Seminar 7

PRIMA PARTE: Lucrare de control!

1. Evaluati integralele

a) $\int_0^1 \frac{e^x}{\sqrt{e^{2x}+1}}\,dx$
b) $\int_0^2 \max\{x, x^2\}\,dx$
c) $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2}\,dx$
d) $\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2}\,dx$
e) $\int_2^4 \frac{\sqrt{x^2-4}}{x}\,dx$

Substitutii trigonometrice pentru integrale algebrice. Fie $R(u,v)$ o functie rationala si $a>0$. In functie de tipul integralei, se pot face urmatoarele substitutii

i) $\int R(x, \sqrt{a^2-x^2})\,dx$, $\quad x = a\sin t$, $x = a\cos t$
ii) $\int R(x, \sqrt{a^2+x^2})\,dx$, $\quad x = a\operatorname{tg} t$, $x = a\operatorname{ctg} t$
iii) $\int R(x, \sqrt{x^2-a^2})\,dx$, $\quad x = \frac{a}{\sin t}$, $x = \frac{a}{\cos t}$

Substitutiile lui Euler pentru integrale algebrice. Fie $R(u,v)$ o functie rationala si $a,b,c \in \mathbb{R}$. Pentru integrala $\int R(x, \sqrt{ax^2+bx+c})\,dx$ se pot face urmatoarele substitutii

i) $\sqrt{ax^2+bx+c} = t(x-r)$, daca $r \in \mathbb{R}$ este radacina pentru $ax^2+bx+c=0$
ii) $\sqrt{ax^2+bx+c} = x\sqrt{a}+t$, daca $a>0$
iii) $\sqrt{ax^2+bx+c} = \sqrt{c}+tx$, daca $c>0$

Substitutiile lui Cebasev pentru integrale binome. Fie $m,n,p \in \mathbb{Q}$ si $a,b \in \mathbb{R}$. Pentru integrala $\int x^m(ax^n+b)^p\,dx$ se pot face urmatoarele substitutii

i) $x = t^r$, daca $p \in \mathbb{Z}$ si r este multiplu comun al numitorilor lui m si n
ii) $ax^n+b = t^r$, daca $\frac{m+1}{n} \in \mathbb{Z}$ si r este numitorul lui p
iii) $a+bx^{-n} = t^r$, daca $\frac{m+1}{n}+p \in \mathbb{Z}$ si r este numitorul lui p