

1. Tenim un programa que llegeix tots els elements d'una matriu A de 8×8 elements. Cada element és un nombre enter de la mateixa mida que la paraula del processador, 64 bits. La matriu està desada en la memòria per files:

$$A = \begin{pmatrix} a_{0,0} & a_{0,1} & a_{0,2} & a_{0,3} & a_{0,4} & a_{0,5} & a_{0,6} & a_{0,7} \\ a_{1,0} & a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & a_{1,4} & a_{1,5} & a_{1,6} & a_{1,7} \\ a_{2,0} & a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & a_{2,4} & a_{2,5} & a_{2,6} & a_{2,7} \\ a_{3,0} & a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} & a_{3,4} & a_{3,5} & a_{3,6} & a_{3,7} \\ a_{4,0} & a_{4,1} & a_{4,2} & a_{4,3} & a_{4,4} & a_{4,5} & a_{4,6} & a_{4,7} \\ a_{5,0} & a_{5,1} & a_{5,2} & a_{5,3} & a_{5,4} & a_{5,5} & a_{5,6} & a_{5,7} \\ a_{6,0} & a_{6,1} & a_{6,2} & a_{6,3} & a_{6,4} & a_{6,5} & a_{6,6} & a_{6,7} \\ a_{7,0} & a_{7,1} & a_{7,2} & a_{7,3} & a_{7,4} & a_{7,5} & a_{7,6} & a_{7,7} \end{pmatrix}$$

| Adreça | Valor |
|--------|-----------|
| 4096 | $a_{0,0}$ |
| 4104 | $a_{0,1}$ |
| ... | ... |
| 4152 | $a_{0,7}$ |
| 4160 | $a_{1,0}$ |
| ... | ... |
| 4600 | $a_{7,7}$ |

The question as stated is not quite answerable. A word has been defined to be 32-bits. We need to know whether the system is "byte-addressable" (you can access an 8-bit chunk of data) or "word-addressable" (smallest accessible chunk is 32-bits) or even "half-word addressable" (the smallest chunk of data you can access is 16-bits.) You need to know this to know what the lowest-order bit of an address is telling you.

El programa accedeix els elements en aquest ordre. En aquest exercici ens centrarem només en els accessos a dades.

1.1 El sistema té una memòria cau de dades de 16 KiB mapejada directament i adreçable per byte, amb un bus d'adreces de 64 bits i 8 paraules per línia.

a. Quantes línies té la memòria cau?

b. Quina és la mida dels bits de la línia (tag, index, offset)?

c. Amb la memòria cau inicialment buida, quants hits i quants miss hi ha? Quina és la taxa de hits del programa en %?

$$\text{mida caché} = 16 \text{ KiB} = 2^4 + 2^{10} = 2^{14} \text{ Bytes}$$

$$\text{mida paraula} = 64 \text{ bits} = 8 \text{ Bytes} = 2^3 \text{ Bytes (B)}$$

$$\text{paraules per bloc} = 8 \text{ Bytes} = 2^3 \text{ Bytes (W)}$$

$$\text{mida bus adreces} = 64 \text{ bits} = 8 \text{ Bytes} = 2^3 \text{ Bytes}$$

MP

| TAG | i | W | B |
|-----|---|---|---|
| 50 | 8 | 3 | 3 |

$$\text{num blocs (C)} = \frac{\text{mida cache}}{\text{mida bloc}}$$

$$\text{mida bloc} = \text{paraules per bloc} \times \text{mida paraula} = 8 \times 8 = 64 \text{ Bytes} = 2^6 \text{ Bytes}$$

$$\text{num blocs (C)} = \frac{2^{14}}{2^6} = 2^8 \text{ Bytes}$$

$$C = K \cdot S; \quad C = \text{num blocs}; K = \text{num camins}; S = \text{num conjunts}$$

$$\text{en MP : } K = 1; S = C$$

$$C = S = 2^8 \rightarrow i = 8$$

$$\text{mida adreça} = 64 \text{ bits}$$

$$\text{TAG} = 64 - 8 - 3 - 3 = 50$$

$$\text{num misses} = 8$$

$$\text{Miss rate} = \frac{\text{num misses}}{\text{num total d'instruccions}} = \frac{8}{8 \times 8} = \frac{8}{64} = 0.125 = 12.5\%$$

$$\text{Hit rate} = 1 - 0.125 = 0.875 = 87.5\%$$

| Byte Address | Binary Address | TAG | Index | Offset | Hit/Miss |
|--------------|------------------------|-------|------------|---------|----------|
| 4096 | ... 001 0000 0000 0000 | ... 0 | 01 0000 00 | 00 0000 | Miss |
| 4104 | ... 001 0000 0000 1000 | ... 0 | 01 0000 00 | 00 1000 | Hit |
| ... | | | | | *hits* |
| 4152 | ... 001 0000 0011 1000 | ... 0 | 01 0000 00 | 11 1000 | Hit |
| 4160 | ... 001 0000 0100 0000 | ... 0 | 01 0000 01 | 00 0000 | Miss |
| ... | | | | | *hits* |
| 4224 | ... 001 0000 1000 0000 | ... 0 | 01 0000 10 | 00 0000 | Miss |
| ... | | | | | *hits* |
| 4288 | ... 001 0000 1100 0000 | ... 0 | 01 0000 11 | 00 0000 | Miss |
| ... | | | | | *hits* |
| 4352 | ... 001 0001 0000 0000 | ... 0 | 01 0001 00 | 00 0000 | Miss |
| ... | | | | | *hits* |
| 4416 | ... 001 0001 0100 0000 | ... 0 | 01 0001 01 | 00 0000 | Miss |
| ... | | | | | *hits* |
| 4480 | ... 001 0001 1000 0000 | ... 0 | 01 0001 10 | 00 0000 | Miss |
| ... | | | | | *hits* |
| 4544 | 0001 0001 1100 0000 | ... 0 | 01 0001 11 | 00 0000 | Miss |
| ... | | | | | *hits* |
| 4600 | ... 001 0001 1111 1000 | ... 0 | 01 0001 11 | 11 1000 | Hit |

1.2 Ara modifiquem el sistema de l'exercici anterior amb una memòria cau també de 16 KiB, però ara amb **16 paraules per línia**.

a. Quantes línies té la memòria cau?

b. Quina és la mida dels bits de la línia (tag, index, offset)?

c. Amb la memòria cau inicialment buida, quants hits i quants miss hi ha? Quina és la taxa de hits del programa en %?

$$\text{mida caché} = 16 \text{ KiB} = 2^4 + 2^{10} = 2^{14} \text{ Bytes}$$

$$\text{mida paraula} = 64 \text{ bits} = 8 \text{ Bytes} = 2^3 \text{ Bytes (B)}$$

$$\text{paraules per bloc} = 16 \text{ Bytes} = 2^4 \text{ Bytes (W)}$$

$$\text{mida bus adreces} = 64 \text{ bits} = 8 \text{ Bytes} = 2^3 \text{ Bytes}$$

MP

| TAG | i | W | B |
|-----|---|---|---|
| 50 | 7 | 4 | 3 |

$$\text{num blocs (C)} = \frac{\text{mida cache}}{\text{mida bloc}}$$

$$\text{mida bloc} = \text{paraules per bloc} \times \text{mida paraula} = 16 \times 8 = 128 \text{ Bytes} = 2^7 \text{ Bytes}$$

$$\text{num blocs (C)} = \frac{2^{14}}{2^7} = \mathbf{2^7 \text{ Bytes}}$$

$$C = K \cdot S; \quad C = \text{num blocs}; K = \text{num camins}; S = \text{num conjunts}$$

$$\text{en MP : } K = 1; S = C$$

$$C = S = 2^7 \rightarrow i = 7$$

$$\text{mida adreça} = 64 \text{ bits}$$

$$\text{TAG} = 64 - 7 - 4 - 3 = 50$$

$$\text{num misses} = 4$$

$$\text{Miss rate} = \frac{\text{num misses}}{\text{num total d'instruccions}} = \frac{4}{8 \times 8} = \frac{4}{64} = 0.0625 = \mathbf{6.25\%}$$

$$\text{Hit rate} = 1 - 0.0625 = 0.9375 = \mathbf{93.75\%}$$

| Byte Adress | Binary Adress | TAG | Index | Offset | Hit/Miss |
|-------------|------------------------|-------|-----------|----------|----------|
| 4096 | ... 001 0000 0000 0000 | ... 0 | 01 0000 0 | 000 0000 | Miss |
| 4104 | ... 001 0000 0000 1000 | ... 0 | 01 0000 0 | 000 1000 | Hit |
| ... | | | | | *hits* |
| 4216 | ... 001 0000 0111 1000 | ... 0 | 01 0000 0 | 111 1000 | Hit |
| 4224 | ... 001 0000 1000 0000 | ... 0 | 01 0000 1 | 000 0000 | Miss |
| ... | | | | | *hits* |
| 4352 | ... 001 0001 0000 0000 | ... 0 | 01 0001 0 | 000 0000 | Miss |
| ... | | | | | *hits* |
| 4480 | ... 001 0001 1000 0000 | ... 0 | 01 0001 1 | 000 0000 | Miss |
| ... | | | | | *hits* |
| 4592 | ... 001 0001 1111 0000 | ... 0 | 01 0001 1 | 111 0000 | Hit |
| 4600 | ... 001 0001 1111 1000 | ... 0 | 01 0001 1 | 111 1000 | Hit |

2. La memòria cau és important per proporcionar una jerarquia de memòria d'alt rendiment als processadors. A continuació, es mostra una llista de referències d'adreces de memòria de 64 bits, donades com a adreces de paraules:

0x03, 0xb4, 0x2b, 0x02, 0xbf, 0x58, 0xbe, 0x0e, 0xb5, 0x2c, 0xba, 0xfd

a. Per a cadascuna d'aquestes referències, identifiqueu l'adreça de paraula binària, l'etiqueta i l'índex amb una memòria cau mapejada directament amb 16 blocs d'una paraula. Indiqueu també si cada referència és un hit o un miss, assumint que la memòria cau és inicialment buida.

mida adreça = 64 bits

num blocs (C) = 16 = 2^4 Bytes

paraules per bloc = 1 = 2^0 (W)

mida paraula = 1 Byte = 2^0 (B)

$C = K \cdot S$; $C = \text{num blocs}$; $K = \text{num camins}$; $S = \text{num conjunts}$

en MP : $K = 1$; $S = C$

$C = S = 2^4 \rightarrow i = 4$

$TAG = 64 - 4 - 0 - 0 = 60$

MP

| TAG | i | W | B |
|-----|---|---|---|
| 60 | 4 | 0 | 0 |

num hits = 0

Hit Rate = $\frac{0}{12} = 0 \rightarrow 0\%$

Miss Rate = $100 - 0 = 100\%$

| Hex Address | Binary Address | TAG | Index | Offset | Hit/Miss |
|-------------|----------------|----------|-------|--------|----------|
| 0x03 | ... 0000 0011 | ... 0000 | 0011 | - | Miss |
| 0xb4 | ... 1011 0100 | ... 1011 | 0100 | - | Miss |
| 0x2b | ... 0010 1011 | ... 0010 | 1011 | - | Miss |
| 0x02 | ... 0000 0010 | ... 0000 | 0010 | - | Miss |
| 0xbf | ... 1011 1111 | ... 1011 | 1111 | - | Miss |
| 0x58 | ... 0101 1000 | ... 0101 | 1000 | - | Miss |
| 0xbe | ... 1011 1110 | ... 1011 | 1110 | - | Miss |
| 0x0e | ... 0000 1110 | ... 0000 | 1110 | - | Miss |
| 0xb5 | ... 1011 0101 | ... 1011 | 0101 | - | Miss |
| 0x2c | ... 0010 1100 | ... 0010 | 1100 | - | Miss |
| 0xba | ... 1011 1010 | ... 1011 | 1010 | - | Miss |
| 0xfd | ... 1111 1101 | ... 1111 | 1101 | - | Miss |

b. Per a cadascuna d'aquestes referències, identifiqueu l'adreça de paraula binària, l'etiqueta, l'índex i l'offset donada una memòria cau mapejada directament amb blocs de dues paraules i una mida total de vuit blocs. Indiqueu també si cada referència és un hit o un miss, assumint que la memòria cau és inicialment buida.

mida adreça = 64 bits

num blocs (C) = 8 = 2^3 Bytes

paraules per bloc = 2 = 2^1 (W)

mida paraula = 1 Byte = 2^0 (B)

$C = K \cdot S$; $C = \text{num blocs}$; $K = \text{num camins}$; $S = \text{num conjunts}$

en MP : $K = 1$; $S = C$

$C = S = 2^3 \rightarrow i = 3$

$TAG = 64 - 3 - 1 - 0 = 60$

MP

| TAG | i | W | B |
|-----|---|---|---|
| 60 | 3 | 1 | 0 |

num hits = 3

Hit Rate = $\frac{3}{12} = 0.25 \rightarrow 25\%$

Miss Rate = $100 - 0.25 = 75\%$

| Hex Address | Binary Address | TAG | Index | Offset | Hit/Miss |
|-------------|----------------|----------|-------|--------|----------|
| 0x03 | ... 0000 0011 | ... 0000 | 001 | 1 | Miss |
| 0xb4 | ... 1011 0100 | ... 1011 | 010 | 0 | Miss |
| 0x2b | ... 0010 1011 | ... 0010 | 101 | 1 | Miss |
| 0x02 | ... 0000 0010 | ... 0000 | 001 | 0 | Hit |
| 0xbf | ... 1011 1111 | ... 1011 | 111 | 1 | Miss |
| 0x58 | ... 0101 1000 | ... 0101 | 100 | 0 | Miss |
| 0xbe | ... 1011 1110 | ... 1011 | 111 | 0 | Hit |
| 0x0e | ... 0000 1110 | ... 0000 | 111 | 0 | Miss |
| 0xb5 | ... 1011 0101 | ... 1011 | 010 | 1 | Hit |
| 0x2c | ... 0010 1100 | ... 0010 | 110 | 0 | Miss |
| 0xba | ... 1011 1010 | ... 1011 | 101 | 0 | Miss |
| 0xfd | ... 1111 1101 | ... 1111 | 110 | 1 | Miss |

c. Optimitzeu un disseny de memòria cau per a les referències indicades. Hi ha tres dissenys de memòria cau mapejada directament, tots amb un total de vuit paraules de dades:

- 1) C1 té blocs d'una paraula,
- 2) C2 compta amb blocs de dues paraules, i
- 3) C3 té blocs de 4 paraules.

CALCULEU HIT/MISS RATES PER A CADA CACHÉ EN FUNCIÓ DE LES REFERÈNCIES DONADES

C1

paraules per bloc = $1 = 2^0 (W)$

$$\text{num blocs } (C) = \frac{\text{total paraules}}{\text{paraules per bloc}} = \frac{8}{1} = \frac{2^3}{2^0} = 2^3$$

C2

paraules per bloc = $2 = 2^1 (W)$

$$\text{num blocs } (C) = \frac{\text{total paraules}}{\text{paraules per bloc}} = \frac{8}{2} = \frac{2^3}{2^1} = 2^2$$

C3

paraules per bloc = $4 = 2^2 (W)$

$$\text{num blocs } (C) = \frac{\text{total paraules}}{\text{paraules per bloc}} = \frac{8}{4} = \frac{2^3}{2^2} = 2^1$$

MP

| TAG | i | W | B |
|-----|---|---|---|
| 61 | 3 | 0 | 0 |

MP

| TAG | i | W | B |
|-----|---|---|---|
| 61 | 2 | 1 | 0 |

MP

| TAG | i | W | B |
|-----|---|---|---|
| 61 | 1 | 2 | 0 |

| Hex Address | Binary Address | TAG | C1 | | C2 | | C3 | |
|-------------|----------------|------------|-------|----------|-------|----------|-------|----------|
| | | | Index | Hit/Miss | Index | Hit/Miss | Index | Hit/Miss |
| 0x03 | ... 0000 0011 | ... 0000 0 | 011 | Miss | 01 | Miss | 0 | Miss |
| 0xb4 | ... 1011 0100 | ... 1011 0 | 100 | Miss | 10 | Miss | 1 | Miss |
| 0x2b | ... 0010 1011 | ... 0010 1 | 011 | Miss | 01 | Miss | 0 | Miss |
| 0x02 | ... 0000 0010 | ... 0000 0 | 010 | Miss | 01 | Miss | 0 | Miss |
| 0xbf | ... 1011 1111 | ... 1011 1 | 111 | Miss | 11 | Miss | 1 | Miss |
| 0x58 | ... 0101 1000 | ... 0101 1 | 000 | Miss | 00 | Miss | 0 | Miss |
| 0xbe | ... 1011 1110 | ... 1011 1 | 110 | Miss | 11 | Hit | 1 | Hit |
| 0x0e | ... 0000 1110 | ... 0000 1 | 110 | Miss | 11 | Miss | 1 | Miss |
| 0xb5 | ... 1011 0101 | ... 1011 0 | 101 | Miss | 10 | Hit | 1 | Miss |
| 0x2c | ... 0010 1100 | ... 0010 1 | 100 | Miss | 10 | Miss | 1 | Miss |
| 0xba | ... 1011 1010 | ... 1011 1 | 010 | Miss | 01 | Miss | 0 | Miss |
| 0xfd | ... 1111 1101 | ... 1111 1 | 101 | Miss | 10 | Miss | 1 | Miss |

num peticions a memòria = 12

$$\text{Hit Rate} = \frac{\text{num cache hits}}{\text{num peticions a memòria}}$$

$$\text{Miss Rate} = 1 - \text{Hit Rate}$$

C1

num hits = 0

$$\text{Hit Rate} = \frac{0}{12} = 0 \rightarrow 0\%$$

$$\text{Miss Rate} = 100 - 0 = 100\%$$

C2

num hits = 2

$$\text{Hit Rate} = \frac{2}{12} = 0.1667 \rightarrow 16.67\%$$

$$\text{Miss Rate} = 100 - 16.67 = 83.33\%$$

C3

num hits = 1

$$\text{Hit Rate} = \frac{1}{12} = 0.0833 \rightarrow 8.33\%$$

$$\text{Miss Rate} = 100 - 8.33 = 91.67\%$$