

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

Институт компьютерных наук и технологий

Кафедра компьютерных систем и программных технологий

Отчет по лабораторным работам № 1,2

на тему

Сигналы телекоммуникационных систем. Ряд Фурье. Преобразование Фурье.
Корреляция.

Работу выполнила:
студентка гр. 33501/1
Михалёва М.В.

Преподаватель:
Богач Н.В.

1. Цель работы

Познакомиться со средствами генерации и визуализации простых сигналов.

2. Постановка задачи

1. В командном окне MATLAB и в среде Simulink промоделировать синусоидальный и прямоугольный сигналы с различными параметрами. Получить их спектры. Вывести график.
2. Получить их спектры с помощью преобразования Фурье, вывести на график.
3. Выполнить расчет преобразования Фурье. Перечислить свойства преобразования Фурье.
4. С помощью функции корреляции найдите позицию синхропосылки [101] в сигнале [0001010111000010]. Получите пакет данных, если известно, что его длина составляет 8 бит без учета синхропосылки. Вычислите корреляцию прямым методом, воспользуйтесь алгоритмом быстрой корреляции, сравните время работы обоих алгоритмов

3. Теоретическая информация

Сигнал — материальный носитель информации, используемый для передачи сообщений в системе связи. Сигнал может генерироваться, но его приём не обязателен, в отличие от сообщения, которое рассчитано на принятие принимающей стороной, иначе оно не является сообщением. Сигналом может быть любой физический процесс, параметры которого изменяются (или находятся) в соответствии с передаваемым сообщением.

Спектр сигнала — это совокупность простых составляющих сигнала с определенными амплитудами, частотами и начальными фазами. Между спектром сигнала и его формой существует жесткая взаимосвязь: изменение формы сигнала приводит к изменению его спектра и наоборот, любое изменение спектра сигнала приводит к изменению его формы. Это важно запомнить, поскольку при передаче сигналов в системе передачи, они подвергаются преобразованиям, а значит, происходит преобразование их спектров.

3.1 Ряд и интеграл Фурье

Любая ограниченная, периодическая функция, имеющая конечное число экстремумов на протяжении периода, может быть представлена в виде ряда Фурье:

$$\varphi_p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k e^{j2\pi k f_1 t}$$

где $f_1 = 1/T_1$; T_1 период функции $\varphi_p(t)$; C_k — постоянные коэффициенты. Коэффициенты могут быть найдены следующим образом:

$$C_k = \frac{1}{T_1} \int_{t_0}^{t_0+T_1} \varphi_p(t) e^{-j\pi k f_1 t} dt$$

При этом значение выражения не зависит от t_0 . Обычно берется $t_0=0$ или $t_0 = -T_1/2$.

Приведены формулы можно записать в виде одного выражения:

$$\varphi_p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{T_1} \int_{t_0}^{t_0+T_1} \varphi_p(t) e^{-j\pi k f_1 t} dt \right] e^{j2\pi k f_1 t}$$

Ряд Фурье справедлив для периодических сигналов, однако на его основе можно вывести соотношения и для непериодических сигналов. В этом случае T_1 стремится к бесконечности, в связи с этим частота f_1 стремится к нулю и обозначается как df , kf_1 является текущим значением частоты f , а сумма меняется на интеграл. В результате получается выражение:

$$\varphi_p(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \varphi_p(t) e^{-j2\pi f t} dt \right] \varphi_p(t) e^{-j2\pi f t} df$$

Это выражение называется интегралом Фурье и объединяет прямое преобразование Фурье:

$$\Phi(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_p(t) e^{-j2\pi f t} dt$$

и обратное преобразование Фурье:

$$\varphi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_p(f) e^{j2\pi f t} df$$

Приведенные преобразования существуют только для функций с ограниченной энергией:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\varphi(t)|^2 dt \neq \infty$$

В большинстве случаев термин преобразование Фурье обозначает именно интеграл Фурье. Преобразование Фурье сигнала так же называется спектром сигнала.

3.2 Свойства преобразования Фурье

Преобразование Фурье имеет ряд свойств:

- Суммирование функций

Преобразование Фурье – линейное преобразование. Отсюда следует:

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i \varphi_i(t) \leftrightarrow \sum_{i=1}^n \alpha_i \Phi_i(f)$$

где α_i постоянный коэффициент.

- Смещение функций

При смещении функции t_0 ее ПФ умножается на $e^{j2\pi f t_0}$

$$\varphi(t - t_0) \leftrightarrow e^{-j2\pi f t_0} \Phi(f)$$

- Изменение масштаба аргумента функции

При домножении аргумента функции t на постоянный коэффициент α , ПФ функции имеет вид $\frac{1}{|\alpha|} \Phi\left(\frac{f}{\alpha}\right)$:

$$\varphi(\alpha t) \leftrightarrow \frac{1}{\alpha} \Phi\left(\frac{f}{\alpha}\right)$$

- Перемножение функций

ПФ произведения двух функции равно свертки ПФ этих функций:

$$\varphi_1(t)\varphi_2(t) \leftrightarrow \Phi_1(f) * \Phi_2(f)$$

- Свертывание функций

ПФ свертки двух функций равно произведению ПФ этих функций:

$$\varphi_1(t)\varphi_2(t) \leftrightarrow \Phi_1(f)\Phi_2(f)$$

- Дифференцирование функции

При дифференцировании функции ее ПФ домножается на $j2\pi f$:

$$\frac{d[\varphi(t)]}{dt} \leftrightarrow j2\pi f \Phi(f)$$

- Интегрирование функции

При интегрировании функции ее ПФ делится на $j2\pi f$:

$$\int_{-\infty}^t \varphi(t') dt' \leftrightarrow \frac{1}{j2\pi f} \Phi(f)$$

- Обратимость преобразования

Преобразование обратимо с точностью до знака аргумента.

3.3 Корреляция

Для нахождения посылки в сигнале можно использовать алгоритм взаимной корреляции, где N – длина всех x и y . Для нахождения посылки можно сдвигать один вектор относительно другого, каждый раз находя значение корреляции. Максимальная корреляция будет соответствовать месту искомой посылки:

$$R = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i * y_i$$

Алгоритм быстрой корреляции:

$$R = \frac{1}{N} F_d^{-1}[X_s' * Y]$$

4. Ход работы

4.1 Синусоидальный сигнал в MATLAB

f- частота

A-Амплитуда

F₀-фазовый сдвиг

```
f = 2;  
f0 = 2;  
A = 2;  
Fs = 50;  
t=0:1/Fs:3;  
s = A * sin(pi*f*t+f0)  
plot(t, s);  
dots = 1024;  
fft(s,dots)  
plot(abs(fft(s, dots)))
```

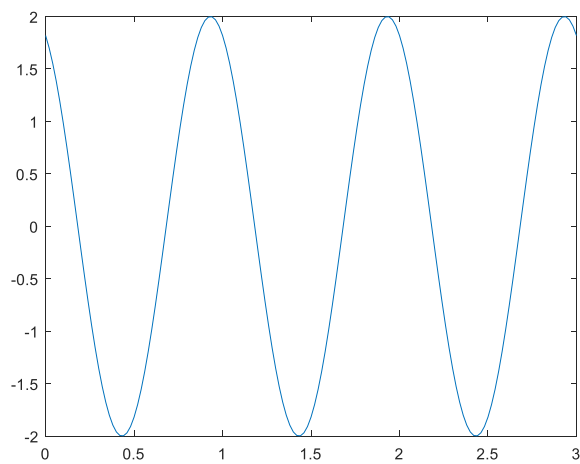


Рисунок 1 Синусоидальный сигнал 1

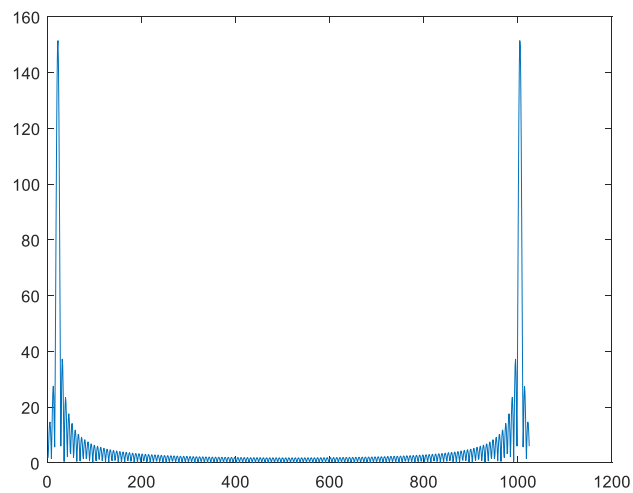


Рисунок 2 Спектр синусоидального сигнала 1

Изменим частоту и амплитуду:

```
f = 5;  
f0 = 0;  
A = 1;  
Fs = 30;  
t=0:1/Fs:3;  
s = A * sin(pi*f*t+f0)  
plot(t, s);  
dots = 1024;  
fft(s,dots);  
figure  
plot(abs(fft(s, dots)))
```

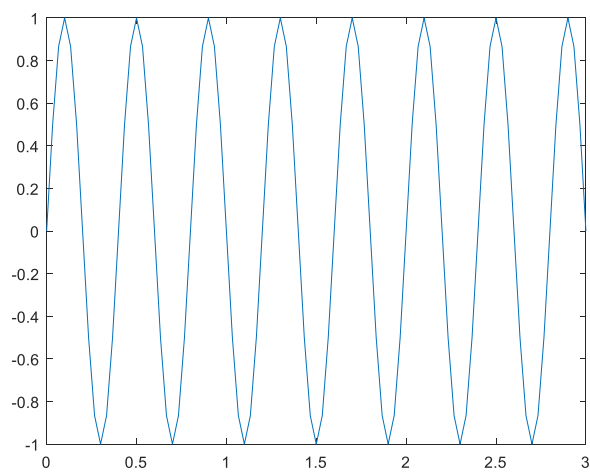


Рисунок 3 Синусоидальный сигнал 2

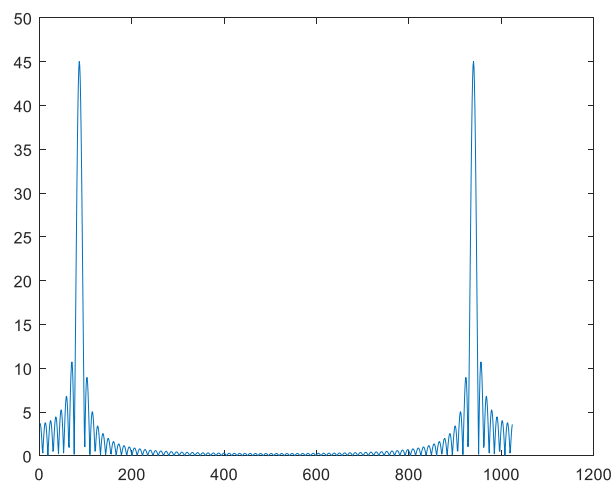


Рисунок 4 Спектр синусоидального сигнала 2

4.2 Прямоугольный сигнал в MATLAB

```
clear all
dt=.001;
t=[-25:dt:25];
x=(5/2)*(sign(t+10)-sign(t-10));
plot(t,x);
xlabel('time(ms)');
ylabel('Amplitude(V)');
axis([-25 25 0 6]);

y=fftshift(fft(x));
N=length(y);
n=-(N-1)/2:(N-1)/2; %Разделение компонентов частоты
f=sqrt(y.*conj(y)); % Найти амплитуду гармоник.

title('Rectangular pulse amplitude');
xlabel('frequency component(harmony)');
ylabel('Amplitude of the harmony');

plot(n,f);
axis([-50 50 0 150000]);
```

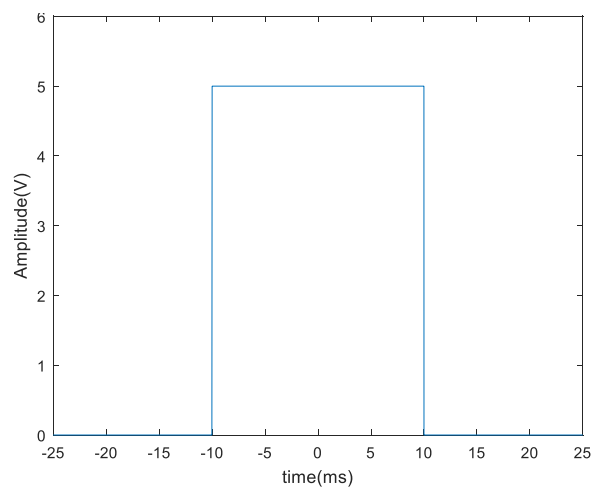


Рисунок 5 Прямоугольный сигнал 1

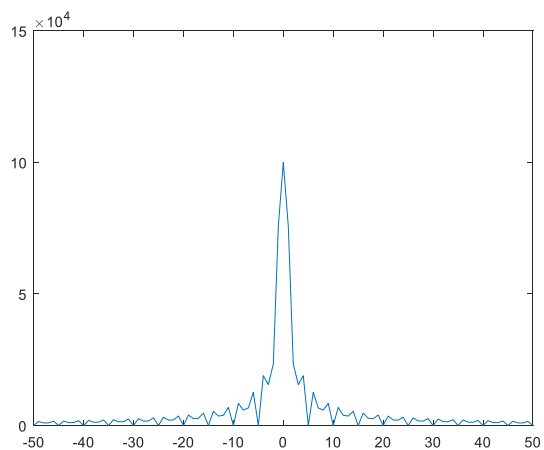


Рисунок 6 Спектр прямоугольного сигнала 1

Изменим ширину импульса и его амплитуду.

```
clear all
dt=.001;
t=[-25:dt:25];
x=square(t,50);
plot(t,x);
axis([-25 25 0 1.2]);
```

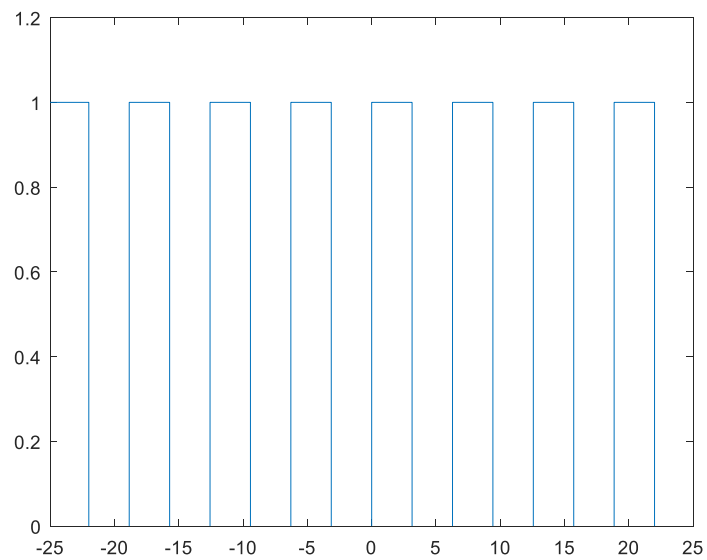


Рисунок 7 Прямоугольный сигнал 2

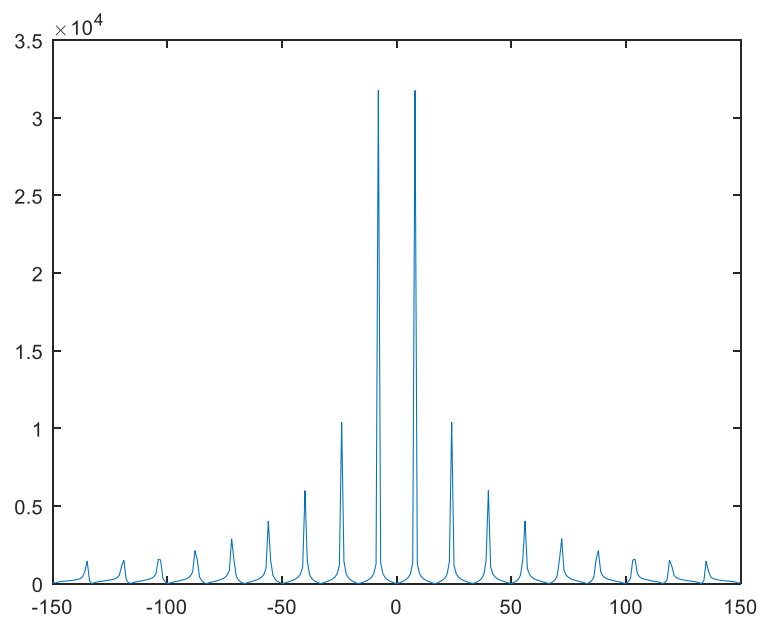


Рисунок 8 Спектр прямоугольного сигнала 2

4.3 Синусоидальный сигнал в Simulink

Проведем те же опыты в SimuLink:

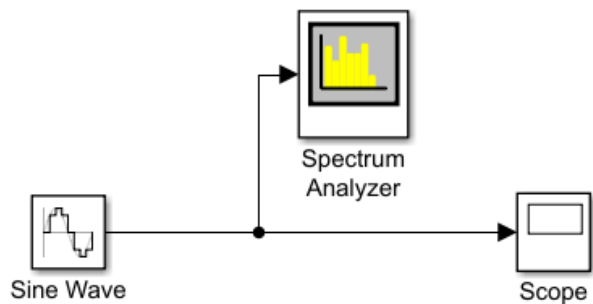


Рисунок 9 Схема для синусоидального сигнала

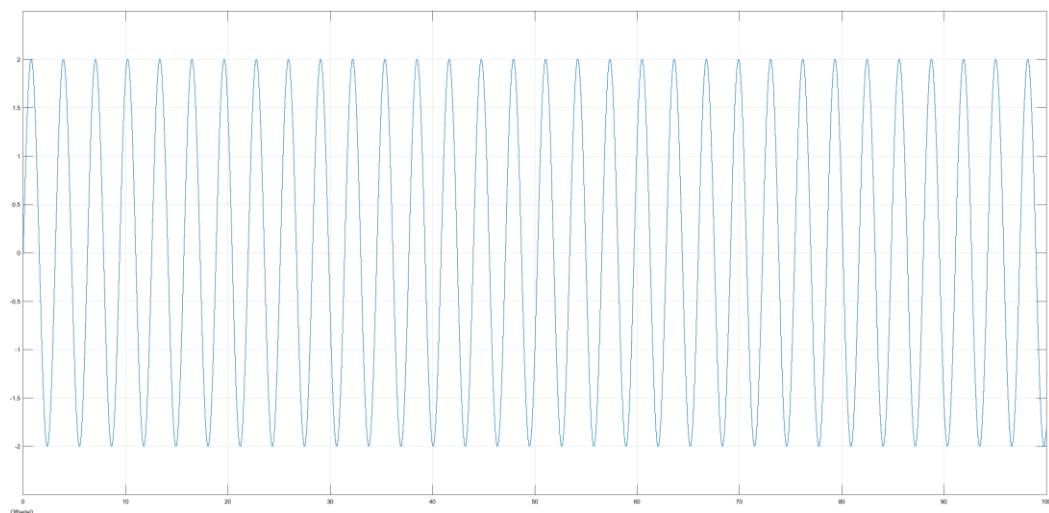


Рисунок 10 Синусоидальный сигнал 1 в Simulink

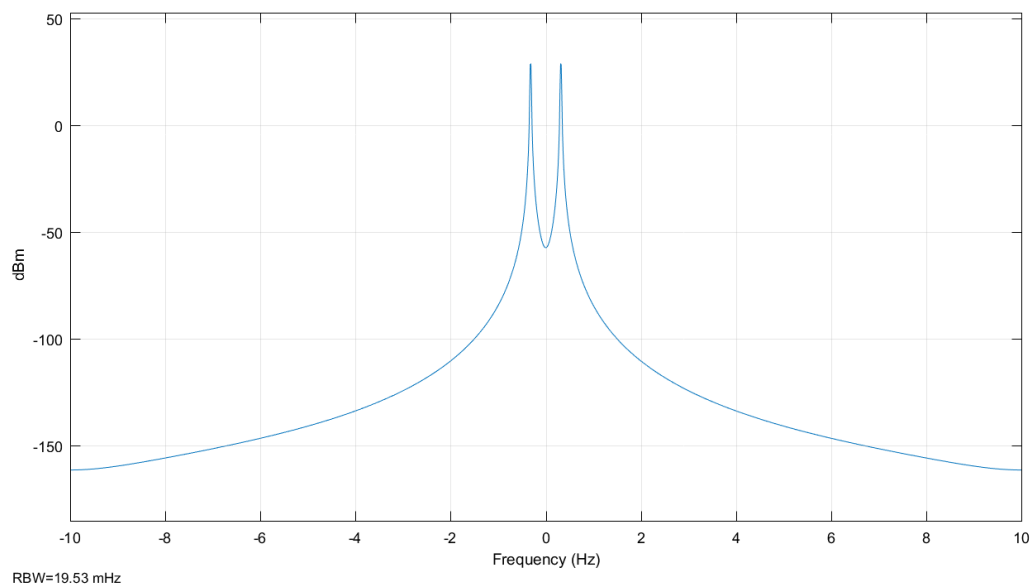


Рисунок 11 Спектр синусоидального сигнала 1 в Simulink

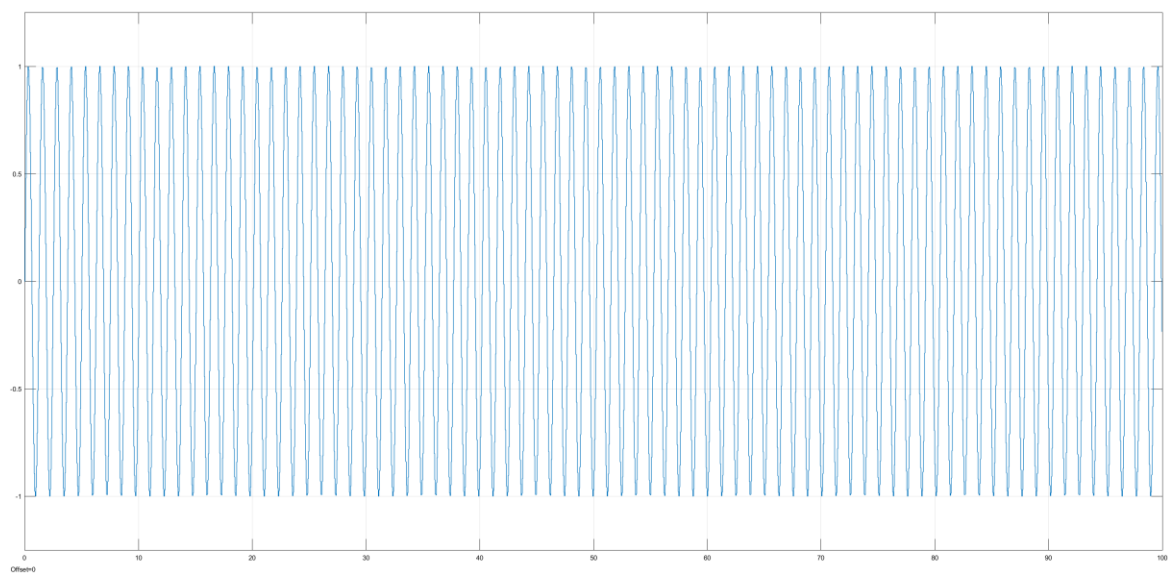


Рисунок 12 Синусоидальный сигнал 2 в Simulink

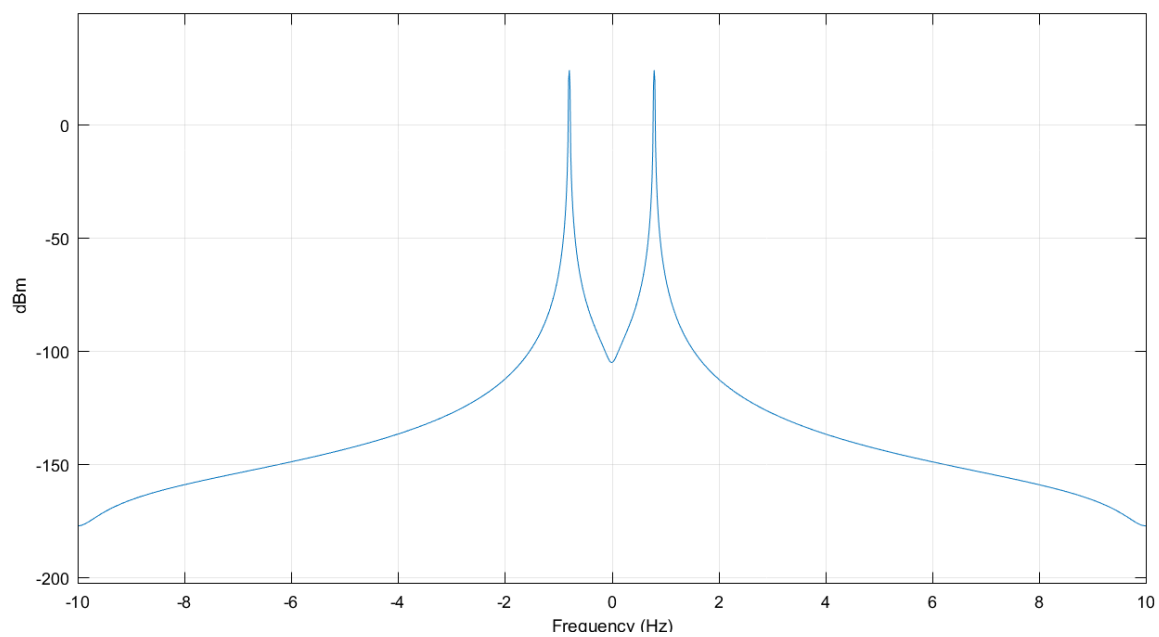


Рисунок 13 Спектр синусоидального сигнала 2 в Simulink

4.4 Прямоугольный сигнал в Simulink

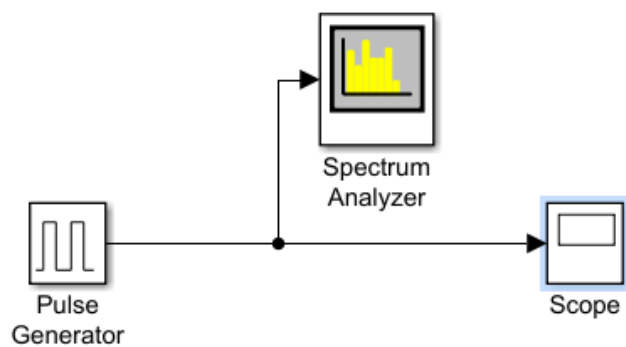


Рисунок 14 Схема для прямоугольного сигнала

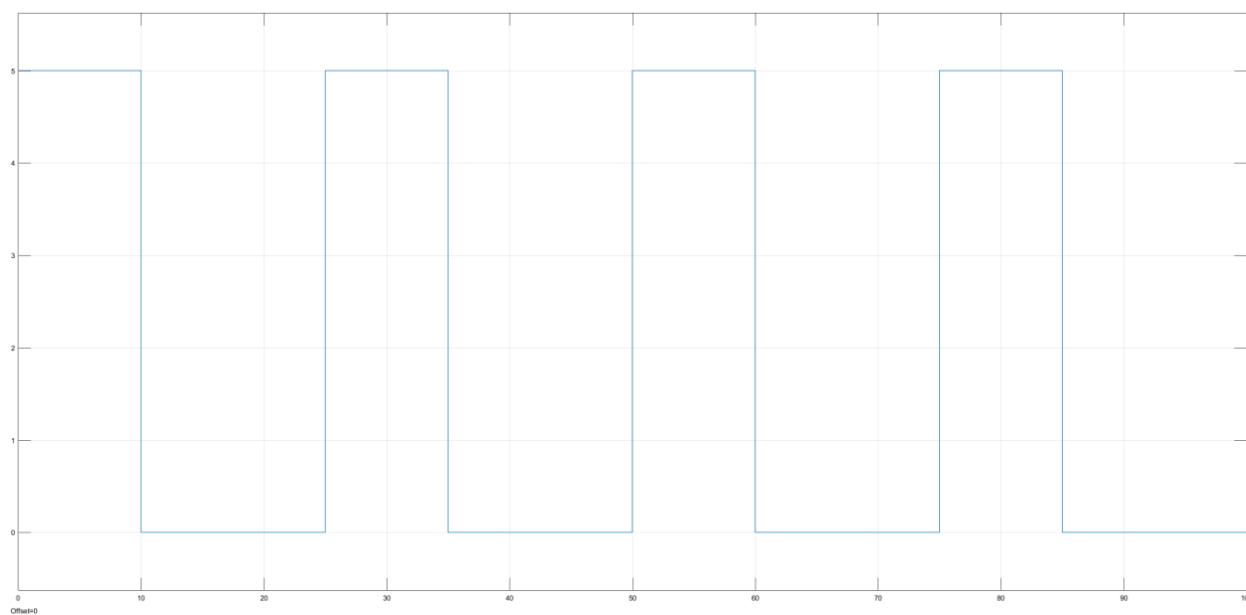


Рисунок 15 Прямоугольный сигнал 1

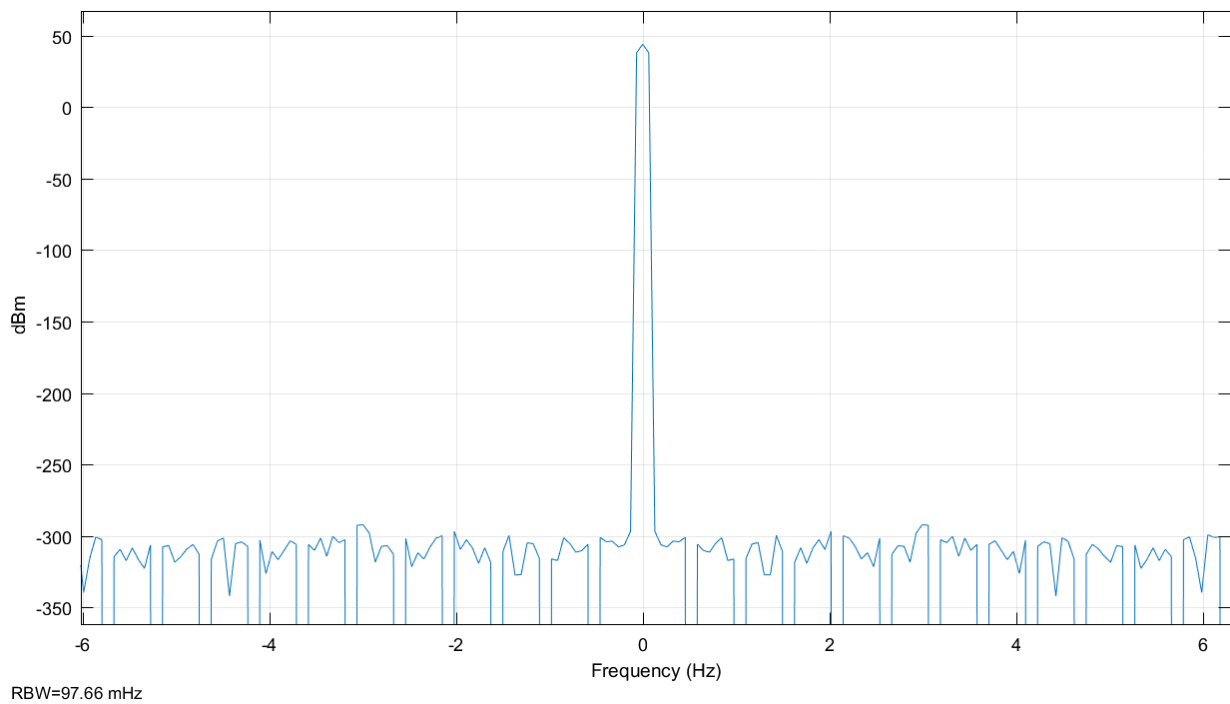


Рисунок 16 Спектр прямоугольного сигнала 1

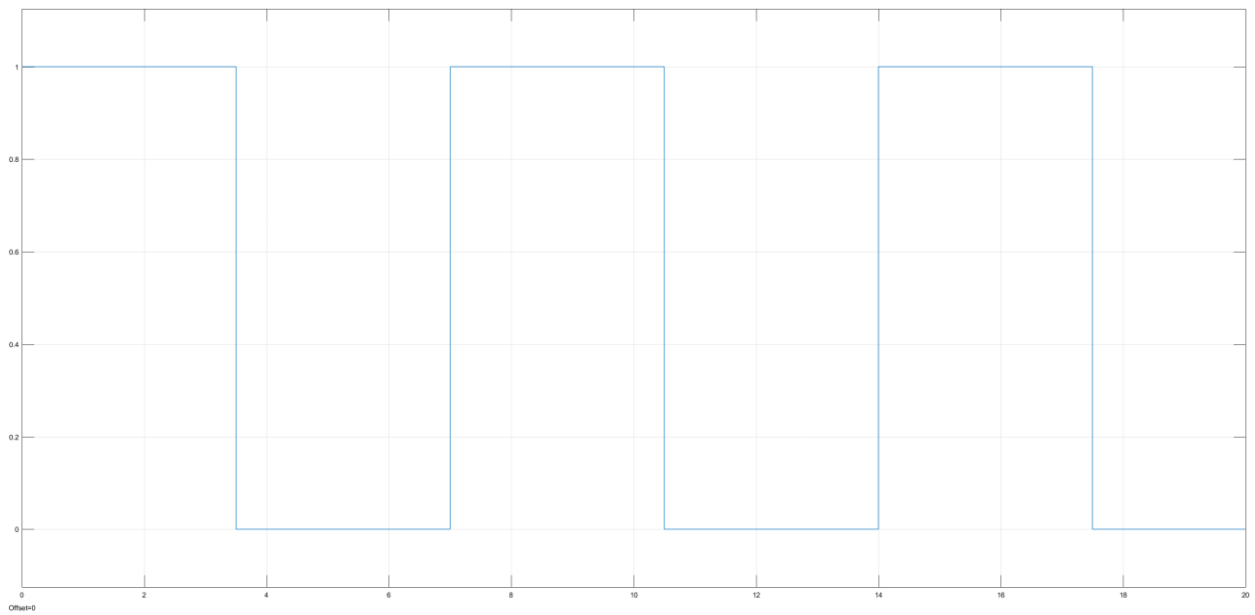


Рисунок 17 Прямоугольный сигнал 2

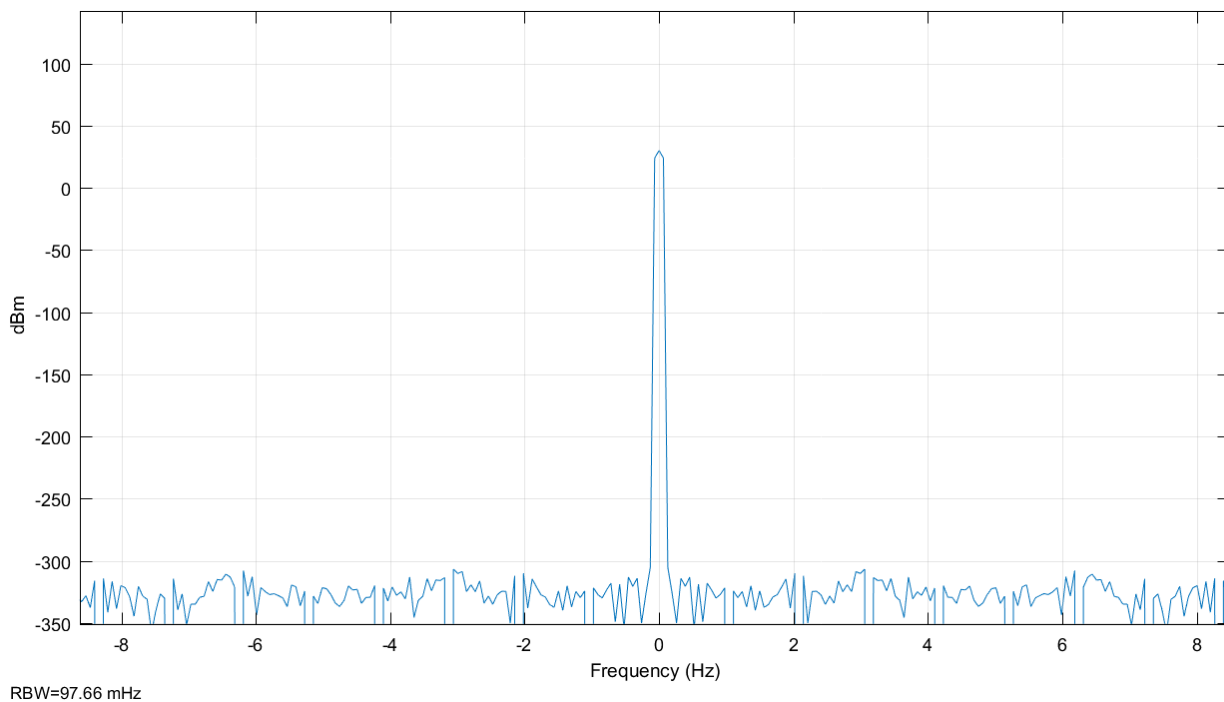


Рисунок 18 Спектр прямоугольного сигнала 2

4.5 Расчет преобразования Фурье

В пунктах 4.1 – 4.4 рассматривались синусоидальные и прямоугольные сигналы. Применим преобразование Фурье для синусоидальной и прямоугольной функций:

```
sin_f = A*sin(2*pi*f*t + ph) + b;
f_ft = fourier(sin_f)

pryam_f = A*rectangularPulse(-T, T, t);
f_ft1 = fourier(pryam_f)
```

где A – амплитуда, f – частота, ph – фаза и b – смещение.

В результате получим две формулы:

$$f_ft = 2\pi b \cdot \text{dirac}(w) - A\pi (\text{dirac}(w - 2\pi f) \exp(ph \cdot 1i) - \text{dirac}(w + 2\pi f) \exp(-ph \cdot 1i)) \cdot 1i$$

$$f_ft1 = A \cdot ((\sin(T \cdot w) + \cos(T \cdot w) \cdot 1i) / w - (\cos(T \cdot w) \cdot 1i - \sin(T \cdot w)) / w)$$

4.6 Корреляция

```
pos = [0 0 0 1 0 1 0 1 1 1 0 0 0 0 1 0];
sp = [1 0 1];

sp_d = zeros(1, length(pos));
sp_d(sp == 1) = 1;
sp_d(sp == 0) = -1;

pos_t = pos;

R = zeros(1, length(pos_t));
```

```

tic % прямой метод
for i = 1:length(pos_t)
    R(i) = sum(pos_t.*circshift(sp_d, i-1, 2))/length(pos_t);
end
toc

tic % быстрый метод
pos_t = fft(pos_t);
sp_d = fft(sp_d);
pos_t = conj(pos_t);
BR=ifft(pos_t.*sp_d)/length(pos_t);
Toc

```

В качестве исходного примера возьмем синхропосылку 101 в сигнале 0001010111000010.

До начала вычисления корреляции изменим синхропосылку с 1 0 1 на 1 -1 1, что обеспечит более точное ее нахождение в посылке, также дополним ее нулями для совпадения длин векторов. Произведем два расчета корреляции – обычным алгоритмом и быстрым с контролем времени на каждую операцию.

Первый алгоритм показал время выполнения - 0.041 мс, а второй – 0.0018.

Можно сделать вывод, что алгоритм быстрой корреляции эффективней обычного. Разница не значительна из-за малой длины посылки.

Стоит отметить, что на таком коротком примере алгоритм быстрой корреляции оказался всего в 2 раза быстрее обычного алгоритма. Его эффективность вырастет во много раз, по сравнению с обычным алгоритмом на больших посылках.

5. Вывод

В данной работе мы познакомились со средствами генерации и визуализации простых сигналов в средах Matlab и Simulink. Были выполнены анализы спектров синусоидальных и прямоугольных сигналов.

5.1 Признаки классификации сигналов

Основными признаками классификации сигналов являются:

- Характер измерения информативного и временного параметров (аналоговый, дискретный, цифровой).
- Характер изменения во времени (постоянные и переменные).
- По степени наличия априорной информации (детерминированные, квазидетерминированные и случайные).

5.2 Примеры применения преобразования Фурье в телекоммуникационных технологиях

Преобразование Фурье применяется при обработке звука и изображений (их сжатие и кодировка, восстановление и улучшение, обработка массивов отсчетов). Также модуляция и демодуляция данных для передачи по каналам связи, фильтрация сигналов.