

## NAIL062 Výroková a predikátová logika: Informace o zkouškách

### Zimní semestr 2025/26

#### Zkouškové termíny

Na zkouškové termíny se přihlašujete v SISu. K přihlášení na zkoušku je potřeba zápočet, s výjimkou předtermínů. Bude vypsáno i několik termínů po konci zkouškového období, kapacita ale bude omezená. Proto doporučujeme alespoň dva pokusy v zimním zkouškovém období. (Předpokládáme dva termíny během výuky v LS, a dva termíny v letním zkouškovém období, každý s kapacitou přibližně 20 studentů. Poslední termín plánujeme v červnu.) Na zkoušku je možné se přihlásit, a ze zkoušky odhlásit, nejpozději 24 hodin před začátkem. Zkontrolujte méně než 24 hodin před zkouškou, zda se odhlášením jiného studenta nezměnil vám přidělený čas zkoušky.

#### Pravidla zkoušky

- Ke zkoušce si přineste studentský průkaz. Můžete mít také láhev s pitím. U přiděleného stolu nesmíte mít nic dalšího. Psací potřeby a papír obdržíte na místě. (Osobní věci si můžete odložit ve třídě, ale nikoli u zkouškového stolu.)
- Veškerá elektronická zařízení, mobilní telefony, chytré hodinky, nositelná elektronika, sluchátka apod., stejně jako běžné náramkové hodinky, jsou přísně zakázány.
- Během přípravné doby není dovoleno mluvit ani si šeptat pro sebe.
- Během zkoušky nejsou povoleny přestávky na toaletu.

#### Požadavky ke zkoušce

Požadavky ke zkoušce odpovídají látce pokryté na přednáškách a popsané v Zápiscích z přednášky, s výjimkou následujících částí, které nebudou vyžadovány:

- Sekce 2.5 Algebra výroků,
- Sekce 3.1 SAT solvery,
- Sekce 3.4 Algoritmus DPLL pro řešení problému SAT
- Sekce 4.8 Hilbertovský kalkulus,
- Sekce 5.4 LI-rezoluce a Horn-SAT,
- Podsekce 6.8.1 Databázové dotazy,
- Sekce 7.6 Hilbertovský kalkulus v predikátové logice,
- Sekce 8.7 LI-rezoluce,
- Nebude vyžadována znalost důkazů ze Sekce 10.4 Gödelovy věty.

#### Formát a hodnocení zkoušky

Zkouška je ústní, s písemnou přípravou (v délce 30 minut). Během zkoušky můžete být dotázáni na cokoliv z požadavků, kostrou zkoušky ale bude zadání, které si vylosujete k přípravě. Zadání sestává ze tří otázek: “pojem”, “lehká otázka”, “těžká otázka” ze seznamů níže.

- **Pojem:** Uveďte formální definici daného pojmu, nějaký netriviální příklad (případně také příklad objektu nesplňujícího danou definici). Buďte připraveni zodpovědět i otázky týkající se vlastností souvisejících s tímto pojmem.
- **Lehká otázka:** Jde-li o matematické tvrzení, zformulujte a dokažte ho. Jde-li o algoritmus, zformulujte ho, můžete si připravit ukázkový běh algoritmu, uveďte důkaz korektnosti nebo jiné vlastnosti z přednášky.

- **Těžká otázka:** Zformulujte danou matematickou větu, a uveďte její důkaz, a to včetně pomocných tvrzení. Jde-li o okamžitý důsledek jiné věty z přednášky, uveďte i důkaz této věty. Buďte připraveni vysvětlit všechny potřebné pojmy z formulace, případně pohovořit o důsledcích a aplikacích věty.

## Orientační hodnocení

Orientační hodnocení se uplatní v případě, že se neobjeví další nedostatky. Hodnocení může být i horší, pokud během zkoušky narazíme na zásadní neznalost nějakého pojmu, nebo např. na zásadní nepochopení důkazu napsaného při přípravě.

- **Výborně:** Zodpovězení *pojmu* a *těžké otázky* včetně důkazu, zodpovězení *lehké otázky* pokud na ni budete dotázáni. Případné drobnější chyby odstraněny jen s malou nápovědou od zkoušejícího. Uspokojivé zodpovězení doplňujících otázek.
- **Velmi dobře:** Zodpovězení *pojmu*, *lehké otázky* (včetně důkazu, není-li řečeno, že je otázka bez důkazu) a formulace věty z *těžké otázky* (bez důkazu). Případné chyby odstraněny s nápovědou zkoušejícího. Zodpovězení doplňujících otázek, s případnou nápovědou.
- **Dobře:** Zodpovězení *pojmu* a formulace věty z *těžké otázky*, mohou se vyskytnout podstatné chyby, ale student musí být schopen je s nápovědou odstranit. Odpověď na *lehkou otázku*, která je z větší části správně, případné chyby nebo mezery v důkazu odstraněny s pomocí zkoušejícího. Schopnost s pomocí zkoušejícího zodpovědět doplňující otázky, při zkoušení se neukáže nepochopení základních pojmů a souvislostí.
- **Neprospěl/a:** V ostatních případech.

## Seznam otázek

Zde je seznam zkoušených pojmů (P), lehkých otázek (L) a těžkých otázek (T). Pokud si vylosujete některou otázku stejnou jako některý student, jehož zkouška probíhá nebo bude probíhat souběžně s vaší, můžete být požádáni o nové losování. (Otázky jsou generovány náhodně, pravděpodobnostní rozdělení je ale tajné a ne nutně uniformní.) Pokud se daný pojem, věta apod. vyskytuje ve výrokové i v predikátové logice, a pokud není upřesněno, buďte připraveni zodpovědět otázku jak ve výrokové, tak i v predikátové logice.

## Seznam pojmů

- (P1) Model ve výrokové logice, pravdivostní funkce výroku.
- (P2) Sémantické pojmy (pravdivost, lživost, nezávislost, splnitelnost) v logice, vzhledem k teorii.
- (P3) Ekvivalence výroků resp. výrokových teorií, T-ekvivalence.
- (P4) Sémantické pojmy o teorii (sporná, bezesporná, kompletní, splnitelná).
- (P5) Extenze teorie (jednoduchá, konzervativní), odpovídající sémantická kritéria.
- (P6) Tablo z teorie, tablo důkaz.
- (P7) Kongruence struktury, faktorstruktura, axiomy rovnosti.
- (P8) CNF a DNF, Hornův tvar. Množinová reprezentace CNF formule, splňující ohodnocení.
- (P9) Rezoluční pravidlo, (nejobecnější) unifikace, rezoluční důkaz a zamítnutí.
- (P10) Signatura a jazyk predikátové logiky, struktura daného jazyka.
- (P11) Atomická formule, formule, sentence, otevřené formule.
- (P12) Pravdivostní hodnota formule ve struktuře při ohodnocení, platnost formule ve struktuře.
- (P13) Kompletní teorie v predikátové logice, elementární ekvivalence.
- (P14) Podstruktura, generovaná podstruktura, expanze a redukt struktury.

- (P15) Definovatelnost ve struktuře.
- (P16) Extenze o definice.
- (P17) Prenexní normální forma, Skolemova varianta.
- (P18) Izomorfismus struktur,  $\omega$ -kategorická teorie.
- (P19) Axiomatizovatelnost, konečná axiomatizovatelnost, otevřená axiomatizovatelnost.
- (P20) Rekurzivní axiomatizace, rekurzivní axiomatizovatelnost, rekurzivně spočetná kompletace.
- (P21) Rozhodnutelná a částečně rozhodnutelná teorie.

### **Seznam lehkých otázek**

- (L1) Množinu modelů nad konečným jazykem lze axiomatizovat výrokem v CNF, výrokem v DNF.
- (L2) 2-SAT, Algoritmus implikačního grafu, jeho korektnost.
- (L3) Horn-SAT, Algoritmus jednotkové propagace, jeho korektnost.
- (L4) Vlastnosti extenze o definice.
- (L5) Vztah definovatelných množin a automorfismů.
- (L6) Tablo metoda v jazyce s rovností.
- (L7) Věta o kompaktnosti a její aplikace.
- (L8) Věta o korektnosti rezoluce ve výrokové logice.
- (L9) Věta o korektnosti rezoluce v predikátové logice.
- (L10) Nestandardní model přirozených čísel.
- (L11) Existence spočetného algebraicky uzavřeného tělesa.
- (L12) Kritérium otevřené axiomatizovatelnosti.
- (L13) Rekurzivně axiomatizovaná teorie je částečně rozhodnutelná, kompletní je rozhodnutelná.
- (L14) Teorie konečné struktury v konečném jazyce s rovností je rozhodnutelná.
- (L15) Gödelovy věty o neúplnosti a jejich důsledky (bez důkazů).

### **Seznam těžkých otázek**

- (T1) Věta o korektnosti tablo metody ve výrokové logice.
- (T2) Věta o korektnosti tablo metody v predikátové logice.
- (T3) Věta o úplnosti tablo metody ve výrokové logice.
- (T4) Věta o úplnosti tablo metody v predikátové logice.
- (T5) Věta o konečnosti sporu, důsledky o konečnosti a systematickosti důkazů.
- (T6) Věta o úplnosti rezoluce ve výrokové logice.
- (T7) Věta o úplnosti rezoluce v predikátové logice (Lifting lemma stačí vyslovit).
- (T8) Skolemova věta.
- (T9) Herbrandova věta.
- (T10) Löwenheim-Skolemova věta včetně varianty s rovností, jejich důsledky.
- (T11) Vztah izomorfismu a elementární ekvivalence.
- (T12) Neaxiomatizovatelnost konečných modelů.
- (T13) Věta o konečné axiomatizovatelnosti.
- (T14) Rekurzivně axiomatizovaná teorie s rekurzivně spočetnou kompletací je rozhodnutelná.