LOGICA I LLENGUATGES

Curso 2018-2019

Examen final de problemas

Problema 1. Una academia de idiomas tiene cuatro horas lectivas cada día laborable, es decir 20 horas semanales de clase numeradas de 1 a 20. Además, la academia tiene 10 grupos de estudiantes y 10 profesores. Para cada grupo j (con $j \leq 10$) disponemos de la lista L_j de horas semanales en las que tiene clase el grupo j. Y para cada profesor i (con $i \leq 10$) tenemos una lista R_i, que contiene las horas semanales en las que no puede dar clase el profesor i. Deseamos saber si es posible hacer los horarios de manera que se asigne a cada grupo un solo profesor y a cada profesor un solo grupo, respetando las restricciones de los profesores.

Se pide entonces representar el problema mediante una fórmula proposicional en forma normal conjuntiva de manera que pueda ser resuelto por un SAT-solver. Para ello, para $i, j \in \{1, \ldots, 10\}$ considerar la proposición Pij que significa que "el profesor i da clase al grupo j.

(10 puntos)

Problema 2. Consideremos el vocabulario $\sigma = \{c, f^1, P^1, Q^2\}$ y la σ-interpretación I definida de la siguiente forma:

- dominio de $I = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$,
- $I(P)n = V \iff n$ es par,
- $I(Q)nm = V \iff n$ es múltiplo de m,
- $I(f)(n) = 11 - n$ para cada $n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$,
- $I(c) = 3$.

Determinar entonces, razonando la respuesta, si las siguientes fórmulas son verdaderas o falsas en I:

(1) $\exists x Qxf(x)$,

(2) $\exists x(Px \wedge Qxc)$,

(3) $\forall x(Qxc \rightarrow Px)$,

(4) $\exists x \forall y Qxy$,

(5) $\forall x(Pf(x) \rightarrow \exists y(Py \wedge Qyx))$.

(10 puntos)

Problema 3. Consideremos el autómata indeterminista $M = (\{A, B, C, D, E\}, \{0, 1\}, \Delta, A, \{D, E\})$ donde Δ está definida por la siguiente tabla:

A	0	A
A	1	A
A	1	C
A	λ	B
B	1	C
B	1	E
C	0	D
D	λ	E
E	0	D

Se pide entonces:

(1) Determinar, razonando la respuesta, si las siguientes palabras son reconocidas por M: λ, 1101, 1100. (1 punto)

(2) Describir el lenguaje L(M). (2 puntos)

(3) Siguiendo el método visto en clase, trasformar el autómata M en un autómata determinista equivalente.

(4 puntos)

(4) Programar en Java el autómata determinista obtenido en (3).

(3 puntos)

Problema 4. La siguiente gramática incontextual G genera una clase de instrucciones de Java.

1. $S \longrightarrow \underline{while}\,(C)\,S$
2. $S \longrightarrow \underline{id} \;=\; E;$
3. $E \longrightarrow E + T$
4. $E \longrightarrow E - T$
5. $E \longrightarrow T$
6. $T \longrightarrow \underline{id}$
7. $T \longrightarrow \underline{int}$
8. $T \longrightarrow \underline{float}$
9. $C \longrightarrow E \;==\; E$
10. $C \longrightarrow E\,! = E$
11. $C \longrightarrow E \;<=\; E$
12. $C \longrightarrow E \;<\; E$

Se pide entonces:

(a) Dar una derivación en G para la palabra

$\underline{while}\,(\underline{id} \;<\; \underline{id} \;+\; \underline{int})\;\underline{id} = \underline{id} - \underline{float} + \underline{id};$

(1 punto)

(b) Siguiendo el método visto en clase, construir el autómata con pila M asociado a G. (2 puntos)

(c) Dar un cómputo en M que reconozca la palabra

$\underline{while}\,(\underline{id}\;! = \;\underline{id})\;\underline{id} = \underline{id} - \underline{int};$

(2 puntos)

(d) Explicar por qué G no es una gramática LL(1). (1 punto)

(e) Aplicar las reglas de factorización y recursión a la gramática G. (2 puntos)

(f) Construir la tabla de análisis de la gramática obtenida en (e). (2 puntos)