

# Lucrare practică - Sisteme Dinamice

1p oficiu

**Exercițiul 1 (2p)** Se consideră ecuația diferențială:

$$y' + y \cdot \tan(x) = \frac{1}{\cos(x)}$$

- (a) Determinați soluția generală a ecuației diferențiale.
- (b) Determinați soluția ecuației ce satisface  $y(0) = 1$ .

**Exercițiul 2 (2p)** Se consideră ecuația diferențială autonomă:

$$x' = x(x+2)(1-x)$$

- (a) Determinați punctele de echilibru ale ecuației și precizați stabilitatea acestora.
- (b) Reprezentați în același grafic soluțiile ce satisfac condițiile  $x(0) = -3$ ,  $x(0) = -2$ ,  $x(0) = -1$ ,  $x(0) = 0$ ,  $x(0) = 0.5$ ,  $x(0) = 1$ ,  $x(0) = 2$  pe intervalul  $[-2; 2]$

**Exercițiul 3 (2p)** Se consideră sistemul de ecuații diferențiale autonome.

$$\begin{cases} x' = 3x + y \\ y' = x + 3y \end{cases}$$

- (a) (0.5p) Să se determine soluția generală a sistemului.
- (b) (0.5p) Determine soluția sistemului ce satisface  $x(0) = 3, y(0) = 3$ .
- (c) (1p) Reprezentați portretul fazic al sistemului și stabiliți (fără a calcula limita soluției) dacă au loc următoarele condiții  $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$  respectiv  $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0$ .

**Exercițiul 4** Se consideră modelul dezintegrării radioactive:

$$\begin{cases} x'(t) = -k \cdot x(t) \\ x(0) = x_0 \end{cases}$$

- (a) (1p) Determinați soluția generală a ecuației diferențiale.
- (b) (1p) Determinați soluția problemei Cauchy pentru  $k = 0.2$  și  $x_0 = 20$ . Reprezentați grafic soluția obținută.
- (c) (1p) Determinați constanta  $k$  de dezintegrare pentru o substanță radioactivă știind ca timpul de înjumătățire este  $t_{1/2} = 700 \times 10^6$  ani.