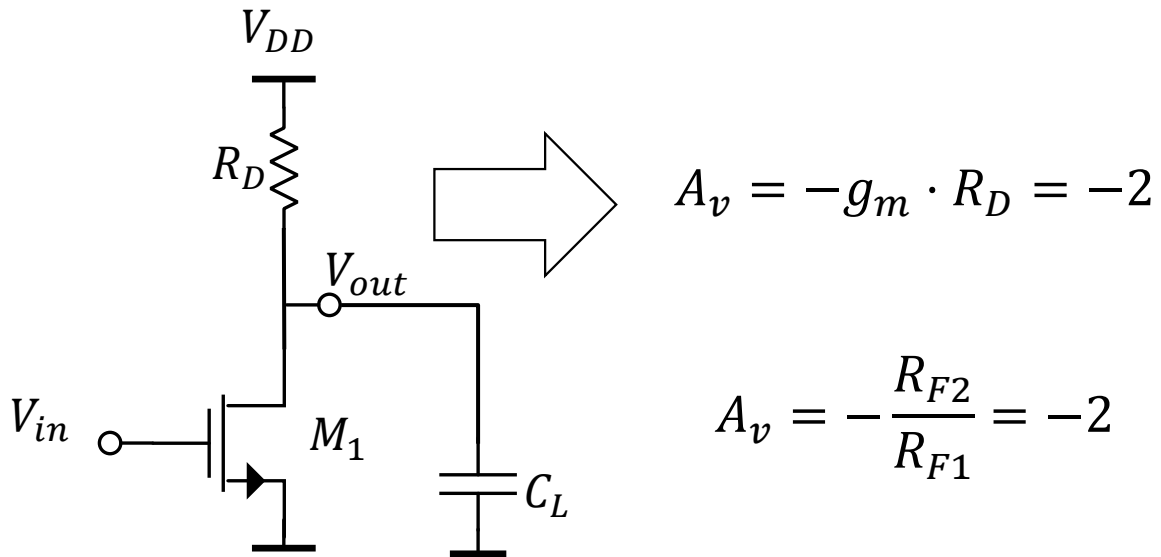
$$A_v = \frac{A_{vo}^N}{\left(1 + \frac{s}{p}\right)^N} \left\{ \begin{array}{l} BW = \sqrt{N\sqrt{2} - 1} \cdot p \\ GBW = \sqrt{N\sqrt{2} - 1} \cdot A_{vo}^N \cdot p \\ UGF = A_{vo} \cdot p \end{array} \right.$$



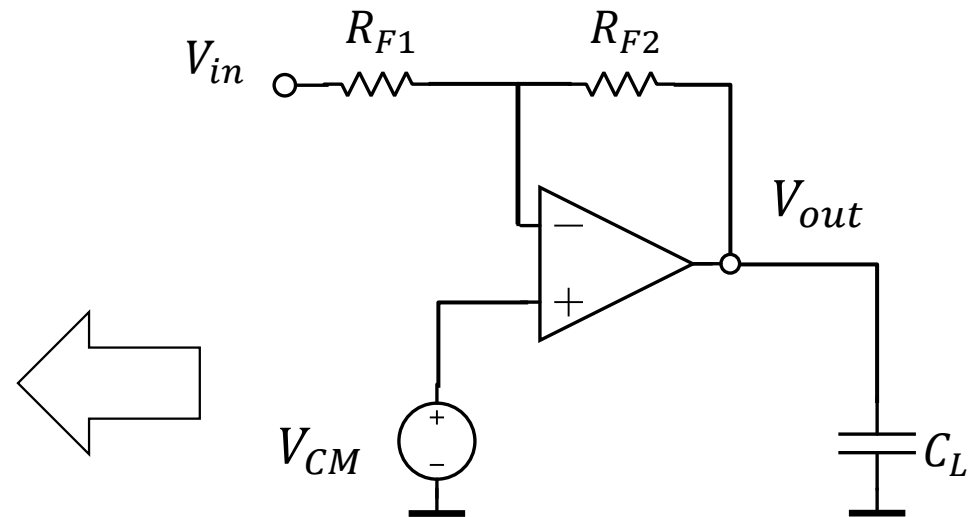
## Contenido Clase 4

- Capacidades en Transistores MOS
  - Modos de operación del MOS y capacidades
  - Frecuencia de transición
- Respuesta en Frecuencia de Etapas Amplificadoras
  - Etapa SE
  - Etapa Diff con carga activa
  - Amplificador two-stage sin compensación
- Estabilidad de Sistemas Realimentados
  - Realimentación
  - Márgenes de estabilidad
  - Relación entre estabilidad, respuesta en frecuencia y respuesta transitoria

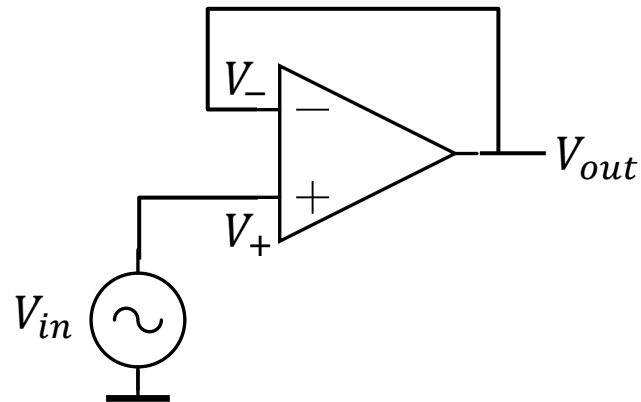
- ¿Por qué usamos realimentación?
- ¿Cómo comparan las dos etapas amplificadoras mostradas? Ambas con ganancia nominal  $A_v = -2$ 
  - Considere:
    - Precisión de la ganancia
    - Estabilidad en temperatura
    - Velocidad
    - Linealidad
    - Consumo
    - ...



$$A_v = -\frac{R_{F2}}{R_{F1}} = -2$$



- Ejemplo: Buffer de tensión
- Calcule la transferencia en baja frecuencia  $A_{vCL} = V_{out}/V_{in}$  para los casos siguientes:
  1. Realimentación ideal (ganancia infinita)
  2. Ganancia diferencial de 40 dB



**Amplificador no-inversor  
de ganancia unitaria**

- Ejemplo: Buffer de tensión
- Calcule la transferencia en baja frecuencia  $A_{vCL} = V_{out}/V_{in}$  para los casos siguientes:
  1. Realimentación ideal (ganancia infinita)
  2. Ganancia diferencial de 40 dB

**Caso 1**  $V_- = V_+ \rightarrow V_{out} = V_{in} \rightarrow A_{vCL} = \frac{V_{out}}{V_{in}} = 1$

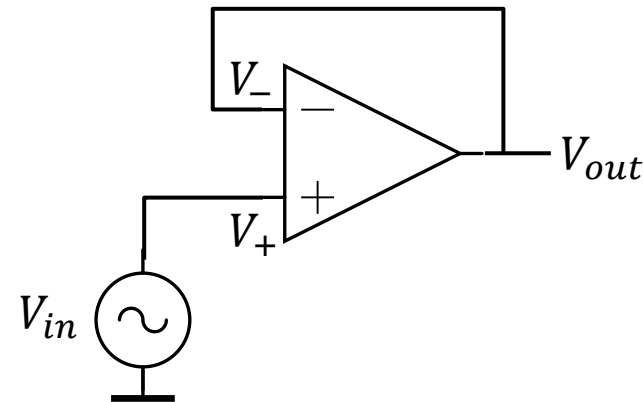
**Caso 2**  $V_{out} = A_{vd} \cdot (V_+ - V_-)$

$$V_{out} = A_{vd} \cdot (V_{in} - V_{out}) = A_{vd} \cdot V_{in} - A_{vd} \cdot V_{out}$$

$$V_{out} = \frac{A_{vd}}{1 + A_{vd}} \cdot V_{in} \rightarrow A_{vCL} = \frac{A_{vd}}{1 + A_{vd}}$$

Para  $A_{vd} = 40\text{dB} = 100 \text{ V/V}$  la ganancia tiene un error de 1% respecto del caso anterior:

$$A_{vCL} = \frac{A_{vd}}{1 + A_{vd}} = \frac{100 \text{ V/V}}{1 + 100 \text{ V/V}} = 0.990$$



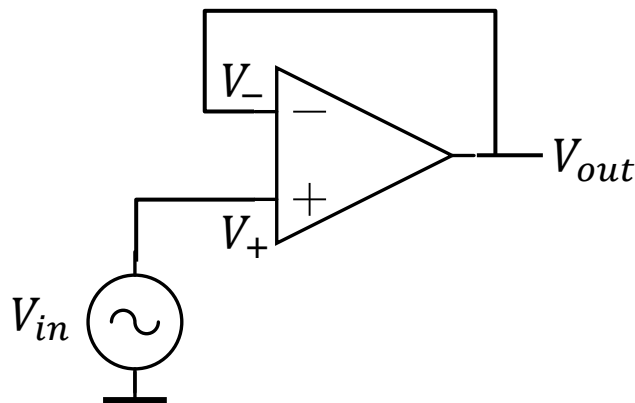
**Amplificador no-inversor  
de ganancia unitaria**

- Obtener la transferencia de lazo cerrado  $A_{vCL} = V_{out}/V_{in}$  del siguiente sistema realimentado:

- OpAmp con 1 polo:  $A_{vd} = \frac{V_{out}}{V_+ - V_-} = \frac{A_{vo}}{1 + \frac{s}{p_1}}$

- Demuestre que:  $A_{vCL} = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{A_{vo}}{1 + A_{vo}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{s}{(1 + A_{vo}) \cdot p_1}}$

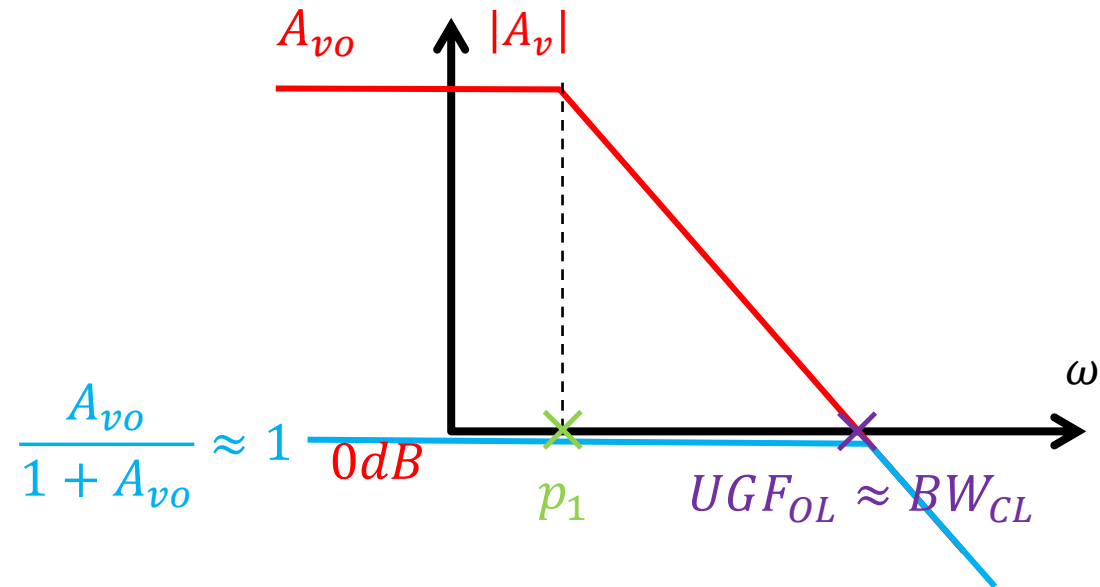
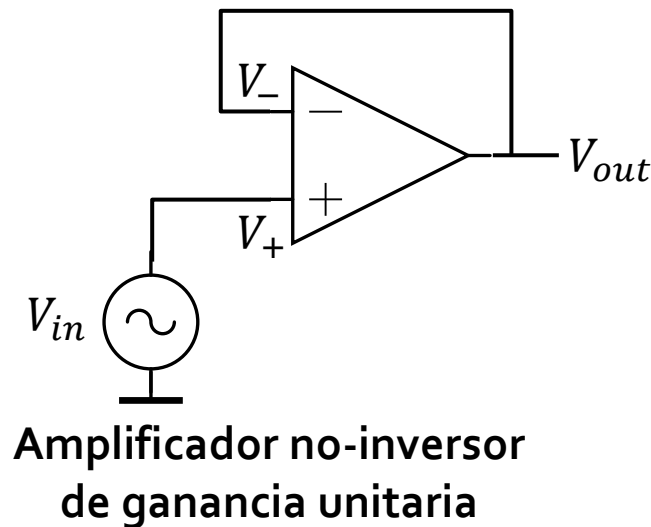
- ¿Cómo compara el ancho de banda a lazo cerrado con el del amplificador de 1 polo a lazo abierto?



**Amplificador no-inversor  
de ganancia unitaria**

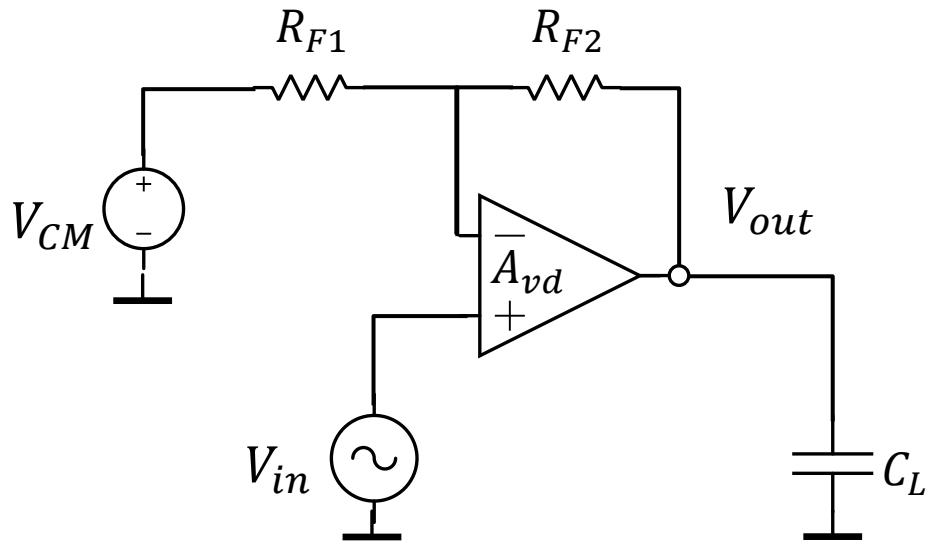
- Obtener la transferencia de lazo cerrado  $A_{vCL} = V_{out}/V_{in}$  del siguiente sistema realimentado:

- OpAmp con 1 polo:  $A_{vd} = \frac{V_{out}}{V_+ - V_-} = \frac{A_{vo}}{1 + \frac{s}{p_1}} \longrightarrow UGF_{OL} = GBW_{OL} = A_{vo} \cdot p_1$
- Demuestre que:  $A_{vCL} = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{A_{vo}}{1 + A_{vo}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{s}{(1 + A_{vo}) \cdot p_1}} \longrightarrow \begin{aligned} BW_{CL} &= (1 + A_{vo}) \cdot p_1 \approx UGF_{OL} \\ GBW_{CL} &= A_{vo} \cdot p_1 = GBW_{OL} \end{aligned}$
- ¿Cómo compara el ancho de banda a lazo cerrado con el del amplificador de 1 polo a lazo abierto?



- Análisis de estabilidad: en base a abrir el lazo y estudiar la respuesta a lazo abierto

- Amplificador no-inversor como ejemplo
- Identificamos dos bloques unidireccionales:
  - Realimentación:  $\beta = \frac{R_{F1}}{R_{F1} + R_{F2}}$
  - Transferencia directa:  $A_{vd}$
- Definimos la ganancia de lazo como:  $LG = -A_{vd} \cdot \beta$

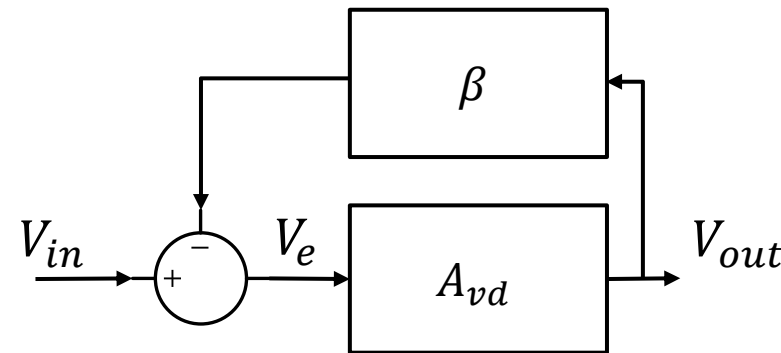


Amplificador no-inversor

$$V_{out} = A_{vd} \cdot V_e = A_{vd} \cdot (V_{in} - \beta V_{out})$$

$$A_v^{CL} = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{A_{vd}}{1 + A_{vd}\beta} = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{A_{vd}\beta}{1 + A_{vd}\beta}$$

$$A_v^{CL} = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{LG}{LG - 1} = \frac{R_{F1} + R_{F2}}{R_{F1}} \cdot \frac{LG}{LG - 1}$$

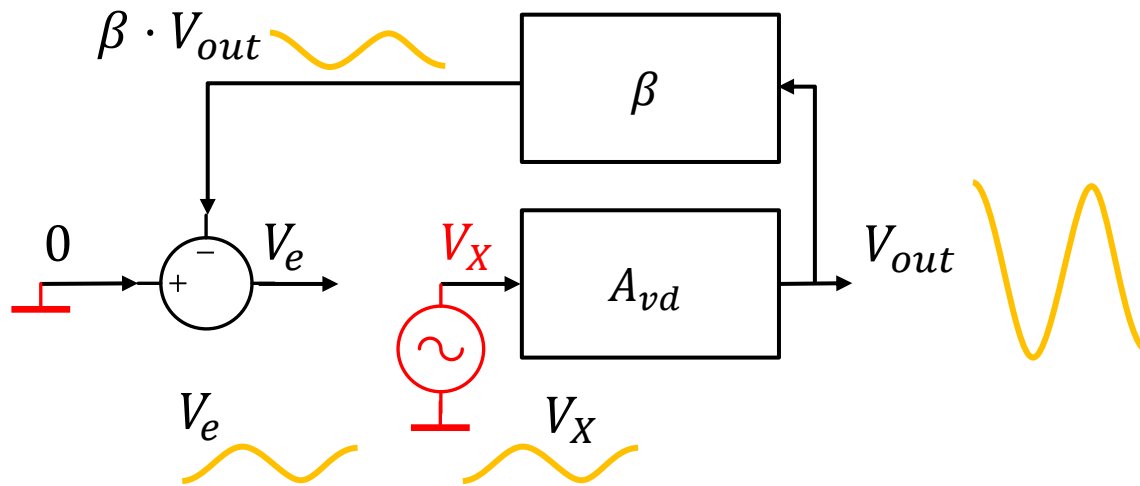


Modelo con bloques unilaterales

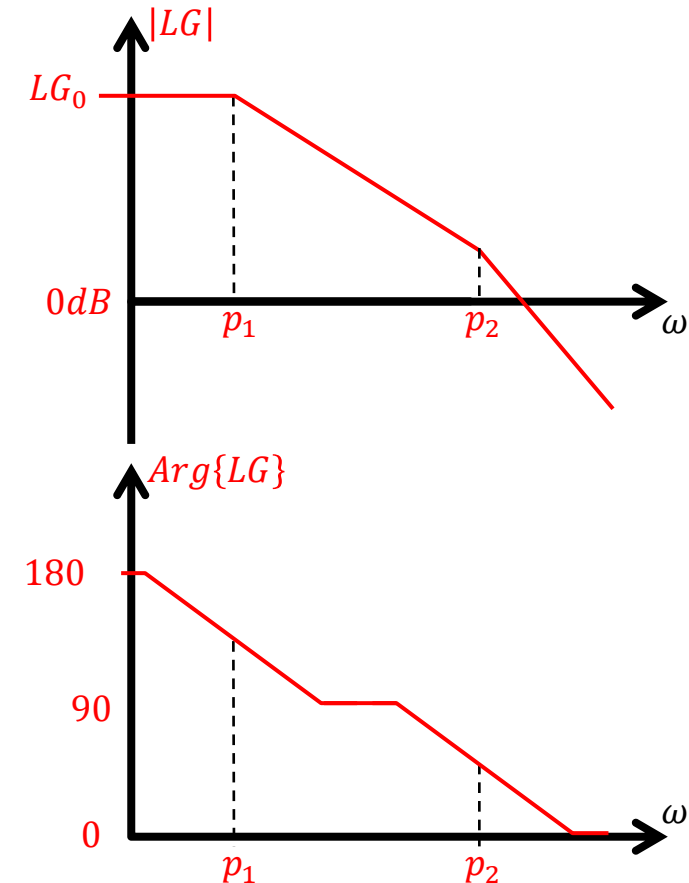


- Análisis de estabilidad: en base a abrir el lazo y estudiar la respuesta a lazo abierto
  - Definimos la ganancia de lazo como:  $LG = -A_{vd} \cdot \beta$
  - Test de estabilidad:
    - Inyectamos una señal de prueba  $V_X$  a una frecuencia  $\omega_X$  y evaluamos la señal de retorno  $V_e(\omega_X) = LG \cdot V_X$
    - Si la señal de retorno  $V_e$  tiene igual amplitud y fase que la señal inyectada  $V_X$  el sistema es potencialmente inestable
  - Criterio de estabilidad:

$$\begin{cases} |LG(\omega_x)| = 0dB = 1 V/V \\ Arg\{LG(\omega_x)\} = 0 deg \end{cases}$$



2C-2024



- Márgenes de estabilidad

$$\begin{cases} |LG(\omega_x)| = 0dB = 1 V/V \\ Arg\{LG(\omega_x)\} = 0 deg \end{cases}$$

### Margen de Ganancia

Hallar  $\omega_{GM}$  tal que:

$$Arg\{LG(\omega_{GM})\} = 0 deg$$

Pretendemos que:

$$|LG(\omega_{GM})| < 0 dB$$

Definimos el GM como:

$$GM = \frac{1}{|LG(\omega_{GM})|} > 0 dB$$

### Margen de Fase

Hallar  $\omega_{PM}$  tal que:

$$|LG(\omega_{PM})| = 0 dB$$

Pretendemos que:

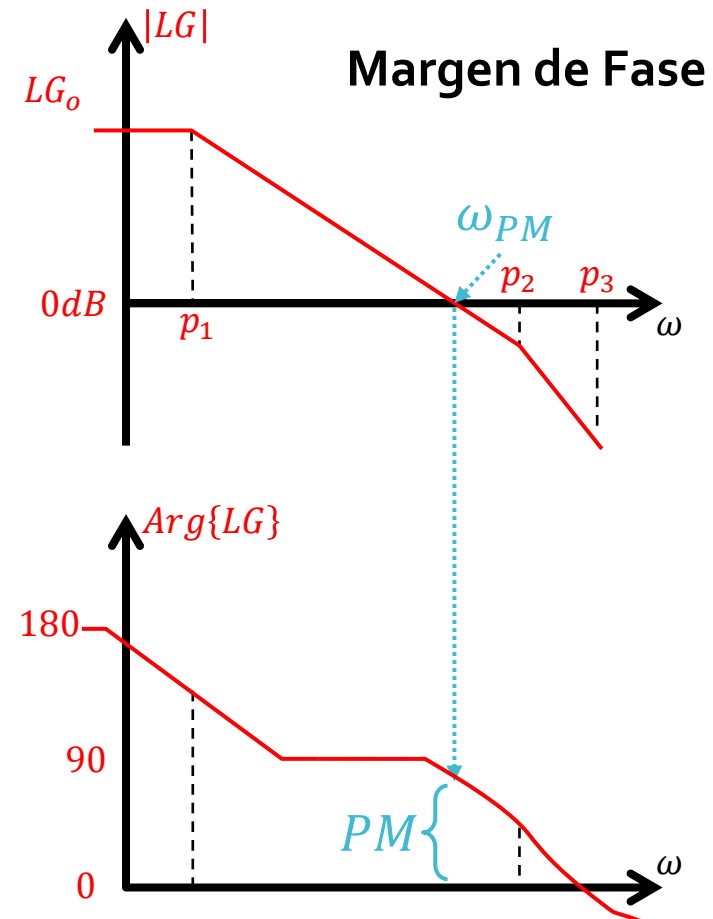
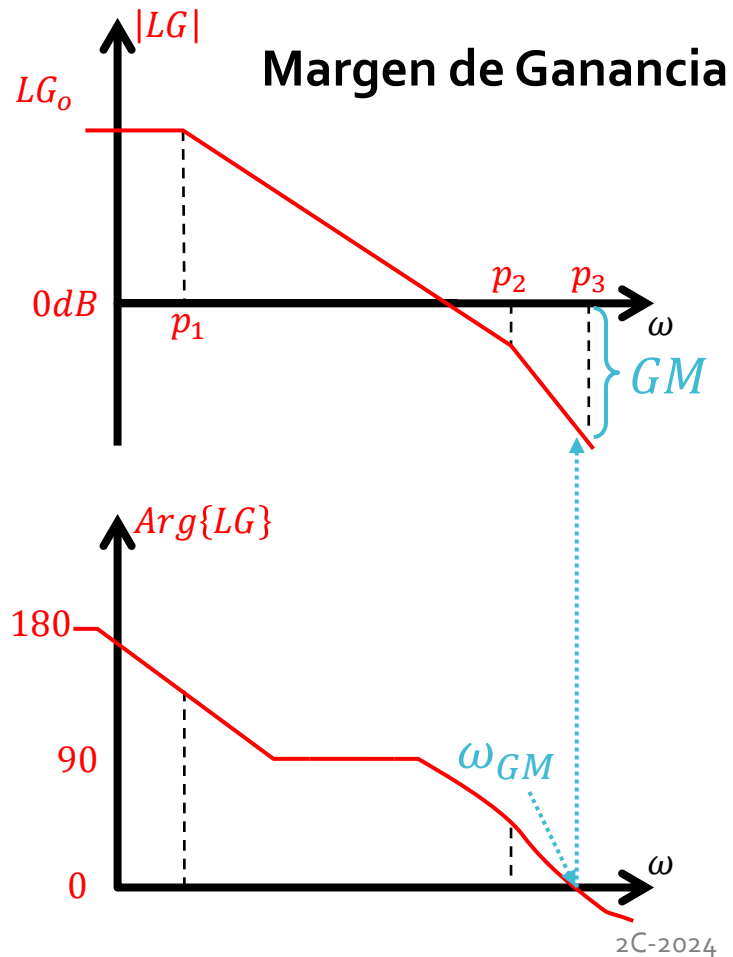
$$Arg\{LG(\omega_{PM})\} > 0 deg$$

Definimos el PM como:

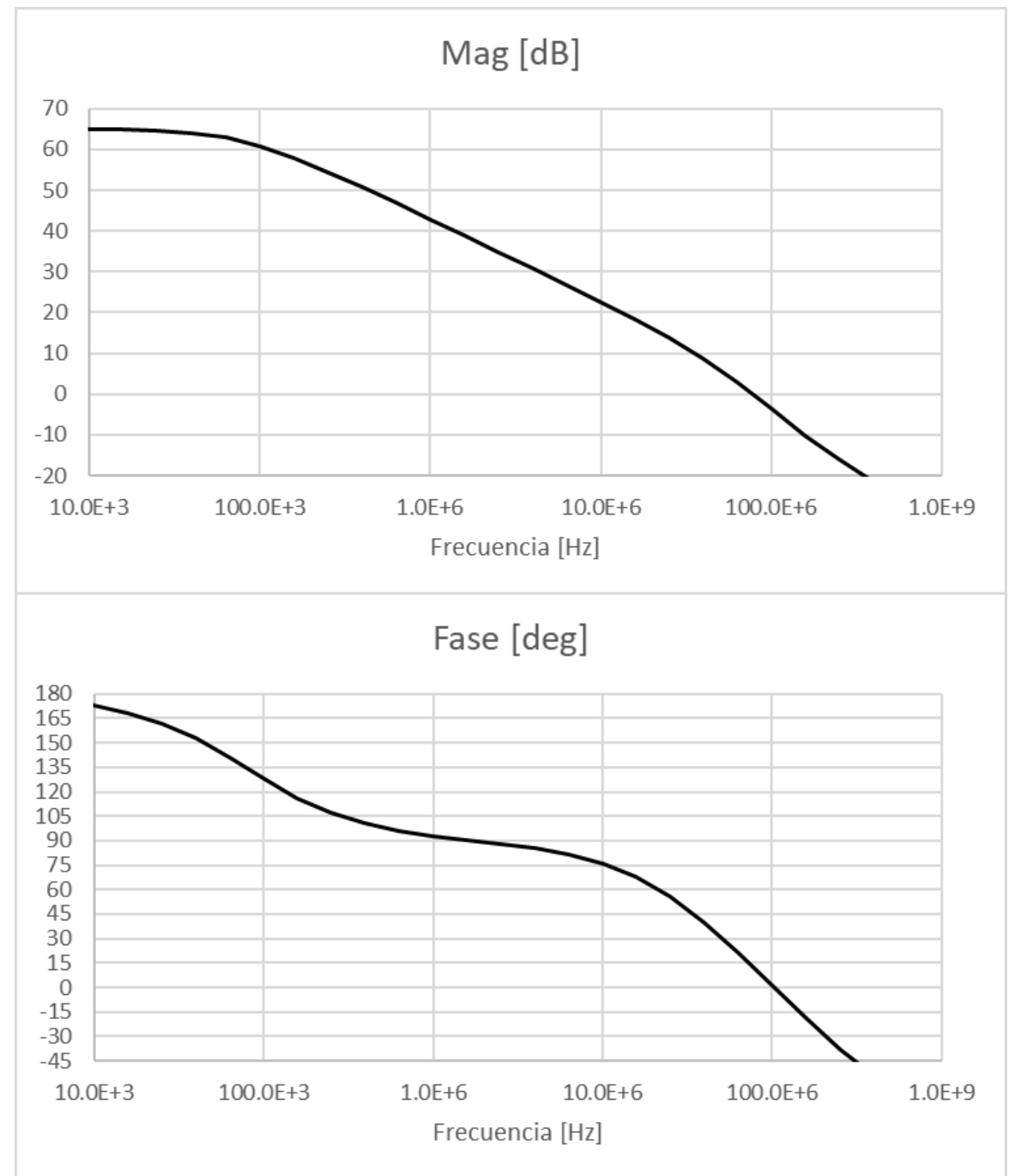
$$PM = Arg\{LG(\omega_{PM})\} > 0 deg$$

- Márgenes de estabilidad

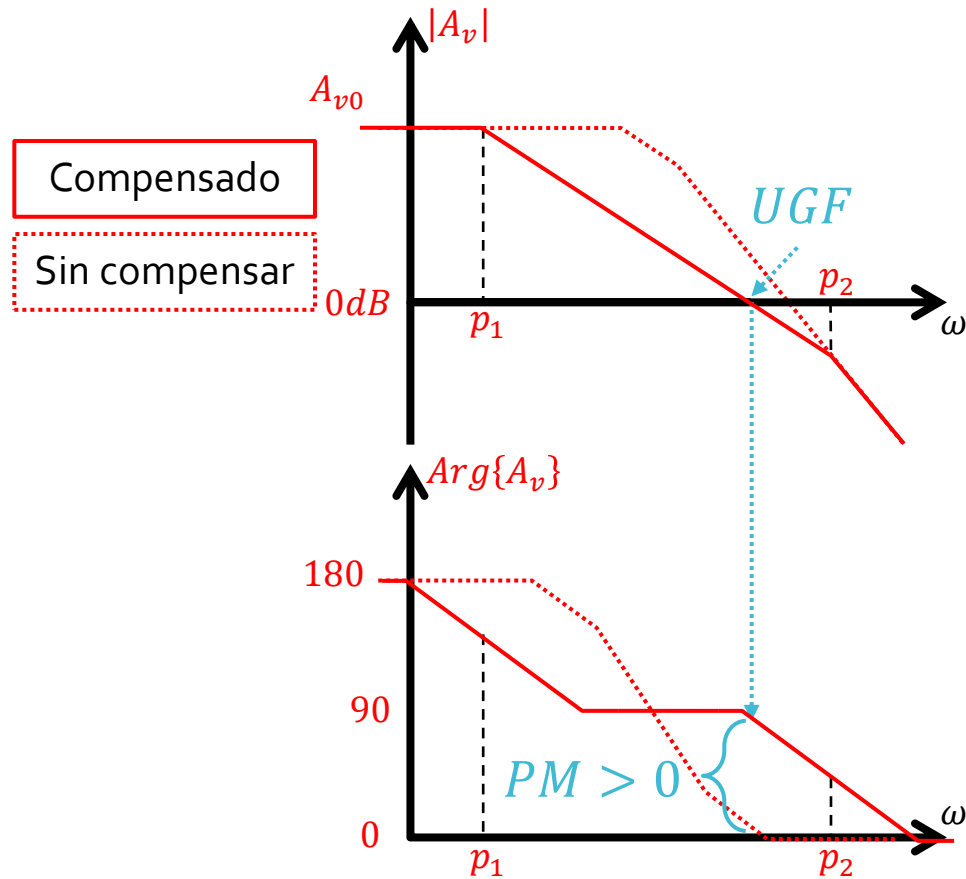
$$\begin{cases} |LG(\omega_x)| = 0dB = 1 V/V \\ Arg\{LG(\omega_x)\} = 0 deg \end{cases}$$



- Márgenes de estabilidad
- Para el siguiente Bode de ganancia de lazo, obtenga:
  - La ganancia de lazo a bajas frecuencias
  - La frecuencia de ganancia unitaria:  $UGF = \omega_{PM}$
  - El margen de fase:  $PM$
  - La frecuencia de cruce por 0 grados:  $\omega_{GM}$
  - El margen de ganancia:  $GM$



- Márgenes de estabilidad
- Sistema de 2<sup>do</sup> orden compensado: se comporta como 1<sup>er</sup> orden hasta su  $UGF$



Si  $p_2 > \omega_{PM}$  entonces:

$$GBW \approx UGF = \omega_{PM}$$

$$GBW = A_v(DC) \cdot p_1$$

El PM puede obtenerse como:

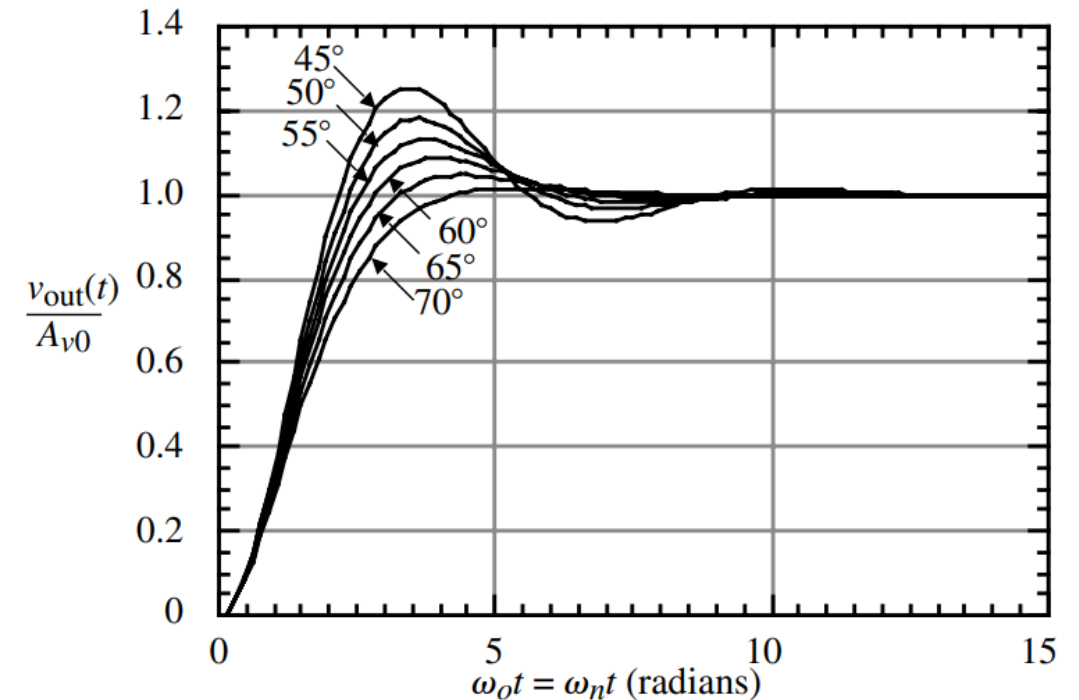
$$PM = 180 - \text{atan}\left(\frac{GBW}{p_1}\right) - \text{atan}\left(\frac{GBW}{p_2}\right)$$

$$PM \approx \text{atan}\left(\frac{p_2}{GBW}\right)$$

$\frac{p_2}{GBW}$	PM
1	45
1.2	50
1.4	54
1.6	58
$\sqrt{3}$	60
1.8	61
2	63
2.2	66
2.4	67
2.6	69
2.8	70
3	72

- Márgenes de estabilidad
- Analizar la ganancia de lazo  $LG$  nos permite:
  1. Evaluar la estabilidad del sistema
  2. Conocer la respuesta esperada a lazo cerrado
    - La ganancia de continua se vincula con la precisión de la transferencia a lazo cerrado
      - $LG \gg 1 \rightarrow A_v^{CL} \approx \frac{1}{\beta}$
    - Margen de fase adecuado se vincula con la respuesta transitoria:
      - $PM[deg] + OV[\%] \approx 72$
    - La frecuencia de ganancia unitaria  $UGF = \omega_{PM}$  se vincula con la velocidad de la respuesta transitoria y con el ancho de banda  $BW_{CL}$  del sistema a lazo cerrado

$$A_v^{CL} = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{LG}{LG - 1}$$



**Figure 6.2-3** Response of a second-order system with various phase margins.

P. E. Allen and D. R. Holberg, *CMOS analog circuit design*.  
Oxford University Press, 2016.

**Respuesta al escalón del sistema a lazo cerrado, para distintos PM**

- Relación entre lazo abierto y cerrado
  - Sistema de segundo orden con polo en el origen

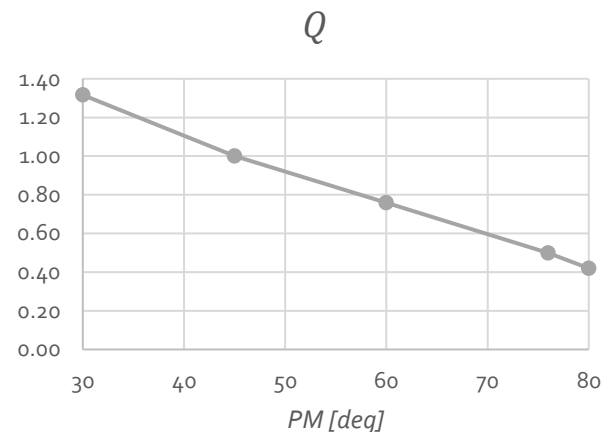
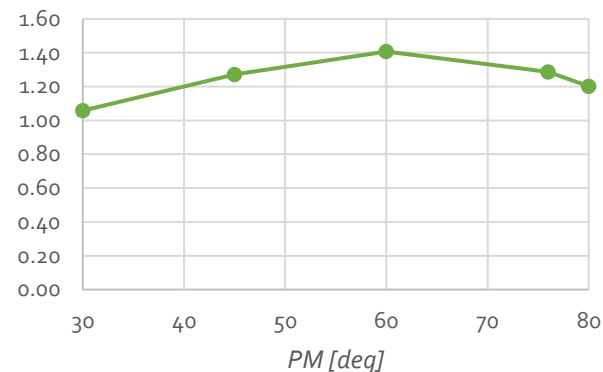
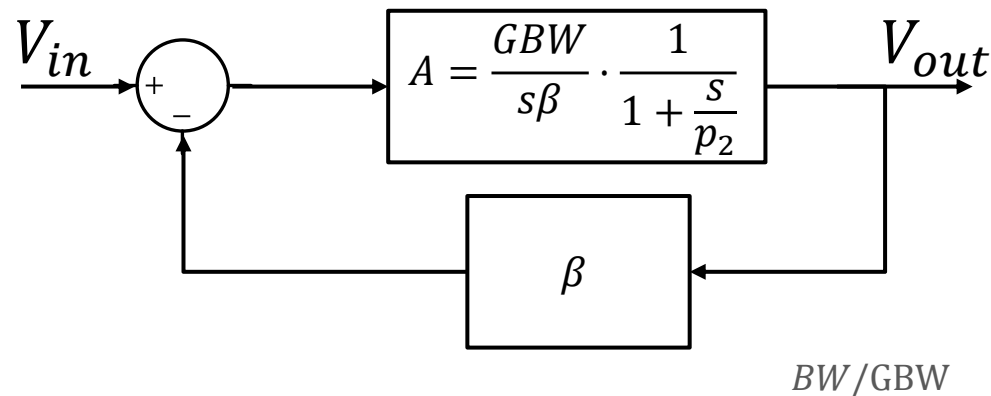
$$LG = -A\beta = -\frac{GBW}{s} \cdot \frac{1}{1 + \frac{s}{p_2}} \Rightarrow PM = \text{atan}\left(\frac{p_2}{GBW}\right)$$

$$A_{vCL} = \frac{A}{1 + A\beta} = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\xi\omega_0s + \omega_0^2} = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{p_2 \cdot GBW}{s^2 + p_2s + p_2 \cdot GBW} \Rightarrow \begin{cases} \omega_0 = \sqrt{GBW \cdot p_2} \\ = GBW \cdot \sqrt{\text{tg}(PM)} \\ \xi = \frac{1}{2} \sqrt{\text{tg}(PM)} \\ Q = \frac{1}{\sqrt{\text{tg}(PM)}} \end{cases}$$

PM	$\omega_0/GBW$	$\xi$	Q	$\omega_d/GBW$	$\omega_p/GBW$	BW/GBW	
30	0.76	0.38	1.32	0.70	0.64	1.06	
45	1.00	0.50	1.00	0.87	0.71	1.27	
60	1.32	0.66	0.76	0.99	0.48	1.41	Under.
76	2.00	1.00	0.50	-	-	1.29	Crit.
80	2.38	1.19	0.42	-	-	1.20	Over.

$$\omega_d/\omega_0 = \sqrt{1 - \xi^2} \quad \omega_p/\omega_0 = \sqrt{1 - 2\xi^2} \quad BW/\omega_0 = \sqrt{1 - 2\xi^2 + \sqrt{2 - 4\xi^2 + 4\xi^4}}$$

2C-2024



# Contenido Clase 4

- Capacidades en Transistores MOS
  - Modos de operación del MOS y capacidades
  - Frecuencia de transición
- Respuesta en Frecuencia de Etapas Amplificadoras
  - Etapa SE
  - Etapa Diff con carga activa
  - Amplificador two-stage sin compensación
- Estabilidad de Sistemas Realimentados
  - Realimentación
  - Márgenes de estabilidad
  - Relación entre estabilidad, respuesta en frecuencia y respuesta transitoria