Санкт-Петербургский Государственный Политехнический Университет
Институт Информационных Технологий и Управления

Кафедра Компьютерных Систем и Програмных Технологий

Отчёт по лабораторной работе №3
на тему
Линейная фильтрация

Работу выполнила
Студентка группы 33501/1
Михалёва М.В.
Преподаватель
Богач Н.В.

Санкт-Петербург, 2018 год

1 Цель работы

Изучить воздействие ФНЧ на тестовый сигнал с шумом.

2 Постановка задачи

Сгенерировать гармонический сигнал во временной и частотной областях до и после фильтрации. Сделать выводы о воздействии ФНЯ на спектр сигнала.

3 Теоретическая часть

Преобразование непрерывных си гналов в линейных цепях с постоянными параметрами может быть описано с помощью линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Результатом интегрирования и дифференцирования гармонической функции некоторой частоты являются также гармонические функции той же частоты. Поэтому при подаче на вход линейной цепи гармонического сигнала

$$x(t) = A_x e^{j(2\pi f t + \psi x)}$$

на выходе цепи будет получен гармонический сигнал, отличающийся от входного лишь амплитудой и фазой:

$$y(t) = A_y e^{j(2\pi f t + \psi y)}$$

Отношение выходного сигнала цепи к входному гармоническому сигналу произвольной частоты носит название частотной характеристики (ЧХ) $G(f)$:

$$G(f) = \frac{y(t)}{x(t)}|_{x(t)=A_x e^{j(2\pi f t + \psi x)}}$$

Объединяя последние два уравнения получим:

$$G(f) = \frac{A_y}{A_x} e^{j(\psi_y - \psi_x)} = |G(f)| e^{j\psi(f)}$$

где $\psi(f) = \psi_y - \psi_x$. Модуль частотной характеристики $|G(f)|$ носит название амплитудно- частотной характеристики (АЧХ), а ее аргумент $\psi(f)$ — фазо-частотной характеристи- ки (ФЧХ).

Преобразование дискретных сигналов в линейных цепях описывается в прин- ципе теми же соотношениями, что и преобразования непрерывных сигналов. Отличия заключаются лишь в том, что в случае дискретного сигнала соответствующий интеграл вырождается в сумму.

Фильтры - это устройства, целенаправленным образом изменяющие спектры сиг- налов. Фильтрация сигнала, т. е. изменение его спектра, обычно предпринимается с целью увеличить отношение полезного сигнала к шумам и помехам или подчеркнуть (усилить) какие-нибудь полезные качества сигнала. Классификация фильтров может быть проведена по различным признакам. Рассмотрим один из них - вид частотной характеристики.

1. Фильтры нижних частот (ФНЧ) пропускают низкочастотные составляющие спек- тра и задерживают высокочастотные;
2. Фильтры верхних частот (ФВЧ) пропускают тол ько высокочастотные составляю- щие;
3. Фильтры полосно пропускающие (ФПП) проп ускают составл яющие сигнала толь- ко в опред ел енной полосе частот;
4. Фильтры полосно-загражд ающи е (ФПЗ) пропускают все составляющие си гн ал а, за исключени ем тех, частоты которых входят в определенную полосу;

4 Ход работы

4.1 Simulink

Сгенерируем синусоидальный сигнал частотой 1КГц. Добавим белый гауссовский шум к вектору сигнала func, при этом отношение сигнал/шум = 10 дБ (Signal to noise ratio). Будем использовать блок Digital Filter Design. По настройкам получим АЧХ, которая и будет показывать функциональную работу фильтра (в данном случае фильтра нижних частот).
Также для проверки правильности работы будем проверять АЧХ на каждом этапе работы с исходным сигналом.

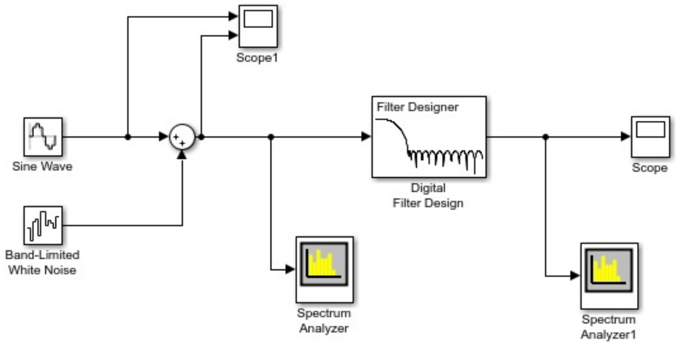

Рис. 1: Фильтр нижних частот в Simulink

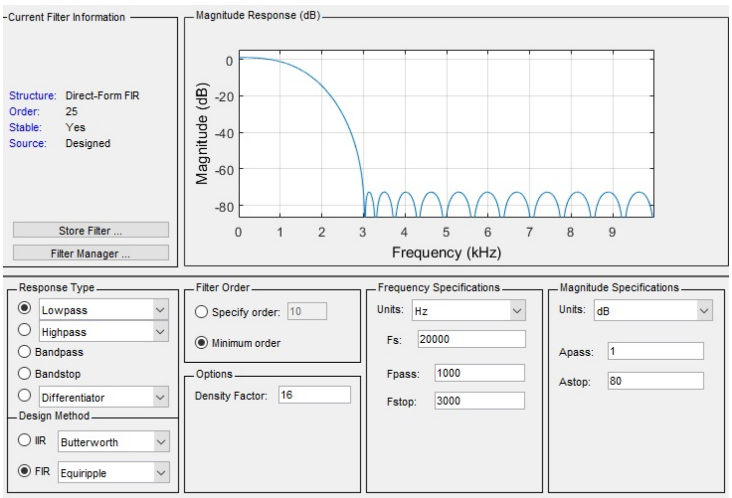

Рис. 2: Настройки элемента Digital Filter Design

В $Scope1$ отображаются исходный синусоидальный сигнал, а также и сам зашумленный сигнал: В $SpectrumAnalyzer$ получим спектр зашумленного сигнала:

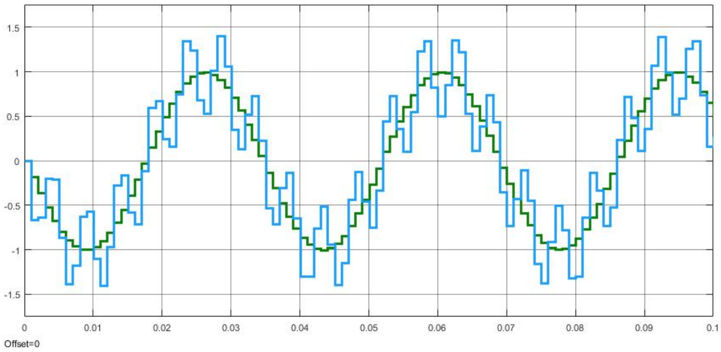

Рис. 3: Синусоидальный сигнал без и с шумом в Simulink

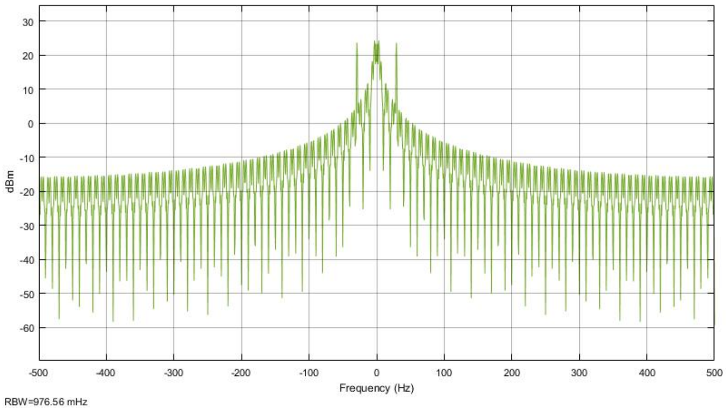

Рис. 4: Спектр зашумленного сигнала в Simulink

После прохождения сигнала через фильтр получим отфильтрованный дискретный сигнал и его спектр:

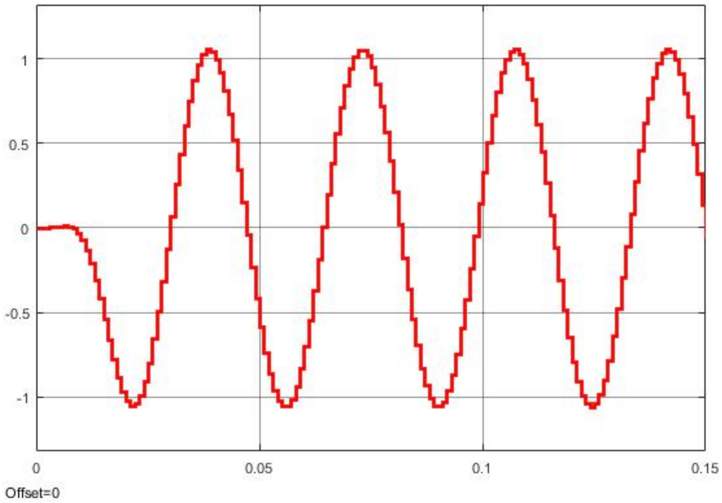

Рис. 5: Отфильтрованный синусоидальный сигнал в Simulink

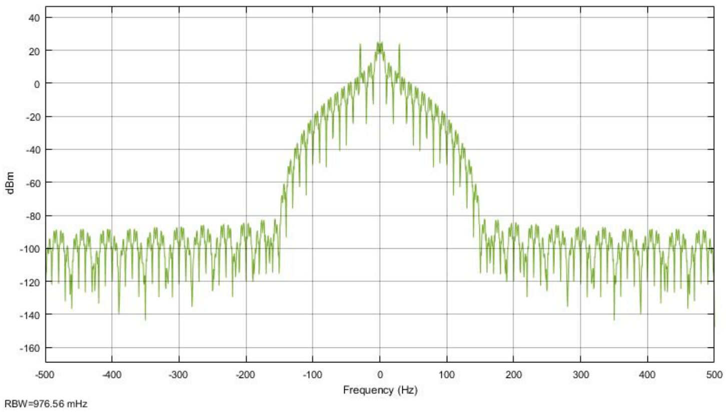

Рис. 6: Спектр отфильтрованного сигнала в Simulink

Если сравнить исходный и отфильтрованный сигналы, а также их спектры можно судить, что фильтр работает исправно. В частности на Рис. 9 четко видно, что произошла задержка высоких частот, а низкие частоты, наоборот, были пропущены.

5 Вывод

В данной работе мы исследовали работу фильтра нижних частот, он пропускает низкочастотные составляющие спектра и задерживают высокочастотные.
Если на вход цепи подается некоторое воздействие $x(t)$, оно может быть разложено на гармонические составляющие с помощью преобразования Фурье:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+infy} X(f) df e^{j2\pi ft} df$$

Некоторая гармоника $x_f(t)$ частоты f, входящая в этот сигнал, имеет вид

$$x_f(t) X(f) df e^{j2\pi ft}$$

Пройдя через линейную цепь, имеющую ЧХ $G(f)$, гармоника преобразуется в гармонику выходного сигнала

$$y_f(t) = x_f(t)G(f) = X(f)G(f)dfe^{j2\pi ft}$$

Из этого следует, что спектр выходного сигнала $Y(f)$ равен произведению спектра входного сигнала цепи и ее частотной характеристики

$$Y(f) = X(f)G(f)$$

В нашей работе мы не смогли целиком отфильтровать исходный сигнал, так как использовали только фильтр нижних частот. Для достижения нужного результата требуется воспользоваться и фильтром верхних частот.