

9.1. Probleme din logica propozițiilor

Problema 9.1.1.

Folosind metoda tabelelor de adevăr verificați:

1. asociativitatea conectivei „ \downarrow ”: $p \downarrow (q \downarrow r) \equiv (p \downarrow q) \downarrow r$;
2. dacă se poate aplica o lege a lui De’Morgan pentru conectiva „ \uparrow ”:
 $\neg(p \uparrow q) \equiv \neg p \downarrow \neg q$;
3. asociativitatea conectivei „ \uparrow ”: $p \uparrow (q \uparrow r) \equiv (p \uparrow q) \uparrow r$;
4. dacă se poate aplica o lege a lui De’Morgan pentru conectiva „ \downarrow ”:
 $\neg(p \downarrow q) \equiv \neg p \uparrow \neg q$;
5. dacă are loc proprietatea de absorbție: $p \uparrow (p \downarrow q) \equiv p$;
6. distributivitatea conectivei „ \uparrow ” față de conectiva „ \downarrow ”:
 $p \uparrow (q \downarrow r) \equiv (p \uparrow q) \downarrow (p \uparrow r)$;
7. distributivitatea conectivei „ \downarrow ” față de conectiva „ \uparrow ”:
 $p \downarrow (q \uparrow r) \equiv (p \downarrow q) \uparrow (p \downarrow r)$;
8. dacă are loc proprietatea de absorbție: $p \downarrow (p \uparrow q) \equiv p$.

Problema 9.1.2.

Utilizând metoda tabelelor de adevăr decideți tipul (consistentă, inconsistentă, tautologie, contingentă) formulei A :

1. $A = \neg p \vee \neg(q \wedge r) \rightarrow q \wedge \neg p$;
2. $A = p \vee \neg(q \wedge \neg r) \rightarrow p \wedge q \wedge \neg r$;
3. $A = \neg p \vee (q \wedge \neg r) \rightarrow p \wedge \neg q \wedge r$;
4. $A = \neg(\neg p \vee q) \vee r \rightarrow \neg p \wedge \neg(q \wedge r)$;
5. $A = (p \vee q) \wedge \neg r \rightarrow p \wedge q \wedge r$;
6. $A = \neg p \vee (\neg q \vee \neg r) \rightarrow q \wedge \neg p$;
7. $A = p \rightarrow (q \wedge r) \vee q \wedge \neg p$;
8. $A = \neg p \vee (\neg q \wedge \neg r) \rightarrow q \wedge \neg p \wedge r$.

Dacă formula A este contingentă, scrieți toate modelele lui A , sau anti-modelele sale, dacă sunt mai puține decât modelele.

Problema 9.1.3.

Demonstrați că au loc următoarele relații de consecință logică:

1. $p \rightarrow q \models (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$;
2. $p \rightarrow q \models (r \rightarrow p) \rightarrow (r \rightarrow q)$;
3. $p \rightarrow q \models (p \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow q \wedge r)$;
4. $p \rightarrow q \models (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow q \wedge r)$;
5. $p \rightarrow q \models (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow q \vee r)$;
6. $p \rightarrow r \models (q \rightarrow r) \rightarrow ((p \vee q) \rightarrow r)$;
7. $p \rightarrow (q \rightarrow r) \models (p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)$;
8. $p \rightarrow q \models (\neg p \rightarrow q) \rightarrow q$.

folosind metoda tabelelor de adevăr.

Problema 9.1.4.

Demonstrați că formulele următoare sunt tautologii utilizând metoda tabelelor de adevăr.

1. legea permutării premiselor: $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow (q \rightarrow (p \rightarrow r))$;
2. semidistributivitatea la stânga a conectivei „ \rightarrow ” față de „ \wedge ”:
 $(p \rightarrow (q \wedge r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r))$;
3. semidistributivitatea la stânga a conectivei „ \rightarrow ” față de „ \vee ”:
 $(p \rightarrow (q \vee r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r))$;
4. regula silogismului: $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$;

5. semidistributivitatea la stânga a conectivei „ \vee ” față de „ \rightarrow ”:

$$p \vee (q \rightarrow r) \rightarrow ((p \vee q) \rightarrow (p \vee r)) ;$$
6. legea separării premiselor: $(p \wedge q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r)) ;$
7. legea reunirii premiselor: $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \wedge q \rightarrow r) ;$
8. teorema de tăiere: $(p \rightarrow q) \wedge (p \wedge q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r) .$

Problema 9.1.6.

Aduceți la FNC (forma normală conjunctivă) și FND (forma normală disjunctivă):

1. legea separării premiselor: $(U \wedge V \rightarrow Z) \rightarrow (U \rightarrow (V \rightarrow Z)) ;$
2. semidistributivitatea la stânga a disjuncției față de implicație:

$$U \vee (V \rightarrow Z) \rightarrow ((U \vee V) \rightarrow (U \vee Z)) ;$$
3. legea permutării premiselor: $(U \rightarrow (V \rightarrow Z)) \rightarrow (V \rightarrow (U \rightarrow Z)) ;$
4. semidistributivitatea la stânga a implicației față de conjuncție:

$$(U \rightarrow (V \wedge Z)) \rightarrow ((U \wedge V) \rightarrow (U \wedge Z)) ;$$
5. regula silogismului: $(U \rightarrow V) \wedge (V \rightarrow Z) \rightarrow (U \rightarrow Z) ;$
6. axioma a doua a calculului propozițional: $(U \rightarrow (V \rightarrow Z)) \rightarrow ((U \rightarrow V) \rightarrow (U \rightarrow Z)) ;$
7. teorema de tăiere: $(U \rightarrow V) \wedge (U \wedge V \rightarrow Z) \rightarrow (U \rightarrow Z) ;$
8. legea reunirii premiselor: $(U \rightarrow (V \rightarrow Z)) \rightarrow (U \wedge V \rightarrow Z) .$

Folosind una din aceste forme normale, demonstrați că această lege sau proprietate este o formulă validă în calculul propozițional.

Problema 9.1.7.

Utilizând forma normală adecvată (FNC sau FND) demonstrați:

1. $\models (U \rightarrow (V \rightarrow Z)) \rightarrow (U \wedge V \rightarrow Z) ;$
2. $\models (U \rightarrow V) \rightarrow ((V \rightarrow Z) \rightarrow (U \rightarrow V \wedge Z)) ;$
3. $\models (U \rightarrow (V \wedge Z)) \rightarrow ((U \rightarrow V) \wedge (U \rightarrow Z)) ;$
4. $\models (U \rightarrow V) \rightarrow ((V \rightarrow Z) \rightarrow (U \rightarrow V \vee Z)) ;$
5. $\models (U \rightarrow V) \rightarrow ((Z \rightarrow U) \rightarrow (Z \wedge U \rightarrow V)) ;$
6. $\models (U \rightarrow V) \rightarrow ((U \rightarrow Z) \rightarrow (U \rightarrow (V \wedge Z))) ;$
7. $\models (U \rightarrow Z) \rightarrow ((V \rightarrow Z) \rightarrow (U \vee V \rightarrow Z)) ;$
8. $\models (U \rightarrow (V \vee Z)) \rightarrow ((U \rightarrow V) \vee (U \rightarrow Z)) .$

Problema 9.1.8.

Utilizând forma normală adecvată scrieți toate modelele formulelor:

1. $(p \vee q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r) \wedge q ;$
2. $\neg(\neg p \vee q) \vee r \rightarrow \neg p \wedge \neg(q \wedge r) ;$
3. $(p \wedge q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r) \wedge q ;$
4. $(p \vee q) \wedge \neg r \rightarrow p \wedge q \wedge r ;$
5. $p \vee \neg(q \wedge \neg r) \rightarrow p \wedge q \wedge \neg r ;$
6. $(p \vee q \rightarrow r) \rightarrow (q \rightarrow r) \wedge p ;$
7. $(q \vee r \rightarrow p) \rightarrow (p \rightarrow r) \wedge q ;$
8. $(q \wedge r \rightarrow p) \rightarrow (p \rightarrow r) \wedge q .$

Problema 9.1.9.

Demonstrați că următoarele formule sunt inconsistente folosind forma normală adecvată:

1. $(U \rightarrow (V \rightarrow Z)) \wedge \neg((U \rightarrow V) \rightarrow (U \rightarrow Z)) ;$
2. $(\neg U \vee V) \wedge \neg(\neg V \rightarrow \neg U) ;$
3. $(U \rightarrow V) \wedge (U \wedge V \rightarrow Z) \wedge (U \wedge \neg Z) ;$
4. $(U \rightarrow (V \vee Z)) \wedge (\neg(U \rightarrow V) \wedge \neg(U \rightarrow Z)) ;$
5. $U \wedge (V \rightarrow Z) \wedge ((U \wedge V) \wedge \neg(U \wedge Z)) ;$
6. $(U \rightarrow (V \rightarrow Z)) \wedge (U \wedge V \wedge \neg Z) ;$

7. $(U \rightarrow (V \rightarrow Z)) \wedge \neg(V \rightarrow (U \rightarrow Z))$;
8. $(U \wedge V \rightarrow Z) \wedge \neg(U \rightarrow (V \rightarrow Z))$;

Problema 9.1.14.

Folosind metoda tabelelor semantice (construcția arborelui binar) decideți tipul formulei A . Dacă A este consistentă, scrieți toate modelele sale:

1. $A = (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg r) \rightarrow (q \leftrightarrow r)$;
2. $A = (p \vee q \rightarrow r) \rightarrow (p \vee r \rightarrow q)$;
3. $A = (p \wedge q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r) \wedge q$;
4. $A = (q \vee r \rightarrow p) \rightarrow (p \rightarrow r) \wedge q$;
5. $A = (r \vee q) \vee (p \rightarrow \neg r) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$;
6. $A = (r \wedge q) \vee (\neg p \vee \neg r) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$;
7. $A = (q \wedge r \rightarrow p) \rightarrow (p \rightarrow r) \wedge q$;
8. $A = (p \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg r) \rightarrow (q \leftrightarrow r)$.

Problema 9.1.15.

Demonstrați că formula A este tautologie folosind metoda tabelelor semantice (construcția arborelui binar):

1. legea permutării premiselor: $A = (p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow (q \rightarrow (p \rightarrow r))$;
2. legea separării premiselor: $A = (p \wedge q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$;
3. distributivitatea la stânga a conectivei „ \rightarrow ” față de „ \vee ”:
 $A = (p \rightarrow q \vee r) \leftrightarrow (p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)$;
4. teorema de tăiere: $A = (p \rightarrow q) \wedge (p \wedge q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$;
5. legea reunirii premiselor: $A = (p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \wedge q \rightarrow r)$;
6. $A = (p \rightarrow q) \rightarrow ((r \rightarrow t) \rightarrow (p \wedge r \rightarrow q \wedge t))$;
7. distributivitatea la stânga a conectivei „ \rightarrow ” față de „ \wedge ”:
 $A = (p \rightarrow q \wedge r) \leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$;
8. $A = (\neg(p \rightarrow r) \rightarrow \neg p) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))$.

Problema 9.1.16.

Folosind metoda tabelelor semantice (construcția arborelui binar) demonstrați că au loc relațiile de consecință logică:

1. $p \rightarrow q \vee r \models (p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r)$;
2. $p \rightarrow (q \rightarrow r), r \vee \neg q \models (p \rightarrow \neg q) \vee r$;
3. $\neg(p \rightarrow r) \rightarrow \neg p \models (p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)$;
4. $p \rightarrow (\neg q \vee \neg r \wedge s), p, r \models \neg q$;
5. $p \rightarrow q \models (r \rightarrow t) \rightarrow (p \wedge r \rightarrow q \wedge t)$;
6. $p \rightarrow q, r \rightarrow t, p \wedge r \models q \wedge t$;
7. $p \rightarrow (q \rightarrow r) \models q \rightarrow (p \rightarrow r)$;
8. $p \wedge (q \rightarrow r), q \vee r \models p \rightarrow (q \rightarrow r)$.

Problema 9.1.19*.

Folosind strategia saturării pe nivele verificați dacă au loc relațiile:

1. $\neg p \rightarrow (\neg q \rightarrow r) \models (\neg p \rightarrow q) \vee r$;
2. $p \vee (q \rightarrow r), q \wedge r \models p \rightarrow (q \rightarrow r)$;
3. $p \wedge (q \rightarrow r), q \vee r \models p \rightarrow (q \rightarrow r)$;
4. $p \rightarrow r, q \rightarrow t, p \wedge q \models r \wedge t$;
5. $p \rightarrow (q \vee r \wedge s), p, \neg r \models q \vee r$;
6. $p \rightarrow (\neg q \vee r \wedge s), p, \neg s \models \neg q \vee s$;
7. $p \rightarrow q, r \rightarrow t, p \wedge r \models q \wedge t$;
8. $p \rightarrow (q \vee r \wedge s), p, \neg r \models q \wedge p$.

Problema 9.1.22.

Folosind rezoluția generală demonstrați că formulele următoare sunt tautologii:

1. $(\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow ((\neg B \rightarrow A) \rightarrow B)$;
2. $(B \rightarrow A) \wedge (C \rightarrow A) \rightarrow (B \wedge C \rightarrow A)$;
3. $(B \rightarrow A) \wedge (C \rightarrow A) \rightarrow (B \vee C \rightarrow A)$;
4. $(A \rightarrow C) \rightarrow ((\neg A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow C))$;
5. $A \vee (B \rightarrow C) \rightarrow ((A \vee B) \rightarrow (A \vee C))$;
6. $(A \rightarrow B) \rightarrow ((C \rightarrow A) \rightarrow (C \rightarrow B))$;
7. $(A \rightarrow B) \rightarrow ((\neg A \rightarrow C) \rightarrow (\neg B \rightarrow C))$;
8. $(A \rightarrow B \wedge C) \rightarrow (A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C)$.

Problema 9.1.23.

Demonstrați inconsistența următoarelor mulțimi de clauze folosind rezoluția blocării. Alegeți două indexări diferite pentru literalii din clauze.

1. $\{p \vee q, p \vee \neg q \vee r, p \vee \neg q \vee \neg r, \neg p \vee r, \neg p \vee \neg r\}$;
2. $\{\neg p \vee \neg q, \neg p \vee q \vee \neg r, p \vee \neg r, \neg p \vee r, p \vee r\}$;
3. $\{p \vee q, p \vee \neg q \vee \neg r, \neg p \vee \neg r, r, \neg p \vee r\}$;
4. $\{p \vee q, \neg p \vee q \vee \neg r, \neg p \vee q \vee r, \neg q \vee \neg r, \neg q \vee r\}$;
5. $\{p \vee \neg q, \neg p \vee \neg q \vee r, \neg p \vee q \vee r, p \vee q, \neg r\}$;
6. $\{p \vee q, \neg p \vee q \vee \neg r, \neg p \vee \neg q \vee \neg r, p \vee \neg q, r\}$;
7. $\{p \vee \neg q, \neg p \vee \neg q \vee r, \neg p \vee \neg q \vee \neg r, r \vee q, \neg r \vee q\}$;
8. $\{p \vee r, p \vee q \vee \neg r, \neg p \vee \neg q \vee r, \neg p \vee q \vee r, \neg r\}$.

Problema 9.1.24.

Construiți o respingere liniară din mulțimea de clauze S . Există respingeri input și unit din S ?

1. $S = \{p \vee q \vee r, \neg q \vee r, \neg r, \neg p \vee r\}$;
2. $S = \{p \vee \neg r, q \vee r, \neg q \vee r, \neg p \vee \neg r\}$;
3. $S = \{q \vee r, \neg p, \neg q \vee r, p \vee \neg r\}$;
4. $S = \{\neg p \vee q, p \vee \neg q \vee r, \neg r, p \vee q \vee r, \neg p \vee \neg q\}$;
5. $S = \{p \vee r, \neg q, p \vee q \vee \neg r, \neg p \vee \neg r, q \vee r\}$;
6. $S = \{p \vee q, \neg p \vee q, \neg p \vee \neg q, p \vee \neg q\}$;
7. $S = \{p, q \vee r, \neg p \vee q \vee \neg r, \neg p \vee \neg q\}$;
8. $S = \{p \vee \neg q \vee r, q, \neg p \vee \neg q \vee r, \neg p \vee \neg q \vee \neg r, p \vee \neg r\}$.

Problema 9.1.24*.

Utilizând strategia eliminării verificați inconsistența mulțimilor de clauze de mai jos. Eliminați o clauză (la alegere) și folosind aceeași strategie verificați inconsistența noii mulțimi.

1. $S = \{p \vee q \vee r, \neg q \vee r, \neg r, \neg p \vee r\}$;
2. $S = \{p \vee \neg r, q \vee r, \neg q \vee r, \neg p \vee \neg r\}$;
3. $S = \{q \vee r, \neg p, \neg q \vee r, p \vee \neg r\}$;
4. $S = \{\neg p \vee q, p \vee \neg q \vee r, \neg r, p \vee q \vee r, \neg p \vee \neg q\}$;
5. $S = \{p \vee r, \neg q, p \vee q \vee \neg r, \neg p \vee \neg r, q \vee r\}$;
6. $S = \{p \vee q, \neg p \vee q, \neg p \vee \neg q, p \vee \neg q\}$;
7. $S = \{p, q \vee r, \neg p \vee q \vee \neg r, \neg p \vee \neg q\}$;
8. $S = \{p \vee \neg q \vee r, q, \neg p \vee \neg q \vee r, \neg p \vee \neg q \vee \neg r, p \vee \neg r\}$.

Problema 9.1.25.

Utilizând strategia mulțimii suport demonstrați că au loc următoarele deducții:

1. $\neg(p \vee q) \rightarrow r, \neg p \vee q \vee r, \neg r \vdash q \wedge \neg r$;
2. $p \vee \neg r, \neg q \rightarrow r, \neg q \vdash \neg(p \rightarrow q)$;
3. $q \wedge r \rightarrow p, p \vee q, q \rightarrow r \vdash p$;
4. $r \rightarrow p \vee q, \neg p \rightarrow r, \neg q \vdash p \wedge \neg q$;

5. $\neg p \rightarrow q, (q \rightarrow r) \wedge \neg r \vdash p \wedge \neg r$;
6. $q \rightarrow p, q \vee r, p \rightarrow r \vdash r$;
7. $\neg p \rightarrow q \vee r, \neg q, p \rightarrow q \vdash \neg(p \vee q) \wedge r$;
8. $r \rightarrow p, \neg p, q \rightarrow p \vee r \vdash \neg(\neg p \rightarrow q \vee r)$.

Problema 9.1.26.

Demonstrați legea silogismului: $(p \rightarrow q) \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r))$ utilizând:

1. o metodă sintactică;
2. o metodă semantică;
3. o metodă directă;
4. o metodă prin respingere;
5. o metodă semantică și directă;
6. o metodă sintactică și directă;
7. o metodă semantică și prin respingere;
8. o metodă sintactică și prin respingere.

9.2. Probleme din logica predicatelor

Problema 9.2.6.

Construiți toate formele normale prenex, Skolem și clauzale ale următoarelor formule:

1. $(\exists x)(\neg(\exists y)p(y) \rightarrow (\forall y)(q(y) \rightarrow r(x)))$;
2. $(\exists x)((\exists y)p(y) \rightarrow \neg(\forall y)(q(y) \rightarrow r(x)))$;
3. $(\forall x)(\neg(\exists y)p(y) \rightarrow (\forall y)(q(y) \rightarrow r(x)))$;
4. $(\forall x)((\exists y)p(y) \rightarrow \neg(\forall y)(q(y) \rightarrow r(x)))$;
5. $(\exists x)((\forall y)p(y) \rightarrow \neg(\exists y)(q(y) \rightarrow r(x)))$;
6. $(\forall x)(\neg(\forall y)p(y) \rightarrow (\exists y)(q(y) \rightarrow r(x)))$;
7. $(\forall x)((\forall y)p(y) \rightarrow \neg(\exists y)(q(y) \rightarrow r(x)))$;
8. $(\exists x)(\neg(\forall y)p(y) \rightarrow (\exists y)(q(y) \rightarrow r(x)))$.

Problema 9.2.7.

Aduceți la o formă normală prenexă și la o formă normală clauzală următoarele formule:

1. $(\forall x)(\forall y)((\exists z)p(z) \wedge (\exists u)(q(x, u) \rightarrow (\exists z)q(y, z)))$;
2. $(\exists x)(\forall y)((\exists z)p(z) \wedge (\exists u)(q(x, u) \rightarrow (\exists z)q(y, z)))$;
3. $(\forall x)(\exists y)((\exists z)p(z) \wedge (\exists u)(q(x, u) \rightarrow (\exists z)q(y, z)))$;
4. $(\exists x)(\exists y)((\exists z)p(z) \wedge (\forall u)(q(x, u) \rightarrow (\exists z)q(y, z)))$;
5. $(\forall x)(\exists y)((\exists z)p(z) \wedge (\forall u)(q(x, u) \rightarrow (\exists z)q(y, z)))$;
6. $(\forall x)(\forall y)((\exists z)p(z) \wedge (\forall u)(q(x, u) \rightarrow (\exists z)q(y, z)))$;
7. $(\forall x)(\forall y)((\exists z)p(z) \wedge (\exists u)(q(x, u) \rightarrow (\forall z)q(y, z)))$;
8. $(\exists x)(\forall y)((\exists z)p(z) \wedge (\forall u)(q(x, u) \rightarrow (\exists z)q(y, z)))$.

Problema 9.2.8.

Sunt unificabili atomii din perechile următoare? Dacă da, aflați cel mai general unificator al acestora. Prin convenție: a, b, c – constante, x, y, z, u – variabile, f, g, h – simboluri de funcții.

1. $P(a, x, g(g(y)))$ și $P(y, f(z), f(z))$;
 $P(x, g(f(a)), f(x))$ și $P(f(y), z, y)$;
 $P(a, x, g(g(y)))$ și $P(z, h(z, u), g(u))$;
2. $P(a, x, f(g(y)))$ și $P(y, f(z), f(z))$;
 $P(x, g(f(a)), f(b))$ și $P(f(y), z, z)$;
 $P(a, x, f(g(y)))$ și $P(z, h(z, u), f(b), z)$;
3. $P(a, f(x), g(h(y)))$ și $P(y, f(z), g(z))$;
 $P(x, g(f(a)), h(x, y))$ și $P(f(z), g(z), y)$;
 $P(g(y), x, f(g(y)))$ și $P(z, h(z, u), f(u))$;
4. $P(a, g(x), f(g(y)))$ și $P(y, z, f(z))$;

- $P(b, g(f(a)), z)$ și $P(f(y), z, g(y))$;
 $P(a, h(x, b), f(g(y)))$ și $P(z, h(z, u), f(u))$;
 5. $P(a, x, g(f(y)))$ și $P(f(z), z, g(x))$;
 $P(a, x, g(f(y)))$ și $P(x, y, g(f(b)))$;
 $P(a, h(x, u), g(z))$ și $P(y, h(y, f(z)), g(x))$;
 6. $P(a, y, g(f(z)))$ și $P(z, f(z), x)$;
 $P(y, f(x), z)$ și $P(y, f(y), f(y))$;
 $P(h(x, y), x, y)$ și $P(h(y, x), f(z), z)$;
 7. $P(a, x, g(f(y)))$ și $P(f(y), z, x)$;
 $P(x, a, g(b))$ și $P(f(y), f(y), g(x))$;
 $P(h(x, a), f(z), z)$ și $P(h(y, x), f(x), a)$;
 8. $P(a, x, g(f(y)))$ și $P(f(y), f(z), g(z))$;
 $P(x, g(f(a)), x)$ și $P(f(y), z, h(y, f(y)))$;
 $P(a, h(x, u), f(g(y)))$ și $P(z, h(z, u), f(u))$.

Problema 9.2.13.

Utilizând metoda tabelor semantice (construind arborele binar), demonstrați:

1. distributivitatea cuantificatorului „ \exists ” față de „ \vee ”:
 $\vdash (\exists x)(p(x) \vee q(x)) \leftrightarrow (\exists x)p(x) \vee (\exists x)q(x)$;
2. distributivitatea cuantificatorului „ \forall ” față de „ \wedge ”:
 $\vdash (\forall x)p(x) \wedge (\forall x)q(x) \leftrightarrow (\forall x)(p(x) \wedge q(x))$;
3. semidistributivitatea cuantificatorului „ \forall ” față de „ \rightarrow ”:
 $\vdash (\forall x)(p(x) \rightarrow q(x)) \rightarrow ((\forall x)p(x) \rightarrow (\forall x)q(x))$;
 Arătați că implicația inversă nu are loc.
4. semidistributivitatea cuantificatorului „ \exists ” față de „ \wedge ”:
 $\vdash (\exists x)(p(x) \wedge q(x)) \rightarrow (\exists x)p(x) \wedge (\exists x)q(x)$;
 Arătați că implicația inversă nu are loc.
5. semidistributivitatea cuantificatorului „ \forall ” față de „ \vee ”:
 $\vdash (\forall x)p(x) \vee (\forall x)q(x) \rightarrow (\forall x)(p(x) \vee q(x))$;
 Arătați că implicația inversă nu are loc.
6. $\vdash (\forall x)p(x) \wedge ((\forall x)p(x) \vee (\forall x)q(x)) \leftrightarrow (\forall x)p(x)$;
7. $\vdash (\exists x)p(x) \vee (\exists x)(p(x) \wedge q(x)) \leftrightarrow (\exists x)p(x)$;
8. $\vdash (\exists x)(p(x) \rightarrow q(x)) \leftrightarrow ((\forall x)p(x) \rightarrow (\exists x)q(x))$.

Problema 9.2.14.

Utilizând metoda tabelor semantice (construind arborele binar), verificați dacă au loc:

1. $\vdash (\forall x)(\forall y)p(x, y) \leftrightarrow (\exists x)(\forall y)p(x, y)$;
2. $\vdash (\exists x)(\forall y)p(x, y) \leftrightarrow (\forall y)(\exists x)p(x, y)$;
3. $\vdash (\forall y)(\exists x)p(x, y) \leftrightarrow (\exists y)(\exists x)p(x, y)$;
4. $\vdash (\forall x)(\forall y)p(x, y) \leftrightarrow (\forall y)(\forall x)p(x, y)$;
5. $\vdash (\forall y)(\forall x)p(x, y) \leftrightarrow (\forall x)(\exists y)p(x, y)$;
6. $\vdash (\exists y)(\exists x)p(x, y) \leftrightarrow (\exists x)(\forall y)p(x, y)$;
7. $\vdash (\exists y)(\exists x)p(x, y) \leftrightarrow (\forall x)(\exists y)p(x, y)$;
8. $\vdash (\exists y)(\exists x)p(x, y) \leftrightarrow (\exists x)(\exists y)p(x, y)$.

Problema 9.2.15.

Demonstrați inconsistența următoarelor mulțimi de clauze utilizând rezoluția blocării. Utilizați două indexări diferite pentru literalii din clauze.

1. $S = \{\neg p(x) \vee q(x), p(a), \neg q(x) \vee \neg r(x), \neg w(a), r(y) \vee w(y)\}$;
2. $S = \{p(x) \vee \neg q(x), \neg p(a) \vee r(x), q(x), w(z), \neg r(y) \vee \neg w(y)\}$;

3. $S = \{ p(x) \vee q(x) \vee r(x), \neg p(a), \neg q(x), \neg w(a), \neg r(y) \vee w(y) \} ;$
4. $S = \{ p(x) \vee q(x), \neg p(x) \vee r(x), \neg q(y) \vee r(y), \neg r(x) \vee w(x), \neg w(f(z)) \}$
5. $S = \{ p(x) \vee q(x), \neg p(a) \vee w(x), \neg q(y) \vee r(y), \neg r(x) \vee w(x), \neg w(a) \} ;$
6. $S = \{ \neg p(x) \vee \neg q(x), p(z) \vee w(x), q(y) \vee w(y) \vee \neg r(y),$
 $\neg r(x) \vee \neg w(x), r(g(a, b)) \} ;$
7. $S = \{ p(x) \vee q(x), \neg p(x), \neg q(f(a)) \vee r(z), \neg w(z), \neg r(y) \vee w(y) \} ;$
8. $S = \{ \neg p(x) \vee q(x) \vee \neg r(x), p(f(b)), \neg q(x), \neg w(y), r(y) \vee w(y) \} .$

Problema 9.2.16.

Verificați dacă următoarele formule sunt teoreme utilizând rezoluția generală:

1. $(\forall x)(\exists y)(\forall z)p(x, y, z) \rightarrow (\exists y)(\forall z)p(z, y, z) ;$
2. $(\forall x)(\forall y)((p(x, y) \rightarrow p(y, x)) \rightarrow (\forall x)p(x, x)) ;$
3. $((\exists x)p(x) \rightarrow (\exists x)q(x)) \rightarrow (\exists x)(p(x) \rightarrow q(x)) ;$
4. $(\forall x)(p(x) \rightarrow q(x)) \rightarrow ((\exists x)p(x) \rightarrow (\exists x)q(x)) ;$
5. $p(a) \wedge (\forall x)(p(x) \rightarrow p(f(x))) \rightarrow (\forall x)p(x) ;$
6. $(\forall x)(\forall y)(q(x, y) \rightarrow p(x, y)) \rightarrow ((\forall z)q(z, z) \rightarrow (\forall x)p(x, x)) ;$
7. $((\forall x)p(x) \rightarrow (\forall x)q(x)) \rightarrow (\forall x)(p(x) \rightarrow q(x)) ;$
8. $(\exists x)(\forall y)(p(x, y) \rightarrow r(x)) \rightarrow ((\forall x)(\forall y)p(x, y) \rightarrow (\exists z)r(z)) .$

Problema 9.2.17.

Verificați dacă se poate obține concluzia pornind de la ipoteze, prin utilizarea rezoluției cu strategia input și a clauzei rădăcină negativă:

1. $(\forall x)(\forall y)(q(x, y) \rightarrow p(x, y)), (\forall z)q(z, z) \vdash (\forall x)p(x, x) ;$
2. $(\exists x)(\forall y)(p(x, y) \rightarrow r(x)), (\forall x)(\forall y)p(x, y) \vdash (\exists z)r(z) ;$
3. $(\forall x)p(a, x, x), (\forall x)(\forall y)(\forall h)(\forall t)(p(t, x, y) \rightarrow p(f(h, t), x, f(h, y)))$
 $\vdash p(f(2, a), f(3, a), f(2, f(3, a))) ;$
4. $(\forall x)(p(x) \rightarrow r(x)), (\forall y)(r(y) \rightarrow q(y)), p(a), p(b) \vdash (\exists z)q(z) ;$
5. $(\forall x)(\neg p(x) \wedge \neg q(x) \rightarrow r(x)), (\forall y)(r(y) \rightarrow w(y)), (\forall x)(w(x) \rightarrow p(x)),$
 $\neg p(a), \neg p(b), \neg w(c) \vdash (\exists z)q(z) ;$
6. $(\forall x)(p(x) \rightarrow r(x)), (\forall y)(r(y) \rightarrow q(y)), r(a), r(b), \neg r(c) \vdash (\exists z)q(z) ;$
7. $(\forall x)(p(x) \rightarrow r(x)), (\forall y)(p(y) \rightarrow q(y)), p(a), p(b), \neg p(c) \vdash (\exists z)q(z) ;$
8. $(\forall x)(\forall y)(p(y, x) \wedge q(x) \rightarrow q(y)), (\forall x)(\forall y)(r(y, x) \wedge q(x) \rightarrow q(y)),$
 $q(a), r(b, a), p(c, b) \vdash q(c) .$

Problema 9.2.18.

Să se demonstreze deducțiile următoare utilizând o strategie/rafinare a rezoluției:

1. $(\forall x)(\forall y)(p(y, x) \wedge q(x) \rightarrow q(y)), (\forall x)(\forall y)(r(y, x) \rightarrow q(y)),$
 $r(b, a), p(c, b) \vdash (\exists z)q(z) ;$
2. $(\forall x)(p(x) \rightarrow r(x)), (\forall y)(r(y) \rightarrow q(y)), p(a), p(b) \vdash (\exists z)q(z) ;$
3. $(\forall x)(\neg p(x) \wedge \neg q(x) \rightarrow r(x)), (\forall y)(r(y) \rightarrow w(y)), (\forall x)(w(x) \rightarrow p(x)),$
 $\neg p(a), \neg p(b), \neg w(c) \vdash (\exists z)q(z) ;$
4. $(\forall x)(p(x) \rightarrow r(x)), (\forall y)(r(y) \rightarrow q(y)), r(a), r(b), \neg r(c) \vdash (\exists z)q(z) ;$
5. $(\forall x)(\neg p(x) \wedge \neg q(x) \rightarrow r(x)), (\forall y)(r(y) \rightarrow w(y)), (\forall x)(w(x) \rightarrow p(x)),$
 $\neg p(a), \neg w(c) \vdash (\exists z)q(z) ;$
6. $(\forall x)(\forall y)(\neg p(y, x) \rightarrow q(y)), (\forall x)(\forall y)(r(y, x) \wedge q(x) \rightarrow q(y)), r(b, a), \neg p(a, b) \vdash (\exists z)q(z) ;$

7. $(\forall x)(p(x) \rightarrow r(x)), (\forall y)(p(y) \rightarrow q(y)), p(a), \neg r(c) \vdash (\exists z)q(z)$;
8. $(\forall x)(p(x) \rightarrow r(x)), (\forall y)(p(y) \rightarrow q(y)), p(a), p(b), \neg p(c) \vdash (\exists z)q(z)$.

Problema 9.2.19.

Utilizând rezoluția liniară, demonstrați:

1. semidistributivitatea cuantificatorului „ \forall ” față de „ \vee ”:
 $\vdash (\forall x)p(x) \vee (\forall x)q(x) \rightarrow (\forall x)(p(x) \vee q(x))$;
 Arătați că implicația inversă nu are loc.
2. semidistributivitatea cuantificatorului „ \exists ” față de „ \wedge ”:
 $\vdash (\exists x)(p(x) \wedge q(x)) \rightarrow (\exists x)p(x) \wedge (\exists x)q(x)$;
 Arătați că implicația inversă nu are loc.
3. $\vdash (\exists x)(p(x) \rightarrow q(x)) \leftrightarrow ((\forall x)p(x) \rightarrow (\exists x)q(x))$;
4. distributivitatea cuantificatorului „ \exists ” față de „ \vee ”:
 $\vdash (\exists x)(p(x) \vee q(x)) \leftrightarrow (\exists x)p(x) \vee (\exists x)q(x)$;
5. $\vdash (\exists x)p(x) \vee (\exists x)(p(x) \wedge q(x)) \leftrightarrow (\exists x)p(x)$;
6. semidistributivitatea cuantificatorului „ \forall ” față de „ \rightarrow ”:
 $\vdash (\forall x)(p(x) \rightarrow q(x)) \rightarrow ((\forall x)p(x) \rightarrow (\forall x)q(x))$;
 Arătați că implicația inversă nu are loc.
7. $\vdash (\forall x)p(x) \wedge ((\forall x)p(x) \vee (\forall x)q(x)) \leftrightarrow (\forall x)p(x)$;
8. distributivitatea cuantificatorului „ \forall ” față de „ \wedge ”:
 $\vdash (\forall x)p(x) \wedge (\forall x)q(x) \leftrightarrow (\forall x)(p(x) \wedge q(x))$.

Problema 9.2.20.

Verificați următoarele echivalențe utilizând rezoluția blocării:

1. $(\forall x)(\forall y)p(x, y) \leftrightarrow (\forall y)(\forall x)p(x, y)$;
2. $(\exists y)(\exists x)p(x, y) \leftrightarrow (\exists x)(\exists y)p(x, y)$;
3. $(\forall x)(\forall y)p(x, y) \leftrightarrow (\exists x)(\forall y)p(x, y)$;
4. $(\exists x)(\forall y)p(x, y) \leftrightarrow (\forall y)(\exists x)p(x, y)$;
5. $(\exists y)(\exists x)p(x, y) \leftrightarrow (\forall x)(\exists y)p(x, y)$;
6. $(\forall y)(\forall x)p(x, y) \leftrightarrow (\forall x)(\exists y)p(x, y)$;
7. $(\exists y)(\exists x)p(x, y) \leftrightarrow (\exists x)(\forall y)p(x, y)$;
8. $(\forall y)(\exists x)p(x, y) \leftrightarrow (\exists y)(\exists x)p(x, y)$.

Problema 9.2.21.

Utilizând rezoluția generală, verificați dacă formulele următoare sunt sau nu sunt teoreme:

1. $(\forall x)(\exists y)\neg(p(y, x) \leftrightarrow \neg p(y, y))$;
2. $(\forall x)(\exists y)\neg(p(x, y) \leftrightarrow \neg p(y, y))$;
3. $(\forall x)(\exists y)\neg(p(y, y) \leftrightarrow \neg p(x, y))$;
4. $(\forall x)(\exists y)\neg(p(y, y) \leftrightarrow \neg p(y, x))$;
5. $(\exists y)(\exists x)p(x, y) \leftrightarrow (\exists x)(\forall y)p(x, y)$;
6. $(\exists y)(\exists x)p(x, y) \leftrightarrow (\forall x)(\exists y)p(x, y)$;
7. $(\forall y)(\forall x)p(x, y) \leftrightarrow (\forall x)(\exists y)p(x, y)$;
8. $(\forall y)(\exists x)\neg(p(x, y) \leftrightarrow \neg p(x, x))$.

9.3. Probleme cu algebre booleene, funcții booleene și circuite logice

Problema 9.3.1.

Pentru următoarele funcții booleene de trei variabile, date prin intermediul tabelelor de valori, scrieți cele două forme canonice: *conjunctivă* (FCC) și *disjunctivă* (FCD). Simplificați funcțiile utilizând diagrame Veitch.

x	y	z	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8
0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1
0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0
1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1
1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0

Problema 9.3.2.

Simplificați următoarele funcții booleene de patru variabile, date prin formele canonice disjunctive, utilizând diagrame Veitch:

- $f_1(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_4;$
- $f_2(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_4;$
- $f_3(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_4;$
- $f_4(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_4;$
- $f_5(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_4;$
- $f_6(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_4;$
- $f_7(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_4;$
- $f_8(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_4.$

Problema 9.3.3.

Simplificați următoarele funcții booleene de trei variabile, date prin mintermiile expresiilor, utilizând diagrame Karnaugh:

- $f_1(x_1, x_2, x_3) = m_0 \vee m_3 \vee m_4 \vee m_5 \vee m_6 \vee m_7;$
- $f_2(x_1, x_2, x_3) = m_1 \vee m_2 \vee m_4 \vee m_5 \vee m_6 \vee m_7;$
- $f_3(x_1, x_2, x_3) = m_1 \vee m_2 \vee m_3 \vee m_4 \vee m_5 \vee m_7;$
- $f_4(x_1, x_2, x_3) = m_0 \vee m_1 \vee m_2 \vee m_3 \vee m_5 \vee m_6;$
- $f_5(x_1, x_2, x_3) = m_0 \vee m_1 \vee m_2 \vee m_4 \vee m_6 \vee m_7;$
- $f_6(x_1, x_2, x_3) = m_0 \vee m_1 \vee m_3 \vee m_5 \vee m_6 \vee m_7;$
- $f_7(x_1, x_2, x_3) = m_0 \vee m_1 \vee m_2 \vee m_3 \vee m_4 \vee m_7;$
- $f_8(x_1, x_2, x_3) = m_0 \vee m_2 \vee m_3 \vee m_4 \vee m_5 \vee m_6.$

Problema 9.3.4.

Utilizând metoda lui Quine simplificați următoarele funcții booleene de trei variabile:

- $f_1(x_1, x_2, x_3) = x_1(\bar{x}_2 \uparrow x_3) \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2;$
- $f_2(x_1, x_2, x_3) = x_3(x_1 \vee x_2) \vee (\bar{x}_2 \downarrow x_3);$
- $f_3(x_1, x_2, x_3) = x_2(x_1 \uparrow \bar{x}_3) \vee \bar{x}_2 \bar{x}_3;$
- $f_4(x_1, x_2, x_3) = x_1(x_2 \vee x_3) \vee (x_1 \downarrow \bar{x}_3);$
- $f_5(x_1, x_2, x_3) = x_3(\bar{x}_1 \uparrow x_2) \vee x_1 \bar{x}_3;$
- $f_6(x_1, x_2, x_3) = x_2(x_1 \vee x_3) \vee (\bar{x}_1 \downarrow x_2);$
- $f_7(x_1, x_2, x_3) = x_2(\bar{x}_1 \uparrow x_3) \vee x_1 \bar{x}_2.$
- $f_8(x_1, x_2, x_3) = x_3(x_1 \vee x_2) \vee (\bar{x}_1 \downarrow x_3).$

Problema 9.3.5.

Simplificați următoarele funcții booleene de patru variabile date prin valorile de 1, utilizând metoda lui Quine:

1. $f_1(1,1,1,1)=1, f_1(1,1,0,1)=1, f_1(0,1,1,1)=1, f_1(1,1,0,0)=1, f_1(0,1,0,0)=1, f_1(0,0,0,0)=1, f_1(0,0,0,1)=1, f_1(0,0,1,1)=1;$
2. $f_2(1,1,0,1)=1, f_2(0,1,0,1)=1, f_2(0,1,0,0)=1, f_2(0,0,0,0)=1, f_2(0,0,1,0)=1, f_2(1,0,1,1)=1, f_2(1,0,0,1)=1, f_2(0,0,1,1)=1;$
3. $f_3(0,1,0,1)=1, f_3(0,1,0,0)=1, f_3(0,1,1,0)=1, f_3(1,0,1,0)=1, f_3(1,0,0,0)=1, f_3(0,0,1,0)=1, f_3(1,0,0,1)=1, f_3(0,0,0,1)=1;$
4. $f_4(0,1,0,1)=1, f_4(0,1,1,1)=1, f_4(1,1,1,0)=1, f_4(1,1,0,0)=1, f_4(0,1,1,0)=1, f_4(1,0,0,0)=1, f_4(0,0,0,0)=1, f_4(0,0,0,1)=1;$
5. $f_5(1,1,1,1)=1, f_5(0,1,0,1)=1, f_5(0,1,1,1)=1, f_5(1,1,1,0)=1, f_5(1,1,0,0)=1, f_5(1,0,0,0)=1, f_5(1,0,0,1)=1, f_5(0,0,0,1)=1;$
6. $f_6(1,1,0,1)=1, f_6(0,1,0,1)=1, f_6(0,1,1,1)=1, f_6(1,1,1,0)=1, f_6(0,1,1,0)=1, f_6(1,0,1,0)=1, f_6(1,0,1,1)=1, f_6(1,0,0,1)=1;$
7. $f_7(1,1,1,1)=1, f_7(1,1,0,1)=1, f_7(0,1,0,1)=1, f_7(0,1,0,0)=1, f_7(0,1,1,0)=1, f_7(0,0,1,0)=1, f_7(1,0,1,1)=1, f_7(0,0,1,1)=1;$
8. $f_8(1,1,1,1)=1, f_8(1,1,1,0)=1, f_8(1,1,0,0)=1, f_8(1,0,0,0)=1, f_8(0,0,0,0)=1, f_8(0,0,1,0)=1, f_8(1,0,1,1)=1, f_8(0,0,1,1)=1.$

Problema 9.3.6.

Simplificați următoarele funcții booleene de trei variabile date prin zerourile acestora, utilizând metoda lui Quine:

1. $f_1(0,1,0) = f_1(0,1,1) = f_1(1,0,1) = 0;$
2. $f_2(0,0,0) = f_2(0,0,1) = f_2(1,1,1) = 0;$
3. $f_3(0,0,1) = f_3(0,1,0) = f_3(1,1,0) = 0;$
4. $f_4(0,0,0) = f_4(0,1,1) = f_4(1,0,0) = 0;$
5. $f_5(0,0,0) = f_5(1,1,0) = f_5(1,1,1) = 0;$
6. $f_6(0,1,0) = f_6(1,0,0) = f_6(1,0,1) = 0;$
7. $f_7(0,1,1) = f_7(1,0,0) = f_7(1,1,1) = 0;$
8. $f_8(0,0,1) = f_8(1,0,1) = f_8(1,1,0) = 0.$

Problema 9.3.7.

Simplificați următoarele funcții booleene de patru variabile utilizând și diagramă Karnaugh:

1. $f_1(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 \bar{x}_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_4 \vee \bar{x}_1 x_3 \vee x_3 x_4;$
2. $f_2(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 x_2 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_4 \vee \bar{x}_1 x_3 \vee x_2 x_3;$
3. $f_3(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 x_4 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_4 \vee \bar{x}_1 x_3 \vee x_3 x_4;$
4. $f_4(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 x_2 \vee x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_4 \vee \bar{x}_1 x_3 \vee x_2 x_3;$
5. $f_5(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_4 \vee \bar{x}_3 x_2 x_4 \vee \bar{x}_1 x_3 \vee x_1 x_4;$
6. $f_6(x_1, x_2, x_3, x_4) = \bar{x}_1 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_4 \vee x_1 x_3 \vee x_3 x_4;$
7. $f_7(x_1, x_2, x_3, x_4) = \bar{x}_3 x_4 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \vee x_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_3 \vee x_1 x_4;$
8. $f_8(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_3 x_4 \vee x_1 x_2 x_3 x_4 \vee x_2 x_3 x_4 \vee x_1 x_3 \vee x_1 x_4.$

Problema 9.3.8.

Desenați circuitul logic asociat funcției booleene de mai jos, simplificați funcția și desenați circuitele logice corespunzătoare tuturor formelor simplificate ale funcției, utilizând doar porți de bază:

1. $f_1(x, y, z) = x(y \oplus z) \vee y(x \oplus z) \vee x(\bar{y} \downarrow \bar{z}) \vee (x \downarrow y)\bar{z};$
2. $f_2(x, y, z) = x(y \uparrow z) \vee \bar{x}(\bar{y} \oplus z) \vee y(\bar{x} \oplus \bar{z});$
3. $f_3(x, y, z) = x(\bar{y} \oplus z) \vee y(\bar{x} \oplus z) \vee \bar{x}(\bar{y} \downarrow z) \vee (\bar{x} \downarrow y)z;$
4. $f_4(x, y, z) = \bar{x}(y \uparrow \bar{z}) \vee x(\bar{y} \oplus z) \vee \bar{y}(\bar{x} \oplus z);$
5. $f_5(x, y, z) = \bar{x}(y \oplus \bar{z}) \vee \bar{y}(x \oplus z) \vee \bar{x}(y \downarrow z) \vee (\bar{x} \downarrow y)\bar{z};$
6. $f_6(x, y, z) = x(\bar{y} \uparrow \bar{z}) \vee \bar{x}(y \oplus z) \vee \bar{y}(\bar{x} \oplus z);$
7. $f_7(x, y, z) = x(y \oplus \bar{z}) \vee y(\bar{x} \oplus z) \vee x(y \downarrow z) \vee (x \downarrow y)\bar{z};$
8. $f_8(x, y, z) = x(\bar{y} \uparrow z) \vee \bar{x}(\bar{y} \oplus z) \vee y(x \oplus \bar{z}).$

Problema 9.3.9.

Desenați un circuit logic având trei variabile de intrare și conținând toate porțile de bază și derivate. Scrieți funcția booleană corespunzătoare și simplificați-o, iar apoi desenați un circuit logic simplificat.

Problema 9.3.10.

Pentru o funcție booleană de 4 variabile, dată prin intermediul tabelii sale de valori, scrieți expresia corespunzătoare formei canonice disjunctive, aplicați o metodă de simplificare și desenați circuitele logice ale tuturor formelor sale simplificate.