9.18

• Să se arate că dreapta

$$d: \frac{x-2}{0} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-6}{2}$$

este tangentă elipsoidului

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} - 1 = 0$$

și să se determine coordonatele punctului de tangență.

• Din ecuațiile canonice ale dreptei rezultă

$$\begin{cases} A(2, 3, 6) \in d \\ \vec{a}(0, 1, 2) \text{ este vector director al dreptei} \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Ecuația parametrică a dreptei dată de punctul A și vectorul director $\vec{a}$ este:

$$d: \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 + t \\ z = 6 + 2t \end{cases}$$

Înlocuind în ecuația elipsoidului se obține:

$$\cancel{\frac{2^2}{4}} + \frac{(3+t)^2}{9} + \frac{(6+2t)^2}{16} \cancel{-1} = 0$$

$$\frac{9+6t+t^2}{9} + \frac{36+24t+4t^2}{16}^{)4} = 0$$

$$^{4/}\frac{9+6t+t^2}{9} + ^{9/}\frac{9+6t+t^2}{4}$$

$$\frac{36+24t+4t^2+81+54t+9t^2}{36} = 0$$

$$13t^2+78t+117=0 \quad /13$$

$$t^2+6t+9=0 \quad (1)$$

· Dreapta este tangentă la elipsoid dacă punctele de intersecție sunt confundate, adică ecuația (1) trebuie să aibă rădăcină dublă.

$$t^2+6t+9=0$$

$\Delta = 36-4\cdot1\cdot9 = 36-36 = 0 \Rightarrow$ rădăcină dublă

$\Rightarrow$ dreapta este tangentă la elipsoid.

$$t = \frac{-6}{2\cdot1} = -3$$

. Fie B punctul de tangență.

$B(x_B, y_B, z_B)$

- Înlocuind t în ecuațiile parametrice se obține

$$\begin{cases} x_B = 2 \\ y_B = 3-3 = 0 \\ z_B = 6-6 = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow \underline{B(2,0,0)}$