Sârbu Adrian-Mihai
Grupa 216

Problema 10.17. Să se afle ecuația suprafeței de rotație obținute prin rotirea curbei $x^2 + y^2 = z^3,\ y = 0$ în jurul axei O_z.

Rezolvare:

Putem scrie axa O_z ca intersecție de două plane:

$$O_z: \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

Un vector director al axei O_z este v(0, 0, 1), iar un punct de pe axă este O(0, 0, 0), deci putem scrie axa O_z sub forma canonică:

$$\frac{x}{0} = \frac{y}{0} = z$$

Ecuațiile cercului generator sunt

$$(\Gamma): \begin{cases} (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = \lambda \\ lx + my + nz = \mu \end{cases},$$

adică

$$(\Gamma): \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = \lambda \\ z = \mu \end{cases}$$

Prin urmare, condiția de compatibilitate se obține eliminând x, y, z din sistemul

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - z^3 = 0 \\ y = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 = \lambda \\ z = \mu \end{cases}$$

Se obține cu ușurință $\lambda - \mu^2 - \mu^3 = 0.$

În final, ecuația suprafeței se obține eliminând parametrii λ și μ din sistemul format din ecuațiile cercului generator și relația de legătură, adică

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = \lambda \\ z = \mu \\ \lambda - \mu^2 - \mu^3 = 0 \end{cases}$$

Se obține imediat că ecuația suprafeței de rotație este:

$$x^2 + y^2 - z^3 = 0$$