MAE116 – Noções de Estatística

Grupos B e D – II Semestre de 2020

Lista de Exercícios 10 – Testes Qui-quadrado – CASA (gabarito)

Exercício 1.

Um modelo de automóvel é vendido em quatro versões: SX, LX, GLX, GTX. Foi feita uma campanha publicitária para melhorar as vendas das versões GLX e GTX. Posteriormente, foi verificada a escolha das versões em 500 vendas escolhidas ao acaso. Os resultados foram:

Versão	SX	LX	GLX	GTX	Total
Unidades vendidas	210	125	105	60	500

De acordo com o fabricante, a participação de cada versão nas vendas deste modelo até a realização da campanha era 40% de SX, 30% de LX , 20% de GLX e 10% de GTX

Solução

(a) Se após a campanha não houve mudanças na participação de cada versão nas vendas deste modelo de automóvel, quantos compradores, dentre os 500 que compram o modelo, espera-se que prefiram a versão SX?

De acordo com o fabricante, a participação nas vendas da versão SX era de 40%. Se não houve mudanças na participação de cada versão nas vendas deste modelo de automóvel, o número de compradores esperados, dentre os 500, que preferem a versão SX é igual a $0,4 \times 500 = 200$.

(b) Utilize um teste de hipóteses adequado para verificar se houve ou não mudanças na participação de cada versão nas vendas após a campanha. Indique o (nome do) teste utilizado, escreva as hipóteses correspondentes e especifique os graus de liberdade. Calcule o nível descritivo (valor$-p$) para os dados observados, e conclua adotando o nível de significância de 5%

Estamos interessados em testar as hipóteses:

H_0: A campanha publicitária não teve efeito nas vendas das versões desse modelo de automóvel.

H_1: A campanha publicitária teve efeito nas vendas das versões desse modelo de automóvel.

Ou, equivalentemente,

H_0: $p_1 = 0,40$, $p_2 = 0,30$, $p_3 = 0,20$ e $p_4 = 0,10$.

H_1: Existe pelo menos uma diferença.

em que p_1, p_2, p_3 e p_4 representam a participação nas vendas da versão SX, LX, GLX e GTX, respectivamente, **após a campanha**.

Para testar essas hipóteses precisamos realizar um **teste de aderência**, ou seja, precisamos calcular o valor da estatística de teste

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \overset{\text{Sob H}_0}{\sim} \chi^2_q; \quad \text{com } E_i = np_i,$$

sendo $q = k - 1$ os graus de liberdade, para $k = 4$ categorias.

A tabela seguinte apresenta as frequências observadas (O_i) e as frequências esperadas (E_i) para as quatro versões de automóveis, sob H_0:

Versão	Frequência Observada (O_i)	Frequência esperada (E_i) sob H_0
SX	210	$E_1 = n \times p_1 = 500 \times 0,4 = 200$
LX	125	$E_2 = n \times p_2 = 500 \times 0,3 = 150$
GLX	105	$E_3 = n \times p_3 = 500 \times 0,2 = 100$
GTX	60	$E_4 = n \times p_4 = 500 \times 0,1 = 50$
Total	500	500

Observe que $E_i > 5$ para todo $i = 1, 2, 3, 4$. Assim,

$$\begin{aligned} \chi^2_{obs} &= \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} = \frac{(210-200)^2}{200} + \frac{(125-150)^2}{150} + \frac{(105-100)^2}{100} + \frac{(60-50)^2}{50} \\ &= 0,5000 + 4,1667 + 0,2500 + 2,0000 = 6,9167. \end{aligned}$$

Pela distribuição Qui-quadrado com $q = 4 - 1 = 3$ graus de liberdade, o nível descritivo é,

$$\text{valor-}p = P(X^2 \geq \chi^2_{obs}) = P(X^2 \geq 6,9167) = 0,0746, \quad \text{sendo } X^2 \sim \chi^2_3.$$

O valor-p pode ser obtido no *Rcmdr* através dos seguintes passos:

Clique no menu `Distribuições` → `Distribuições Contínuas` → `Distribuição Qui-Quadrado` → `Probabilidades da Qui-Quadrado`. Em `Valores da variável` coloque 6.9167 (Lembre que no R o separador decimal é "."), em `Graus de liberdade` coloque 3 e clique em `cauda superior`.

```
Rcmdr>  pchisq(c(6.9167), df=3, lower.tail=FALSE)
[1] 0.07460076
```

Decisão e conclusão: como o nível descritivo do teste é maior do que o nível de significância considerado de 5%, então decidimos por não rejeitar H_0. Ou seja, concluímos que não temos evidências suficientes de que a campanha publicitária teve efeito nas vendas desse modelo de automóvel.

(c) Usando o resultado da pesquisa (o resultado que está apresentado na tabela acima), obtenha uma estimativa intervalar, com o coeficiente de confiança de 95%, para a proporção de compradores, deste modelo, que preferem a versão LX.

A estimativa pontual para p_2, a proporção de compradores deste modelo que preferem a versão LX após a campanha publicitária, é dada por

$$\widehat{p}_{obs} = \frac{O_2}{n} = \frac{125}{500} = 0,25$$

Utilizando o Teorema Limite Central para aproximar a distribuição amostral do estimador da proporção, um intervalo de confiança aproximado para p_2, com coeficiente de confiança γ é dado por

$$\text{IC}(p_2;\gamma) = \left[\widehat{p}_{obs} - z\sqrt{\frac{\widehat{p}_{obs}(1-\widehat{p}_{obs})}{n}};\ \ \hat{p}_{obs} + z\sqrt{\frac{\widehat{p}_{obs}(1-\widehat{p}_{obs})}{n}}\right],$$

em que z é o quantil da distribuição normal padrão tal que $\text{P}(-z \leq Z \leq z) = \gamma$, sendo γ o coeficiente de confiança e $Z \sim \text{N}(0,1)$.

Temos que $\gamma = 0,95$. Para utilizar a tabela da distribuição normal padrão para encontrar o valor de z precisamos expressá-lo em termos de sua probabilidade acumulada à esquerda. Sendo

$$\text{P}(-z \leq Z \leq z) = 0,95,$$

então z deixa uma probabilidade acumulada à esquerda igual a 0,975. Verificando a tabela obtemos que $z = 1,96$.

Portanto,

$$
\begin{aligned}
\text{IC}(p_2; 95\%) &= \left[0,25 - 1,96 \times \sqrt{\frac{0,25(1-0,25)}{500}};\;\; 0,25 + 1,96 \times \sqrt{\frac{0,25(1-0,25)}{500}}\right] \\
&= [0,25 - 1,96 \times 0,019365;\;\; 0,25 + 1,96 \times 0,019365] \\
&= [0,25 - 0,037955;\;\; 0,25 + 0,037955] \\
&= [0,2120; 0,2880]\,.
\end{aligned}
$$

Exercício 2.

Em um estudo realizado no Hospital Universitário (HU) e analisado no CEA (Centro de Estatística Aplicada) do Departamento de Estatística, estudou-se a ocorrência de bebês macrossômicos (bebês que nascem com mais de 4Kg) entre as parturientes do HU. Para verificar se o ganho do peso da mãe durante a gestação está relacionado com a ocorrência de macrossomia, uma amostra de 171 mães foi selecionada (não foram incluídas na amostra gestações múltiplas nem bebês prematuros). Destas mães, observou-se que 53 bebês eram macrossômicos, que 50 mães tiveram ganho excessivo de peso ($> 25\%$ do peso pré-gravídico), e que das 121 mães com ganho inferior a 25% do peso pré-gravídico, 90 tiveram bebês sem macrossomia.

Solução

(a) Construa uma tabela de contingência com as informações dadas.

Com as informações do enunciado conseguimos construir a seguinte tabela:

	Macrossomia		
Ganho de Peso	não	sim	Total
$< 25\%$	90		121
$> 25\%$			50
Total		53	171

É possível obter os valores do interior da tabela a partir das frequências marginais (totais nas linha e na coluna). A tabela final fica assim:

	Macrossomia		
Ganho de Peso	não	sim	Total
$< 25\%$	90	31	121
$> 25\%$	28	22	50
Total	118	53	171

(b) Qual é a frequência observada das mães que tiveram ganho excessivo de peso e tiveram bebês macrossômicos? Se não há relação entre o ganho de peso da mãe e a ocorrência de macrossomia, qual é a correspondente frequência esperada?

A partir da tabela construída no item anterior, a frequência observada das mães que tiveram ganho excessivo de peso e tiveram bebês macrossômicos é igual a 22.

Considere a seguinte notações para as frequências observadas:

	Macrossomia		
Ganho de Peso	não	sim	Total
$< 25\%$	O_{11}	O_{12}	$O_{1.}$
$> 25\%$	O_{21}	O_{22}	$O_{2.}$
Total	$O_{.1}$	$O_{.2}$	n

Se não há relação entre o ganho de peso da mãe e a ocorrência de macrossomia, as frequências esperadas em cada casela são dadas por

$$E_{ij} = \frac{O_{i.}O_{.j}}{n}.$$

Portanto, a frequência esperada das mães que tiveram ganho excessivo de peso e tiveram bebês macrossômicos, se não há relação entre as variáveis, é igual a

$$E_{22} = \frac{O_{2.} \times O_{.2}}{n} = \frac{50 \times 53}{171} = 15,4971.$$

(c) Formule o objetivo do estudo como um problema de teste de hipóteses especificando as hipóteses nula e alternativa. Especifique os graus de liberdade.

Para verificar se o ganho do peso da mãe durante a gestação está relacionado com a ocorrência de macrossomia, vamos testar as seguintes hipóteses:

H_0: O ganho de peso da mãe durante a gestação e a ocorrência de macrossomia são variáveis independentes.

H_1: O ganho de peso da mãe durante a gestação e a ocorrência de macrossomia são variáveis dependentes, ou seja, estão relacionados.

Para testar estas hipóteses, iremos realizar um **teste de independência** através do cálculo do valor da estatística de teste

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{s} \sum_{j=1}^{r} \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}},$$

que, sob H_0, possui uma distribuição aproximadamente Qui-quadrado com $q = (r-1) \times (s-1)$ graus de liberdade, sendo r o número de níveis da primeira variável e s o número de níveis da segunda variável. Neste caso, os graus de liberdade da distribuição Qui-quadrado serão iguais a $q = (2-1)(2-1) = 1$.

(d) Calcule o nível descritivo (valor–p) do teste, baseado nos dados. Conclua considerando o nível de significânica de 5%, para decidir acerca da rejeição/não rejeição da hipótese nula formulada acima.

Na tabela seguinte são apresentadas as frequências observadas e esperadas (entre parênteses) para o cálculo da estatística Qui-quadrado:

	Macrossomia		
Ganho de Peso	não	sim	total
$< 25\%$	90 (83,50)	31 (37,50)	121
$> 25\%$	28 (34,50)	22 (15,50)	50
total	118	53	171

O valor qui-quadrado, calculado a partir dos dados, é:

$$\begin{aligned} \chi^2_{obs} &= \frac{(90-83,50)^2}{83,50} + \frac{(31-37,50)^2}{37,50} + \frac{(28-34,50)^2}{34,50} + \frac{(22-15,50)^2}{15,50} \\ &= 0,506461 + 1,127593 + 1,225636 + 2,728774 = 5,5884. \end{aligned}$$

Utilizando a distribuição Qui-quadrado com $q = 1$ grau de liberdade, o nível descritivo é,

$$\text{valor-}p = P(X^2 \geq \chi^2_{obs}) = P(X^2 \geq 5,5884) = 0,01808, \quad \text{sendo } X^2 \sim \chi^2_1$$

A probabilidade $P(X^2 \geq 5,5884)$ pode ser calculada via *Rcmdr*:

Clique no menu `Distribuições` → `Distribuições Contínuas` → `Distribuição Qui-Quadrado` → `Probabilidades da Qui-Quadrado`. Em `Valores da variável` coloque 5.5884, em `Graus de liberdade` coloque 1 e clique em `cauda superior`, resultando em

```
Rcmdr>  pchisq(c(5.5884), df=1, lower.tail=FALSE)
[1] 0.0180798
```

Decisão e conclusão: como o nível descritivo do teste é menor do que o nível de significância considerado de 5%, decidimos rejeitar H_0. Ou seja, temos evidências suficientes para concluir que o ganho do peso da mãe durante a gestação e a ocorrência de macrossomia estão relacionados.

Comentário: O *Rcmdr* pode ser utilizado diretamente para a realização do teste, ao invés de ser utilizado apenas para o cálculo da probabilidade $P(X^2 \geq 5,5884)$.

Clique no menu `Estatísticas` $\rightarrow$ `Tabelas de Contingência` $\rightarrow$ `Digite e analise tabela de dupla entrada`. Na guia `Tabela` defina a variável da linha e variável da coluna fornecendo seus nomes (opcional) e os valores. Na guia `Estatísticas`, em `Testes de Hipótese`, selecione `Teste de Independência Qui-Quadrado`. Caso queira calcular as frequências esperadas, também deixe selecionado `Apresente frequências esperadas` e clique em `OK`. Clique em `OK` novamente. Os resultados são apresentados a seguir:

```
Rcmdr>  .Table <- matrix(c(90,31,28,22), 2, 2, byrow=TRUE)

Rcmdr>  dimnames(.Table) <- list("Peso"=c("1", "2"),
Rcmdr+    "Macrossomia"=c("1", "2"))

Rcmdr>  .Table  # Counts
    Macrossomia
Peso  1  2
   1 90 31
   2 28 22

Rcmdr>  .Test <- chisq.test(.Table, correct=FALSE)

Rcmdr>  .Test

Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 5.5885, df = 1, p-value = 0.01808


Rcmdr>  .Test$expected # Expected Counts
    Macrossomia
Peso        1        2
   1 83.49708 37.50292
   2 34.50292 15.49708
```

Exercício 3.

Os dados seguintes representam os resultados de uma investigação da distribuição do sexo das crianças de 96 famílias possuindo cada uma delas 4 crianças.

Número de meninos	0	1	2	3	4	Total
Número de famílias	12	30	24	21	9	96

Solução

(a) Ao assumir que o número de meninos por família, em famílias com 4 crianças, segue uma distribuição binomial com $n = 4$ e $p = 0,50$, calcule o número esperado de famílias, entre 96 famílias com 4 crianças, que tenham exatamente 2 meninos.

Considere a variável aleatória

$$X: \text{ Número de meninos por famílias, em famílias com 4 crianças.}$$

Se

$$X \sim \text{Bin}(4, 1/2),$$

então podemos construir a seguinte tabela com as probabilidades $p_x = \text{P}(X = x)$ e com os valores observados e esperados do número de famílias com 4 crianças:

Número de meninos (x)	$\text{P}(X = x)$ se $X \sim \text{Bin}(4; 0,5)$	Número observado de famílias (O_i)	Número esperado de famílias se $X \sim \text{Bin}(4; 0,5)$ (E_i)
0	$p_0 = 0{,}0625$	12	$6 = 96 \times p_0$
1	$p_1 = 0{,}2500$	30	$24 = 96 \times p_1$
2	$p_2 = 0{,}3750$	24	$36 = 96 \times p_2$
3	$p_3 = 0{,}2500$	21	$24 = 96 \times p_3$
4	$p_4 = 0{,}0625$	9	$6 = 96 \times p_4$

As probabilidades da distribuição Binomial podem ser obtidas no *Rcmdr*:

Clique no menu `Distribuições` → `Distribuições Discretas` → `Distribuição Binomial` → `Probabilidades da Binomial`. Em `Experimentos da Binomial` coloque 4, em `Probabilidade de sucesso` coloque 0.5 e clique em `OK`. Os valores da saída do *Rcmdr* são apresentados a seguir:

```
Probability
0       0.0625
1       0.2500
2       0.3750
3       0.2500
4       0.0625
```

Logo, o número esperado de famílias, entre 96 famílias com 4 crianças, que tenham exatamente 2 meninos é igual a 36.

(b) Caso o objetivo de estudo for verificar, com base nos resultados apresentados na tabela, se o número de meninos por família, em famílias com 4 crianças, segue uma distribuição binomial com $n = 4$ e $p = 0,50$, quais são as hipóteses apropriadas?

As hipóteses seriam:

H_0: O número de meninos por família, em famílias com 4 crianças, segue uma distribuição binomial com $n = 4$ e $p = 0,50$.

H_1: O número de meninos por família, em famílias com 4 crianças, não segue uma distribuição binomial com $n = 4$ e $p = 0,50$.

Ou equivalentemente,

H_0: $p_0 = 0,0625$, $p_1 = 0,2500$, $p_2 = 0,3750$, $p_3 = 0,2500$ e $p_4 = 0,0625$.

H_1: Existe pelo menos uma diferença.

(c) Realize o teste correspondente, especificando os graus de liberdade e calculando o nível descritivo. Conclua considerando o nível de significância de 2,5%.

Para testar essas hipóteses precisamos realizar um **teste de aderência**. Para isso, precisamos calcular o valor da estatística de teste

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i},$$

que, sob H_0, possui distribuição Qui-quadrado com $q = k - 1$ graus de liberdade, sendo k o número de probabilidades testadas e $E_i = np_i$, $i = 0, 1, 2, 3, 4$.

Utilizando os valores observados e esperados apresentados na tabela do item (a), podemos calcular o valor da estatística de teste.

$$\begin{aligned}\chi^2_{obs} &= \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} = \frac{(12-6)^2}{6} + \frac{(30-24)^2}{24} + \frac{(24-36)^2}{36} + \frac{(21-24)^2}{24} + \frac{(9-6)^2}{6} \\ &= 6 + 1,5 + 4 + 0,375 + 1,5 = 13,3750.\end{aligned}$$

Pela distribuição Qui-quadrado com $q = 5 - 1 = 4$ graus de liberdade, o nível descritivo é,

$$\text{valor-}p = \text{P}(X^2 \geq \chi^2_{obs}) = \text{P}(X^2 \geq 13,3750) = 0,0096, \quad \text{sendo } X^2 \sim \chi^2_4.$$

A probabilidade P($X^2 \geq 13,3750$) pode ser calculada via *Rcmdr* da seguinte forma:

Clique no menu `Distribuições` → `Distribuições Contínuas` → `Distribuição Qui-Quadrado` → `Probabilidades da Qui-Quadrado`. Em `Valores da variável` coloque 13.3750, em `Graus de liberdade` coloque 4 (= 5-1) e clique em `cauda superior`.

```
Rcmdr>  pchisq(c(13.3750), df=4, lower.tail=FALSE)
[1] 0.009581661
```

Decisão e conclusão: como o nível descritivo do teste é menor do que o nível de significância considerado de 2,5% (0,025), então decidimos rejeitar H_0. Ou seja, concluímos que temos evidências suficientes de que o número de meninos por família, em famílias com 4 crianças, não segue uma distribuição binomial com $n = 4$ e $p = 0,50$.

Comentário:

Se supusermos que cada criança, ao nascer numa família, é menino ou é menina com as probabilidades que não dependem dos sexos das crianças já nascidas na família, e se supusemos ainda, que cada uma das duas probabilidades é 1/2, então, a distribuição do número de meninos em famílias com 4 crianças deve ser binomial$(4; 1/2)$. Isto explica a pergunta do exercício.

Exercício 4.

Oitenta artefatos foram classificados de acordo com o período da provável confecção (A, B e C) e de acordo com o sítio arqueológico (Sítio 1 e 2) em que foram encontrados. Os resultados encontrados foram:

Sítio 1: A B B B C C B A B C C B A A A B B B C C A A A A A B B B A C C B B B A A A A

Sítio 2: C C C C A A B B C C A A B C C C C C B B A B A C B C B C C C C B A B C B C C C C B C

Para verificar se há ou não associação entre o período de confecção de artefatos e o sítio arqueológico através de um teste de Qui-quadrado, responda os seguintes itens:

Solução

(a) Quais são as hipóteses do teste?

H_0: O período de confecção de artefatos e o sítio arqueológico são variáveis independentes.

H_1: O período de confecção de artefatos e o sítio arqueológico estão relacionados.

(b) Construa uma tabela de contingência que resuma os resultados encontrados.

Fazendo a contagem de elementos por período de confecção e sítio arqueológico, manualmente, obtemos a seguinte tabela

	Período			
Sítio	A	B	C	Total
Sítio 1	15	15	8	38
Sítio 2	7	12	23	42
Total	22	27	31	80

Alternativamente, a tabela de frequências observadas pode ser obtida através do *Rcmdr*, digitando-se os dados numa planilha (com as variáveis nas colunas)

(1) **Organização e leitura do conjunto de dados:** Os dados apresentados no enunciado podem ser organizados em uma planilha eletrônica (por exemplo, Excel) ou em um arquivo de texto. As variáveis que compõem o conjunto de dados são **Sítio** e **Período**. Para ler o conjunto de dados: clique no menu `Dados` → `Importar arquivos de dados` → `do arquivo Excel`. Defina um nome para o seu conjunto de dados (por exemplo, `artefatos`) e clique em `OK`. Navegue até o local onde seu conjunto de dados foi salvo, selecione a aba em que ele está localizado e clique em `OK`. A seguir apresentamos as primeiras seis observações do conjunto de dados para exemplificar:

```
     Sítio     Período
1    Sítio 1   A
2    Sítio 1   B
3    Sítio 1   B
4    Sítio 1   B
5    Sítio 1   C
6    Sítio 1   C
```

(2) **Construção da tabela de contingência:** Clique no menu `Estatísticas` → `Tabelas de Contingência` → `Tabela de dupla entrada`. Na guia `Dados` selecione uma variável linha e uma variável coluna.

```
Frequency table:
           Período
Sítio       A  B  C
Sítio 1    15 15  8
Sítio 2     7 12 23
```

(c) Se não há associação entre período de confecção e sítio arqueológico, qual é a frequência esperada de artefatos confeccionados no Período C e encontrados no Sítio 1?

Utilizando os valores da tabela de contingência obtida no item (b) e uma notação semelhante à do Exercício 2, a frequência esperada de artefatos confeccionados no Período C e encontrados no Sítio 1 é igual a

$$E_{13} = \frac{31 \times 38}{80} = 14,725.$$

(d) Especifique os graus de liberdade. Qual é o nível descritivo (valor-p) correspondente aos dados obtidos? Qual é a conclusão do teste para o nível de significância de 5%?

Sendo s o número de categorias da variável **Sítio**, e r o número de categorias da variável **Período**, os graus de liberdade do **teste de independência** são iguais a $q = (s-1) \times (r-1) = (2-1) \times (3-1) = 2$.

Para efetuar o **teste de independência**, precisamos calcular a valor observado da estatística qui-quadrado:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{s} \sum_{j=1}^{r} \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}},$$

que, sob H_0, possui distribuição Qui-quadrado com 2 graus de liberdade.

Faremos o teste com o auxílio do *Rcmdr* de duas maneiras:

(i) Se você construiu a tabela de frequências manualmente, coloque os valores da tabela diretamente no *Rcmdr*:

Clique no menu `Estatísticas` → `Tabelas de Contingência` → `Digite e analise tabela de dupla entrada`. Na guia `Tabela` defina a variável da linha e variável da coluna. Defina quantas categorias cada variável possui, e preencha os valores da tabela. Na guia `Estatísticas`, em `Testes de Hipótese`, selecione `Teste de Independência Qui-Quadrado`, `Componentes da estatística Qui-Quadrado`, `Apresente frequências esperadas` e clique em `OK`. Clique em `OK` novamente.

(ii) Caso você tenha inserido os dados brutos numa planilha para obter a tabela de frequências (método alternativo no item (b)):

Clique no menu `Estatísticas` → `Tabelas de Contingência` → `Testes de Hipótese`, selecione `Teste de Independência Qui-Quadrado`, `Apresente frequências esperadas` e clique em `OK`. Clique em `OK` novamente.

Qualquer uma dessas maneiras irá fornecer os seguintes resultados.

```
Frequency table:
           Período
Sítio        A   B    C
Sítio 1   15 15   8
Sítio 2    7  12  23

Pearson's Chi-squared test

data:  .Table
X-squared = 10.326, df = 2, p-value = 0.005724

Expected counts:
                  Período
Sítio          A      B      C
Sítio 1   10.45 12.825 14.725
Sítio 2   11.55 14.175 16.275
```

Essa saída indica que o valor de $\chi^2_{obs} = 10,326$ (`X-squared = 10.326`) e o nível descritivo (valor-p) correspondente aos dados obtidos é igual a $0,0057$ (`p-value=0.005724`).

Decisão e conclusão: Como o nível descritivo é menor do que o nível de significância considerado de 5%, decidemos rejeitar H_0. Ou seja, temos evidências suficientes para concluir que o período de confecção de artefatos e o sítio arqueológico estão relacionados.