

Нелинейные вычислительные процессы 2

Мария Сорока, 771

28 марта 2021 г.

1 Задача Коши для одномерной системы уравнений акустики

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial p}{\partial t} + \rho_0 c_0^2 \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \\ u(0, x) = u_L, x < 0 \\ u(0, x) = u_R, x > 0 \\ p(0, x) = p_L, x < 0 \\ p(0, x) = p_R, x > 0 \end{cases} \quad (1)$$

Инварианты Римана:

$$\begin{cases} Y = u + \frac{p}{\rho_0 c_0} \\ Z = u - \frac{p}{\rho_0 c_0} \end{cases} \quad (2)$$

Задача (1) в терминах обозначения (2):

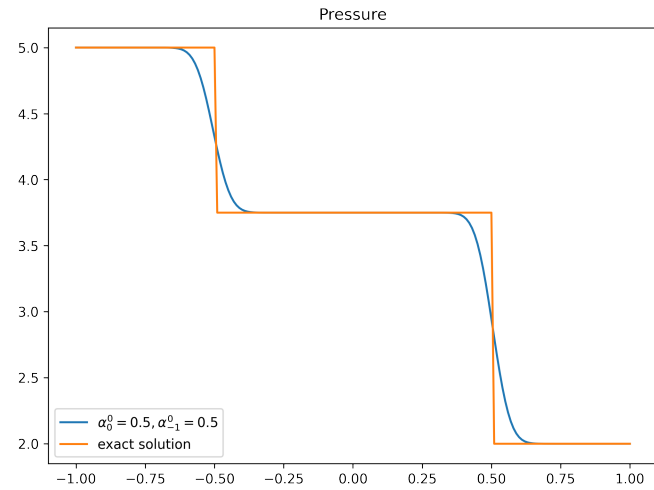
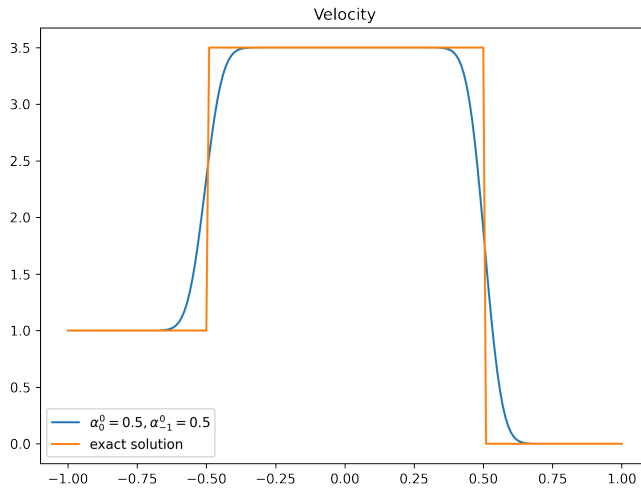
$$\begin{cases} \frac{\partial Y}{\partial t} + c_0 \frac{\partial Y}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial Z}{\partial t} - c_0 \frac{\partial Z}{\partial x} = 0 \\ u(0, x) = u_L, x < 0 \\ u(0, x) = u_R, x > 0 \\ p(0, x) = p_L, x < 0 \\ p(0, x) = p_R, x > 0 \end{cases} \quad (3)$$

Выражение для u, p через Y, Z :

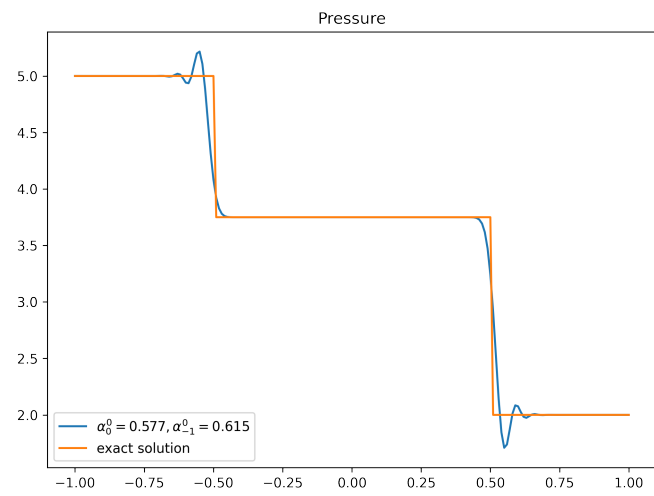
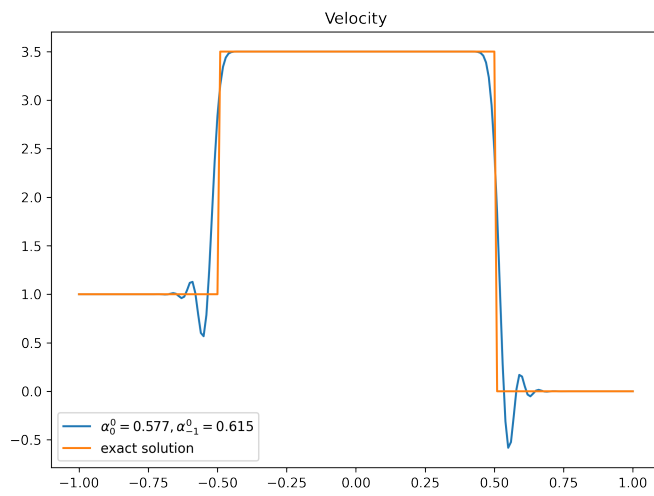
$$\begin{cases} u = \frac{Y+Z}{2} \\ p = \rho_0 c_0 \frac{Y-Z}{2} \end{cases} \quad (4)$$

2 Численное решение

Решение для монотонной схемы с "минимальной аппроксимационной вязкостью":



Решение для наименее осциллирующей на разрывных решениях схеме второго порядка аппроксимации:



Решение для гибридной схемы из 7 пункта 1 задания:

