2.

$$\int_{0}^{\infty} e^{-t^2} f(t)dt = A_1 f(t_1) + A_2 f(t_2) + R(f)$$

Observam ca intervalul este [0, ∞], deci integrala sigur nu este de tip Gauss-Hermite si ar putea fi de tip Gauss-Laguerre.

Facem substitutia $t = u^2 \rightarrow dt = 2udu;\ t^2 = u^4$

$$\int_{0}^{\infty} e^{-t^2} f(t)dt = \int_0^{\infty} e^{-u^4} f(u^2) 2udu$$

Acum integrala se incadreaza in tipul Gauss-Laguerre

$$\int_0^{\infty} e^{-u^4} f(u^2) 2udu = A_1 f((u_1)^2) + A_2 f((u_2)^2) + R(f)$$

n = 2

u1 si u2 sunt radacinite polinomului Laguerre $L_2(u) = \frac{u^2-4u+2}{2}$, adica

$$u_1 = 2 - \sqrt{2}, u_2 = 2 + \sqrt{2}$$

A1 si A2 se calculeaza cu formula $$\mathrm{A}_i = \frac{1}{(n+1)[L_{n+1}(u_i)]^2}$$

In urma calculelor, rezulta

$$A_1 = \frac{1}{(-1+\sqrt{2})^2}, \qquad A_2 = \frac{1}{(1+\sqrt{2})^2}$$

Daca f(t) este un polinom de grad maxim 2n-1, adica 3, restul este 0.

Altfel, se poate calcula cu formula

$$R_n(f) = \frac{f^{(2n)}(\xi)}{(2n)!} \int_a^b w(x) \pi_n^2(x) dx.$$