



## ΑΣΥΡΜΑΤΕΣ ΖΕΥΞΕΙΣ & ΔΙΑΔΟΣΗ

(8ου εξαμήνου)

### ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΜΙΚΡΟΚΥΜΑΤΩΝ

**Ημερομηνία Παράδοσης:** Δευτέρα 6/5/2019

**Αριθμός Ομάδας:** Ομάδα 6

**Μέλη της Ομάδας:**

Ανδριανόπουλος Ευστάθιος, ΑΜ:03114113

Αποστολίδης Παναγιώτης, ΑΜ:03114051

Γραφάκος Παναγιώτης, ΑΜ:03115045

Λιβιτσάνος Γεώργιος, ΑΜ:03115735

Μπάλλας Αριστοτέλης, ΑΜ:03114925

Τσαμπάζη Μαρία, ΑΜ:03115716

---

### ΣΚΟΠΟΣ ΤΗΣ ΑΣΚΗΣΗΣ

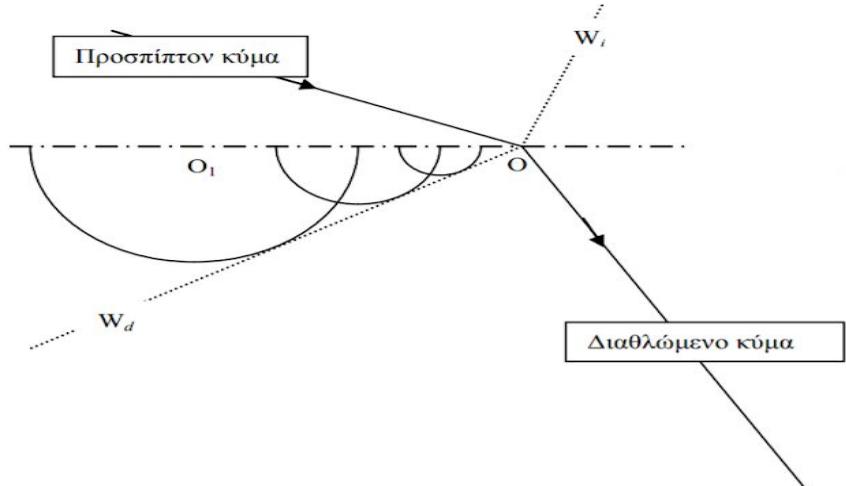
Σκοπός της παρούσας εργαστηριακής άσκησης αποτελεί η μελέτη του φαινομένου της περίθλασης των μικροκυμάτων όταν αυτά προσπίπτουν πάνω σε αντικείμενα με ακμές. Στην αρχή παρουσιάστηκε το θεωρητικό υπόβαθρο του φαινομένου και στη συνέχεια εκτελέστηκαν δύο πειράματα με τη χρήση πετασμάτων. Παρακάτω θα παρουσιαστεί συνοπτικά το φαινόμενο της περίθλασης, θα περιγραφούν οι πειραματικές διατάξεις και τέλος, θα αναλυθούν τα πειραματικά δεδομένα και θα συγκριθούν με τα θεωρητικά.

### ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ

Περίθλαση ονομάζουμε την εκτροπή των φωτεινών ακτίνων από την ευθύγραμμη διάδοση, όταν αυτή δεν μπορεί να ερμηνευθεί σαν διάδοση, ανάκλαση ή διάθλαση. Η περίθλαση συναντάται σε αντικείμενα με ακμές γύρω από τις οποίες οι φωτεινές ακτίνες έχουν την τάση να “καμπυλώνουν”, και εξετάζεται από την θεωρία της Κυματικής και Φυσικής Οπτικής της οποίας βασική αρχή αποτελεί η αρχή του Huygens. Κατά το φαινόμενο της περίθλασης, στην ακμή του αντικειμένου δημιουργείται μία δευτερεύουσα πηγή ακτινοβολίας, η οποία εκπέμπει κύματα με ίδια φάση και πλάτος με αυτά που προσέκρουαν σε αυτή.

Με βάση αυτή την αρχή έχουμε τρεις εκδοχές:

**Εκδοχή Α'** Το μελλοντικό σχήμα ενός μετώπου κύματος μπορεί να προβλεφθεί αν υποθέσουμε ότι κάθε σημείο του μετώπου εκπέμπει ένα σφαιρικό κύμα και στην συνέχεια σχηματίσουμε την περιβάλλουσα όλων αυτών των κυμάτων.

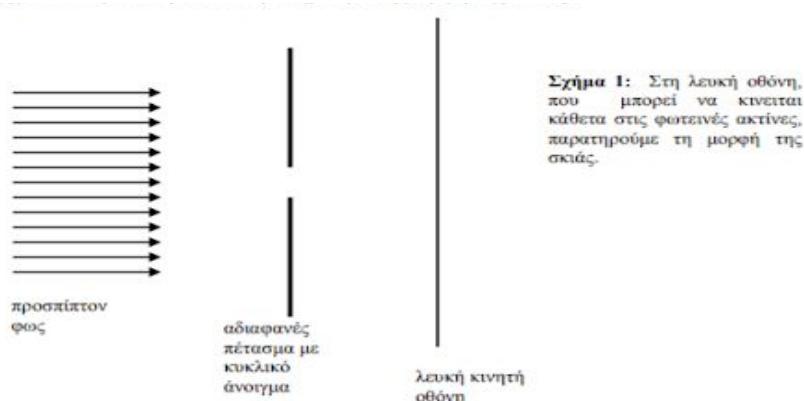


**Σχήμα 4:** Ερμηνεία του γνωστού μας φαινομένου διάθλασης μέσω της Αρχής του Huygens (Εκδοχή Α).

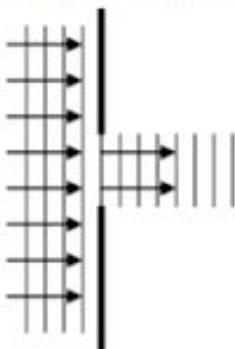
Δηλαδή, τη στιγμή που το επίπεδο μέτωπο  $W_i$  προσπίπτει στο σημείο  $O$  της διαχωριστικής επιφάνειας, όλες οι προηγούμενες θέσεις  $O_i$  του μετώπου έχουν ήδη ακτινοβολήσει σφαιρικά κύματα. Η περιβάλλουσα αυτών μας δίνει το επίπεδο  $W_d$  του διαθλώμενου κύματος.

### Εκδοχή Β'

Αυτή η εκδοχή είναι κατάλληλη για προβλήματα του ανοίγματος σε αδιαφανές πέτασμα, όπως φαίνεται στα παρακάτω σχήματα.



**Σχήμα 1:** Στη λευκή οθόνη, που μπορεί να κινείται κάθετα στις φωτεινές ακτίνες, παρατηρούμε τη μορφή της σκιάς.



**Σχήμα 2:** Η Γεωμετρική Οπτική θα προέβλεψε μια φωτεινή κηλίδα ακριβώς στο μέγεθος του ανοίγματος. Θα υπήρχε σκιά πίσω από το πέτασμα. Στην πραγματικότητα, αυτό συμβαίνει μόνον όταν η οθόνη παρατήρησης (βλ. Σχήμα 1) είναι **κοντά** στο άνοιγμα.

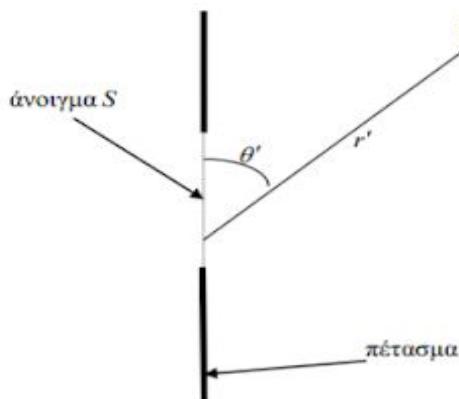
Συμπεραίνουμε πως το κύμα στα δεξιά του πετάσματος διαδίδεται ως κάθε στοιχειώδης επιφάνεια δε του ανοίγματος να ήταν πηγή σφαιρικού κύματος, όπου το μιγαδικό πλάτος του σφαιρικού κύματος είναι σε μέτρο και φάση, ίδιο με το μιγαδικό πλάτος του προσπίπτοντος στην στοιχειώδη επιφάνεια δε κύματος.

### Εκδοχή Γ'

Αυτή είναι και η μαθηματική εκδοχή της αρχής, και χρησιμοποιείται για την ποσοτική ανάλυση. Αυτή λοιπόν αναφέρει ότι, το κύμα  $f_p$  σε οποιοδήποτε σημείο  $P$  δεξιά από το άνοιγμα  $S$  δίνεται από την εξίσωση:

$$f_p = \frac{j}{\lambda} \iint_S f_{\text{προσπ}} \frac{e^{-jkr'}}{r'} \sin \theta' d\sigma$$

όπου  $r'$ ,  $\theta'$  φαίνονται στο επόμενο σχήμα, και  $f_{\text{προσπ}}$  είναι η τιμή του προσπίπτοντος κύματος στο σημείο δε του  $S$ .



**Σχήμα 6:** Τα σύμβολα για την Εκδοχή Γ της Αρχής Huygens. Η «πραγματική πηγή» βρίσκεται αριστερά από το πέτασμα.

## Περίθλαση Fraunhofer

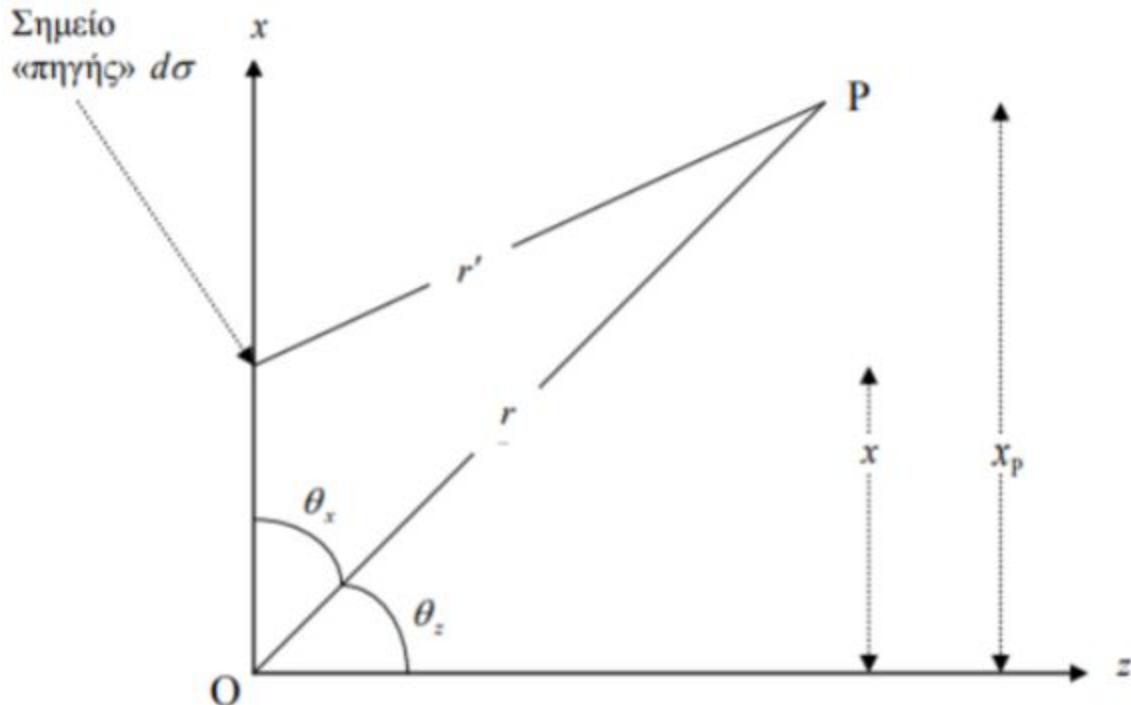
Όταν η πραγματική πηγή είναι επίπεδο κύμα, προσπίπτον κάθετα στο πέτασμα και το σημείο παρατήρησης που μας ενδιαφέρει βρίσκεται πολύ μακριά από το πέτασμα λέμε ότι έχουμε περίθλαση Fraunhofer. Υποθέτοντας ότι η απόσταση  $OP=r$  είναι πολύ μεγαλύτερη από τη μέγιστη διάσταση του ανοίγματος, και βάσει των παραπάνω παραδοχών προκύπτουν οι παρακάτω προσεγγίσεις:

$$r' \sim r - x \cos \theta_x - y \cos \theta_y \quad \text{όπου} \quad \cos \theta_x = x_p / r, \quad \cos \theta_y = y_p / r$$

Βάσει λοιπόν των παραπάνω προσεγγίσεων ισχύει:

$$f_p(\theta_x, \theta_y) = \frac{j}{\lambda} \frac{e^{-jkr}}{r} f_{\text{προσ}} \iint_S e^{jk(x \cos \theta_x + y \cos \theta_y)} dx dy$$

όπου  $\cos \theta_x, \cos \theta_y, \cos \theta_z$  είναι τα συνημίτονα κατεύθυνσης του άξονα  $OP$ , όπως απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα:



### A) Περίθλαση Fraunhofer από κυκλικό άνοιγμα

Σε περίπτωση που το άνοιγμα είναι κυκλικό με ακτίνα  $a$ , και αφού το  $f_p$  θα είναι κυκλικά συμμετρικό, το ζητούμενο ολοκλήρωμα προκύπτει εξαρτώμενο μόνο από τη γωνία  $\theta_z$ . Με τις κατάλληλες προσεγγίσεις προκύπτει:

$$f_p(\theta_z) = jka^2 \frac{e^{-jkr}}{r} f_{\text{προσ}} \frac{J_1(ka \sin \theta_z)}{ka \sin \theta_z}$$

### **Β)Περίθλαση Fraunhofer από ορθογώνιο άνοιγμα**

Σε περίπτωση που το άνοιγμα είναι ορθογωνικό με διαστάσεις 2a και 2b για τους άξονες x και y αντίστοιχα προκύπτει:

$$f_p(\theta_x, \theta_y) = jk \frac{2}{\pi} ab \frac{e^{-jkr}}{r} f_{\text{προσκ}} \frac{\sin(k a \cos \theta_x)}{k a \cos \theta_x} \frac{\sin(k b \cos \theta_y)}{k b \cos \theta_y}$$

### **Γ)Περίθλαση Fraunhofer από σχισμή**

Αν στη προηγούμενη περίπτωση αυξηθεί η διάσταση 2b, αρκετά ώστε το πλάτος 2a να έχει οριακή συμπεριφορά σχισμής συγκριτικά με την μεγάλη διάσταση, τότε προκύπτει το παρακάτω ιδιαίτερα ενδιαφέρον αποτέλεσμα:

$$\frac{|f_p(\theta_x)|^2}{|f_p(\pi/2)|^2} = \left[ \frac{\sin(ka \cos \theta_x)}{ka \cos \theta_x} \right]^2$$

### **Περίθλαση Fresnel**

Με τις ίδιες παραδοχές που έγιναν για την περίθλαση Fraunhofer, και κάνοντας καλύτερες προσεγγίσεις, με την έννοια ότι θα ισχύουν και για μικρότερες τιμές του r, μπορούμε να περιγράψουμε την περίθλαση κοντινού πεδίου ή περίθλαση Fresnel. Τα αποτελέσματα είναι σαφώς πιο περίπλοκα αφού υπάρχει και εξάρτηση από την απόσταση σε ότι αφορά το διάγραμμα ισχύος. Πιο συγκεκριμένα με τις παρακάτω παραδοχές:

$$r' = [(x_p - x)^2 + (y_p - y)^2 + z_p^2]^{1/2} = z_p \left[ 1 + \frac{(x_p - x)^2}{z_p^2} + \frac{(y_p - y)^2}{z_p^2} \right]^{1/2}$$

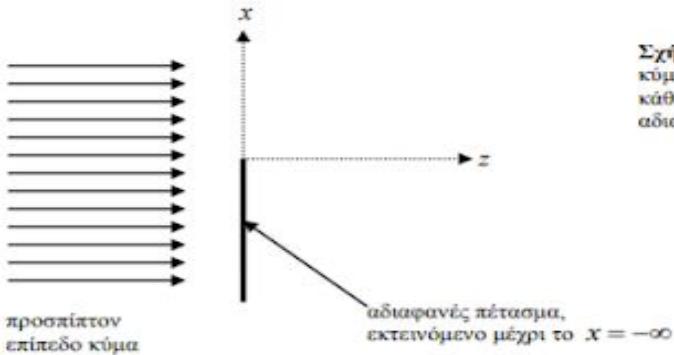
$$\sim z_p \left[ 1 + \frac{1}{2} \frac{(x_p - x)^2}{z_p^2} + \frac{1}{2} \frac{(y_p - y)^2}{z_p^2} \right]$$

Προκύπτει ότι:

$$f_p(x_p, y_p, z_p) = \frac{j}{\lambda} \frac{e^{-jkz_p}}{r} f_{\text{προσκ}} \iint_S e^{-jk \frac{(x_p - x)^2}{2z_p}} e^{-jk \frac{(y_p - y)^2}{2z_p}} dx dy$$

### **Πειραματική Διαδικασία (Περίθλαση Fresnel από ημιάπειρο πέτασμα)**

Στο πείραμά μας εξετάσαμε την περίθλαση από ημιάπειρο αδιαφανές πέτασμα (με κάθετη πρόσπτωση του επιπέδου κύματος πάνω σε αυτό) όπως φαίνεται ακολούθως:

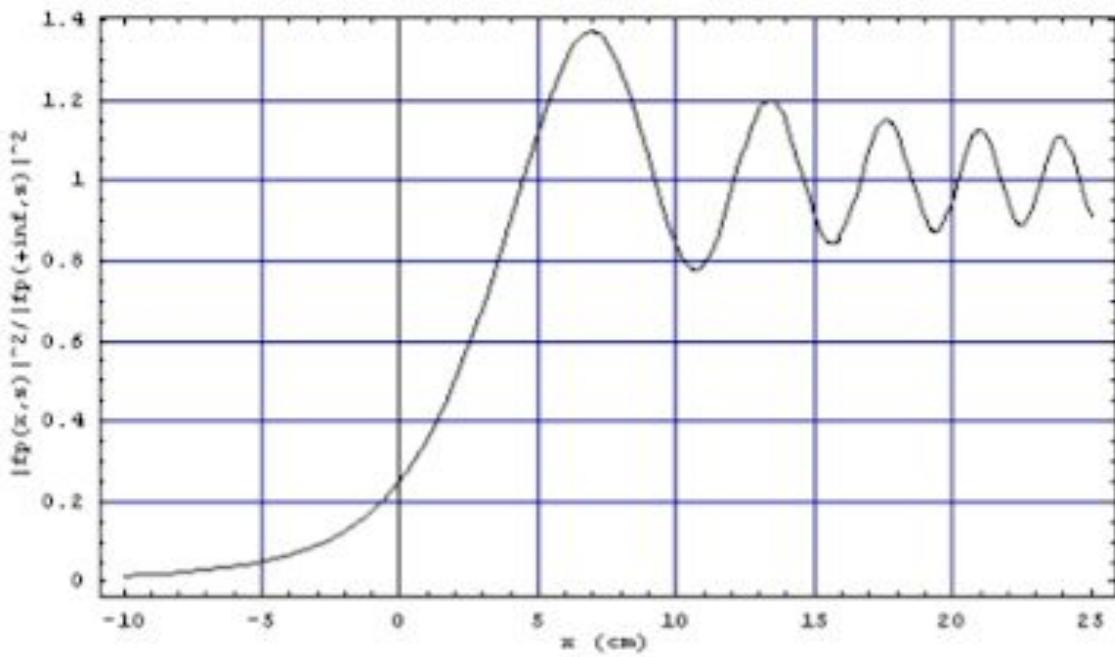


**Σχήμα 10:** Επίπεδο κύμα που προσπίπτει κάθετα σε ημίπλατρο αδιαφανές πέτασμα.

Το ζητούμενο είναι το κύμα δεξιά από το πέτασμα. Η λύση για το  $f_p$  εξαρτάται από δύο μεταβλητές, τις  $x$  και  $z$ , όπου  $z > 0$ . Για οποιαδήποτε απόσταση  $z$  δεξιά από την σχισμή, η γεωμετρική οπτική θα προέβλεπε απλώς μια περιοχή φωτισμού ( $x > 0$ ) και μια περιοχή σκιάς ( $x < 0$ ). Το πρόβλημα όμως αντιμετωπίσθηκε με την Αρχή Huygens της κυματικής οπτικής για μεγαλύτερη ακρίβεια, οπότε ισχύει η σχέση:

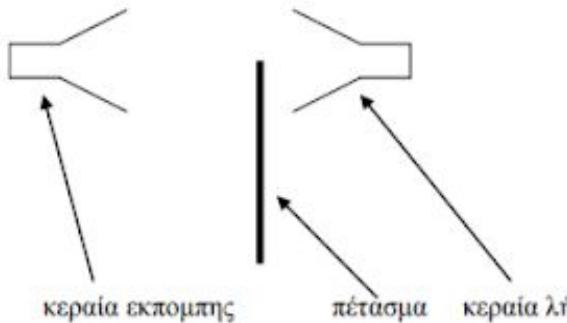
$$\frac{|f_p(x, z)|^2}{|f_p(+\infty, z)|^2} = \frac{1}{2} \left\{ \left[ \frac{1}{2} - C \left( -x \sqrt{\frac{k}{\pi}} \right) \right]^2 + \left[ \frac{1}{2} - S \left( -x \sqrt{\frac{k}{\pi}} \right) \right]^2 \right\}$$

Η παραπάνω σχέση έχει κανονικοποιηθεί έτσι ώστε να παίρνουμε 1 για  $x=+\infty$ , δηλαδή στην τιμή της περιοχής φωτισμού που θα προέβλεπε η γεωμετρική οπτική. Από την άλλη πλευρά, το δεξί μέλος της παραπάνω σχέσης μηδενίζεται για  $x=-\infty$  οπότε η σχέση προβλέπει σκιά για μεγάλα βάθη δεξιά από το πέτασμα. Στο επίπεδο  $z=0$  η παραπάνω σχέση δίνει αυτό που προβλέπεται από την αρχή του Huygens, δηλαδή μηδενικό κύμα στο πέτασμα και κύμα ίσο με το προσπίπτον στο άνοιγμα (δηλαδή όλο το ημιεπίπεδο  $z=0, x>0$ ). Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται τα αριθμητικά αποτελέσματα της παραπάνω εξίσωσης για συχνότητα 9,2 GHz και σε απόσταση  $z=20\text{cm}$  από το πέτασμα. Για  $x>0$  βλέπουμε φωτεινούς και σκοτεινούς κροσσούς συμβολής, ενώ για  $x<0$  έχουμε ομαλή μετάβαση στη σκιά.



-Σκέδαση Fresnel από ημιάπειρο πέτασμα

Η πειραματική διάταξη που χρησιμοποιήθηκε στο εργαστήριο :



**Σχήμα 12:** Πειραματική διάταξη για το Πείραμα 1. Το πέτασμα καλύπτει το μισό περίπου στόμιο της κεραίας εκπομπής. Οι αποστάσεις των κεραιών εκπομπής και λήψης από το πέτασμα είναι 80cm και 20cm, αντίστοιχα. Για το Πείραμα 2, τοποθετούμε και δεύτερο πέτασμα κοντά στο πρώτο ώστε να σχηματίζεται σχισμή.

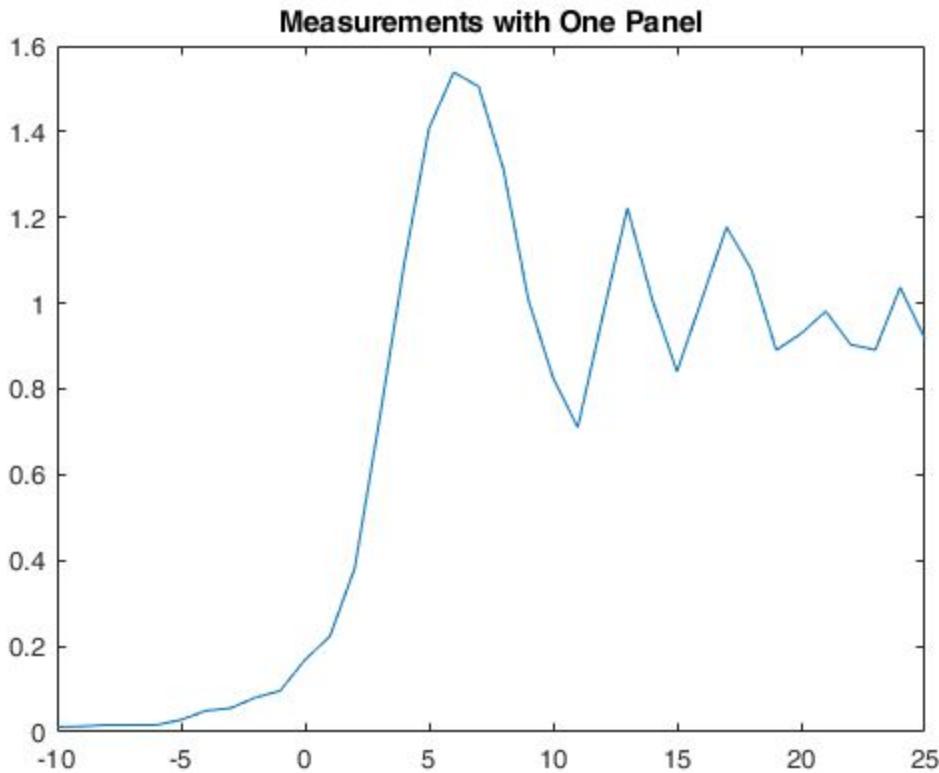
Η διαδικασία που ακολουθήσαμε ήταν: i) Τοποθέτηση κεραίας έτσι ώστε το μισό του ανοίγματος του στομίου να είναι καλυμμένο από το πέτασμα, ii) Εύρεση σημείου εκκίνησης (με χρήση του σταθερού χάρακα πάνω στον πάγκο, τα 60cm στον χάρακα->0, τα 50cm->-10 κλπ), iii) Μετακίνηση του πετάσματος (κατά τον άξονα x - κατακόρυφος) για εύρεση μεγίστου-ελαχίστου, iv) Καταγραφή του αποτελέσματος με χρήση παλμογράφου.

**Πείραμα 1:** Τοποθετούμε ένα πέτασμα όπως στο προηγούμενο σχήμα. Μετράμε το πεδίο μετακινώντας το πέτασμα προς τα αριστερά και συγκρίνουμε με τα θεωρητικά αποτελέσματα. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν παρατίθενται στον επόμενο πίνακα:

Θέση (cm)	Vmin (mV)	Vmax (mV)	Θέση (cm)	Vmin (mV)	Vmax (mV)
-10	1.094	1.406	8	12.97	13.59
-9	0.938	1.719	9	11.41	11.87
-8	1.250	1.719	10	9.2	11.87
-7	1.250	1.719	11	9.219	10.31
-6	1.250	1.719	12	10.78	12.03
-5	1.560	2.344	13	12.34	13.28
-4	2.187	2.969	14	11.25	12.03
-3	2.344	3.125	15	10.16	11.09
-2	3.125	3.438	16	10.94	12.34
-1	3.125	4.060	17	12.03	13.12
0	4.359	5.156	18	11.41	12.66
1	5.000	5.937	19	10.31	11.56
2	6.800	7.500	20	11.09	11.25
3	9.062	10.7	21	11.09	11.87
4	11.09	13.12	22	10.94	11.09
5	12.5	15	23	10.47	11.41
6	13.28	15.47	24	11.41	12.19
7	13.44	15	25	10.94	11.25

Παίρνουμε τη μέση τιμή της ελάχιστης και της μέγιστης τιμής της μέτρησης για να περιορίσουμε καπως το σφάλμα, και τετραγωνίζουμε αυτή τη μέση τιμή για να πάρουμε κάτι ανάλογο της ισχύος. Κατόπιν κανονικοποιούμε τις προκύπτουσες τιμές ως προς

την τιμή που θα παίρναμε αν η κεραία βρισκόταν σε άπειρη απόσταση από το πέτασμα. Η γραφική παράσταση των κανονικοποιημένων τιμών φαίνεται παρακάτω:

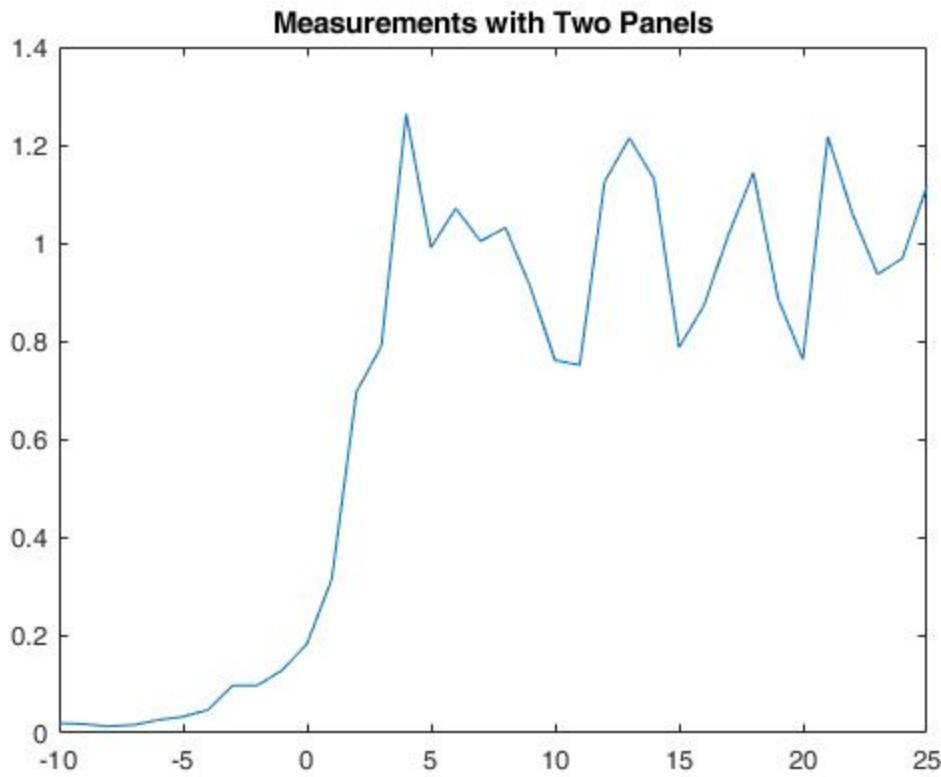


Παρατηρούμε ότι η γραφική παράσταση είναι παρόμοια της θεωρητικά αναμενόμενης. Οι μικρές αποκλίσεις από τη θεωρητική καμπύλη οφείλονται στα διάφορα εμπόδια του εργαστηρίου, που συμβάλλουν επίσης, καθώς και στην καταγραφή των μετρήσεων από το ανθρώπινο μάτι.

**Πείραμα 2:** Στο δεύτερο πείραμα μελετήσαμε την περίθλαση Fresnel από ορθογωνικό άνοιγμα μεταβλητών διαστάσεων. Για αυτό τον λόγο τοποθετούμε ένα δεύτερο πέτασμα μεταξύ των κεραιών εκπομπής και λήψης. Κρατάμε σταθερό το πέτασμα που προσθέσαμε και μεταβάλλουμε (πάλι με βήμα 1 cm) τη θέση του άλλου. Έτσι κάθε φορά αλλάζει η διάσταση του ανοίγματος. Παρακάτω παρουσιάζονται οι μετρήσεις που πραγματοποιήσαμε.

Θέση (cm)	Vmin (mV)	Vmax (mV)	Θέση (cm)	Vmin (mV)	Vmax (mV)
-10	1.25	2.031	8	10.94	12.5
-9	1.4	1.7	9	10.94	11.09
-8	1.094	1.6	10	9.04	11.09
-7	1.25	1.719	11	9.53	10.47
-6	1.56	2.188	12	11.82	12.66
-5	1.875	2.344	13	12.03	13.4
-4	2.346	2.658	14	11.87	12.66
-3	3.125	4.062	15	9.53	10.94
-2	3.28	3.9	16	9.68	11.87
-1	3.9	4.37	17	10.94	12.34
0	4.84	5	18	11.56	13.12
1	5.9	7.03	19	10.31	11.41
2	8.8	10.47	20	9.063	11.09
3	9.063	11.44	21	11.87	13.59
4	12.5	13.44	22	10.94	12.81
5	11.25	11.72	23	10.77	11.56
6	10.94	12.94	24	10.93	11.78
7	11.09	12.03	25	11.72	12.66

Αφού επεξεργαστούμε τα παραπάνω αποτελέσματα όπως κάναμε στο προηγούμενο πείραμα, σχεδιάζουμε τη γραφική τους παράσταση, η οποία φαίνεται παρακάτω:



Βλέπουμε ότι οι μετρήσεις ακολουθούν τις θεωρητικά προβλεπόμενες, και ότι ελαφρώς μειώθηκαν τα τοπικά μέγιστα και ελάχιστα. Επομένως, το δεύτερο πέτασμα λειτούργησε ως πηγή που τελικά μείωσε την ισχύ του σήματος, άρα πρόκειται περί κροσσών αναιρετικής συμβολής. Πιθανές διαφορές με τη θεωρητική καμπύλη οφείλονται τόσο στο δεύτερο πέτασμα όσο και στα σφάλματα κατά τη μέτρηση τιμής θέσης και τιμής πεδίου, αφού αυτά έγιναν με το ανθρώπινο χέρι και μάτι.

Επιπλέον, στην πρώτη σειρά μετρήσεων παρατηρούμε ταλάντωση μεγαλύτερου εύρους γύρω από την μέση τιμή σε σχέση με την δεύτερη σειρά. Αναμένουμε περιοδική αυξομείωση της έντασης του πεδίου καθώς και μείωση της αυξομείωσης καθώς απομακρυνόμαστε από το πέτασμα. Οι διαφορές σχετικά με το αντίστοιχο θεωρητικό διάγραμμα έχουν να κάνουν κυρίως με τη θέση και το πλάτος των μεγίστων και των ελαχίστων. Αυτές οφείλονται κυρίως στους εξής παράγοντες:

1) Τα ανθρώπινα σφάλματα, όπου οι αποστάσεις από το σημείο 0 δεν είναι ακριβείς και η μέτρηση των ελαχίστων και των μεγίστων είναι αρκετά δύσκολη στον παλμογράφο (λόγω της διαρκούς αυξομείωσης των τιμών - ειδικά στο 2ο διάγραμμα με την προσθήκη 2ου πετάσματος- το διάγραμμα δεν προσομοιάζει αρκετά καλά το αναμενόμενο). Λαμβάνουμε μετρήσεις ανά ένα cm που δεν είναι απείρως μικρή απόσταση.

- 2) Η παρουσία μας στο κοντινό πεδίο των κεραιών (και η πληθώρα σκεδάσεων).
- 3) Η λειτουργία οργάνων σε παρόμοια συχνότητα, λόγω των άλλων ασκήσεων που πραγματοποιούνται ταυτόχρονα στον ίδιο χώρο.
- 4) Τα κινητά τηλέφωνα, τα οποία λειτουργούν στα 900 ή στα 1800 MHz.
- 5) Η κοντινή απόσταση του ιδρύματος από τον Υμηττό και η ύπαρξη κεραιών διαφόρων συχνοτήτων.