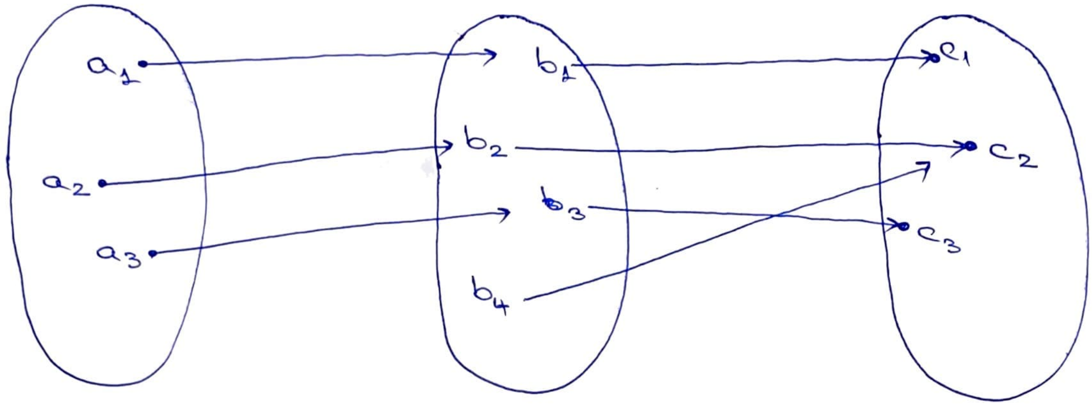
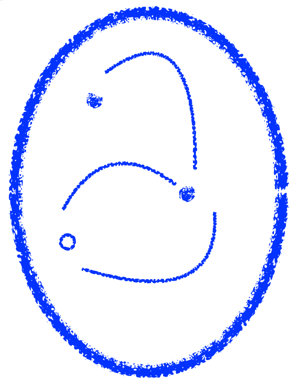
1.3.44

(3)



$A \xrightarrow{f} B \xrightarrow{g} C$

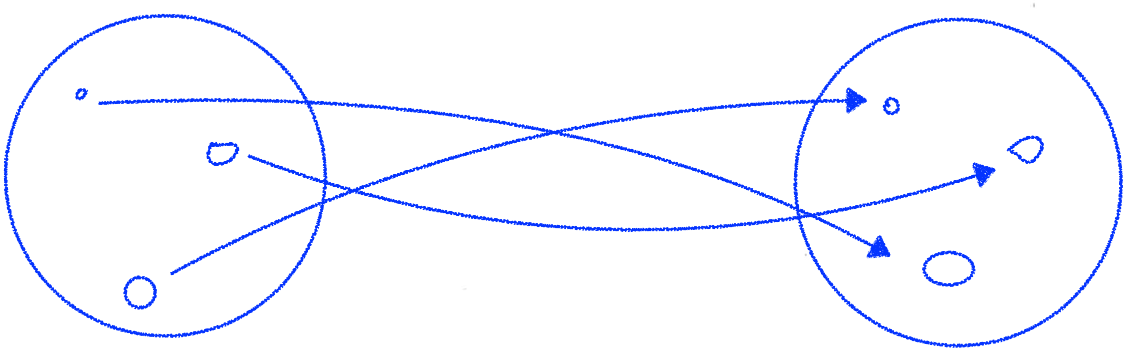
Obs.: Dacă $C = A$, atunci



$$g \circ f : A \longrightarrow A \ (=C)$$

$$(g \circ f)(x) = x, \ \forall x \in A$$

- g este inversa la stânga a funcției f
- f este inversa la dreapta a funcției g



A A

1.3.48

A, B mulțimi finite

$|A| = n \quad , \quad |B| = m$

$B^A = \{ f : A \to B \mid f$ este funcție$\}$

$|B^A| = m^n$

<u>Met. 1</u>

$A = \{a_1, \dots, a_n\}$

$$\left.\begin{array}{ll} f(a_1) \in B = \{b_1, \dots, b_m\} & - \ m \text{ posibilități} \\ f(a_2) \in B = \{b_1, \dots, b_m\} & - \ m \text{ posibilități} \\ \dots & \\ f(a_n) \in B = \{b_1, \dots, b_m\} & - \ m \text{ posibilități} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underbrace{m \cdot m \cdot \ldots \cdot m}_{\text{de } n \text{ ori}} = m^n \text{ funcții}$$

<u>Met. 2</u>

$*$	a_1	a_2	$\dots$	a_n
f_1	b_1	b_1	$\dots$	b_1
f_2	b_2	b_1	$\dots$	b_1
$\vdots$				
f_m	b_m	b_1	$\dots$	b_1
f_{m+1}	b_1	b_2	$\dots$	b_1
			$\vdots$	
f_{m^n}				

$$\underbrace{B \times B \times \ldots \times B}_{\text{de } n \text{ ori}} \Rightarrow$$

$\Rightarrow m^n$ posibilități

$$|B^A| = |B|^{|A|}$$

1.3.49

A, B mulțimi finite

$|A| = m \ , \ |B| = m$

$inj(A,B) = \{ f \in B^A \mid f \text{ inj.} \}$

$A = \{a_1, \dots, a_m\}$

$B = \{b_1, \dots, b_m\}$

$f(a_1) \in B \implies m$ posibilități

$f(a_2) \in B \setminus \{f(a_1)\} \implies m-1$ posibilități

$\vdots$

$f(a_m) \in B \setminus \{f(a_1), \dots, f(a_{n-1})\} \implies m-n+1$ posibilități

$$\text{Total: } \underset{A_m^m}{\underbrace{m \cdot (m-1) \cdot \dots \cdot (m-n+1)}} = \begin{cases} \dfrac{m!}{(m-n)!}, & n \le m \\ 0, & n > m \end{cases}$$

1.3.50

A mulțime finită, $|A| = n$

$A = \{a_1, \dots, a_n\}$

$f : A \to A$ bij. $\Rightarrow f$ inj. $\overset{1.3.49}{\Longrightarrow} A_n^n = \frac{n!}{(n-n)!} = n!$ (permutări)

f(a_1) = a_i, unde a_i in A
f(a_2) = a_j, unde a_j in A \ {a_i)

1.3.51

B mulțime finită, $|B| = m$

$f : \underbrace{\{1, \dots, n\}}_{:=A} \longrightarrow B$ funcție injectivă

$C := \operatorname{Im} f \subseteq B$

$\operatorname{Im} f = \{f(1), \dots, f(n)\}$

Invers, dacă $C \subseteq B$ cu n elemente

câte funcții injective $f : A \to B$ există cu

$\operatorname{Im} f = C \iff$

$\iff f$ bij. $A \xrightarrow{f} C$, adică $n!$

Atunci mulțimea submulțimilor $C \subseteq B$ cu n elemente:

$$\binom{m}{n} = \frac{A_m^n}{n!} = \begin{cases} \frac{m!}{n!(m-n)!}, & n \le m \\ 0, & n > m \end{cases}$$

1.3.52

$2^m = |\mathcal{P}(B)|$, unde $|B| = m$

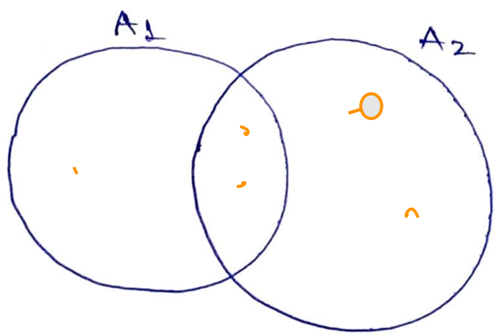
↳ mulțimea părților mulțimii B

$$\sum_{i=0}^{m} \binom{m}{i} = 2^m$$

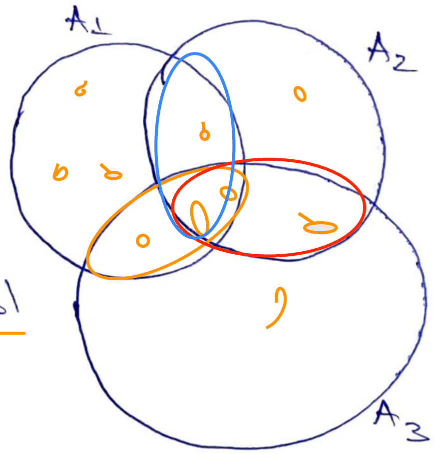
1.3.53 (doar reuniunea)

Caz particular : $n = 2$

$|A_1 \cup A_2| = |A_1| + |A_2| - |A_1 \cap A_2|$



$n = 3$



$$|A_1 \cup A_2 \cup A_3| = \underline{|A_1| + |A_2| + |A_3|} - \underline{|A_1 \cap A_2|} - \underline{|A_1 \cap A_3|} - \underline{|A_2 \cap A_3|} + \underline{|A_1 \cap A_2 \cap A_3|}$$

1.3.54

- se numără mulțimile care nu sunt surjective ($\underline{NS(A,B)}$) și se scade din $|B^A|$

$N_1 = \{f : A \to B \mid b_1 \notin \operatorname{Im} f\} \Rightarrow |N_1| = (m-1)^n$ . . . $N_m = \{ \text{—"—} \mid b_m \notin \operatorname{Im} f\}$

$N_2 = \{ \text{—"—} \mid b_2 \notin \operatorname{Im} f\} \Rightarrow |N_2| = (m-1)^n$ $\quad |NS(A,B)| = \left|\bigcup_{i=1}^{m} N_i\right|$ și folosim 1.3.53