

MAE116 - Noções de Estatística

Grupo BD - 2º semestre de 2020

Lista de exercícios 10 - Teste de Hipóteses II - C L A S S E

Exercício 1

Em um relatório de uma companhia afirma-se que 40% de toda a água obtida através de poços artesianos no Nordeste é salobra. Há muitas controvérsias sobre essa informação, pois alguns dizem que a proporção é maior, outros que é menor. Para dirimir as dúvidas, 200 poços foram sorteados e observou-se, em 65 deles, água salobra.

(a) Formule esse problema como um problema de teste de hipóteses.

$$H_0: p = 0,4$$

$$H_1: p \neq 0,4$$

p : proporção de água salobra obtida em poços artesianos no Nordeste

(b) Qual é o significado dos erros tipo I e tipo II?

Erro tipo I. Rejeitar H_0 , sendo H_0 verdadeira, isto é, dizer que a porcentagem de água salobra obtida através de poços artesianos no Nordeste é diferente de 0,4 quando isso não é verdade.

Erro tipo II. Não rejeitar H_0 , sendo H_0 é falsa, isto é, dizer que a porcentagem de água salobra obtida através de poços artesianos no Nordeste é 0,4 quando na verdade é diferente de 0,4.

(c) Com base no nível descritivo, qual é a conclusão ao nível de significância de 5%?

$n = 200$; $\hat{p}_{obs} = \frac{65}{200} = 0,325$; $\alpha = 0,05$. Como o \hat{p}_{obs} é menor que 0,4. Então,

$$valor - p = 2 \times P(\hat{p} \leq 0,325 | p = 0,4) = 2P\left(Z \leq \frac{0,325 - 0,4}{\sqrt{\frac{0,4 \times (1 - 0,4)}{200}}}\right) = 2 \times P(Z \leq -2,1651)$$

$$= 2 \times (1 - P(Z \leq 2,1651)) \approx 2 \times (1 - 0,9850) = 0,0150.$$

Note que $valor - p < \alpha$. Portanto, rejeitamos H_0 ao nível de 5% de significância. Isto é, há evidências amostrais suficientes para dizer que a porcentagem de água salobra obtida através de poços artesianos no Nordeste é diferente de 0,4.

MAE116 - Noções de Estatística

Grupo BD - 2º semestre de 2020

Lista de exercícios 10 - Teste de Hipóteses II - C L A S S E

Exercício 2

A inserção do idoso no contexto acadêmico é uma das funções sociais da universidade pública. Com o intuito de possibilitar o acesso dessa população à educação superior, uma universidade tem oferecido vagas em cursos voltados à terceira idade. Para conferir se a idade média dos inscritos, em cursos voltados à terceira idade, aumentou em relação ao ano passado, que foi de 65,2 anos, o diretor do programa selecionou aleatoriamente 41 inscritos, obtendo na amostra uma média de 67,6 anos e um desvio padrão 6,03 anos. Sabe-se que idade do idoso dessa população segue uma distribuição normal.

(a) Formule esse problema como um problema de teste de hipóteses

$$H_0: \mu = 65,2$$

$$H_1: \mu > 65,2$$

μ : idade média dos inscritos em cursos para a terceira idade na universidade pública no presente ano

(b) Calcule o valor-p e conclua adotando um nível de significância de 10%.

$n = 41$; Variância populacional σ^2 desconhecida. Sabe-se que idade do idoso dessa população segue uma distribuição normal \rightarrow Usaremos a dist. t-student. $\bar{x} = 67,5$; $s = 6,03$

$$\begin{aligned} \text{valor} - p &= P(\bar{X} \geq 67,6 \mid \mu = 65,2) = P\left(T \geq \frac{67,6 - 65,2}{\frac{6,03}{\sqrt{41}}}\right) = P(T \geq 2,5485) \quad \text{sendo } T \sim t_{40} \\ &= 1 - P(T \leq 2,5485) \approx 1 - 0,9925 = 0,0075 \end{aligned}$$

Note que $\text{valor} - p < \alpha$. Portanto, rejeitamos H_0 ao nível de 10% de significância, ou seja, concluímos que a idade média dos idosos nos cursos oferecidos na universidade pública aumentou em relação ao ano passado.

Exercício 3

Suponha que as drogas usuais para leucemia provoquem efeitos colaterais em 70% dos pacientes. Um laboratório consegue eliminar de certo medicamento um radical acetil e, com isso, supõe estar diante de uma nova droga com o mesmo poder de cura. No entanto, o laboratório espera que a proporção de indivíduos sem efeitos colaterais, tratados com essa nova droga, seja maior do que com as drogas usuais. O laboratório resolve testar essa afirmação aplicando a nova droga em alguns pacientes.

(a) Formule este problema como um problema de teste de hipóteses. Especifique o parâmetro de interesse.

$$H_0: p = 0,30$$

$$H_1: p > 0,30$$

Parâmetro de interesse: p - proporção de indivíduos sem efeitos colaterais, tratados com a nova droga.

MAE116 - Noções de Estatística

Grupo BD - 2º semestre de 2020

Lista de exercícios 10 - Teste de Hipóteses II - C L A S S E

- (b) Dentre 50 pacientes que foram tratados com a nova droga, 30 apresentaram efeitos colaterais. Forneça uma estimativa pontual do parâmetro de interesse. Calcule o valor-p do teste e conclua ao nível de significância de 5%.

$$n = 50; \hat{p}_{obs} = \frac{20}{50} = 0,4; \alpha = 0,05$$

$$\begin{aligned} \text{valor} - p &= P(\hat{p} \geq 0,4 | p = 0,3) = P\left(Z \geq \frac{0,4 - 0,3}{\sqrt{\frac{0,3 \times 0,7}{50}}}\right) = P(Z \geq 1,543) = 1 - P(Z \leq 1,543) \\ &= 1 - 0,9382 = 0,0618 \end{aligned}$$

Note que $\text{valor} - p > \alpha$. Portanto, não rejeitamos H_0 ao nível de 5% de significância.

- (c) Considere que de 180 pacientes tratados com a nova droga, 108 apresentam efeitos colaterais. Repita o item (b) para essa nova amostra.

$$n = 180; \hat{p}_{obs} = \frac{72}{180} = 0,4; \alpha = 0,05$$

$$\begin{aligned} \text{valor} - p &= P(\hat{p} \geq 0,4 | p = 0,3) = P\left(Z \geq \frac{0,4 - 0,3}{\sqrt{\frac{0,3 \times 0,7}{180}}}\right) = P(Z \geq 2,9277) \approx 1 - P(Z \leq 2,9277) \\ &\approx 1 - 0,9983 = 0,0017 \end{aligned}$$

Note que $\text{valor} - p < \alpha$. Portanto, rejeitamos H_0 ao nível de 5% de significância.

- (d) Compare os resultados dos itens (b) e (c) e comente.

Nota-se que em ambas amostras a proporção de indivíduos sem efeitos colaterais, tratados com essa nova droga, é 40%. No entanto, quando temos uma amostra menor ($n=50$) não temos suficiente evidência para rejeitar a hipótese nula, já com uma amostra maior ($n=180$) há evidência suficiente para rejeitar a hipótese nula, isto é, dizer que a proporção de indivíduos sem efeitos colaterais, tratados com essa nova droga, é maior do que quando tratados com as drogas usuais.