

Examen Sisteme dinamice

1p oficiu

Exercițiul 1 (0,5p) Determinați ecuația orbitelor din portretul fazic, situate în cadranul pozitiv, pentru sistemul:

$$\begin{cases} x'(t) = 2x - xy \\ y'(t) = -4y + 2xy \end{cases}$$

Exercițiul 2 Determinați soluțiile generale pentru ecuațiile:

(a) (0,5p) $xy' = y + 2y(\ln(y) - \ln(x))$

(b) (1p) $y'' - 6y' + 13y = 13x - 6$

Exercițiul 3 (1p) Determinați soluția problemei bilocale:

$$\begin{cases} (1+x^3) \cdot y'' - 3x^2 \cdot y' = 6x^2 \\ y(0) = 2 \\ y(1) = 5 \end{cases}$$

Exercițiul 4 (0,5p) Se consideră sistemul:

$$\begin{cases} x'(t) = -x - y - x^3 \\ y'(t) = x - y - y^3 \end{cases}$$

Să se studieze stabilitatea punctului de echilibru $X^*(0,0)$ utilizând funcția de tip Lyapunov $V(x,y) = x^2 + y^2$.

Exercițiul 5 (1p) Să se determine și să se studieze stabilitatea punctelor de echilibru pentru ecuația

$$x' = a \cdot x^2 - x^3 - 4a + 4x,$$

unde a parametru real.

Exercițiul 6 (1p) Se consideră problema Cauchy

$$\begin{cases} y' = x + 2y \\ y(0) = 1 \end{cases}.$$

Scriveți formula lui Euler de calcul a valorilor soluției aproximante pentru o rețea de noduri echidistante. Pentru pasul $h = 0.1$ calculați primele trei valori aproximative ale soluției pe intervalul $[0;1]$.

Exercițiul 7 Se consideră sistemul

$$\begin{cases} x'(t) = x - y \\ y'(t) = x - xy^2 \end{cases}$$

Se cere:

(a) (0,5p) Să se determine punctele de echilibru.

(b) (1p) Să se studieze stabilitatea acestora.