Problema 11.5

Det. imag. ΔABC printr-o scalare ~~neunif.~~ uniformă de factor de scală 2, relativ la $Q(2,2)$, urmată de o translație de vector $v(2,-1)$. Aplicați transf. și în ordine inversă.

I. Scalarea

Matricea scalării uniforme rel. la Q:

$$Scale(Q, s) = \begin{pmatrix} s \cdot I_2 & (1-s)Q \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$s \to$ factorul de scală

Conform: $s = 2$

$Q(2,2)$

$$\cancel{Scale(Q, s)} = $$
$$Scale((2,2), 2) = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Știm că: $A(1,1)$; $B(4;1)$; $C(2;3)$

Fie $\Delta A'B'C'$ imag. rez. în urma scalării

Imaginea se obț. în urma prod. matriceal:

$$Scale((2,2),2) \cdot (A \;\; B \;\; C) =$$

$$= \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 6 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow A'(0;0)$, $B'(6;0)$, $C'(2;4)$

II. Translația

$v(2; -1)$

Scrierea scalară:

$$\begin{cases} x_1' = x_1 + v_1 \\ x_2' = x_2 + v_2 \end{cases}$$, unde v_1 -> vectorul de transl., x_1, x_2 - coord. inițiale

fie $A''; B''; C''$ coord punctelor în urma translației

$$\begin{cases} x_A'' = x_A' + v_1 \\ y_A'' = y_B' + v_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A'' = 2 \\ y_A'' = -1 \end{cases} \Rightarrow A''(2; -1)$$

analog pt. B'', C''

$B''(8, -1)$, $C''(4, 3)$

Ordine inversă:

Matricea transformării compuse:

$T_1 = T = \text{Scale}((2,2), 2) \cdot T_v$

$$T_v = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$T = \text{Scale}((2,2), 2) \cdot T_v = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

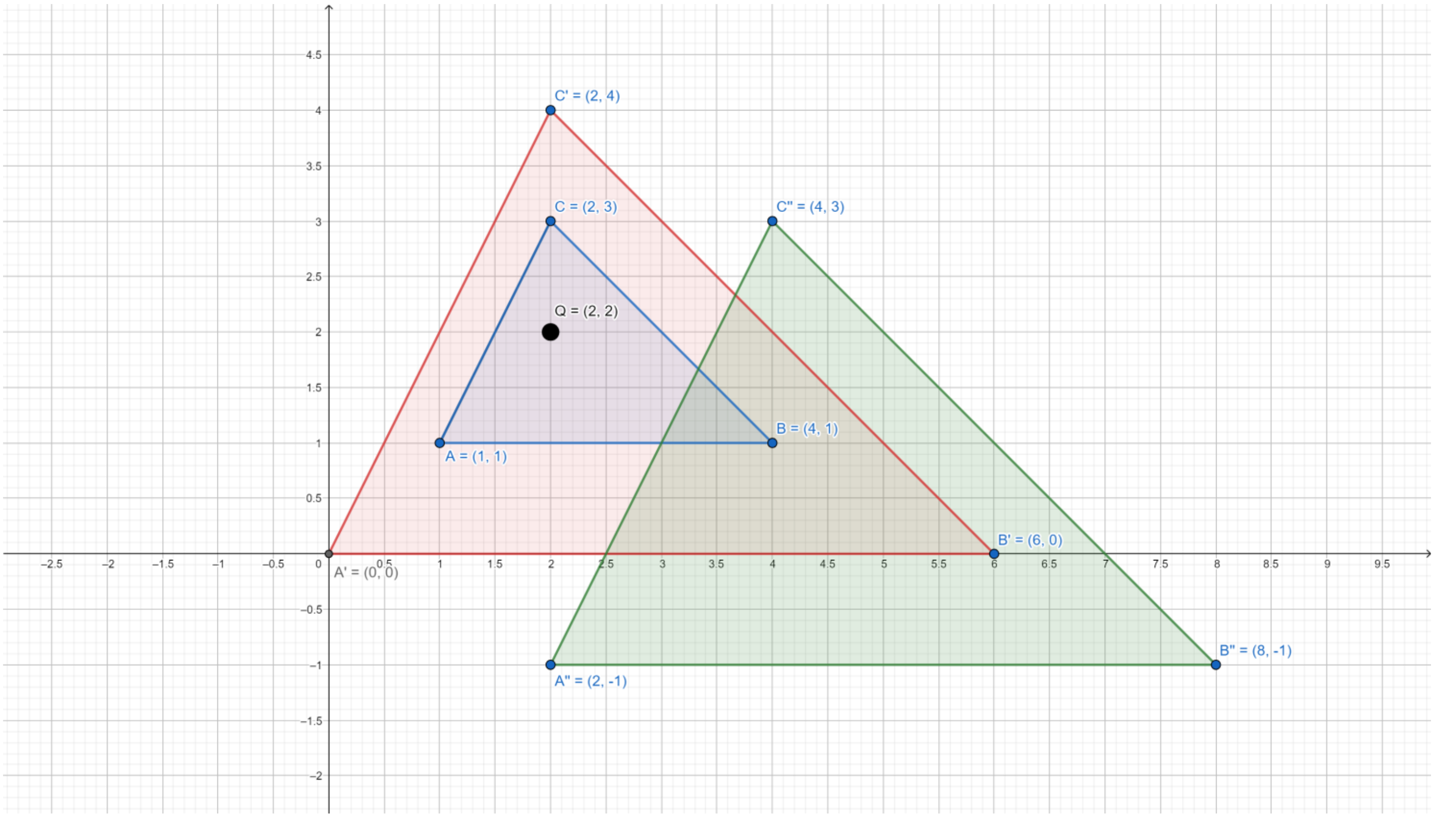
$$= \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

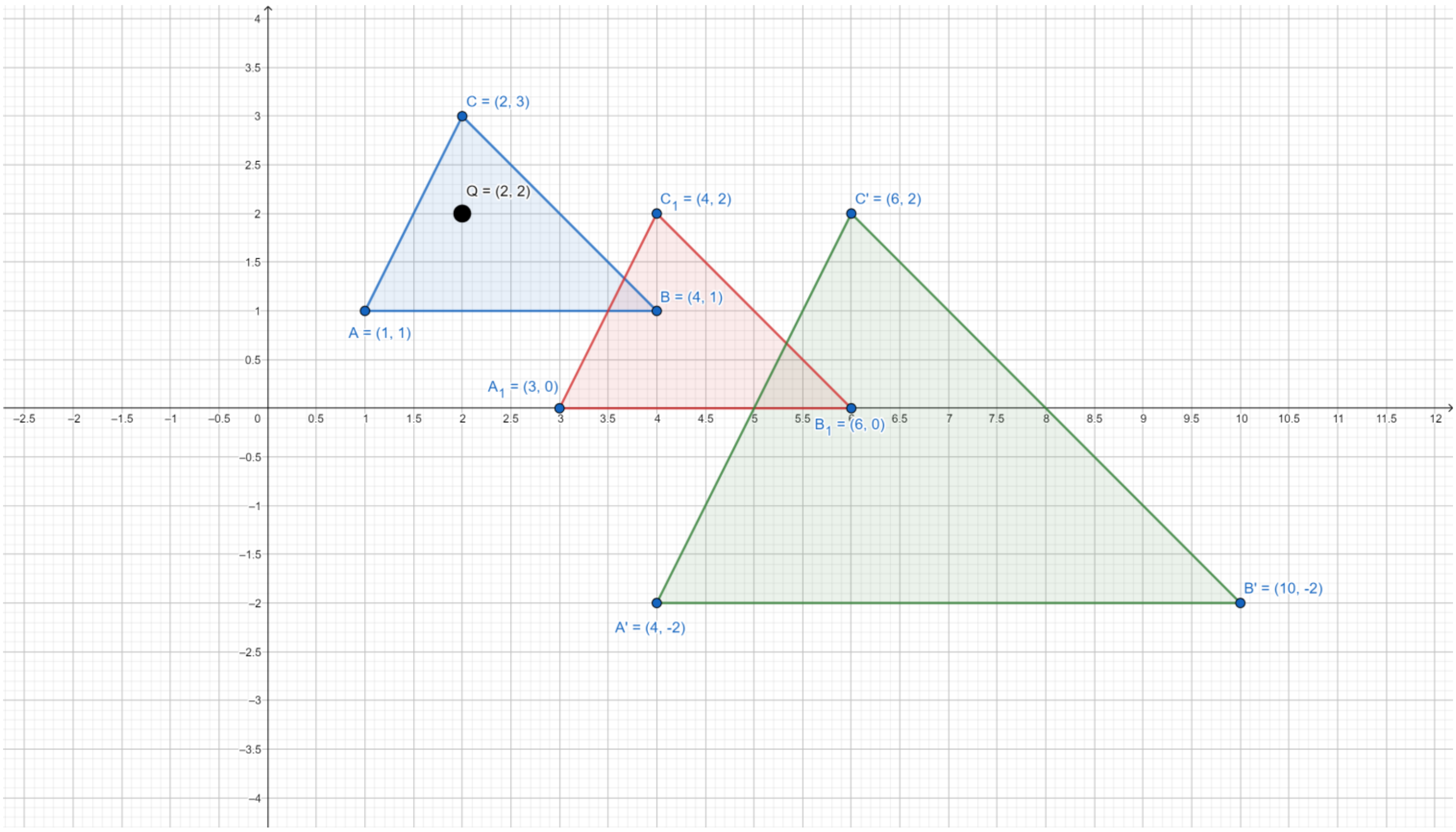
$$(A' \; B' \; C') = T \cdot (A \; B \; C)$$

$$= \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 4 & 10 & 6 \\ -2 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow A'(4;-2),\; B'(10;-2),\; C'(6;2)$$


C' = (2, 4)
C = (2, 3)
C'' = (4, 3)
Q = (2, 2)
B = (4, 1)
A = (1, 1)
B' = (6, 0)
A' = (0, 0)
A'' = (2, -1)
B'' = (8, -1)


C = (2, 3)
Q = (2, 2)
C_1 = (4, 2)
C' = (6, 2)
B = (4, 1)
A = (1, 1)
A_1 = (3, 0)
B_1 = (6, 0)
B' = (10, -2)
A' = (4, -2)