MAE0116 – Noções de Estatística

Grupos B e D - 2º semestre de 2020

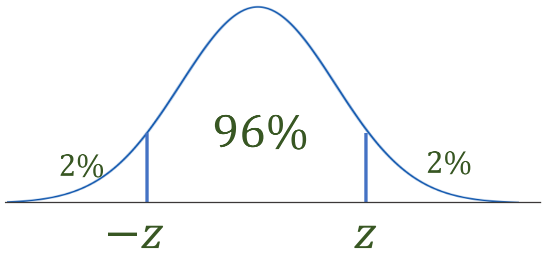
Lista de exercícios 8- Estimação II – CLASSE

Exercício 1

Numa eleição de 2º turno um instituto de opinião pretende estimar, numa pesquisa de boca de urna, a proporção p de eleitores que votaram no candidato do partido conservador. Responda às seguintes questões:

(a) Quantos eleitores devem ser consultados de modo que a proporção p seja estimada com um erro de 0,03 e uma probabilidade de 0,96?

$$n = \left(\frac{z}{\varepsilon}\right)^2 p(1-p)$$



Informações

$\varepsilon = 0{,}03;\ \gamma = 0{,}96 \rightarrow$ o valor de z tal que $A(z) = 0{,}98$ é 2,05. (Tabela da normal)

Não sabemos nada sobre o valor de p, então substituímos $p(1-p)$ por 0,25 (valor máximo). Assim,

$$n = \left(\frac{2{,}05}{0{,}03}\right)^2 0{,}25 = 1167{,}36 \rightarrow n = 1.168 \text{ eleitores}$$

Exercício 1

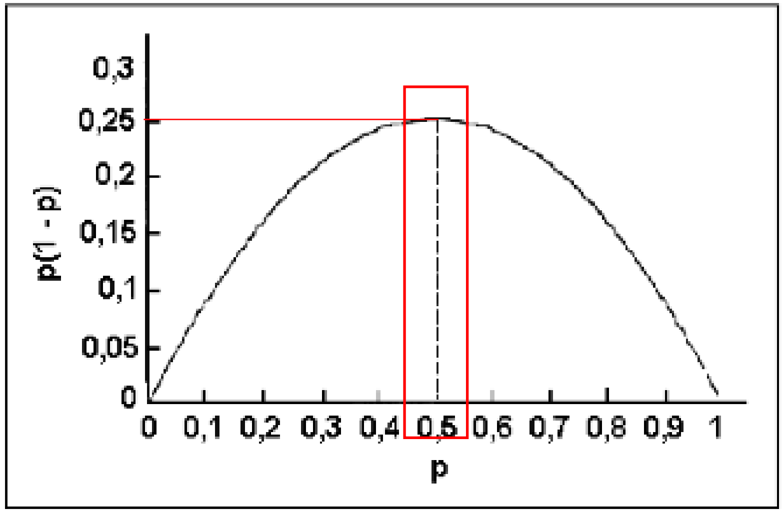
Numa eleição de 2º turno um instituto de opinião pretende estimar, numa pesquisa de boca de urna, a proporção p de eleitores que votaram no candidato do partido conservador. Responda às seguintes questões:

(b) Se as pesquisas de opinião do dia anterior indicam que o candidato deverá ter entre 45% e 55% dos votos, você conseguiria reduzir o tamanho amostral calculado em (a) com essa informação? Se sim, de quanto? Se não, por quê?

$$n = \left(\frac{z}{\varepsilon}\right)^2 p(1-p)$$

Informações

$\varepsilon = 0{,}03;\ \gamma = 0{,}96 \rightarrow$ o valor de z tal que $A(z) = 0{,}98$ é 2,05. (Tabela da normal)



Se sabemos que p está entre 0,45 e 0,55 o valor máximo de $p(1-p)$ é 0,25. Assim, o tamanho amostral calculado em (a) não é reduzido.

$$n = \left(\frac{2{,}05}{0{,}03}\right)^2 0{,}25 = 1167{,}36 \rightarrow n = 1.168 \text{ eleitores}$$

Exercício 1

Numa eleição de 2º turno um instituto de opinião pretende estimar, numa pesquisa de boca de urna, a proporção p de eleitores que votaram no candidato do partido conservador. Responda às seguintes questões:

(c) Suponha que o instituto decida consultar 1.200 eleitores, dos quais 564 afirmam terem votado no candidato do partido conservador. Obtenha um intervalo de confiança com coeficiente de confiança de 96% para a proporção *p*.

$\hat{p} = \dfrac{564}{1200} = 0{,}47;$ Confiança de 96%→ o valor de z tal que $p(-z < Z < z) = 0{,}96 \rightarrow A(z) = 0{,}98$ é 2,05. (Tabela da normal)

$$IC(p;\ \gamma) = \left[\hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\,; \hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right]$$

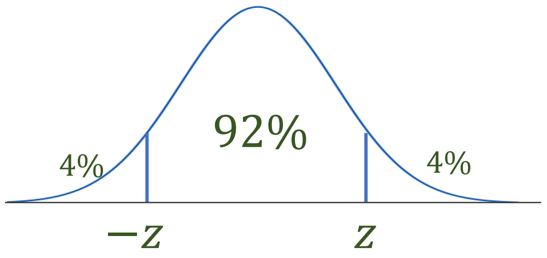
$$IC(p; 96\%) = \left[0{,}47 - 2{,}05\sqrt{\frac{0{,}47(1-0{,}47)}{1200}}\,; 0{,}47 + 2{,}05\sqrt{\frac{0{,}47(1-0{,}47)}{1200}}\right] = [0{,}4405; 0{,}4995]$$

Exercício 2

Um banco está monitorando a duração do tempo que seus clientes ficam nas filas de caixa até serem atendidos. Especificamente, deseja estimar a proporção p de clientes que demoram 15 minutos ou mais para serem atendidos. Uma amostra aleatória de clientes desse banco será coletada, e o tempo de espera será registrado.

(a) Qual deve ser o tamanho da amostra, para que o erro de sua estimativa seja no máximo 0,04 com nível de confiança de 0,92?

$$n = \left(\frac{z}{\varepsilon}\right)^2 p(1-p)$$



Informações

$\varepsilon = 0{,}04;\ \gamma = 0{,}92 \rightarrow$ o valor de z tal que $A(z) = 0{,}96$ é 1,75. (Tabela da normal)

Não sabemos nada sobre o valor de p, então substituímos $p(1-p)$ por 0,25 (valor máximo). Assim,

$$n = \left(\frac{1{,}75}{0{,}04}\right)^2 0{,}25 = 478{,}51 \rightarrow n = 479 \text{ clientes}$$

Exercício 2

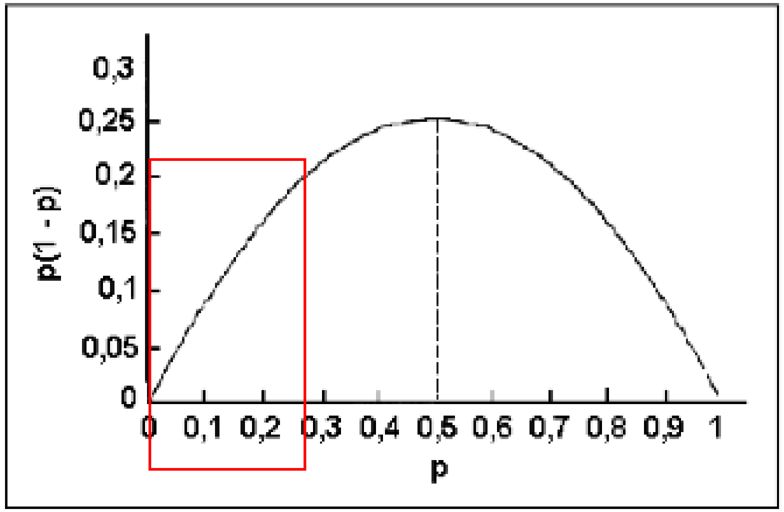
Um banco está monitorando a duração do tempo que seus clientes ficam nas filas de caixa até serem atendidos. Especificamente, deseja estimar a proporção p de clientes que demoram 15 minutos ou mais para serem atendidos. Uma amostra aleatória de clientes desse banco será coletada, e o tempo de espera será registrado.

(b) A direção do banco sabe que essa proporção p não ultrapassa 26%. Com essa informação seria possível considerar em (a) uma amostra de tamanho menor? Se sim, de quanto? Se não, por quê?

Informações

$$n = \left(\frac{z}{\varepsilon}\right)^2 p(1-p)$$

$\varepsilon = 0{,}04$; $\gamma = 0{,}92 \rightarrow$ o valor de z tal que $A(z) = 0{,}96$ é 1,75. (Tabela da normal)



Se sabemos que p não ultrapassa 26% $(p \leq 0{,}26)$, então o máximo de $p(1-p)$ é $0{,}26 \times (1-0{,}26) = 0{,}1924$. Assim, o tamanho amostral calculado em (a) é reduzido:

$$n = \left(\frac{1{,}75}{0{,}04}\right)^2 0{,}1924 = 368{,}27 \rightarrow n = 369 \text{ clientes}$$

Exercício 2

(c) Uma amostra de 50 clientes forneceu as seguintes medidas desse tempo (em minutos):

25 28 4 5 15 12 34 6 8 42 16 7 2 6 5 8 15 4 8 9 14 8 3 9 4 13 8 9 17 8 10 15 4 6 8 7 7 12 9 6 13 14 8 4 7 9 16 20 11 21.

Dê uma estimativa pontual para p e, com base nela, construa um intervalo de 92% de confiança para p. Qual é a margem de erro (ε) de sua estimativa?

$\hat{p} = \frac{12}{50} = 0{,}24$; Confiança de 92%→ o valor de z tal que $p(-z < Z < z) = 0{,}92 \rightarrow A(z) = 0{,}96$ é 1,75. (Tabela da normal)

$$IC(p;\,\gamma) = \left[\hat{p} - z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\,;\hat{p} + z\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right]$$

$IC(p; 92\%) = \left[0{,}24 \pm 1{,}75\sqrt{\frac{0{,}24(1-0{,}24)}{50}}\right] = [0{,}24 \pm 0{,}106] = [\,0{,}134\,;\,0{,}346\,]$, em que $\varepsilon = 0{,}106$.

Exercício 3

Um fabricante de panetones costuma vender produtos com defeito (no que diz respeito ao formato) a preços reduzidos. O IPEM (Instituto de Pesos e Medidas) suspeita que as embalagens de 500 g do produto com defeito têm peso médio abaixo desse valor. Para verificar sua suspeita, o IPEM aferiu os pesos de uma amostra aleatória de 64 panetones com defeito, encontrando um peso médio de 498,4 g e desvio padrão de 3,6 g.

(a) Construa um intervalo de 95% de confiança para o peso médio μ dos panetones com defeito, vendidos por esse fabricante. Com base nesse intervalo, o que você diria sobre a suspeita do IPEM? Qual é a margem de erro associada (ε) a essa estimativa?

Informações na amostra: $n = 64; \bar{x} = 498{,}4\ g; s = 3{,}6\ g.$

Como não há informação de normalidade para a variável pesos dos panetones com defeito e n é grande $(n = 64)$, podemos usar o Teorema do limite central. Assim, o intervalo de confiança, aproximado, para μ é dado por:

$$IC(\mu;\gamma) = \left[\bar{X} - z\frac{s}{\sqrt{n}}; \bar{X} + z\frac{s}{\sqrt{n}}\right]$$

Confiança de 95%→ o valor de z tal que $p(-z < Z < z) = 0{,}95 \rightarrow A(z) = 0{,}975$ é 1,96. (Tabela da normal)

Exercício 3

Um fabricante de panetones costuma vender produtos com defeito (no que diz respeito ao formato) a preços reduzidos. O IPEM (Instituto de Pesos e Medidas) suspeita que as embalagens de 500 g do produto com defeito têm peso médio abaixo desse valor. Para verificar sua suspeita, o IPEM aferiu os pesos de uma amostra aleatória de 64 panetones com defeito, encontrando um peso médio de 498,4 g e desvio padrão de 3,6 g.

(a) Construa um intervalo de 95% de confiança para o peso médio μ dos panetones com defeito, vendidos por esse fabricante. Com base nesse intervalo, o que você diria sobre a suspeita do IPEM? Qual é a margem de erro associada (ε) a essa estimativa?

- Informações na amostra: $n = 64; \bar{x} = 498{,}4\ g; s = 3{,}6\ g.$
- Confiança de 95%: $z = 1{,}96$

$$IC(\mu; 96\%) = \left[498{,}4 \pm 1{,}96 \frac{3{,}6}{\sqrt{64}}\right] = [498{,}40 \pm 0{,}88] = [\,497{,}52\ ;\ 499{,}28\,],$$

em que $\varepsilon = 0{,}88$ (margem de erro)

Com base nesse intervalo podemos dizer com uma confiança de 95% que o peso médio desses panetones com defeitos é um número entre 497,52 g e 499,28 g, ou seja, menor que 500 g.

Exercício 3

Um fabricante de panetones costuma vender produtos com defeito (no que diz respeito ao formato) a preços reduzidos. O IPEM (Instituto de Pesos e Medidas) suspeita que as embalagens de 500 g do produto com defeito têm peso médio abaixo desse valor. Para verificar sua suspeita, o IPEM aferiu os pesos de uma amostra aleatória de 64 panetones com defeito, encontrando um peso médio de 498,4 g e desvio padrão de 3,6 g.

(b) Que tamanho de amostra seria necessário para que o intervalo de 95% de confiança tivesse comprimento igual a 1,0 g? Qual seria a margem de erro neste caso?

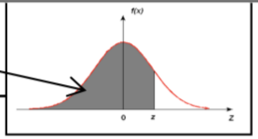
Supondo que o tamanho da amostra a ser selecionada é suficientemente grande, pelo Teorema Limite Central (*TLC*) temos:

$$n = \left(\frac{z}{\varepsilon}\right)^2 s^2$$

- Informações na amostra: $n = 64; \bar{x} = 498{,}4\ g; s = 3{,}6\ g.$
- Confiança de 95%: $z = 1{,}96$
- Comprimento $(2\varepsilon) = 1 \rightarrow \varepsilon = 0{,}5$

$$\mathrm{n} = \left(\frac{1{,}96}{0{,}5}\right)^2 3{,}6^2 = 199{,}14 \rightarrow \mathrm{n} = 200 \text{ panetones.}$$

Distribuição Normal : Valores de P(Z ≤ z) = A(z)



Segunda decimal de z

Parte inteira e primeira decimal de z

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Ex1

Ex2

Ex3

Volta