



UNIVERSIDAD
DE GRANADA

TRABAJO FIN DE GRADO
DOBLE GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA Y MATEMÁTICAS

**ASISTENTE PARA
EL DESCUBRIMIENTO DE
PROCESOS DE APRENDIZAJE OCULTOS
DURANTE LA REALIZACIÓN DE
PRÁCTICAS DE LABORATORIO**

Autora

MARÍA ISABEL RUIZ MARTÍNEZ

Director

LUIS CASTILLO VIDAL

FACULTAD DE CIENCIAS
E.T.S. DE INGENIERÍAS INFORMÁTICA Y DE TELECOMUNICACIÓN

Granada, a 2 de junio de 2023

AUTORIZACIÓN

Yo, **María Isabel Ruiz Martínez**, alumna de la titulación Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas de la **Escuela Técnica Superior de Ingenierías Informática y de Telecomunicación de la Universidad de Granada**, con DNI 75576979Z, autorizo la ubicación de la siguiente copia de mi Trabajo Fin de Grado en la biblioteca del centro para que pueda ser consultada por las personas que lo deseen.

En Granada a 2 de junio de 2023

Fdo: María Isabel Ruiz Martínez

INFORME

D. **Luis Castillo Vidal**, Catedrático de Universidad del Departamento de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial de la Universidad de Granada.

Informa:

Que el presente trabajo, titulado *Asistente para el descubrimiento de procesos de aprendizaje ocultos durante la realización de prácticas de laboratorio*, ha sido realizado bajo su supervisión por **María Isabel Ruiz Martínez**, y autorizamos la defensa de dicho trabajo ante el tribunal que corresponda.

En Granada a 2 de junio de 2023

Fdo: Luis Castillo Vidal

AGRADECIMIENTOS

Aquí van mis agradecimientos.

RESUMEN

Aquí va mi resumen.

PALABRAS CLAVE: analítica de aprendizaje, minería de procesos, grafo dirigido acíclico, criptografía post-cuántica, McEliece, Niederreiter, algoritmos genéticos, SageMath

SUMMARY

Aquí va mi resumen.

KEYWORDS: learning analytics, process mining, directed acyclic graph, post-quantum cryptography, McEliece, Niederreiter, genetic algorithms, SageMath

ÍNDICE GENERAL

I. MOTIVACIONES	11
Motivación	12
0.1. Introducción	12
0.2. Motivación	12
0.3. Objetivos	13
0.4. Estructura del Trabajo Fin de Grado	13
II. ESTADO DEL ARTE	14
1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	15
Planteamiento del problema	15
2. MINERÍA DE PROCESOS	18
Minería de Procesos	18
2.1. Introducción a la minería de procesos	18
2.2. Extracción de los procesos con DISCO	19
3. IMPLEMENTACIÓN DE LA HERRAMIENTA DE MINERÍA DE PROCESOS	23
Implementación de la herramienta de Minería de Procesos	23
4. TEORÍA DE GRAFOS	25
Teoría de grafos	25
4.1. Grafos	25
III. ANÁLISIS DESCRIPTIVO	31
5. LOS REGISTROS EXISTENTES	32
Los registros existentes	32
5.1. Número de grupos cada año	32
5.2. El periodo de tiempo analizado cada año	33
5.3. El conjunto de problemas analizados cada año	33
5.3.1. Dificultad del problema: la tasa de fallo	33
5.3.2. Dificultad del problema: tiempo necesario en resolverlo	35
5.4. Actividad registrada	35
5.4.1. Análisis de la normalidad de la distribución del número de sesiones .	36
5.4.2. Sesiones por cada problema	38
5.4.3. Sesiones cada año	39
6. HIPÓTESIS DE ESTUDIO	42

Hipótesis de estudio	42
6.1. Métricas de calidad y correlaciones entre ellas	42
6.1.1. Medidas a posteriori del resultado de la práctica	42
6.1.2. Medidas continuas durante la práctica	43
7. RENDIMIENTO OBSERVADO DE LOS ALUMNOS	44
Rendimiento observado de los alumnos	44
IV. RESULTADOS OBTENIDOS	45
Apéndice A. ALGUNAS TABLAS	46

Parte I

MOTIVACIONES

Introducción, Motivación, Objetivos y Estructura.

MOTIVACIÓN

0.1 INTRODUCCIÓN

La necesidad de comprender el proceso de aprendizaje y de personalizar la enseñanza para realizar una mejor adaptación a las necesidades del individuo ha motivado la *Analítica de Aprendizaje* o *Learning Analytics*, disciplina que consiste en la recogida de datos de un entorno de aprendizaje y el análisis de los mismos cuyo objetivo es asistir en el proceso de aprendizaje del alumnado.

Además, el uso de laboratorios virtuales y remotos en la enseñanza está en auge. Entre muchas de sus ventajas tenemos una mayor privacidad para el alumnado, accesos planificados a los mismos o soporte para reportar la actividad de los alumnos y la calificación de los mismos.

En este trabajo fin de grado se usarán datos de siete cursos académicos obtenidos en el laboratorio virtual para sistemas multiagente de la asignatura del cuarto curso académico Desarrollo Basado en Agentes del grado de Ingeniería Informática de la Universidad de Granada (España).

El laboratorio virtual diseñado para la asignatura recoge el trabajo diario de los alumnos almacenando las interacción entre los diferentes agentes y obteniendo así un extenso dataset que nos proporciona una base sólida para el uso de diversas analíticas de aprendizaje.

Así pues, se empleará un enfoque “*data-driven*” o *impulsado por datos*, tomando decisiones estratégicas basándose en el análisis de los datos y en la interpretación de los mismos.

0.2 MOTIVACIÓN

La principal motivación de este trabajo fin de grado es, precisamente, el análisis de los procesos de aprendizaje que siguen los alumnos para que el profesorado pueda asistirles mejor durante su proceso de aprendizaje y mejorar así su rendimiento académico.

0.3 OBJETIVOS

Los objetivos principales del proyecto serán:

- Identificar patrones de comportamiento indicativos de la evolución de los alumnos y del progreso de su aprendizaje, detectando, en las fases más tempranas posibles, comportamientos que pudiesen ser anómalos o que pudiesen indicar problemas de aprendizaje. Es decir, se pretende relevar, mediante la utilización de técnicas de minería de procesos, las posibles estrategias de los alumnos para cumplir los distintos objetivos de la asignatura así como desvelar su forma de trabajo habitual.
- Sugerir a estos alumnos las medidas necesarias para que recuperen un buen ritmo de aprendizaje y un progreso adecuado a lo que el profesorado de la asignatura espera.

0.4 ESTRUCTURA DEL TRABAJO FIN DE GRADO

Este trabajo fin de grado consta de cuatro partes, siete capítulos y otros elementos como la portada, la autorización para su ubicación en la biblioteca de la escuela, sendos resúmenes tanto en español como en inglés (con sus respectivas palabras clave), la sección de agradecimientos, los índices general, de figuras y de cuadros así como una bibliografía, un glosario de términos y un glosario de acrónimos.

A continuación se expone un breve esquema general del contenido de las partes y capítulos de este trabajo fin de grado:

- Parte I:
- Parte II:
- Parte III:
- Parte IV:

Parte II

ESTADO DEL ARTE

Planteamiento del problema y Minería de Procesos.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En la asignatura Desarrollo Basado en Agentes los alumnos, organizados en grupos de 4 o 5 alumnos, se conectan a un Laboratorio remoto de la UGR que está siempre disponible para los mismos. La arquitectura del servidor remoto puede apreciarse en la Figura 1.

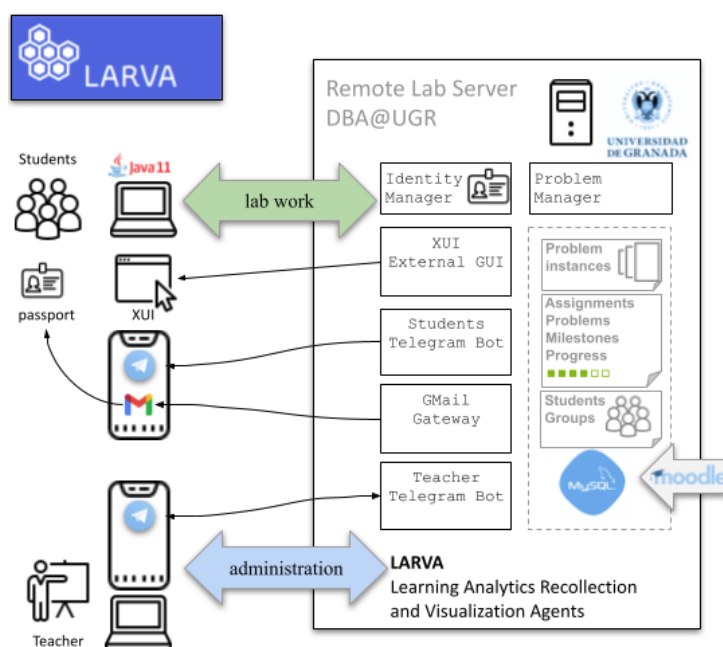


Figura 1: Arquitectura del Servidor Remoto. Por un lado, contiene el laboratorio virtual para sistemas multiagente distribuidos. Además, los alumnos también pueden consultar su progreso y el de sus compañeros a través de un Bot de Telegram. Por otro lado, el profesor también puede conocer el número de objetivos conseguidos por cada uno de sus grupos de alumnos.

Este servidor contiene varios mundos virtuales y se encarga de registrar y almacenar las interacciones con él Vidal (2016). Cada mundo virtual es una matriz cuadrada que representa espacios abiertos (en color blanco), obstáculos (en negro) y objetivos (en rojo) tal y como se muestra en la Figura 2. Los agentes de los alumnos deben entrar en uno de esos mundos

virtuales, percibir su vecindario, navegar a través de los espacios abiertos (empleando alguna clase de heurística exploratoria), evitar obstáculos y tratar de llegar al objetivo. En total, cada uno de los problemas planteados requieren de cinco pasos (o *milestones*) hasta su consecución.

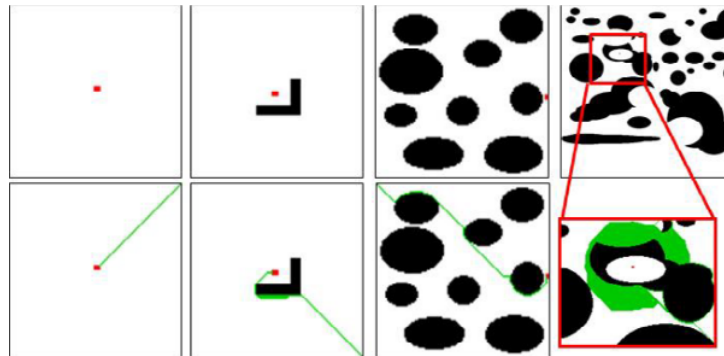


Figura 2: Alguno de los mapas que el alumnado debe resolver. Los agentes de los grupos de estudiantes deben acceder a uno de esos mundos y deben alcanzar los objetivos (coloreados en rojo) navegando a través del mundo y evitando los obstáculos (coloreados en negro). Alguno de los mundos no son resolubles porque el objetivo no se puede alcanzar con el objetivo de forzar a los agentes de los alumnos a razonar acerca de la irresolubilidad. Las posibles trayectorias están marcadas en verde.

La percepción del agente de su entorno es crítica para resolver estos mundos. En este laboratorio virtual los alumnos pueden configurar cuál de los siguientes sensores estarán enchufados en sus agentes (cualquier combinación de ellos):

- Un **GPS** que indica al agente sus coordenadas (x, y) en el mundo virtual.
- Un **sensor de batería**. Cada agente está alimentado con una batería cuya capacidad es limitada y cuya carga decrece conforme el agente realiza algún movimiento. La batería nunca debe ser vaciada por completo.
- Un **sensor radar** que informa al agente acerca de los tipos de celdas que lo rodean con una percepción local de 5×5 (observar Figura 3b).
- Un **sensor escáner** que actúa como *detector del objetivo* e indica al agente la distancia al objetivo medida desde cada una de las celdas de su entorno 5×5 (observar Figura 3c).

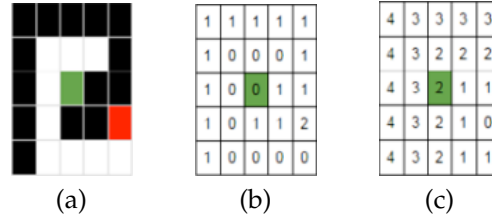


Figura 3: Un agente (representado por una celda verde en el centro de cada figura) tiene una percepción local de su entorno: solamente percibe el entorno 5x5 de celdas colindantes. El Radar [3b](#) muestra dicho entorno 5x5 que rodea al agente e informa de si una celda está vacía (valor 0), si hay un obstáculo (valor 1) o de si hay un objetivo (valor 2). El Escáner [3c](#) muestra la distancia de cada una de las celdas colindantes al objetivo.

Basados en su percepción del mundo virtual, cada agente decidirá ejecutar alguna de las siguientes acciones en su entorno implementando cualquier heurística o proceso de búsqueda.

- LOGIN. Entrar en cualquiera de los mundos virtuales.
- MOVE. Mover al agente a una de las 8 celdas adyacentes y gastar una cierta cantidad de batería. Si la celda destino es un obstáculo o el agente se queda sin batería, el agente se rompe y se sale del mundo virtual.
- REFUEL. El agente recarga completamente su batería. A los agentes se les permite recargar su batería tantas veces como deseen.

MINERÍA DE PROCESOS

2.1 INTRODUCCIÓN A LA MINERÍA DE PROCESOS

Las transacciones de los agentes en estos mundos virtuales registradas en el servidor no sólo son importantes desde el punto de vista de la evaluación del alumnado, sino que también nos proporcionan información de cómo se han resuelto los problemas propuesto, hito por hito, y son un reflejo de la estrategia seguida por cada uno de los equipos para intentar resolver todos los mundos.

Para tratar de desvelar estas estrategias ocultas se usarán técnicas de minería de procesos, considerando una estrategia como el proceso seguido por los estudiantes hasta llegar al objetivo. La minería de procesos puede definirse como la disciplina que tiene como objetivo descubrir, monitorear y mejorar procesos de negocio mediante el análisis de las transacciones del proceso que se han almacenado en algún sistema de información (Mayorga & García, 2015).

Actualmente, con el desarrollo y el creciente interés de las plataformas educativas y de toda la tecnología relacionada con las mismas, los sistemas de información nos permiten recoger todo tipo de información. Esto puede incluir desde información de bajo nivel (clicks del ratón) hasta información de alto nivel (realización de una actividad en particular dentro de la plataforma). Es decir, estos sistemas tienen la capacidad de almacenar datos temporales de diversa índole, como cadenas de clicks, registros de chats, históricos de modificación de documentos, registros de uso de los diferentes recursos educativos, etc. Bogarín et al. (2018). La minería de procesos puede usar todos estos logs para descubrir, monitorear y mejorar los procesos educativos. Surge así la denominada minería de procesos educacional (en inglés, *educational process mining*). No obstante, cabe destacar que, aunque en este trabajo fin de grado nos centraremos en la minería de procesos en el ámbito educativo, ésta también tiene numerosas aplicaciones en el área sanitaria, en el ámbito empresarial, institucional etc.

2.2 EXTRACCIÓN DE LOS PROCESOS CON DISCO

Para la extracción de los procesos ocultos se empleará el programa Disco. Disco es una herramienta de minería de procesos profesional que permite crear mapas visuales a partir de los registros en cuestión de minutos.

Para crear los diagramas de Disco, se extraerán los campos de información más importantes del dataset:

1. El identificador del caso, extraído de una clave aleatoria generada al principio de cada operación LOGIN y que distingue de manera unívoca cada sesión de trabajo de los estudiantes.
2. El agente, que se refiere al nombre del grupo de estudiantes.
3. La fecha y hora a la que se registró la transacción.
4. El campo actividad (Activity), que refleja la acción de los alumnos en el mundo virtual.
5. Varios campos de tipo recurso (Resource) que proporcionan información adicional que puede ser de utilidad a la hora de filtrar los registros.

Así pues, se importarán el dataset de dos maneras diferentes, con el objetivo de estudiar tanto la frecuencia con que cada problema o mapa ha sido visitado como las acciones compuestas mapa-porcentaje superado. En la primera importación la Activity es el problema y el identificador del caso es el grupo. En la segunda importación, por el contrario, la Activity es la composición del problema y el milestone y el identificador del caso son las sesiones. Las Figuras 4 y 5 muestran los diagramas obtenidos en cada uno de los casos.

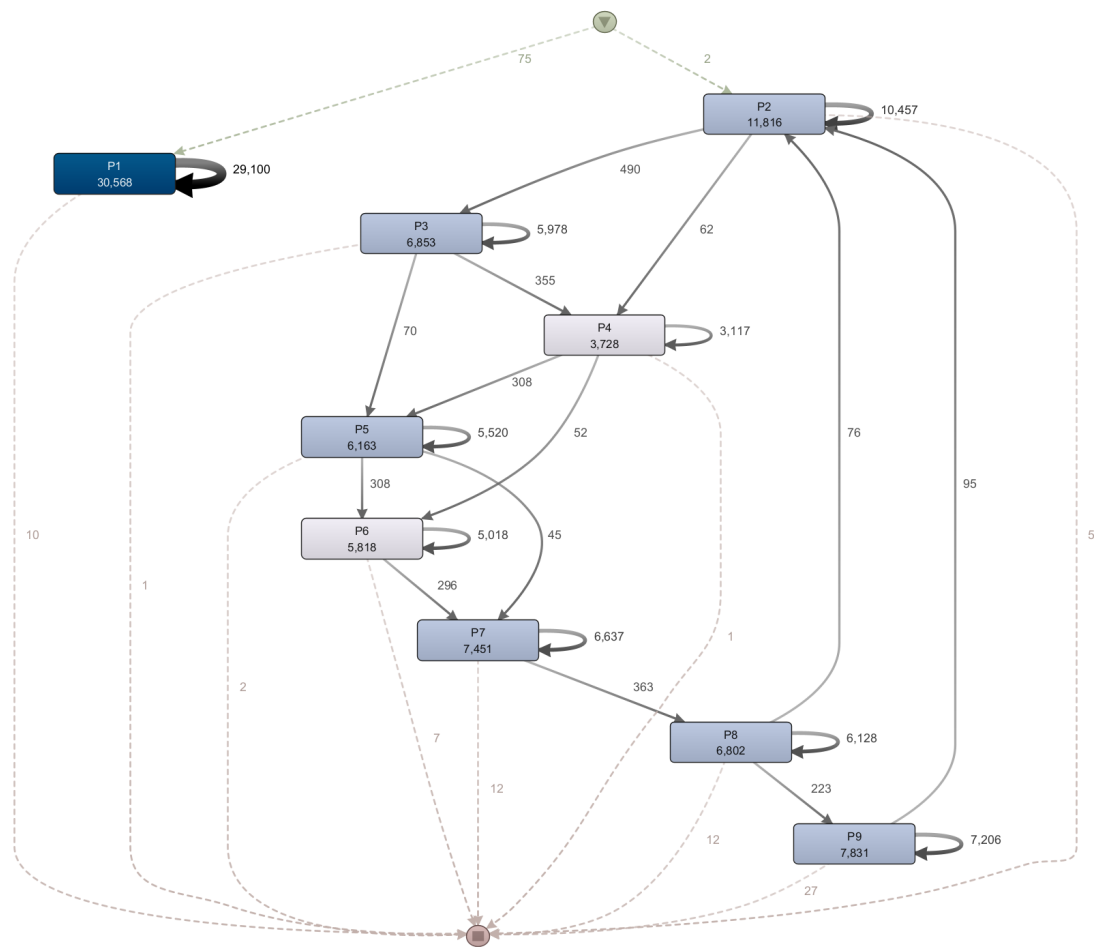


Figura 4: Análisis de procesos del dataset (Activity problema y CaseId grupo). Contiene el 100 % de las actividades y el 80 % de los caminos.

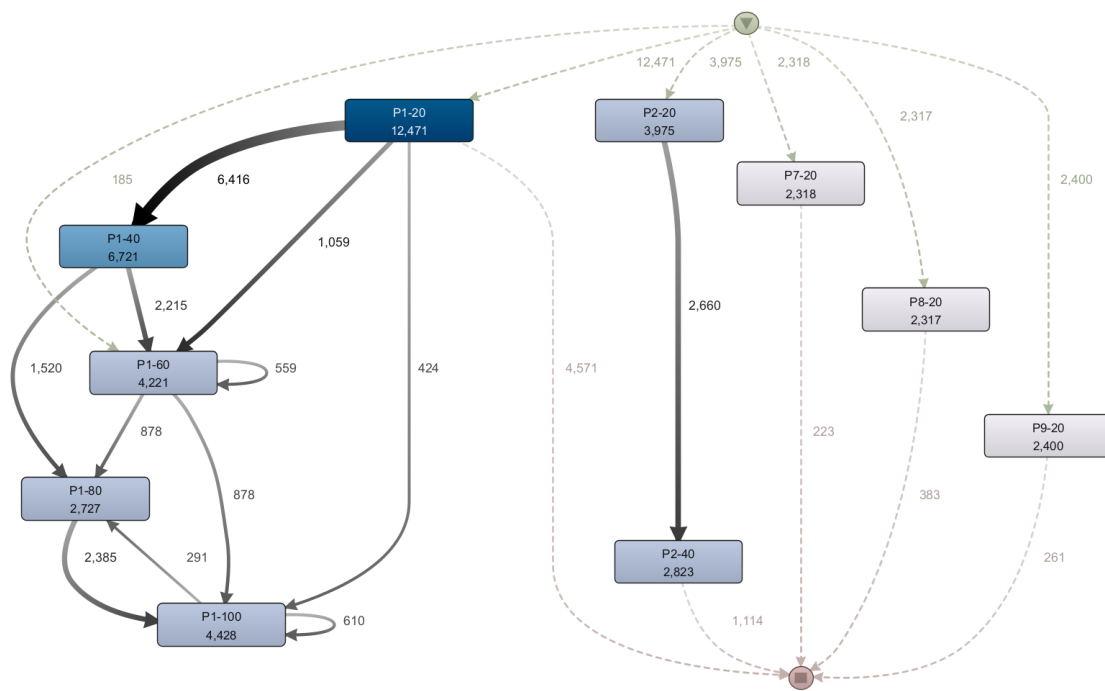


Figura 5: Análisis de procesos del dataset (Activity problema-milestone y CaseId sesión).
Contiene el 20 % de las actividades y el 20 % de los caminos.

No obstante, a pesar de que tener una visión global del comportamiento de todos los grupos puede ayudar, nuestro objetivo final es poder caracterizar los comportamientos de los grupos y poder discernir, usando los datos del diagrama, si. Es por esto que nos será más interesante segmentar por grupos. Así pues, filtrando por el grupo DBA 1516 P2 GA, obtenemos los diagramas de las Figuras 6 y 7.

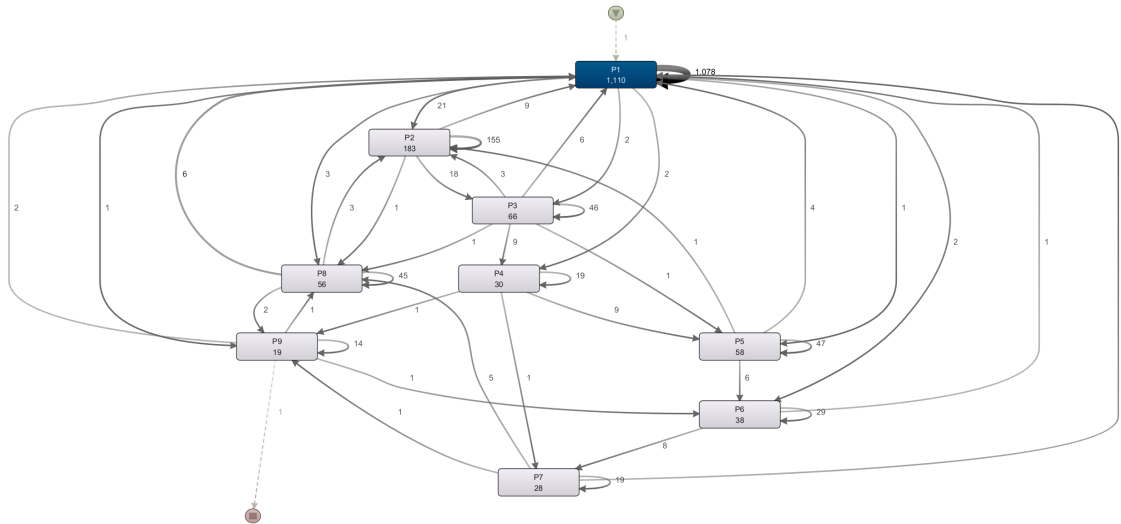


Figura 6: Análisis de procesos del grupo DBA 1516 P2 GA (Activity problema y CaseId grupo). Contiene el 100 % de las actividades y el 100 % de los caminos.

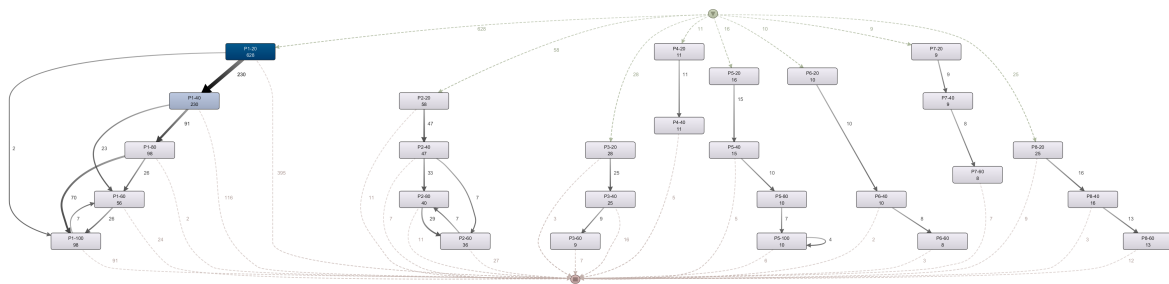


Figura 7: Análisis de procesos del grupo DBA 1516 P2 GA (Activity problema-milestone y CaseId sesión). Contiene el 60 % de las actividades y el 80 % de los caminos.

Sin embargo, tras una larga experimentación con el programa Disco, se empiezan a ver sus limitaciones. En primer lugar, aunque Disco permite el filtrado de datos, si se quiere segmentar por grupos y extraer los procesos ocultos de cada uno de los grupos, hay que seleccionar el correspondiente grupo en el filtro, extraer los diagramas correspondientes e ir cambiándolo manualmente. Dado que tenemos un total de 77 grupos de alumnos en los siete cursos académicos que forman parte del estudio (que pueden consultarse en las Tablas 7 y 8), es inviable seguir usando el programa.

Así pues, en este trabajo fin de grado se ha implementado nuestra propia versión del programa, personalizada y adaptada a las necesidades del problema.

IMPLEMENTACIÓN DE LA HERRAMIENTA DE MINERÍA DE PROCESOS

Comparando las Figuras 8 y 6 vemos que el diagrama de la implementación propia y el original obtenido con Disco coinciden.

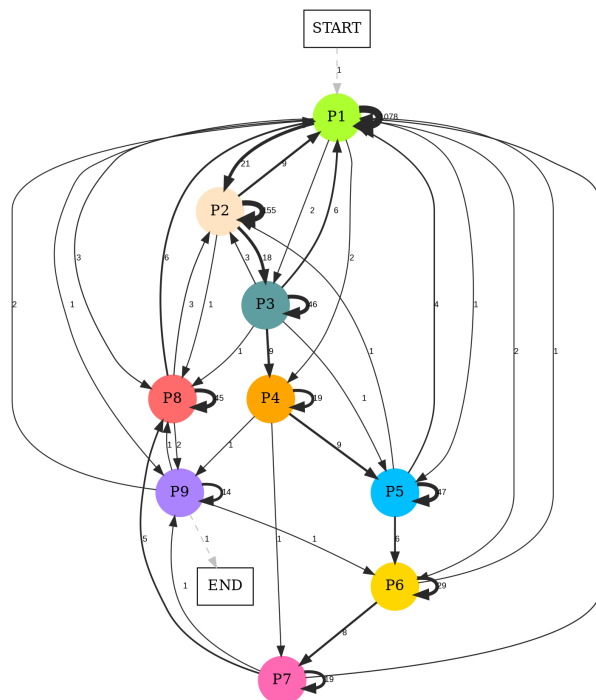


Figura 8: Análisis de procesos del grupo DBA 1516 P2 GA (Activity problema y CaseId grupo) obtenido con la implementación propia.

Además, como podemos ver en la Figura 9, hemos obtenido el mismo diagrama que en el de la Figura 7 con la salvedad de que hemos impedido el retorno a un estado anterior (el motivo se verá más adelante). Es decir, se han eliminado ciclos.

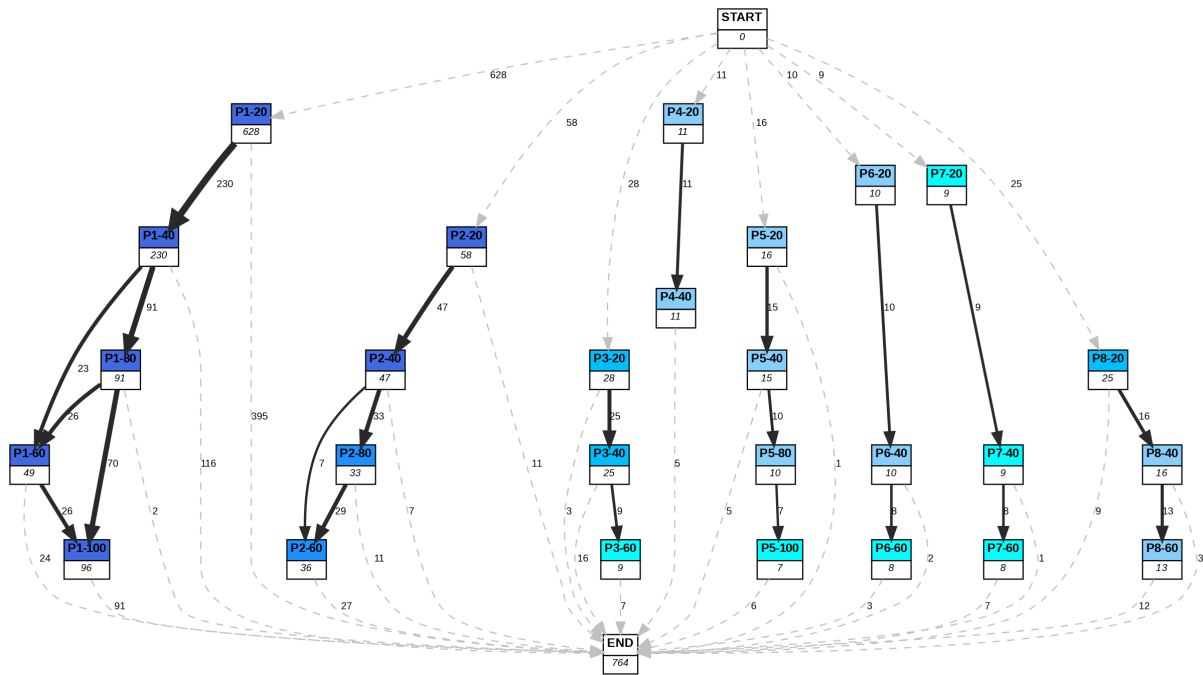


Figura 9: Análisis de procesos del grupo DBA 1516 P2 GA (Activity problema-milestone y CaseId sesión) obtenido con la implementación propia.

A partir de ahora, estos diagramas tendrán la consideración de grafos. En particular, serán grafos dirigidos y operaremos con ellos como tales. En el siguiente capítulo se expondrán los conceptos básicos de grafos y principales resultados matemáticos que se usarán en este trabajo fin de grado.

TEORÍA DE GRAFOS

En el ámbito de las matemáticas y las ciencias de la computación, se emplea el término *grafo* (del griego *grafos* que significa *dibujo* o *imagen*) para referirse a un conjunto de objetos llamados *vértices* o *nodos*, los cuales están unidos por enlaces conocidos como *aristas* o *arcos*. Estas conexiones representan las relaciones binarias que existen entre los elementos de un conjunto, y son objeto de estudio de la teoría de grafos.

4.1 GRAFOS

En esta sección se introducirán las definiciones básicas que forman parte de la teoría de grafos.

Definición 1. Matemáticamente, un *grafo* $G = (V, E)$ es una tupla de vértices V y aristas E que relacionan dichos vértices. Denominaremos *orden* del grafo al número de vértices del mismo ($|V|$). Por supuesto, siempre tendremos que $V \neq \emptyset$.

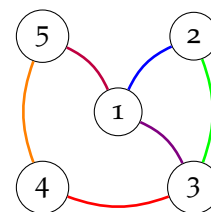


Figura 10: Ejemplo de grafo simple.

Ejemplo 1. El grafo dado en la Figura 10 tiene conjunto de vértices $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ y conjunto de aristas $E = \{(1, 2), (1, 3), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 1)\}$.

Definición 2. Un *vértice* o *nodo* es la unidad fundamental de las que se componen los grafos. Los vértices en sí mismos se tratan como objetos indivisibles y sin propiedades. No obstante, pueden tener asociados una semántica dependiendo del contexto de aplicación del grafo. Por ejemplo, en el grafo 9 un nodo representa la consecución de un objetivo de un problema.

Definición 3. Una *arista* representa una relación entre dos vértices de un grafo. Las aristas se denotan por $(u, v) \in E$ donde $u, v \in V$. Visualmente, se representan como las líneas que unen los vértices que forman parte de la definición de la misma.

Definición 4. Un *grafo ponderado* es un grafo cuyas aristas tienen un peso o valor asociado.

Formalmente, se puede definir como un trío ordenado $G = (V, E, W)$ donde $V = \{v_1, \dots, v_n\}$ es un conjunto de vértices, $E = \{e_1, \dots, e_m\}$ y $W = \{w_1, \dots, w_m\}$ es el conjunto de pesos asociados a cada arista.

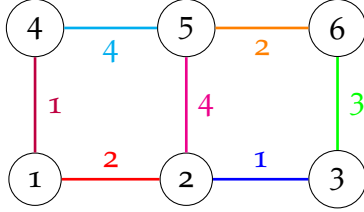


Figura 11: Ejemplo de grafo ponderado.

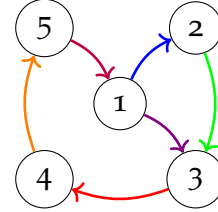


Figura 12: Ejemplo de grafo dirigido.

Definición 5. Un *grafo no dirigido* es un grafo cuyas aristas representan relaciones simétricas y carecen de sentido definido. Es decir, la arista (u, v) es idéntica a la arista (v, u) . Es decir, las aristas no son pares ordenados sino conjuntos $\{u, v\}$ (o 2-multiconjuntos) de vértices.

Un grafo no dirigido podrá tener, a lo más, $\frac{|V|^2}{2}$ aristas.

Definición 6. Se denomina *grafo dirigido* o *digrafo* a aquellos grafos cuyas aristas tengan un sentido definido. En un digrafo, cada arista se representa como un par ordenado de dos vértices. Por ejemplo, (u, v) denota la arista que va de u hacia v (desde el primer vértice hasta el segundo vértice).

Los grafos no dirigidos se pueden ver como un caso particular de los grafos dirigidos en tanto que son grafos dirigidos simétricos.

Mientras que en un grafo no dirigido se tiene que $E \subseteq \{x \in \mathcal{P}(V) : |x| = 2\}$ (es decir, E es un conjunto de pares no ordenados de elementos de V), cuando el grafo es dirigido se tiene que E es un conjunto de pares ordenados $(i, j) \in V \times V$.

Ejemplo 2. En la Figura 12 se muestra un ejemplo de grafo dirigido mientras que en la Figura 10 tenemos un ejemplo de grafo no dirigido.

Definición 7. Un *grafo conexo* es un grafo en que todos sus vértices están conectados por un camino o por un semicamino dependiendo de si el grafo es no dirigido o dirigido.

De lo contrario, si algún grafo no cumple la propiedad anterior se dirá que es *disconexo*.

Definición 8. Un *bucle* es una arista que relaciona un vértice consigo mismo.

Definición 9. En un grafo $G = (V, E)$, se dice que dos aristas son *paralelas* o *múltiples* si el vértice inicial y el vértice final de las mismas coinciden.

Los grafos que permiten la existencia de bucles y aristas múltiples se denominan *multigrafos*. Por el contrario, los grafos sin bucles y sin aristas paralelas se denominarán *simples*.

Ejemplo 3. En la Figura 11 tenemos un ejemplo de grafo ponderado.

En la Figura 10 se muestra un ejemplo de grafo simple. Por otro lado, en la Figura 13 podemos ver un multigrafo.

Definición 10. En un grafo $G = (V, E)$ dos vértices se dirán *adyacentes* (o *vecinos*) si están relacionados por al menos una arista. Es decir, dos vértices $u, v \in V$ son adyacentes si $\exists e \in E$ tal que $e = (u, v)$.

La *matriz de adyacencia* de un grafo es una matriz cuadrada de dimensión $|V| \times |V|$ que se utiliza como forma de representar las relaciones binarias entre los nodos del mismo. La denotaremos por $A = (a_{ij})_{1 \leq i, j \leq |V|}$.

Si tenemos que G es un grafo no dirigido, entonces $a_{ij} = 1$ y $a_{ji} = 1$ si el vértice v_i es adyacente al vértice v_j y $a_{ij} = a_{ji} = 0$ en caso contrario. Si el grafo G es dirigido, entonces tendremos que $a_{ij} = 1$ si y sólo si existe $e \in E$ tal que $e = (v_i, v_j)$ y $a_{ij} = 0$ en caso contrario.

Por último, si tenemos un grafo ponderando, entonces se sustituirá en valor de 1 en los casos anteriores por el peso de las aristas correspondientes.

Ejemplo 4. Tenemos que la matriz de adyacencia del grafo de la Figura 10 es:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Definición 11. Sea $G = (V, E)$ un grafo no dirigido y sea $v \in V$ un vértice suyo. Se denomina grado del vértice v al número de aristas incidentes al vértice y se denotará de ahora en adelante por $\deg(v)$.

Al conjunto de todos los vértices adyacentes a un vértice dado se le denominará *vecindad* del vértice en cuestión. Formalmente, la vecindad de un vértice $v \in V$ es el conjunto

$$N(v) = \{u \in V \mid \{v, u\} \in E\} \quad (2)$$

Así pues, el grado de un vértice $v \in V$ puede definirse como el módulo de su vecindario: $\deg(v) = |N(v)|$.

En el caso de los grafos dirigidos se distingue entre el *grado de entrada* $\deg^-(v)$ (número de aristas que tienen a v como el vértice final) y el *grado de salida* $\deg^+(v)$ (número de aristas que tienen a v como vértice inicial).

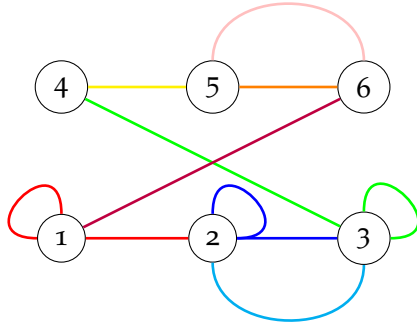


Figura 13: Ejemplo de multigrafo.

Definición 12. Un grafo en el que todos sus vértices tienen el mismo grado (de entrada, en el caso de los grafos dirigidos) se denomina *regular*. Además, un grafo con vértices de grado k se llamará k -regular.

Definición 13. Un *grafo completo* $G = (V, E)$ es un grafo no dirigido simple en el que para cada par de vértices $u, v \in V$ existe una arista $e \in E$ tal que $e = \{u, v\}$.

El *grafo completo de n vértices* se denotará por K_n . Así pues, K_n tendrá $\frac{n \cdot (n - 1)}{2}$ aristas y es un grafo regular de grado $n - 1$.

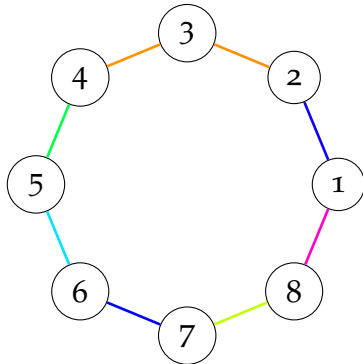


Figura 15: Ejemplo de grafo ciclo.

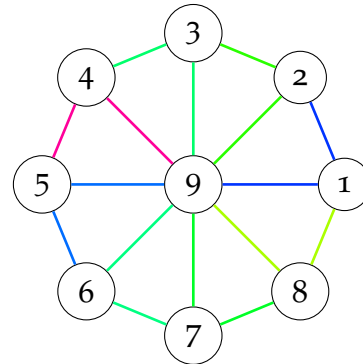


Figura 16: Ejemplo de grafo rueda.

Definición 14. Un *grafo ciclo* o simplemente un *ciclo* es un grafo que consiste en un camino simple cerrado. Esto es, hay un único camino en el que no se repite ningún vértice salvo el primero con el último.

Denotaremos a un grafo ciclo de n vértices por C_n . Si consideramos que es un grafo no dirigido, cada vértice tendrá un vecindario de tamaño 2 y, por tanto, será un grafo 2-regular. Por el contrario, si tenemos un grafo dirigido, será un grafo 1-regular.

Definición 15. Un grafo rueda es un grafo de n vértices (denotado usualmente por W_n) es un grafo que se obtiene al añadir un único vértice a un grafo ciclo de $n - 1$ vértices, conectando el nuevo el vértice a todos los ya existentes. Es decir, el nuevo vértice será adyacente a todos los vértices del grafo C_{n-1} .

Ejemplo 5. En las Figuras 14, 15 y 16 podemos ver un grafo completo, un grado ciclo y un grafo rueda respectivamente.

Definición 16. Diremos que un grafo es *cíclico* si contiene al menos un grafo ciclo. Por el contrario, se dirá que un grafo es *acíclico* si no contiene ningún ciclo.

No obstante, en este trabajo fin de grado nos centraremos en los llamados *grafos dirigidos acíclicos* o DAG (*Directed Acyclic Graphs*, en inglés) que no son más que grafos dirigidos desprovistos de ciclos.

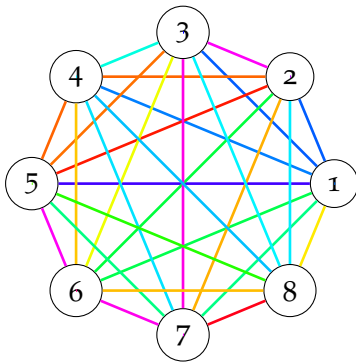


Figura 14: Ejemplo de grafo completo.

Ejemplo 6. En la Figura 10 tenemos un grafo dirigido con ciclos o cíclico (contiene, por ejemplo, el 1-3-4-5). Sin embargo, eliminado una de las aristas del mismo obtenemos el grafo de la Figura 17, que es acíclico.

Definición 17. Un grafo conexo acíclico no dirigido se denominará *árbol*. Por otro lado, un *árbol orientado* o *poliárbol* será un grafo dirigido acíclico cuyo grafo no dirigido subyacente es un árbol. De otra manera, si cambiamos sus aristas dirigidas por no dirigidas, se obtendría un grafo no dirigido conexo y acíclico.

Definición 18. Un *árbol de expansión* de un grafo conexo no dirigido G es un subgrafo suyo que es árbol y que contiene a todos sus vértices.

El *número de árboles de expansión* de un grafo conexo G , habitualmente denotado por $t(G)$, es un invariante importante en la teoría de grafos. Éste puede obtenerse mediante el denominado *Teorema de Kirchhoff*. Este teorema demuestra que el número de árboles de expansión de un grafo puede obtenerse en tiempo polinómico a partir del determinante de una submatriz de la *matriz Laplaciana* del grafo. Más aún, nos dice que éste número es igual a cualquier cofactor de la matriz Laplaciana. El Teorema de Kirchhoff es una generalización de la *fórmula de Cayley*, que proporciona el número de árboles de expansión en el caso de un grafo completo y que veremos a continuación.

Proposición 1. *Dado un grafo completo K_n , la fórmula de Cayley establece que el número de árboles de expansión del mismo es $t(K_n) = n^{n-2}$.*

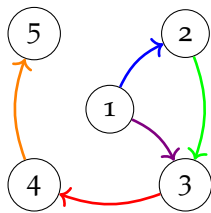


Figura 17: Ejemplo de grafo acíclico dirigido con 5 nodos.

Parte III

ANÁLISIS DESCRIPTIVO

Análisis estadístico de los datos.

LOS REGISTROS EXISTENTES

En el laboratorio remoto se ha registrado la actividad de 7 años consecutivos (desde el curso académico 1516 al 2122). Un ejemplo de las interacciones almacenadas puede verse en la Tabla 1.

Cuadro 1: Muestra de los datos que se recopilan en el servidor.

Year	Group	SessionID	Date	Problem	Step
1819	Keid	493252533735	28/10/2018 20:23:35	P1	1
1819	Keid	493252533735	28/10/2018 20:23:40	P1	3
1819	Keid	389034076811	7/11/2018 19:01:49	P2	1
1819	Cerastes	487544594557	27/10/2018 13:05:11	P1	1
1819	Cerastes	487544594557	27/10/2018 13:10:57	P1	3
1819	Jabbah	550676318711	20/12/2018 22:22:42	P8	1
1819	Cerastes	336303012053	17/12/2018 13:28:50	P9	1
1819	Keid	563159878397	25/10/2018 12:41:43	P8	1

5.1 NÚMERO DE GRUPOS CADA AÑO

El número de grupos puede variar en cada curso en función del número de alumnos matriculados en la asignatura ese año. Así pues, se muestran a continuación en las Tablas 7 y 8 los grupos por curso académico.

5.2 EL PERIODO DE TIEMPO ANALIZADO CADA AÑO

En la Tabla 2 se muestra el número de días que dura la práctica cada año. Se puede apreciar que la duración de la práctica que estamos considerando puede variar en función del curso académico.

Cuadro 2: Número de días que dura la práctica cada año.

Year	Length (days)
Y2015	33
Y2016	24
Y2017	30
Y2018	18
Y2019	28
Y2020	17
Y2021	39

5.3 EL CONJUNTO DE PROBLEMAS ANALIZADOS CADA AÑO

Todos los años hay 9 problemas de dificultad similar que deben ser resueltos por todos los grupos.

Para aproximarnos al concepto subjetivo de “dificultad del problema” vamos a analizar el número de sesiones fallidas que necesita cada alumno para resolverlos por primera vez con respecto al número total de sesiones de ese problema (tasa de fallo) y la duración de este periodo en horas.

5.3.1 Dificultad del problema: la tasa de fallo

La apertura de un problema se corresponde con una sesión de trabajo, la cual puede terminar como fallo (fail) si no se consigue resolver el problema, o éxito (solved) en caso de que se haya resuelto el problema. Así pues, se definirá la tasa de fallo como el cociente entre el número total de sesiones fallidas entre el número total de sesiones de un mismo problema. El boxplot de las tasas de fallo por problema puede verse en la Figura 18.

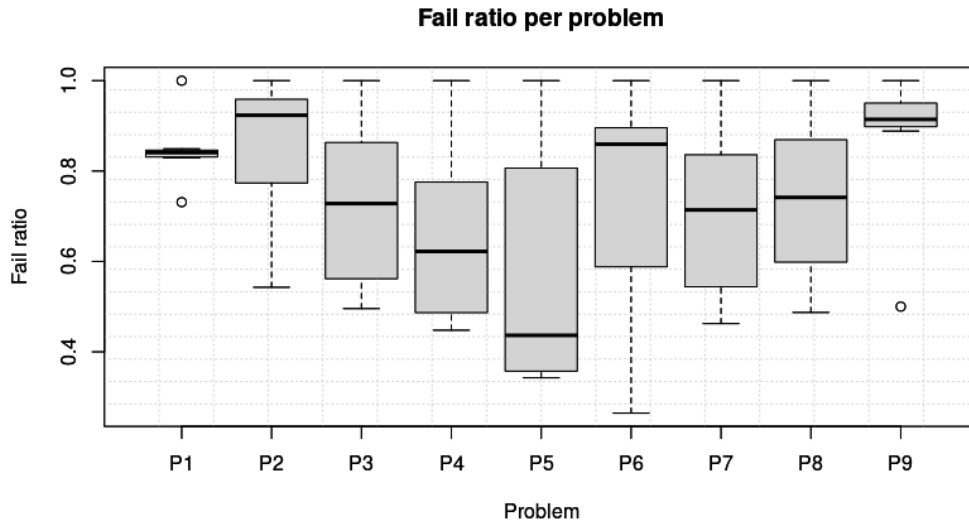


Figura 18: Boxplot de la tasa de fallo (Fail ratio) por problema.

Tras realizar el test ANOVA de un factor (resultados en la Tabla 3), cuya hipótesis nula establece que la tasa de fallo media de los nueve problemas considerados es la misma, se detecta que las distribuciones de probabilidad de la tasa de fallo son estadísticamente iguales en los distintos problemas ($p = 0,1733 > 0,05$)¹.

Cuadro 3: Resultados del test ANOVA de un solo factor (tasa de fallo).

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
ndsp[[nVariable]]	8	0.51	0.06	1.52	0.1733
Residuals	54	2.26	0.04		

Además, se ha realizado un test de Tukey por pares de problemas (Tabla 10). En él se observa que casi todos los pares pueden considerarse estadísticamente iguales ($p \text{ adj} > 0,2$ en todos ellos) salvo quizá, el par P9-P5 ($p \text{ adj} = 0,2$). La Figura 19 muestra los intervalos de confianza de todas las diferencias entre las distintas parejas de años.

¹ Nótese que hemos establecido un nivel de significancia de $\alpha = 0,05$.

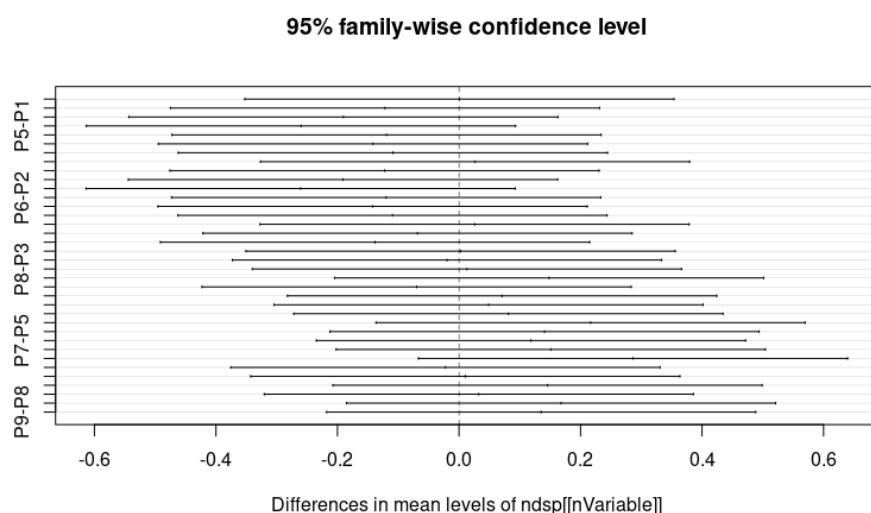


Figura 19: Intervalos de confianza de la tasas de fallo de los problemas.

5.3.2 Dificultad del problema: tiempo necesario en resolverlo

Es el número de horas que transcurren desde que el problema se abre por primera vez hasta que es resuelto por primera vez.

Falta imagen.

De nuevo los tests detectan comportamientos diferentes (ANOVA $p=9.27e-5$, KW $p=8.8e-8$).

Falta tabla.

Por pares.

Falta tabla.

Intervalos de confianza.

Falta imagen.

Por lo tanto, se puede ver, dadas las evidencias aportadas que la resolución de cada problema exige respuestas claramente diferentes por parte del alumnado.

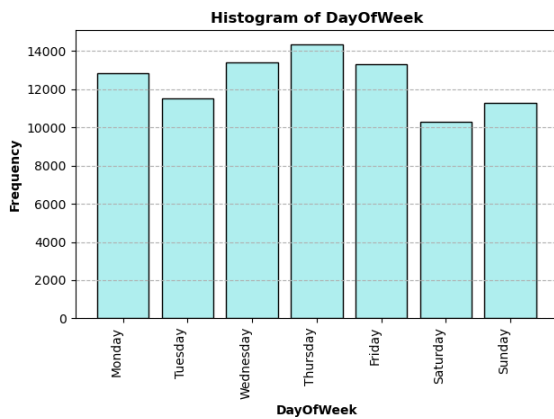
5.4 ACTIVIDAD REGISTRADA

El número de registros y de sesiones de trabajo de cada uno de los años analizados se muestran en la Tabla 4. Como podemos ver, aunque el curso académico 2021 registra más actividad que los demás, no es el que presenta un mayor número de sesiones.

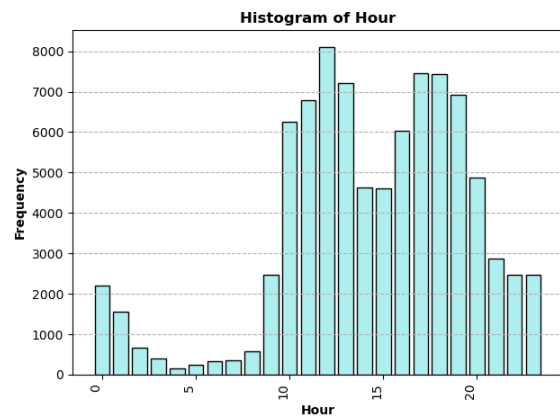
Cuadro 4: Número de registros y sesiones almacenados en el servidor por años.

Year	Activity Records	Sessions
Y2015	12088	4489
Y2016	12525	4538
Y2017	9088	3661
Y2018	5705	2811
Y2019	14475	5156
Y2020	21188	3900
Y2021	11961	6113

Al ser un servicio 24 horas los 7 días de la semana, los alumnos interactúan con el laboratorio remoto en cualquier día de la semana tal y como puede verse en la Figura 20a y a cualquier hora del día (Figura 20b).



(a) Histograma de los días de la semana.



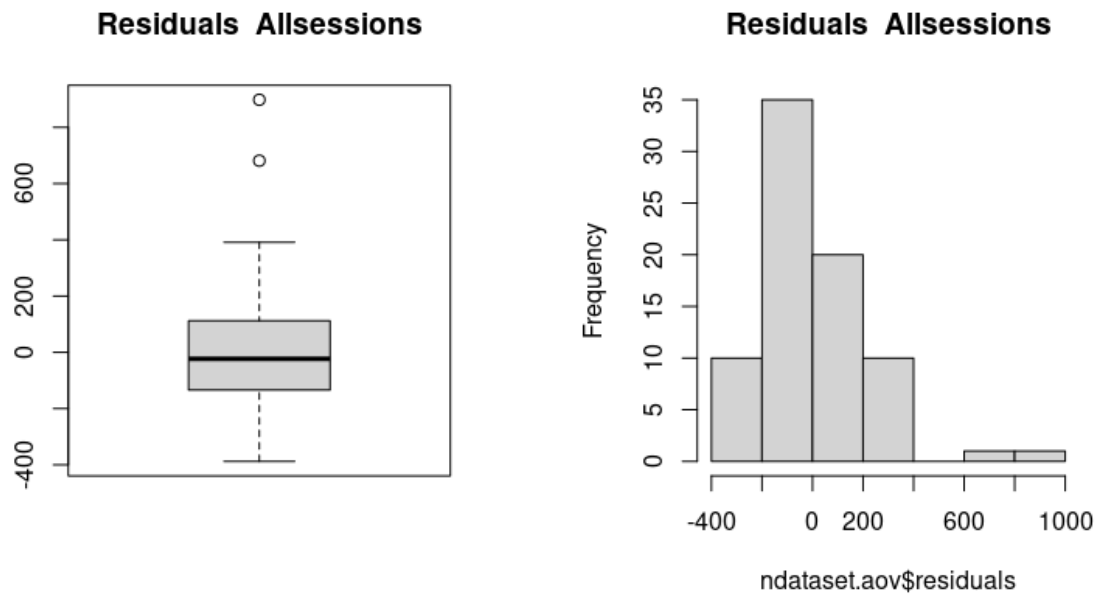
(b) Histograma de las horas del día.

Figura 20: Actividad registrada en el servidor remoto.

El número y tipo de las sesiones de trabajo de cada uno de los grupos puede contemplarse en la Tabla 9.

5.4.1 Análisis de la normalidad de la distribución del número de sesiones

En las Figuras 21a y 21b podemos ver el boxplot de los residuos y el histograma de los mismos.



(a) Boxplot de los residuos del número de sesiones.

(b) Histograma de los residuos del número de sesiones.

Figura 21: Distribución de los residuos del número de sesiones.

A continuación, en las Figuras 22 y 23, podemos observar que la distribución del número de sesiones no es perfectamente normal pero es casi-normal si eliminaremos algunos outsiders.

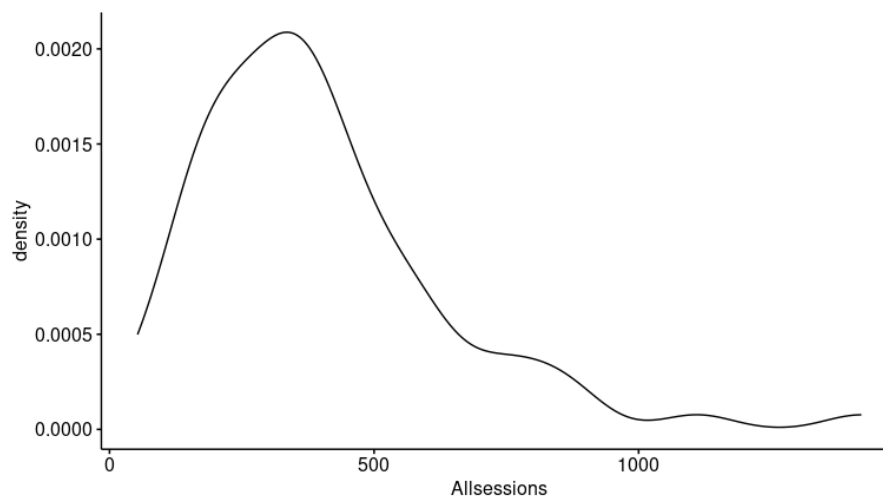


Figura 22: Función de densidad de probabilidad del número de sesiones.

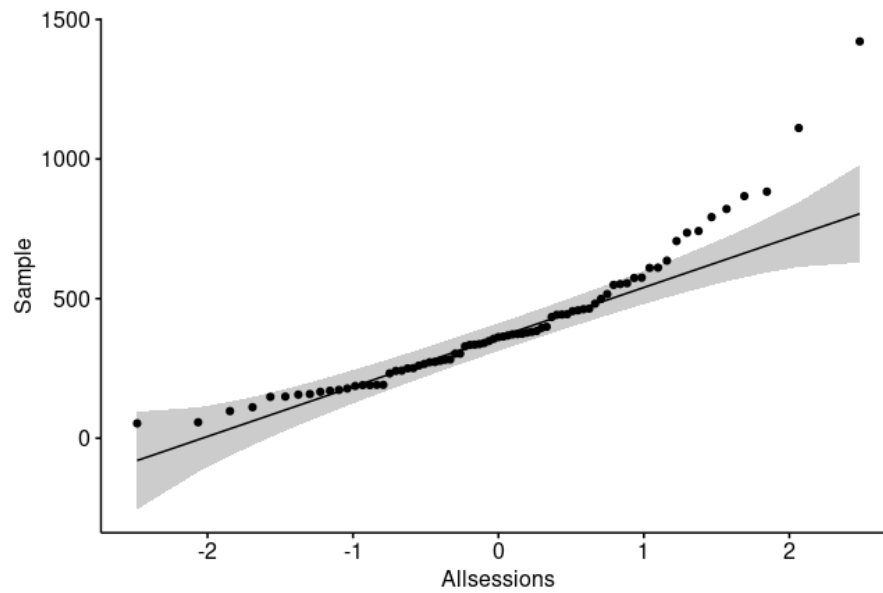


Figura 23: Gráfico Q-Q del número de sesiones.

5.4.2 Sesiones por cada problema

En la Figura 24 podemos ver el boxplot del número de sesiones por problema. Como podemos ver, el problema P1 es mucho más frecuentado que el resto. No obstante, esto se debe a la principal diferencia entre el número de sesiones abiertas del problema P1 y restantes se debe a que los alumnos utilizan el primer problema como base de todos los experimentos y para testear las comunicaciones con el servidor. Así pues, el problema P1 es frecuentemente utilizado, no ya sólo al comienzo, sino durante toda la práctica.

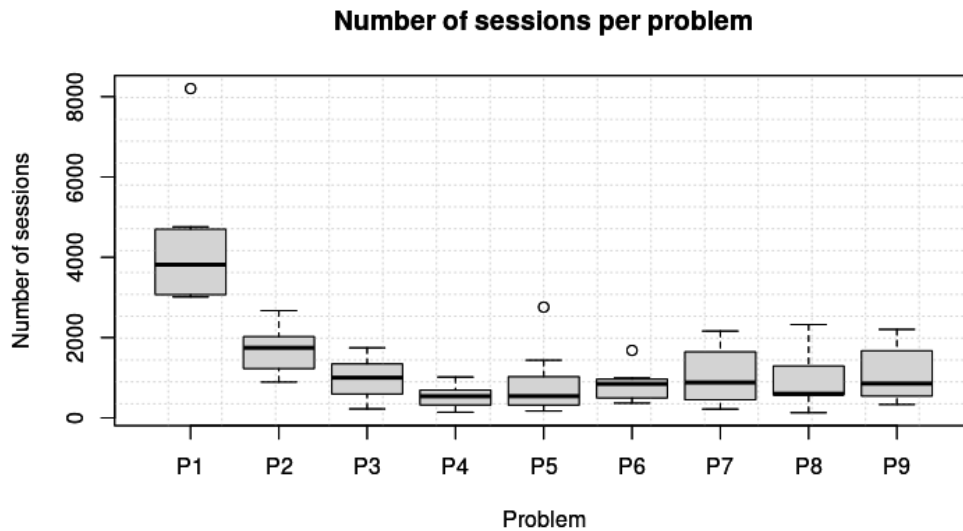


Figura 24: Boxplot del número de sesiones por problema.

5.4.3 Sesiones cada año

Como podemos ver en la Figura 25, las sesiones de trabajo abiertas en el servidor año tras año, parecen seguir la misma distribución de probabilidad.

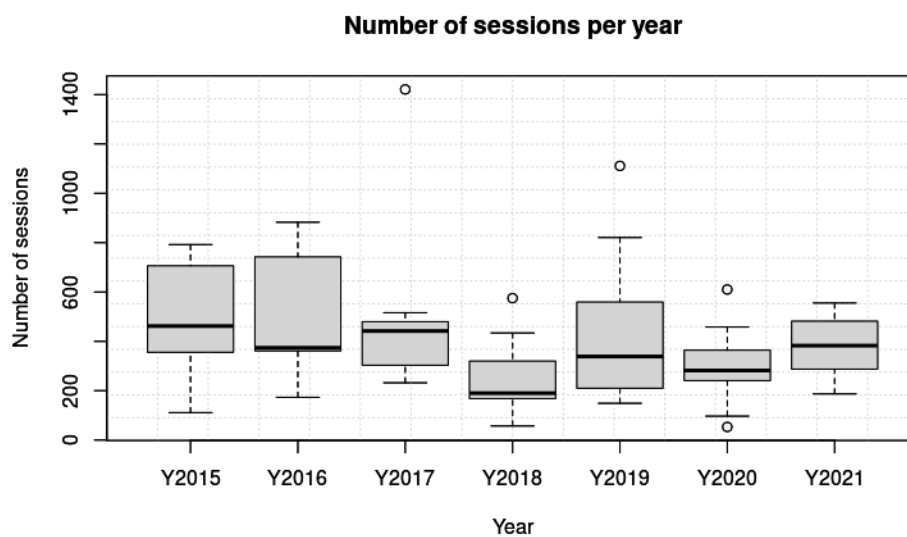


Figura 25: Boxplot del número de sesiones por año.

Un resumen de los resultados obtenidos al realizar el test ANOVA se muestra en la Tabla 5. La hipótesis nula establece que el número de sesiones medio de los siete cursos académicos estu-

diados es el mismo. Así pues, estableciendo un nivel de significancia de 0,05, como tenemos que $p = 0,0630 > 0,05$, las diferencias entre las medias no son estadísticamente significativas.

Cuadro 5: Resultados del test ANOVA de un solo factor (número de sesiones).

	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)
ndsp[[nVariable]]	6	666498.27	111083.05	2.11	0.0630
Residuals	70	3688035.44	52686.22		

Además, se ha realizado un test de Tukey por pares de años (Tabla 6). En él se observa que todos los pares pueden considerarse estadísticamente iguales ($p \text{ adj} > 0,2$ en todos ellos). La Figura 26 muestra los intervalos de confianza de todas las diferencias entre las distintas parejas de años.

Cuadro 6: Test HSD de Tukey (Honestly-significance-difference) del número de sesiones por año.

	diff	lwr	upr	p adj
Y2016-Y2015	5.44	-323.03	333.92	1.00
Y2017-Y2015	24.22	-326.93	375.38	1.00
Y2018-Y2015	-243.23	-556.42	69.96	0.23
Y2019-Y2015	-69.11	-376.37	238.15	0.99
Y2020-Y2015	-198.78	-500.93	103.38	0.43
Y2021-Y2015	-116.72	-407.05	173.62	0.88
Y2017-Y2016	18.78	-332.38	369.93	1.00
Y2018-Y2016	-248.68	-561.87	64.51	0.21
Y2019-Y2016	-74.56	-381.82	232.71	0.99
Y2020-Y2016	-204.22	-506.38	97.93	0.39
Y2021-Y2016	-122.16	-412.49	168.18	0.86
Y2018-Y2017	-267.45	-604.35	69.45	0.21
Y2019-Y2017	-93.33	-424.73	238.06	0.98
Y2020-Y2017	-223.00	-549.67	103.67	0.38
Y2021-Y2017	-140.94	-456.70	174.83	0.82
Y2019-Y2018	174.12	-116.74	464.98	0.54
Y2020-Y2018	44.45	-241.01	329.92	1.00
Y2021-Y2018	126.52	-146.40	399.44	0.80
Y2020-Y2019	-129.67	-408.61	149.28	0.79
Y2021-Y2019	-47.60	-313.70	218.49	1.00
Y2021-Y2020	82.06	-178.12	342.24	0.96

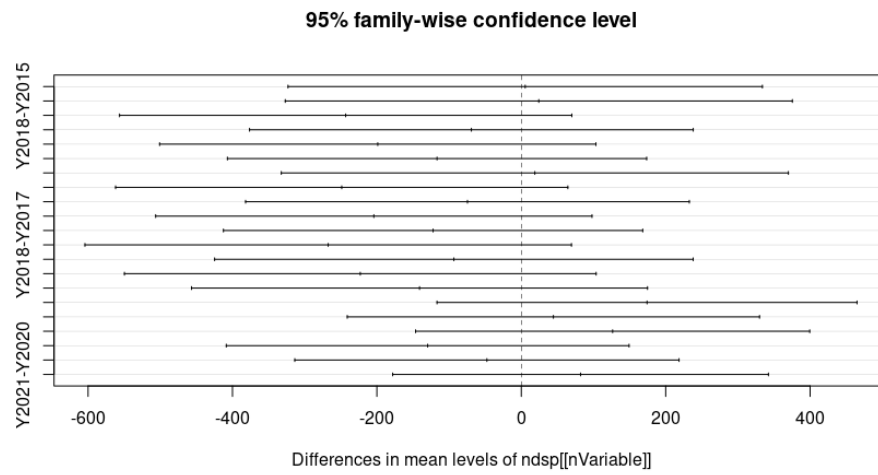


Figura 26: Intervalos de confianza del número de sesiones por año.

HIPÓTESIS DE ESTUDIO

A pesar de que el estudio descriptivo anterior muestra unos datos muy variados, casi todos ellos son homogéneos año tras año. No obstante, el objetivo de este estudio es sentar las bases para conseguir una experiencia de aprendizaje óptima para todos los grupos de alumnos. Así pues, se va a poner énfasis en detectar a aquellos grupos que estén en riesgo de obtener un peor rendimiento o peores calificaciones. La detección temprana de éstos podría permitir al profesor actuar a tiempo para mejorar su proceso de aprendizaje. Para ello, se van a proponer una serie de métricas de calidad que se definirán sobre los registros de actividad de los alumnos con el objetivo de encontrar aquella que, con mayor certeza, identifique a los alumnos que peor están progresando.

6.1 MÉTRICAS DE CALIDAD Y CORRELACIONES ENTRE ELLAS

Se definirán dos grandes grupos de métricas. El primer grupo consistirá en una colección de métricas de los grupos que solamente podrán calcularse tras la finalización de la práctica. Por el contrario, las métricas del segundo grupo podrán calcularse durante la realización de la práctica y, por tanto, serán más interesantes porque podrán facilitar la detección precoz de los grupos en riesgo.

6.1.1 *Medidas a posteriori del resultado de la práctica*

- **Achiever.** Se refiere a la nota (Grade) conseguida por el alumno. Obviamente, cuanto mayor sea ésta, mejor.
- **Performer.** Número de problemas resueltos (Goals). Trivialmente, cuantos más objetivos haya resuelto un grupo, mejor.

- **Terminator.** Punto de finalización de toda la práctica (Makespan). Cuanto antes, mejor (para disponer de más tiempo para repasar y corregir errores). Sin embargo, no es una métrica muy relevante.
- **Timeburner.** Es el tiempo consumido por el alumno durante las prácticas (Duration). Este es un valor trampa, pues puede significar algo positivo (el alumno ha tardado poco en resolver la práctica porque la domina), o negativo (porque no ha podido dedicarle más tiempo).
- **Perseverant.** Número de sesiones realizadas. Ya se ha hecho un estudio de esta medida en la sección 5.4.

6.1.2 Medidas continuas durante la práctica

- **SingleThreaded.** Cuantifica como de balanceado están los grafos que describen la actividad de un grupo en la plataforma. Además, se valora negativamente que los grupos vayan saltando de problema en problema (DAG).
- **EarlyBird.** (FirstOpen) Como los comienzos son siempre costosos, se define la medida EarlyBird como el promedio de tiempo de la primera apertura de cada problema.
- **MessedUp.** Número de fails consecutivos (FailRatio) hasta resolver un problema dividido entre el número de sesiones de ese problema. La tasa de fallo así como el tiempo dedicado a un mismo problema dependerá de la dificultad del mismo.
- **Procastinator.** Esta medida cuantifica las posposición de tareas de los grupos. Es decir, pretende identificar a aquellos alumnos que, cuando intentan resolver un problema y no lo consiguen, saltan, curiosamente, a otros problemas más complejos (los cuales, obviamente, tampoco pueden resolver) perdiendo así un tiempo precioso.
- **Follower.** Medida que refleja si los grupos de prácticas siguen el orden esperado de las mismas.

RENDIMIENTO OBSERVADO DE LOS ALUMNOS

Parte IV

RESULTADOS OBTENIDOS

Análisis de los resultados obtenidos.

ALGUNAS TABLAS

Cuadro 7: Listado de los grupos por curso académico.

Y2015	Y2016	Y2017	Y2018
DBA 1516 P2 GA	DBA 1617 P2 GA	DBA 1718 P2 GA	DBA 1819 P2 GB
DBA 1516 P2 GB	DBA 1617 P2 GB	DBA 1718 P2 GB	DBA 1819 P2 GC
DBA 1516 P2 GC	DBA 1617 P2 GD	DBA 1718 P2 GC	DBA 1819 P2 GD
DBA 1516 P2 GD	DBA 1617 P2 GE	DBA 1718 P2 GD	DBA 1819 P2 GE
DBA 1516 P2 GE	DBA 1617 P2 GF	DBA 1718 P2 GE	DBA 1819 P2 GF
DBA 1516 P2 GF	DBA 1617 P2 GG	DBA 1718 P2 GG	DBA 1819 P2 GG
DBA 1516 P2 GG	DBA 1617 P2 GH	DBA 1718 P2 GH	DBA 1819 P2 GH
DBA 1516 P2 GH	DBA 1617 P2 GI		DBA 1819 P2 GI
DBA 1516 P2 GI	DBA 1617 P2 GJ		DBA 1819 P2 GJ
			DBA 1819 P2 GK
			DBA 1819 P2 GL

Cuadro 8: Listado de los grupos por curso académico.

Y2019	Y2020	Y2021
DBA 1920 P2 GB	DBA 2021 P2 GA	DBA 2122 P2 GA
DBA 1920 P2 GC	DBA 2021 P2 GB	DBA 2122 P2 GB
DBA 1920 P2 GD	DBA 2021 P2 GC	DBA 2122 P2 GC
DBA 1920 P2 GE	DBA 2021 P2 GD	DBA 2122 P2 GD
DBA 1920 P2 GF	DBA 2021 P2 GE	DBA 2122 P2 GE
DBA 1920 P2 GH	DBA 2021 P2 GF	DBA 2122 P2 GF
DBA 1920 P2 GI	DBA 2021 P2 GG	DBA 2122 P2 GG
DBA 1920 P2 GJ	DBA 2021 P2 GH	DBA 2122 P2 GH
DBA 1920 P2 GK	DBA 2021 P2 GI	DBA 2122 P2 GI
DBA 1920 P2 GL	DBA 2021 P2 GJ	DBA 2122 P2 GJ
DBA 1920 P2 GM	DBA 2021 P2 GK	DBA 2122 P2 GK
DBA 1920 P2 GN	DBA 2021 P2 GL	DBA 2122 P2 GL
	DBA 2021 P2 GM	DBA 2122 P2 GM
		DBA 2122 P2 GN
		DBA 2122 P2 GO
		DBA 2122 P2 GP

Year	Group	fail	solved	all
Y2015	DBA 1516 P2 GA	738	54	792
Y2015	DBA 1516 P2 GB	62	49	111
Y2015	DBA 1516 P2 GC	142	195	337
Y2015	DBA 1516 P2 GD	298	80	378
Y2015	DBA 1516 P2 GE	597	139	736
Y2015	DBA 1516 P2 GF	246	110	356
Y2015	DBA 1516 P2 GG	398	64	462
Y2015	DBA 1516 P2 GH	525	181	706
Y2015	DBA 1516 P2 GI	469	142	611
Y2016	DBA 1617 P2 GA	132	59	191
Y2016	DBA 1617 P2 GB	564	178	742
Y2016	DBA 1617 P2 GD	154	208	362
Y2016	DBA 1617 P2 GE	258	316	574
Y2016	DBA 1617 P2 GF	126	47	173
Y2016	DBA 1617 P2 GG	680	187	867

Y2016	DBA 1617 P2 GH	722	161	883
Y2016	DBA 1617 P2 GI	252	122	374
Y2016	DBA 1617 P2 GJ	333	39	372
Y2017	DBA 1718 P2 GA	186	46	232
Y2017	DBA 1718 P2 GB	1282	139	1421
Y2017	DBA 1718 P2 GC	369	73	442
Y2017	DBA 1718 P2 GD	369	74	443
Y2017	DBA 1718 P2 GE	468	48	516
Y2017	DBA 1718 P2 GG	156	178	334
Y2017	DBA 1718 P2 GH	235	38	273
Y2018	DBA 1819 P2 GB	148	0	148
Y2018	DBA 1819 P2 GC	178	0	178
Y2018	DBA 1819 P2 GD	190	0	190
Y2018	DBA 1819 P2 GE	158	0	158
Y2018	DBA 1819 P2 GF	190	0	190
Y2018	DBA 1819 P2 GG	266	0	266
Y2018	DBA 1819 P2 GH	434	0	434
Y2018	DBA 1819 P2 GI	242	0	242
Y2018	DBA 1819 P2 GJ	373	0	373
Y2018	DBA 1819 P2 GK	575	0	575
Y2018	DBA 1819 P2 GL	57	0	57
Y2019	DBA 1920 P2 GB	179	71	250
Y2019	DBA 1920 P2 GC	366	116	482
Y2019	DBA 1920 P2 GD	238	110	348
Y2019	DBA 1920 P2 GE	266	63	329
Y2019	DBA 1920 P2 GF	840	271	1111
Y2019	DBA 1920 P2 GH	206	54	260
Y2019	DBA 1920 P2 GI	119	37	156
Y2019	DBA 1920 P2 GJ	588	48	636
Y2019	DBA 1920 P2 GK	599	222	821
Y2019	DBA 1920 P2 GL	388	56	444
Y2019	DBA 1920 P2 GM	124	46	170
Y2019	DBA 1920 P2 GN	122	27	149

Y2020	DBA 2021 P2 GA	265	99	364
Y2020	DBA 2021 P2 GB	221	174	395
Y2020	DBA 2021 P2 GC	189	88	277
Y2020	DBA 2021 P2 GD	104	231	335
Y2020	DBA 2021 P2 GE	30	23	53
Y2020	DBA 2021 P2 GF	138	28	166
Y2020	DBA 2021 P2 GG	142	99	241
Y2020	DBA 2021 P2 GH	250	31	281
Y2020	DBA 2021 P2 GI	205	136	341
Y2020	DBA 2021 P2 GJ	376	82	458
Y2020	DBA 2021 P2 GK	177	105	282
Y2020	DBA 2021 P2 GL	517	93	610
Y2020	DBA 2021 P2 GM	60	37	97
Y2021	DBA 2122 P2 GA	336	48	384
Y2021	DBA 2122 P2 GB	471	28	499
Y2021	DBA 2122 P2 GC	516	39	555
Y2021	DBA 2122 P2 GD	347	34	381
Y2021	DBA 2122 P2 GE	168	23	191
Y2021	DBA 2122 P2 GF	418	37	455
Y2021	DBA 2122 P2 GG	331	37	368
Y2021	DBA 2122 P2 GH	258	45	303
Y2021	DBA 2122 P2 GI	490	59	549
Y2021	DBA 2122 P2 GJ	273	30	303
Y2021	DBA 2122 P2 GK	425	39	464
Y2021	DBA 2122 P2 GL	232	19	251
Y2021	DBA 2122 P2 GM	513	39	552
Y2021	DBA 2122 P2 GN	169	18	187
Y2021	DBA 2122 P2 GO	359	40	399
Y2021	DBA 2122 P2 GP	262	10	272

Cuadro 9: Número y tipo de las sesiones de trabajo.

Cuadro 10: Test HSD de Tukey (Honestly-significance-difference) de la tasa de fallo por problema.

	diff	lwr	upr	p adj
P2-P1	0.00	-0.35	0.35	1.00
P3-P1	-0.12	-0.48	0.23	0.97
P4-P1	-0.19	-0.54	0.16	0.72
P5-P1	-0.26	-0.61	0.09	0.32
P6-P1	-0.12	-0.47	0.23	0.97
P7-P1	-0.14	-0.49	0.21	0.93
P8-P1	-0.11	-0.46	0.24	0.98
P9-P1	0.03	-0.33	0.38	1.00
P3-P2	-0.12	-0.48	0.23	0.97
P4-P2	-0.19	-0.54	0.16	0.72
P5-P2	-0.26	-0.61	0.09	0.31
P6-P2	-0.12	-0.47	0.23	0.97
P7-P2	-0.14	-0.50	0.21	0.93
P8-P2	-0.11	-0.46	0.24	0.98
P9-P2	0.03	-0.33	0.38	1.00
P4-P3	-0.07	-0.42	0.28	1.00
P5-P3	-0.14	-0.49	0.22	0.94
P6-P3	0.00	-0.35	0.36	1.00
P7-P3	-0.02	-0.37	0.33	1.00
P8-P3	0.01	-0.34	0.37	1.00
P9-P3	0.15	-0.20	0.50	0.91
P5-P4	-0.07	-0.42	0.28	1.00
P6-P4	0.07	-0.28	0.42	1.00
P7-P4	0.05	-0.30	0.40	1.00
P8-P4	0.08	-0.27	0.43	1.00
P9-P4	0.22	-0.14	0.57	0.56
P6-P5	0.14	-0.21	0.49	0.93
P7-P5	0.12	-0.23	0.47	0.97
P8-P5	0.15	-0.20	0.50	0.90
P9-P5	0.29	-0.07	0.64	0.20
P7-P6	-0.02	-0.38	0.33	1.00
P8-P6	0.01	-0.34	0.36	1.00
P9-P6	0.15	-0.21	0.50	0.92
P8-P7	0.03	-0.32	0.39	1.00
P9-P7	0.17	-0.19	0.52	0.83
P9-P8	0.14	-0.22	0.49	0.94

BIBLIOGRAFÍA

- Bogarín, A., Cerezo, R., & Romero, C. (2018). A survey on educational process mining. *WIREs Data Mining Knowl Discov*, 8, 12–30.
- Mayorga, H. S. A., & García, N. R. (2015). Process mining: development, applications and critical factors. *Cuadernos de Administración*, 28(50), 137–157.
- Vidal, L. C. (2016). A virtual laboratory for multiagent systems: Joining efficacy, learning analytics and student satisfaction.