Pregunta 1

Definir el concepto de predicado y dar ejemplos de predicados.

Un predicado es una expresión formal, cuyo tipo de datos es booleano.

Las siguientes expresiones son ejemplos de predicados:

(1) $x + y = 2$.

(2) $x + y \leq z$.

(3) Existe un entero positivo $n < 100$ tal que para todo entero $m \in \{1, \ldots, k\}$, $A[m] < n$.

Pregunta 2

Explicar en qué se diferencian los términos de las fórmulas.

En los términos aparecen variables, símbolos de constante y símbolos de operador, pero no pueden aparecer símbolos de predicado.

En las fórmulas, aparecen siempre términos y símbolos de predicado.

En una interpretación, el resultado de evaluar un término es un elementos del dominio de la interpretación, mientras que el resultado de evaluar una fórmula es un valor booleano.

Pregunta 3

Definir los conceptos de término y átomo en lenguajes de predicados.

El conjunto de los términos es el conjunto de elementos generado por las siguientes reglas:

(1) Toda variable es un término.

(2) Todo símbolo de constante es un término.

(3) Si f es un símbolo de función de n argumentos y $t_1, \dots, t_n$ son términos, entonces $f(t_1, \dots, t_n)$ es un término.

Un átomo es una expresión de la forma $Rt_1 \dots t_n$ donde R es un símbolo de predicado de n argumentos y $t_1, \dots, t_n$ son términos.

Pregunta 4

Definir el concepto de fórmula de un lenguaje de predicados.

El conjunto de las fórmulas es el conjunto de elementos generado por las siguientes reglas:

(1) Todo átomo es una fórmula.

(2) Si φ es una fórmula, $\neg\varphi$ también lo es.

(3) Si φ, ψ son fórmulas, entonces $(\varphi \vee \psi)$, $(\varphi \wedge \psi)$, $(\varphi \rightarrow \psi)$ y $(\varphi \leftrightarrow \psi)$ son también fórmulas.

(4) Si ϕ es una fórmula y x es una variable, entonces $\exists x\phi$, $\forall x\phi$ son fórmulas.

Pregunta 5

Definir los conceptos de variable libre y variable ligada en una fórmula, y dar ejemplos de variables libres y ligadas en una fórmula.

Una variable x es libre en una fórmula φ, si hay alguna aparición de la variable x en φ que no está afectada por ningún cuantificador .

Una variable x está ligada en una fórmula φ, si todas las apariciones de la variable x en φ están afectadas por cuantificadores.

Por ejemplo, en la fórmula $\exists x(Rxy \wedge \forall y(Py \vee Ryz))$ las variables y, z son libres y la variable x es ligada.

Pregunta 6

Definir el concepto de consecuencia lógica y el concepto de demostrador.

Una fórmula φ es consecuencia lógica de fórmulas $\varphi_1, \ldots, \varphi_n$, si la fórmula $(\varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_n) \to \varphi$ es una tautología.

Un demostrador es un programa que recibe como entrada una lista de fórmulas $\varphi_1, \ldots, \varphi_n, \varphi$, y entonces determina si φ es consecuencia lógica de $\varphi_1, \ldots, \varphi_n$.

Pregunta 7

Explicar el interés de los demostradores.

Los demostradores tienen interés especialmente en la verificación de sistemas informáticos. En el caso del diseño de hardware, se utilizan para verificar que los circuitos que realizan las operaciones matemáticas de la CPU de un ordenador están correctamente diseñados.

Los demostradores tienen también interés en el campo de la programación declarativa, ya que los interpretadores de diversos lenguajes de programación, como es el caso del lenguaje Prolog, son demostradores de teoremas.

Pregunta 8

Explicar en que consiste la regla de resolución para lenguajes de predicados.

Las entradas de la regla son dos cláusulas $\varphi_1 \vee \psi_1 \vee \varphi_1'$ y $\varphi_2 \vee \neg\psi_2 \vee \varphi_2'$ que no comparten variables y tales que ψ_1 y ψ_2 son átomos unificables.

La salida de la regla es la fórmula $(\varphi_1 \vee \varphi_1' \vee \varphi_2 \vee \varphi_2')\lambda$ donde λ es el unificador de ψ_1 y ψ_2 obtenido mediante el algoritmo de unificación.

Pregunta 9

Explicar en que consiste el método de resolución para los lenguajes de predicados.

Las entradas son fórmulas $\varphi_1, \ldots, \varphi_n, \varphi$ de un lenguaje de predicados. El método consiste en las siguientes dos etapas.

(1) Calcular formas clausales $(\varphi_1)^{cl}$, ..., $(\varphi_n)^{cl}$, $(\neg\varphi)^{cl}$ de las fórmulas $\varphi_1, \ldots, \varphi_n, \neg\varphi$ respectivamente, y tomar las cláusulas $\psi_1, \ldots \psi_m$ que aparecen en los núcleos de dichas formas clausales.

(2) Calcular resolventes a partir de las entradas $\psi_1, \ldots, \psi_m$. Si en algún momento se obtiene la cláusula vacía $\square$, el algoritmo para y devuelve "éxito".

Pregunta 10

Explicar el interés del método de resolución.

Es el método en el que está basado el interpretador del lenguaje de programación Prolog, y se utiliza también en el diseño de los interpretadores de otros lenguajes de programación.

Es un método que se puede utilizar en el diseño de demostradores que verifiquen la corrección de sistemas informáticos.

Se utiliza también para diseñar demostradores de teoremas matemáticos por ordenador, como es el caso de los demostradores Otter y Prover9.