MAE116 – Noções de Estatística

Grupo B/D - 2º semestre de 2020 - Gabarito

Lista de exercícios 4 – Noções de Probabilidade - C L A S S E

Exercício 1

Defina um espaço amostral para cada um dos seguintes experimentos aleatórios e dê o número de elementos, quando for o caso:

(a) Lança-se uma moeda até aparecer cara e anota-se o resultado dos lançamentos;

$$\Omega = \{1,2,3,\ldots\}$$

(b) De cada estudante de uma universidade, aleatoriamente selecionado para uma pesquisa, anotam-se a área de seu curso (Biológica; Exata; Humana) e o gênero (Masculino; Feminino);

$$\Omega = \{MB, ME, MH, FB, FE, FH\}$$

ou

$$\Omega = \{(M,B),(M,E),(M,H),(F,B),(F,E),(F,H)\}$$

ou

produto cartesiano

$$\Omega = \{M,F\} \times \{B,E,H\}$$

(c) Uma amostra do solo de uma região é examinada e mede-se a proporção de areia.

$$\Omega = [0,1]$$

(d) Uma urna contém cinco bolas numeradas de 1 a 5, retira-se duas bolas ao acaso e COM reposição e anota-se o número das bolas retiradas. Repita, considerando SEM reposição.

Com reposição:

$$
\begin{array}{ll}
\Omega & \{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5), \\
 & (2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(1,5), \\
 & (3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(3,5), \\
 & (4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5), \\
 & (5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5)\}
\end{array}
$$

produto cartesiano

$$= \{1,2,3,4,5\} \times \{1,2,3,4,5\} = \{1,2,3,4,5\}^2,$$

onde (i,j) indica que o resultado bola i na primeira retirada e bola j na segunda retirada.

Sem reposição:

$$
\begin{array}{ll}
\Omega = & \{(1,2),(1,3),(1,4),(1,5), \\
 & (2,1),(2,3),(2,4),(1,5), \\
 & (3,1),(3,2),(3,4),(3,5), \\
 & (4,1),(4,2),(4,3),(4,5), \\
 & (5,1),(5,2),(5,3),(5,4)\}
\end{array}
$$

pois não há repetição de bolas em sorteios sem reposição; também podia ser

$$
\begin{array}{rl}
\Omega = \{ & (1,2),(1,3),(1,4),(1,5), \\
 & (2,3),(2,4),(2,5), \\
 & (3,4),(3,5), \\
 & (4,5)\}
\end{array}
$$

onde (i,j) indica a retirada das bolas i e j, não necessariamente nesta ordem.

(e) Sorteia-se uma lâmpada de um lote, e mede-se o seu tempo de duração em horas deixando-a acesa até que se queime.

$$\Omega = [0, \infty)$$

Exercício 2

Numa cidade do litoral de São Paulo, estima-se que cerca de 20% dos habitantes têm algum tipo de alergia. Sabe-se que 50% dos alérgicos praticam alguma atividade esportiva, enquanto que entre os não-alérgicos essa porcentagem é de 40%. Para um indivíduo escolhido aleatoriamente nessa cidade, obtenha a probabilidade de ele

(a) não praticar atividade esportiva;

Sejam os eventos

A = indivíduo selecionado é alérgico

N = indivíduo selecionado não pratica atividade esportiva

Temos: $P(A) = 0{,}20$; $P(N|A) = 0{,}50$; $P(N|A^c) = 0{,}60$.

regra do produto

Então, $P(A \cap N) = P(N|A)P(A) = 0{,}50 \times 0{,}20 = 0{,}10$

Analogamente: $P(A^c \cap N) = P(N|A^c)P(A^c) = 0{,}60 \times 0{,}80 = 0{,}48$

regra da soma p/ eventos disjuntos

Logo $P(N) = P(A \cap N) + P(A^c \cap N) = 0{,}10 + 0{,}48 = 0{,}58$

(b) ser alérgico, dado que não pratica atividade esportiva.

$P(A|N) = P(A \cap N) / P(N) = P(N|A)\ P(A) / P(N) = 0{,}50 \times 0{,}20 / 0{,}58 = 0{,}10/0{,}58 = 0{,}1724$

Exercício 3
Uma água é contaminada se forem encontrados bacilos tipo A ou bacilos tipo B e C simultaneamente. As probabilidades de se encontrarem bacilos tipo A, B e C são, respectivamente, 0,30, 0,20 e 0,80. Existindo bacilos tipo A não existirão bacilos tipo B. Existindo bacilos tipo B, a probabilidade de existirem bacilos tipo C é reduzida à metade. Calcular:

Sejam os eventos

A = bacilo do tipo A é encontrado na água;

B = bacilo do tipo B é encontrado na água;

C = bacilo do tipo C é encontrado na água.

Temos: $A \cap B = \varnothing$; $P(A) = 0,30$; $P(B) = 0,20$; $P(C) = 0,80$; $P(C|B) = P(C)/2 = 0,40$.

(a) a probabilidade de ocorrer bacilos tipo B ou C

regra da soma regra do produto

$$P(B \cup C) = P(B) + P(C) - P(B \cap C) = P(B) + P(C) - P(C|B) \times P(B) = 0,2 + 0,8 - 0,4 \times 0,2 = 0,92$$

(b) a probabilidade de a água estar contaminada

Seja $D = B \cap C$. Como $A \cap B = \varnothing$, temos que $A \cap D = \varnothing$, e então A e D são disjuntos. Logo,

regra da soma para eventos disjuntos

$$P(A \cup D) = P(A) + P(D) = P(A) + P(B \cap C) = 0,30 + 0,08 = 0,38$$

(c) sabendo que a água está contaminada, a probabilidade de ela ter sido contaminada pelos bacilos tipos B e C.

$$P(D|A \cup D) = P(D) \;/\; P(A \cup D) = 0,08 \;/\; 0,38 = 0,2105$$

Exercício 4

Uma empresa tem 15.800 empregados classificados quanto ao setor onde trabalham, idade e gênero, de acordo com a tabela a seguir:

Setor	Gênero	Idade		
		< 25 anos	25 a 40 anos	> 40 anos
Administrativo	Masculino (*M*)	1100	2300	2000
	Feminino (*F*)	900	2200	1800
Técnico	Masculino (*M*)	600	1400	1400
	Feminino (*F*)	200	1100	800

Determine a probabilidade de escolhermos um empregado que:

(a) tenha 40 anos de idade ou menos;

1 – (2000+1800+1400+800)/15800 = 1 – 6000/15800 = 0,6203

(b) seja do gênero feminino com pelo menos 25 anos;

(2200+1800+1100+800)/15800 = 5900/15800 = 0,3734

(c) tenha 40 anos de idade ou menos, já sabendo-se que é do setor técnico.

(600+1400+200+1100)/(3300+1400+800) = 3300/5500 = 0,6

(d) seja do setor administrativo, já sabendo-se que é do gênero masculino.

(1100+2300+2000)/(5400+600+1400+1400) = 5400/8800 = 0,6136