$K_{1000}$ $\qquad$ $3 \cdot 998^{996}$

| activitate | predecesor | durata |
|:---:|:---:|:---:|
| A | — | 2 |
| B | — | 3 |
| C | B | 5 |
| D | A | 3 |
| E | A | 3 |
| F | C,D,E | 3 |
| G | C | 2 |

early start

| ES | activitate | EF | early finish |
|:---:|:---:|:---:|---|
| LS | durata | LF | late finish |

late start
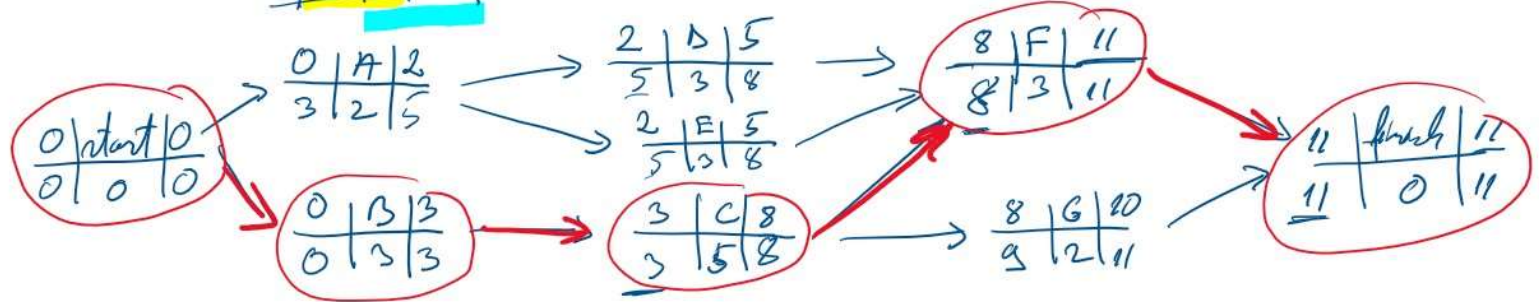


$$ES = LS$$
$$EF = LF$$

S4    grafuri Euleriene și Hamiltoniene

1  graful $E$

2  fiecare vf cu grad par

3

$K_m \qquad m = ? \qquad\qquad d(v) = n-1, \ \forall v \in V$

$n = impar \ \checkmark \quad \Rightarrow \ graf \ \underline{E}$

lant Eulerian $\qquad K_m \ , \quad m = ?$

$n = 2$ •——•

$K_{m,m}$ 
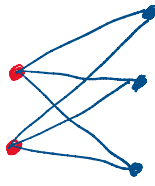
$m, m - par$ ✓

$m = 2$
$m = impar$ } lanț Eulerian

---

$G = (V, E)$, $n = 100$, $1, \ldots, 100$

$\{i, j\} \in E$ dacă $|i - j| \le 2$

G este Eulerian? ✗   conține G un lanț Eulerian? ✓
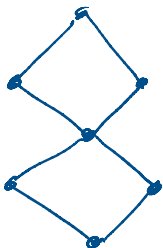


100, 1, 2, 3, 4, 98, 93

---
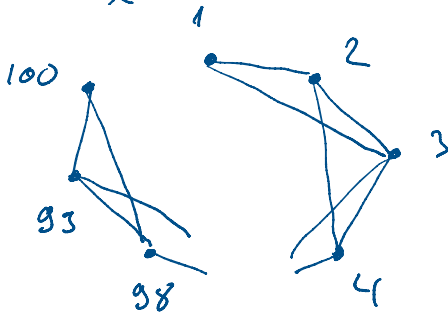
G conține un ciclu Eulerian $\Rightarrow$ nr. par de muchii ✗



---

este adevărat că:

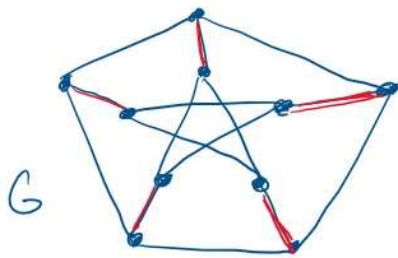G conține un ciclu Eulerian $\Rightarrow$ G conține un ciclu H ?



nu

G conține un ciclu H $\Rightarrow$ G conține un ciclu E ? ✗
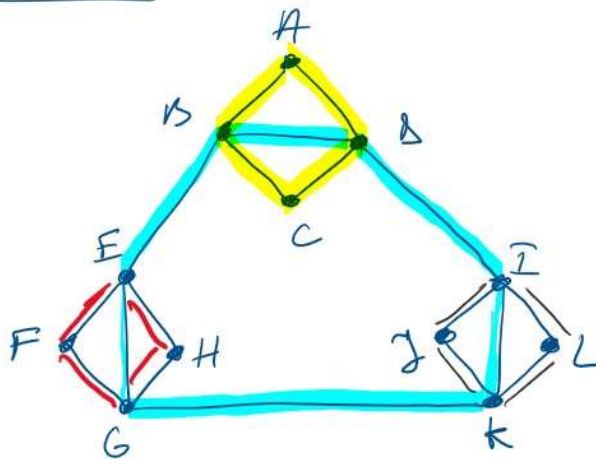
$K_{2,m}$   $m \ge 2$

$K_{2m}$  $m \geq 2$



este G hamiltonian? nu



Fleury (G)    G este Eulerian

$x = u \in V$

$A = E$

$L = \emptyset$

while $A \neq \emptyset$ do

    alege $e \in A$ a.î. $e$ este incidenta lui $x$ ($x \in g(e)$) și dacă se

      poate $e$ să nu fie punte
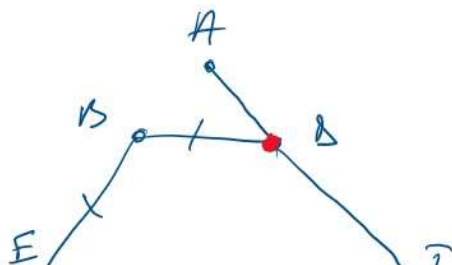
    $L = L \cup \{e\}$

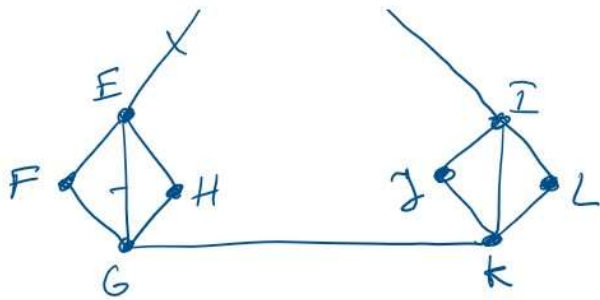    if $|g(e)| = 2$ (am parcurs muchia) then

      $x = v \in g(e) \setminus \{x\}$ (se merge la extremitatea nevizitată a
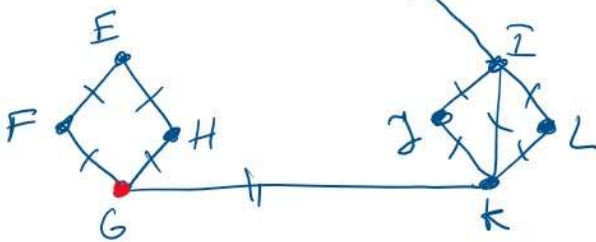
        muchiei $e$)

    $A = A \setminus \{e\}$

return $L$



$\langle AB, BC, CD \rangle$
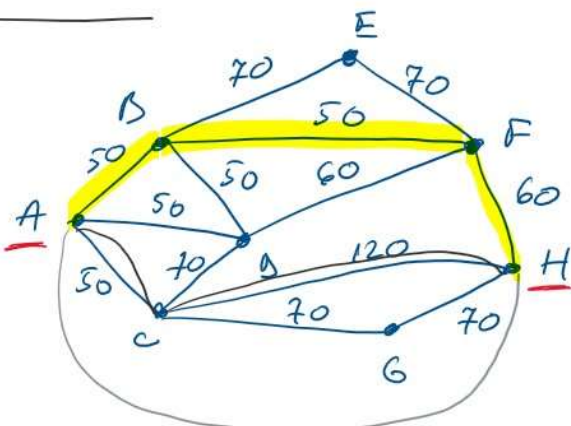
$\langle AB, BC, CD, DB, BE, EG \rangle$



$\langle AB, DC, CD, DB, BE, EG, GF, FE, EH, HG, GK, KI, IJ, JK,$
$KL, LI, ID, DA \rangle$

## Hierholzer (G)

1. se identifică un ciclu simplu $R_i$ în $G$ și se marchează muchiile lui $R_i$
2. dacă $R_i$ conține toate muchiile lui G alg. se oprește, $R_i$ este eulerian
3. fie $v_i$ un vf. din $R_i$ incident la o muchie $e_i$ nemarcată
4. se construiește un ciclu simplu $Q_i$ plecând de la $v_i$. se marchează muchiile lui $Q_i$
5. se creează $R_{i+1}$ înlănțuind $Q_i$ în $R_i$ pornind de la $v_i$
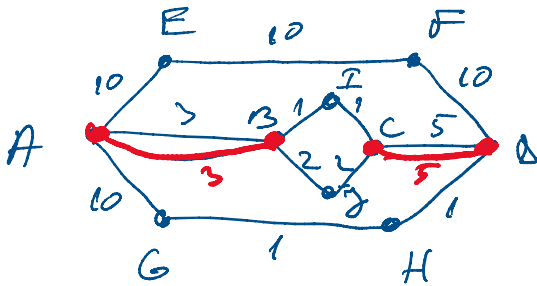6. $i = i+1$, se reia la pasul 2.



G conex, ciclu de pondere minimă

G conex, ciclu de pondere minimă (Eulerian)

$G = (V, E)$ $\qquad$ $w: E \to \mathbb{R}^+$

$$w(W) = \sum_{e \in W} w(e) \qquad W = \langle e_1, \dots e_k \rangle$$



$\{A, B, C, D\}$

$\{\{AB, CD\}, \{AC, BD\}, \{AD, BC\}\}$

| $AB = 3$ | $AC = 5$ | $AD = 10$ |
|---|---|---|
| $CD = 5$ | $BD = 7$ | $BC = 2$ |
| $w(AB) + w(CD) = 8$ | 12 | 12 |

$\langle AB, DI, IC, CD \rangle$

$AB = 3$
$BC = 2$
$\overline{\phantom{AAA}5}$
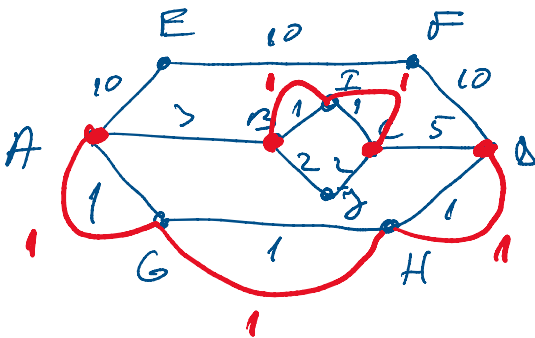


Poștaș - chinezesc (G)

1. se identifică vf. de grad impar
2. se formează grupurile de perechi de vf. de grad impar
3. pt. fiecare pereche se caută muchiile de cost min. care conectează vf.
4. se caută grupul de perechi pt. care suma ponderilor este min.
5. se dublează muchiile identificate la pasul 4
6. se caută un ciclu eulerian în graf.

---

$G = (V, E)$, $m = 100$, $\{i, j\} \in E \Rightarrow |i - j| \leq 2$

G conține un lanț H? ciclu H?

$m = 5$
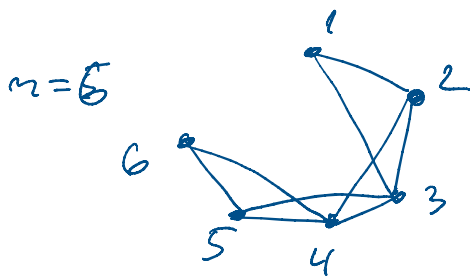


$1 - 3 - 5 - 6 - 4 - 2 - 1$

$\delta(G) = 2$

$n = 100$

graf 3 regulat care cantine un ciclu H $\Rightarrow k_4$

— // — // — nu cantine — // — // —



$\delta(G) = 3$
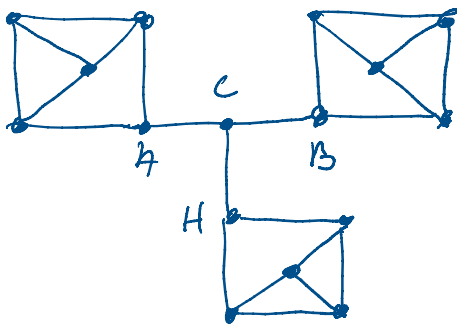
$n = 10$

graf 3 regulat conex care nu cantine un- ciclu H

— lant H



## T. Dirae

G un graf de ordin $n \geq 3$, dacă $\delta(G) \geq \frac{n}{2} \Rightarrow$ G hamiltonian

100 bile roșii
150 bile albastre
200 bile verzi

$d(v_r) = 150 + 200 = 350$

$d(v_a) = 300$

$d(v_v) = 250$

$\delta(G) = 250 > \frac{n}{2} = 225$

100 persoane

100 persoane

25 dimere

$k_{100}$

$d(x_1) = 99$

$d(x_2) = 97$

$d(x_i) = 99 - 2(i-1)$

$$99 - 2(i-1) \geq \frac{100}{2} \qquad i = ?$$

---

$3 \times 3 \times 3$



$n = 27 \qquad 27$