



UNIVERSIDAD
DE GRANADA

TRABAJO FIN DE GRADO
DOBLE GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA Y MATEMÁTICAS

**ASISTENTE PARA
EL DESCUBRIMIENTO DE
PROCESOS DE APRENDIZAJE OCULTOS
DURANTE LA REALIZACIÓN DE
PRÁCTICAS DE LABORATORIO**

Autora

MARÍA ISABEL RUIZ MARTÍNEZ

Director

LUIS CASTILLO VIDAL

FACULTAD DE CIENCIAS
E.T.S. DE INGENIERÍAS INFORMÁTICA Y DE TELECOMUNICACIÓN

Granada, a 11 de junio de 2023

AUTORIZACIÓN

Yo, **María Isabel Ruiz Martínez**, alumna de la titulación Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas de la **Escuela Técnica Superior de Ingenierías Informática y de Telecomunicación de la Universidad de Granada**, con DNI 75576979Z, autorizo la ubicación de la siguiente copia de mi Trabajo Fin de Grado en la biblioteca del centro para que pueda ser consultada por las personas que lo deseen.

En Granada a 11 de junio de 2023

Fdo: María Isabel Ruiz Martínez

INFORME

D. **Luis Castillo Vidal**, Catedrático de Universidad del Departamento de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial de la Universidad de Granada.

Informa:

Que el presente trabajo, titulado *Asistente para el descubrimiento de procesos de aprendizaje ocultos durante la realización de prácticas de laboratorio*, ha sido realizado bajo su supervisión por **María Isabel Ruiz Martínez**, y autorizamos la defensa de dicho trabajo ante el tribunal que corresponda.

En Granada a 11 de junio de 2023

Fdo: Luis Castillo Vidal

AGRADECIMIENTOS

Aquí van mis agradecimientos.

RESUMEN

Aquí va mi resumen.

PALABRAS CLAVE: analítica de aprendizaje, minería de procesos, teoría de grafos, grafo dirigido acíclico

SUMMARY

Aquí va mi resumen.

KEYWORDS: learning analytics, process mining, graph theory, directed acyclic graph

ÍNDICE GENERAL

| | |
|--|-----------|
| I. MOTIVACIONES | 11 |
| Motivación | 12 |
| 0.1. Introducción | 12 |
| 0.2. Motivación | 12 |
| 0.3. Objetivos | 13 |
| 0.4. Estructura del Trabajo Fin de Grado | 13 |
| II. ESTADO DEL ARTE | 14 |
| 1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA | 15 |
| Planteamiento del problema | 15 |
| 2. MINERÍA DE PROCESOS | 18 |
| Minería de Procesos | 18 |
| 2.1. Introducción a la minería de procesos | 18 |
| 2.2. Extracción de los procesos con DISCO | 19 |
| 3. IMPLEMENTACIÓN DE LA HERRAMIENTA DE MINERÍA DE PROCESOS | 23 |
| Implementación de la herramienta de Minería de Procesos | 23 |
| 4. TEORÍA DE GRAFOS | 25 |
| Teoría de grafos | 25 |
| 4.1. Grafos | 25 |
| III. ANÁLISIS DESCRIPTIVO | 35 |
| 5. LOS REGISTROS EXISTENTES | 36 |
| Los registros existentes | 36 |
| 5.1. Número de grupos cada año | 36 |
| 5.2. El periodo de tiempo analizado cada año | 37 |
| 5.3. El conjunto de problemas analizados cada año | 37 |
| 5.3.1. Dificultad del problema: la tasa de fallo | 37 |
| 5.3.2. Dificultad del problema: tiempo necesario en resolverlo | 39 |
| 5.4. Actividad registrada | 39 |
| 5.4.1. Análisis de la normalidad de la distribución del número de sesiones | 40 |
| 5.4.2. Sesiones por cada problema | 42 |
| 5.4.3. Sesiones cada año | 43 |
| 6. HIPÓTESIS DE ESTUDIO | 45 |

| | |
|--|----|
| Hipótesis de estudio | 45 |
| 6.1. Métricas de calidad y correlaciones entre ellas | 45 |
| 6.1.1. Medidas a posteriori del resultado de la práctica | 45 |
| 6.1.2. Medidas continuas durante la práctica | 46 |
| 7. RENDIMIENTO OBSERVADO DE LOS ALUMNOS | 47 |
| Rendimiento observado de los alumnos | 47 |
| 7.1. Calificaciones obtenidas (Achiever) | 47 |
| 7.2. Número de sesiones realizadas (Perseverant) | 51 |
| 7.3. Número de intentos para resolver cada problema (SessionsBefore) | 51 |
| 7.4. Sesiones perdidas durante un problema | 55 |
| 7.5. Abrir un problema por primera vez (Newcomer) | 55 |
| 7.6. Resolver un problema por primera vez (EarlyBird) | 56 |
| 7.7. Número total de problemas resueltos (Performer) | 57 |
| 7.8. Siguiendo el plan del profesor (Follower) | 59 |
| IV. RESULTADOS OBTENIDOS | 60 |
| Apéndice A. ALGUNAS TABLAS | 61 |

Parte I

MOTIVACIONES

Introducción, Motivación, Objetivos y Estructura.

MOTIVACIÓN

0.1 INTRODUCCIÓN

La necesidad de comprender el proceso de aprendizaje y de personalizar la enseñanza para realizar una mejor adaptación a las necesidades del individuo ha motivado la *Analítica de Aprendizaje* o *Learning Analytics*, disciplina que consiste en la recogida de datos de un entorno de aprendizaje y el análisis de los mismos cuyo objetivo es asistir en el proceso de aprendizaje del alumnado.

Además, el uso de laboratorios virtuales y remotos en la enseñanza está en auge. Entre muchas de sus ventajas tenemos una mayor privacidad para el alumnado, accesos planificados a los mismos o soporte para reportar la actividad de los alumnos y la calificación de los mismos.

En este trabajo fin de grado se usarán datos de siete cursos académicos obtenidos en el laboratorio virtual para sistemas multiagente de la asignatura del cuarto curso académico Desarrollo Basado en Agentes del grado de Ingeniería Informática de la Universidad de Granada (España).

El laboratorio virtual diseñado para la asignatura recoge el trabajo diario de los alumnos almacenando las interacción entre los diferentes agentes y obteniendo así un extenso dataset que nos proporciona una base sólida para el uso de diversas analíticas de aprendizaje.

Así pues, se empleará un enfoque “*data-driven*” o *impulsado por datos*, tomando decisiones estratégicas basándose en el análisis de los datos y en la interpretación de los mismos.

0.2 MOTIVACIÓN

La principal motivación de este trabajo fin de grado es, precisamente, el análisis de los procesos de aprendizaje que siguen los alumnos para que el profesorado pueda asistirles mejor durante su proceso de aprendizaje y mejorar así su rendimiento académico.

0.3 OBJETIVOS

Los objetivos principales del proyecto serán:

- Identificar patrones de comportamiento indicativos de la evolución de los alumnos y del progreso de su aprendizaje, detectando, en las fases más tempranas posibles, comportamientos que pudiesen ser anómalos o que pudiesen indicar problemas de aprendizaje. Es decir, se pretende relevar, mediante la utilización de técnicas de minería de procesos, las posibles estrategias de los alumnos para cumplir los distintos objetivos de la asignatura así como desvelar su forma de trabajo habitual.
- Sugerir a estos alumnos las medidas necesarias para que recuperen un buen ritmo de aprendizaje y un progreso adecuado a lo que el profesorado de la asignatura espera.

0.4 ESTRUCTURA DEL TRABAJO FIN DE GRADO

Este trabajo fin de grado consta de cuatro partes, siete capítulos y otros elementos como la portada, la autorización para su ubicación en la biblioteca de la escuela, sendos resúmenes tanto en español como en inglés (con sus respectivas palabras clave), la sección de agradecimientos, los índices general, de figuras y de cuadros así como una bibliografía, un glosario de términos y un glosario de acrónimos.

A continuación se expone un breve esquema general del contenido de las partes y capítulos de este trabajo fin de grado:

- Parte I:
- Parte II:
- Parte III:
- Parte IV:

Parte II

ESTADO DEL ARTE

Planteamiento del problema y Minería de Procesos.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En la asignatura Desarrollo Basado en Agentes los alumnos, organizados en grupos de 4 o 5 alumnos, se conectan a un Laboratorio remoto de la UGR que está siempre disponible para los mismos. La arquitectura del servidor remoto puede apreciarse en la Figura 1.

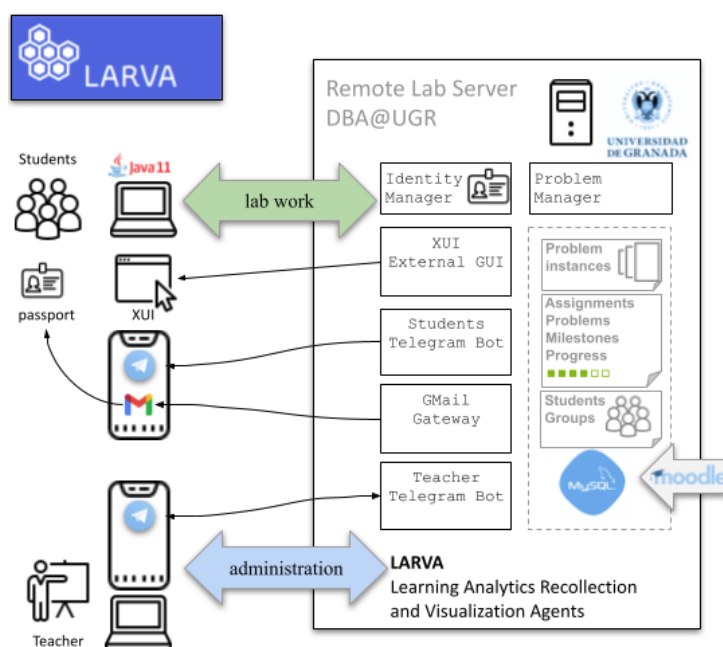


Figura 1: Arquitectura del Servidor Remoto. Por un lado, contiene el laboratorio virtual para sistemas multiagente distribuidos. Además, los alumnos también pueden consultar su progreso y el de sus compañeros a través de un Bot de Telegram. Por otro lado, el profesor también puede conocer el número de objetivos conseguidos por cada uno de sus grupos de alumnos.

Este servidor contiene varios mundos virtuales y se encarga de registrar y almacenar las interacciones con él Vidal (2016). Cada mundo virtual es una matriz cuadrada que representa espacios abiertos (en color blanco), obstáculos (en negro) y objetivos (en rojo) tal y como se muestra en la Figura 2. Los agentes de los alumnos deben entrar en uno de esos mundos

virtuales, percibir su vecindario, navegar a través de los espacios abiertos (empleando alguna clase de heurística exploratoria), evitar obstáculos y tratar de llegar al objetivo. En total, cada uno de los problemas planteados requieren de cinco pasos (o *milestones*) hasta su consecución.

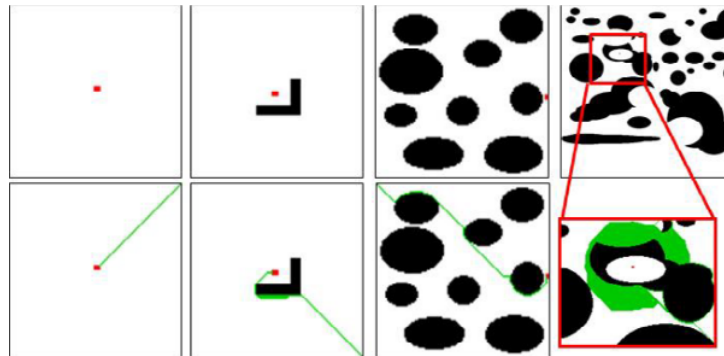


Figura 2: Alguno de los mapas que el alumnado debe resolver. Los agentes de los grupos de estudiantes deben acceder a uno de esos mundos y deben alcanzar los objetivos (coloreados en rojo) navegando a través del mundo y evitando los obstáculos (coloreados en negro). Alguno de los mundos no son resolubles porque el objetivo no se puede alcanzar con el objetivo de forzar a los agentes de los alumnos a razonar acerca de la irresolubilidad. Las posibles trayectorias están marcadas en verde.

La percepción del agente de su entorno es crítica para resolver estos mundos. En este laboratorio virtual los alumnos pueden configurar cuál de los siguientes sensores estarán enchufados en sus agentes (cualquier combinación de ellos):

- Un **GPS** que indica al agente sus coordenadas (x, y) en el mundo virtual.
- Un **sensor de batería**. Cada agente está alimentado con una batería cuya capacidad es limitada y cuya carga decrece conforme el agente realiza algún movimiento. La batería nunca debe ser vaciada por completo.
- Un **sensor radar** que informa al agente acerca de los tipos de celdas que lo rodean con una percepción local de 5×5 (observar Figura 3b).
- Un **sensor escáner** que actúa como *detector del objetivo* e indica al agente la distancia al objetivo medida desde cada una de las celdas de su entorno 5×5 (observar Figura 3c).

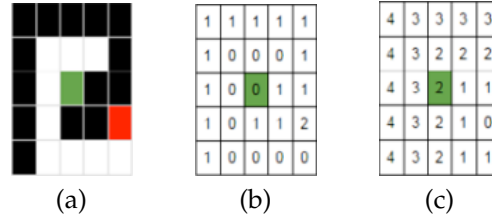


Figura 3: Un agente (representado por una celda verde en el centro de cada figura) tiene una percepción local de su entorno: solamente percibe el entorno 5x5 de celdas colindantes. El Radar 3b muestra dicho entorno 5x5 que rodea al agente e informa de si una celda está vacía (valor 0), si hay un obstáculo (valor 1) o de si hay un objetivo (valor 2). El Escáner 3c muestra la distancia de cada una de las celdas colindantes al objetivo.

Basados en su percepción del mundo virtual, cada agente decidirá ejecutar alguna de las siguientes acciones en su entorno implementando cualquier heurística o proceso de búsqueda.

- LOGIN. Entrar en cualquiera de los mundos virtuales.
- MOVE. Mover al agente a una de las 8 celdas adyacentes y gastar una cierta cantidad de batería. Si la celda destino es un obstáculo o el agente se queda sin batería, el agente se rompe y se sale del mundo virtual.
- REFUEL. El agente recarga completamente su batería. A los agentes se les permite recargar su batería tantas veces como deseen.

MINERÍA DE PROCESOS

2.1 INTRODUCCIÓN A LA MINERÍA DE PROCESOS

Las transacciones de los agentes en estos mundos virtuales registradas en el servidor no sólo son importantes desde el punto de vista de la evaluación del alumnado, sino que también nos proporcionan información de cómo se han resuelto los problemas propuesto, hito por hito, y son un reflejo de la estrategia seguida por cada uno de los equipos para intentar resolver todos los mundos.

Para tratar de desvelar estas estrategias ocultas se usarán técnicas de minería de procesos, considerando una estrategia como el proceso seguido por los estudiantes hasta llegar al objetivo. La minería de procesos puede definirse como la disciplina que tiene como objetivo descubrir, monitorear y mejorar procesos de negocio mediante el análisis de las transacciones del proceso que se han almacenado en algún sistema de información (Mayorga & García, 2015).

Actualmente, con el desarrollo y el creciente interés de las plataformas educativas y de toda la tecnología relacionada con las mismas, los sistemas de información nos permiten recoger todo tipo de información. Esto puede incluir desde información de bajo nivel (clicks del ratón) hasta información de alto nivel (realización de una actividad en particular dentro de la plataforma). Es decir, estos sistemas tienen la capacidad de almacenar datos temporales de diversa índole, como cadenas de clicks, registros de chats, históricos de modificación de documentos, registros de uso de los diferentes recursos educativos, etc. Bogarín et al. (2018). La minería de procesos puede usar todos estos logs para descubrir, monitorear y mejorar los procesos educativos. Surge así la denominada minería de procesos educacional (en inglés, *educational process mining*). No obstante, cabe destacar que, aunque en este trabajo fin de grado nos centraremos en la minería de procesos en el ámbito educativo, ésta también tiene numerosas aplicaciones en el área sanitaria, en el ámbito empresarial, institucional etc.

2.2 EXTRACCIÓN DE LOS PROCESOS CON DISCO

Para la extracción de los procesos ocultos se empleará el programa Disco. Disco es una herramienta de minería de procesos profesional que permite crear mapas visuales a partir de los registros en cuestión de minutos.

Para crear los diagramas de Disco, se extraerán los campos de información más importantes del dataset:

1. El identificador del caso, extraído de una clave aleatoria generada al principio de cada operación LOGIN y que distingue de manera unívoca cada sesión de trabajo de los estudiantes.
2. El agente, que se refiere al nombre del grupo de estudiantes.
3. La fecha y hora a la que se registró la transacción.
4. El campo actividad (Activity), que refleja la acción de los alumnos en el mundo virtual.
5. Varios campos de tipo recurso (Resource) que proporcionan información adicional que puede ser de utilidad a la hora de filtrar los registros.

Así pues, se importarán el dataset de dos maneras diferentes, con el objetivo de estudiar tanto la frecuencia con que cada problema o mapa ha sido visitado como las acciones compuestas mapa-porcentaje superado. En la primera importación la Activity es el problema y el identificador del caso es el grupo. En la segunda importación, por el contrario, la Activity es la composición del problema y el milestone y el identificador del caso son las sesiones. Las Figuras 4 y 5 muestran los diagramas obtenidos en cada uno de los casos.

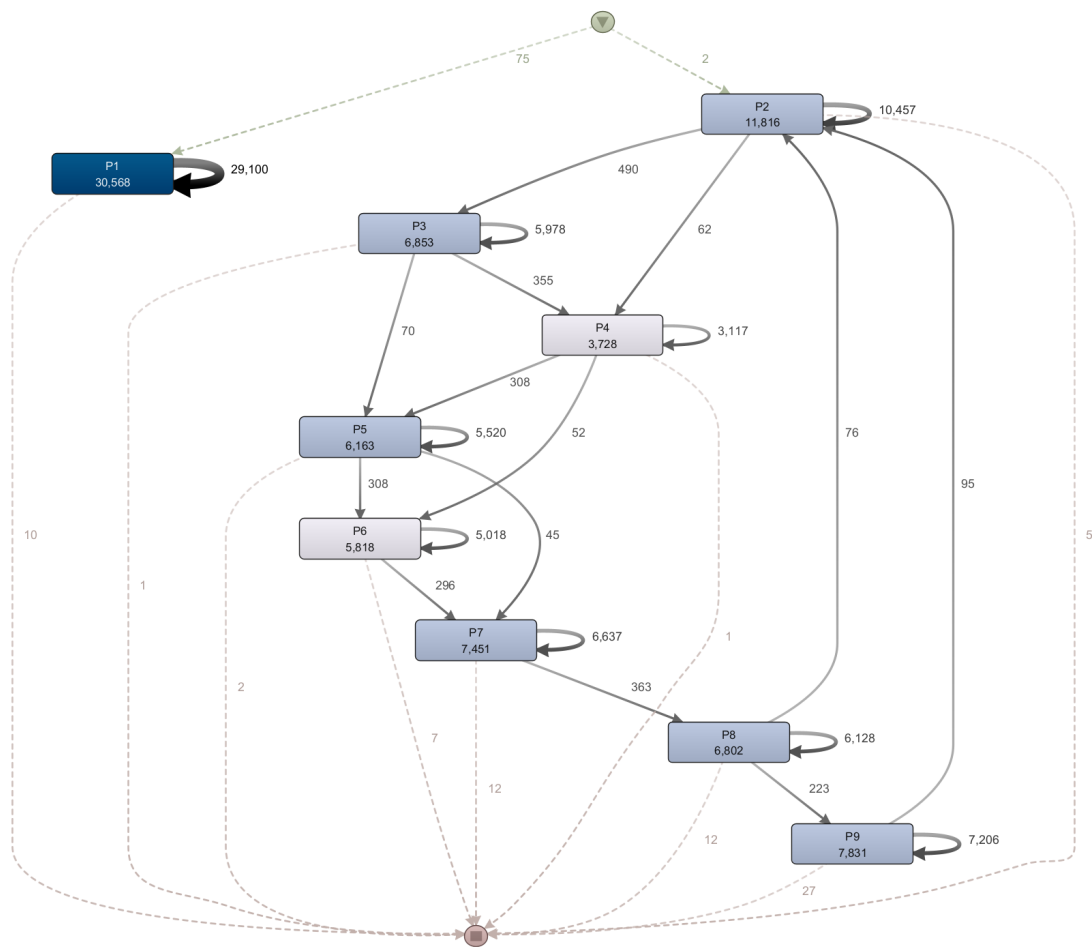


Figura 4: Análisis de procesos del dataset (Activity problema y CaseId grupo). Contiene el 100 % de las actividades y el 80 % de los caminos.

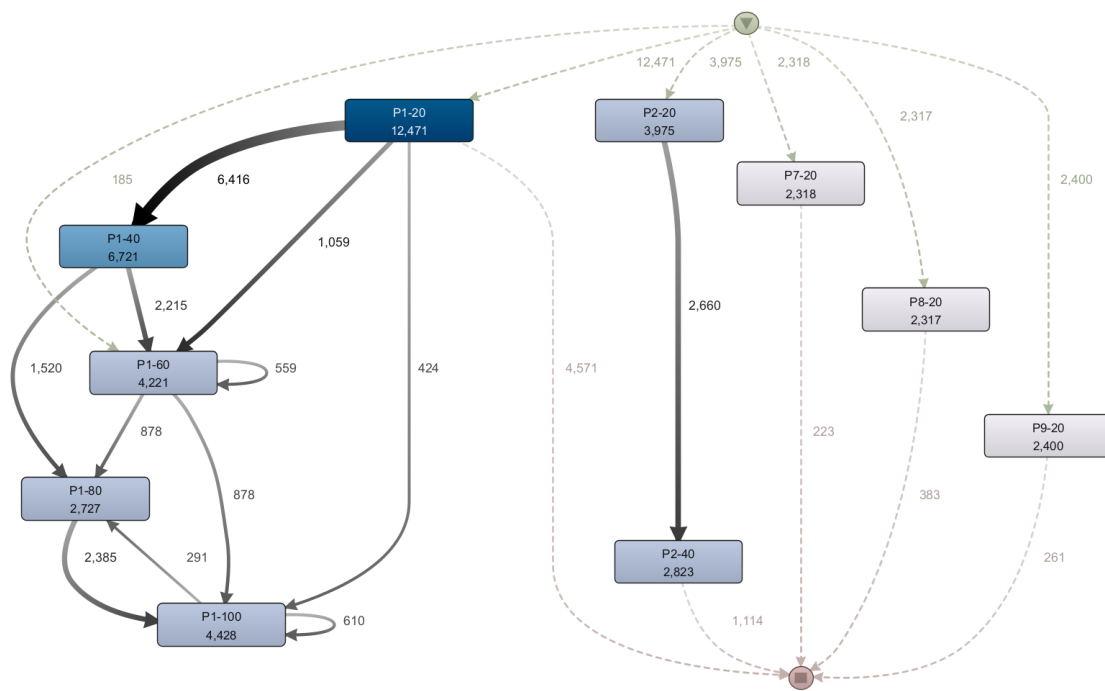


Figura 5: Análisis de procesos del dataset (Activity problema-milestone y CaseId sesión). Contiene el 20 % de las actividades y el 20 % de los caminos.

No obstante, a pesar de que tener una visión global del comportamiento de todos los grupos puede ayudar, nuestro objetivo final es poder caracterizar los comportamientos de los grupos y poder discernir, usando los datos del diagrama, si. Es por esto que nos será más interesante segmentar por grupos. Así pues, filtrando por el grupo DBA 1516 P2 GA, obtenemos los diagramas de las Figuras 6 y 7.

IMPLEMENTACIÓN DE LA HERRAMIENTA DE MINERÍA DE PROCESOS

Comparando las Figuras 8 y 6 vemos que el diagrama de la implementación propia y el original obtenido con Disco coinciden.

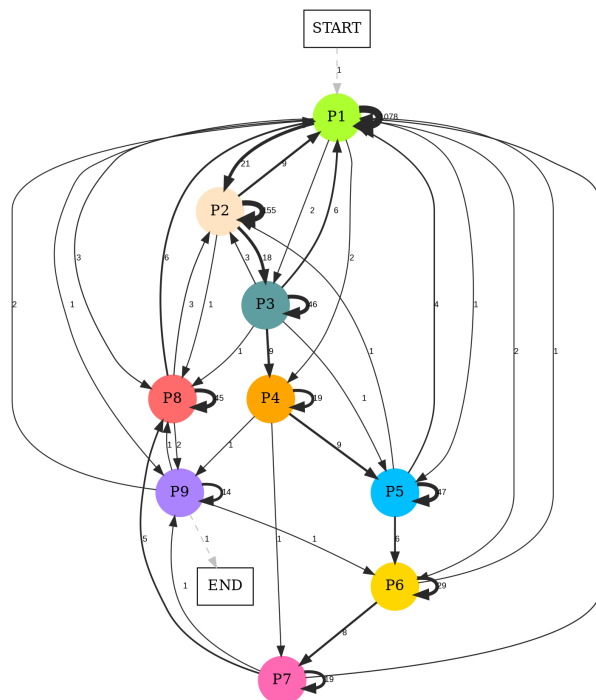


Figura 8: Análisis de procesos del grupo DBA 1516 P2 GA (Activity problema y CaseId grupo) obtenido con la implementación propia.

Además, como podemos ver en la Figura 9, hemos obtenido el mismo diagrama que en el de la Figura 7 con la salvedad de que hemos impedido el retorno a un estado anterior (el motivo se verá más adelante). Es decir, se han eliminado ciclos.

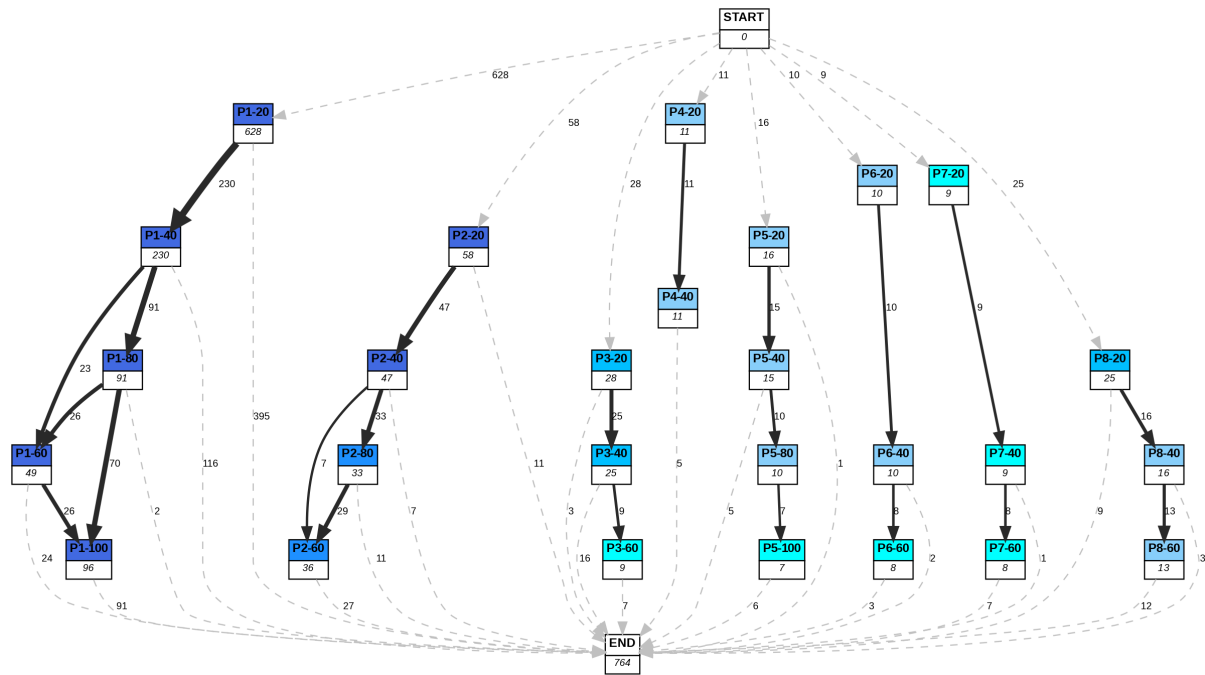


Figura 9: Análisis de procesos del grupo DBA 1516 P2 GA (Activity problema-milestone y CaseId sesión) obtenido con la implementación propia.

A partir de ahora, estos diagramas tendrán la consideración de grafos. En particular, serán grafos dirigidos y operaremos con ellos como tales. En el siguiente capítulo se expondrán los conceptos básicos de grafos y principales resultados matemáticos que se usarán en este trabajo fin de grado.

TEORÍA DE GRAFOS

En el ámbito de las matemáticas y las ciencias de la computación, se emplea el término *grafo* (del griego *grafos* que significa *dibujo* o *imagen*) para referirse a un conjunto de objetos llamados *vértices* o *nodos*, los cuales están unidos por enlaces conocidos como *aristas* o *arcos*. Estas conexiones representan las relaciones binarias que existen entre los elementos de un conjunto, y son objeto de estudio de la teoría de grafos.

4.1 GRAFOS

En esta sección se introducirán las definiciones básicas que forman parte de la teoría de grafos.

Definición 1. Matemáticamente, un *grafo* $G = (V, E)$ es una tupla de vértices V y aristas E que relacionan dichos vértices. Denominaremos *orden* del grafo al número de vértices del mismo ($|V|$). Por supuesto, siempre tendremos que $V \neq \emptyset$.

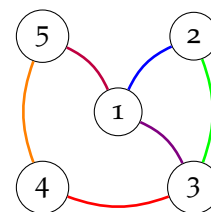


Figura 10: Ejemplo de grafo simple.

Ejemplo 1. El grafo dado en la Figura 10 tiene conjunto de vértices $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ y conjunto de aristas $E = \{(1, 2), (1, 3), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 1)\}$.

Definición 2. Un *vértice* o *nodo* es la unidad fundamental de las que se componen los grafos. Los vértices en sí mismos se tratan como objetos indivisibles y sin propiedades. No obstante, pueden tener asociados una semántica dependiendo del contexto de aplicación del grafo. Por ejemplo, en el grafo 9 un nodo representa la consecución de un objetivo de un problema.

Definición 3. Una *arista* representa una relación entre dos vértices de un grafo. Las aristas se denotan por $(u, v) \in E$ donde $u, v \in V$. Visualmente, se representan como las líneas que unen los vértices que forman parte de la definición de la misma.

Definición 4. Un *grafo ponderado* es un grafo cuyas aristas tienen un peso o valor asociado.

Formalmente, se puede definir como un trío ordenado $G = (V, E, W)$ donde $V = \{v_1, \dots, v_n\}$ es un conjunto de vértices, $E = \{e_1, \dots, e_m\}$ y $W = \{w_1, \dots, w_m\}$ es el conjunto de pesos asociados a cada arista.

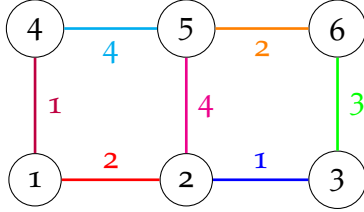


Figura 11: Ejemplo de grafo ponderado.

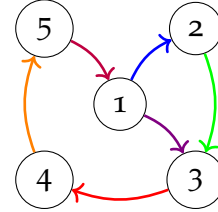


Figura 12: Ejemplo de grafo dirigido.

Definición 5. Un *grafo no dirigido* es un grafo cuyas aristas representan relaciones simétricas y carecen de sentido definido. Es decir, la arista (u, v) es idéntica a la arista (v, u) . Es decir, las aristas no son pares ordenados sino conjuntos $\{u, v\}$ (o 2-multiconjuntos) de vértices.

Un grafo no dirigido podrá tener, a lo más, $\frac{|V|^2}{2}$ aristas.

Definición 6. Se denomina *grafo dirigido* o *digrafo* a aquellos grafos cuyas aristas tengan un sentido definido. En un digrafo, cada arista se representa como un par ordenado de dos vértices. Por ejemplo, (u, v) denota la arista que va de u hacia v (desde el primer vértice hasta el segundo vértice).

Los grafos no dirigidos se pueden ver como un caso particular de los grafos dirigidos en tanto que son grafos dirigidos simétricos.

Mientras que en un grafo no dirigido se tiene que $E \subseteq \{x \in \mathcal{P}(V) : |x| = 2\}$ (es decir, E es un conjunto de pares no ordenados de elementos de V), cuando el grafo es dirigido se tiene que E es un conjunto de pares ordenados $(i, j) \in V \times V$.

Ejemplo 2. En la Figura 12 se muestra un ejemplo de grafo dirigido mientras que en la Figura 10 tenemos un ejemplo de grafo no dirigido.

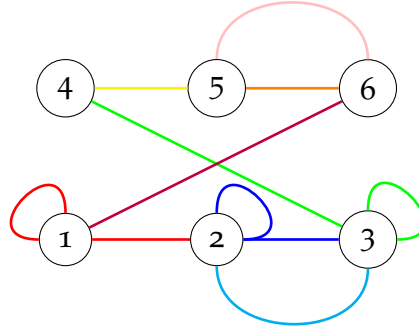


Figura 13: Ejemplo de multigrafo.

Definición 7. Un *grafo conexo* es un grafo en que todos sus vértices están conectados por un camino o por un semicamino dependiendo de si el grafo es no dirigido o dirigido.

De lo contrario, si algún grafo no cumple la propiedad anterior se dirá que es *disconexo*.

Definición 8. Un *bucle* es una arista que relacionado un vértice consigo mismo.

Definición 9. En un grafo $G = (V, E)$, se dice que dos aristas son *paralelas* o *múltiples* si el vértice inicial y el vértice final de las mismas coinciden.

Los grafos que permiten la existencia de bucles y aristas múltiples se denominan *multigrafos*. Por el contrario, los grafos sin bucles y sin aristas paralelas se denominarán *simples*.

Ejemplo 3. En la Figura 11 tenemos un ejemplo de grafo ponderado.

En la Figura 10 se muestra un ejemplo de grafo simple. Por otro lado, en la Figura 13 podemos ver un multigrafo.

Definición 10. En un grafo $G = (V, E)$ dos vértices se dirán *adyacentes* (o *vecinos*) si están relacionados por al menos una arista. Es decir, dos vértices $u, v \in V$ son adyacentes si $\exists e \in E$ tal que $e = (u, v)$.

La *matriz de adyacencia* de un grafo es una matriz cuadrada de dimensión $|V| \times |V|$ que se utiliza como forma de representar las relaciones binarias entre los nodos del mismo. La denotaremos por $A = (a_{ij})_{1 \leq i, j \leq |V|}$.

Si tenemos que G es un grafo no dirigido, entonces $a_{ij} = 1$ y $a_{ji} = 1$ si el vértice v_i es adyacente al vértice v_j y $a_{ij} = a_{ji} = 0$ en caso contrario. Si el grafo G es dirigido, entonces tendremos que $a_{ij} = 1$ si y sólo si existe $e \in E$ tal que $e = (v_i, v_j)$ y $a_{ij} = 0$ en caso contrario.

Por último, si tenemos un grafo ponderando, entonces se sustituirá en valor de 1 en los casos anteriores por el peso de las aristas correspondientes.

Ejemplo 4. Tenemos que la matriz de adyacencia del grafo de la Figura 10 es:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Definición 11. Sea $G = (V, E)$ un grafo no dirigido y sea $v \in V$ un vértice suyo. Se denomina grado del vértice v al número de aristas incidentes al vértice y se denotará de ahora en adelante por $\deg(v)$.

Al conjunto de todos los vértices adyacentes a un vértice dado se le denominará *vecindad* del vértice en cuestión. Formalmente, la vecindad de un vértice $v \in V$ es el conjunto

$$N(v) = \{u \in V \mid \{v, u\} \in E\} \quad (2)$$

Así pues, el grado de un vértice $v \in V$ puede definirse como el módulo de su vecindario: $\deg(v) = |N(v)|$.

En el caso de los grafos dirigidos se distingue entre el *grado de entrada* $\deg^-(v)$ (número de aristas que tienen a v como el vértice final) y el *grado de salida* $\deg^+(v)$ (número de aristas que tienen a v como vértice inicial).

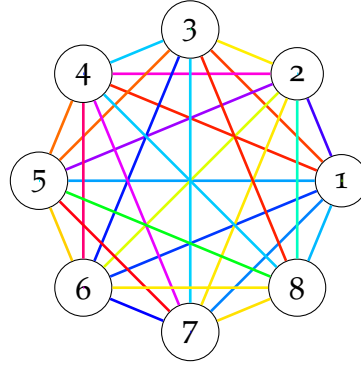


Figura 14: Ejemplo de grafo completo.

Definición 12. Un grafo en el que todos sus vértices tienen el mismo grado (de entrada, en el caso de los grafos dirigidos) se denomina *regular*. Además, un grafo con vértices de grado k se llamará k -regular.

Definición 13. Un *grafo completo* $G = (V, E)$ es un grafo no dirigido simple en el que para cada par de vértices $u, v \in V$ existe una arista $e \in E$ tal que $e = \{u, v\}$.

El *grafo completo de n vértices* se denotará por K_n . Así pues, K_n tendrá $\frac{n \cdot (n - 1)}{2}$ aristas y es un grafo regular de grado $n - 1$.

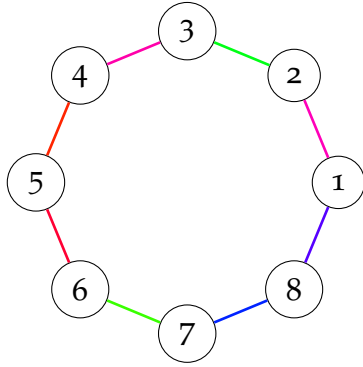


Figura 15: Ejemplo de grafo ciclo.

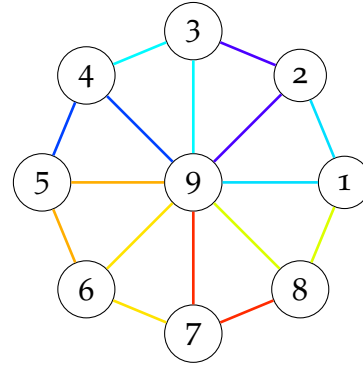


Figura 16: Ejemplo de grafo rueda.

Definición 14. Un *grafo ciclo* o simplemente un *ciclo* es un grafo que consiste en un camino simple cerrado. Esto es, hay un único camino en el que no se repite ningún vértice salvo el primero con el último.

Denotaremos a un grafo ciclo de n vértices por C_n . Si consideramos que es un grafo no dirigido, cada vértice tendrá un vecindario de tamaño 2 y, por tanto, será un grafo 2-regular. Por el contrario, si tenemos un grafo dirigido, será un grafo 1-regular.

Definición 15. Un grafo rueda es un grafo de n vértices (denotado usualmente por W_n) es un grafo que se obtiene al añadir un único vértice a un grafo ciclo de $n - 1$ vértices, conectando el nuevo el vértice a todos los ya existentes. Es decir, el nuevo vértice será adyacente a todos los vértices del grafo C_{n-1} .

Ejemplo 5. En las Figuras 14, 15 y 16 podemos ver un grafo completo, un grafo ciclo y un grafo rueda respectivamente.

Definición 16. Diremos que un grafo es *cíclico* si contiene al menos un grafo ciclo. Por el contrario, se dirá que un grafo es *acíclico* si no contiene ningún ciclo.

No obstante, en este trabajo fin de grado nos centraremos en los llamados *grafos dirigidos acíclicos* o DAG (*Directed Acyclic Graphs*, en inglés) que no son más que grafos dirigidos desprovistos de ciclos.

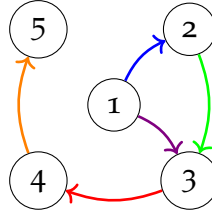


Figura 17: Ejemplo de grafo acíclico dirigido con 5 nodos.

Ejemplo 6. En la Figura 10 tenemos un grafo dirigido con ciclos o cíclico (contiene, por ejemplo, el 1-3-4-5). Sin embargo, eliminando una de las aristas del mismo obtenemos el grafo de la Figura 17, que es acíclico.

Definición 17. Un grafo conexo acíclico no dirigido se denominará *árbol*. Por otro lado, un *árbol orientado* o *poliárbol* será un grafo dirigido acíclico cuyo grafo no dirigido subyacente es un árbol. De otra manera, si cambiamos sus aristas dirigidas por no dirigidas, se obtendría un grafo no dirigido conexo y acíclico.

Definición 18. Un *árbol de expansión* de un grafo conexo no dirigido G es un subgrafo suyo que es árbol y que contiene a todos sus vértices.

El *número de árboles de expansión* de un grafo conexo G , habitualmente denotado por $t(G)$, es un invariante importante en la teoría de grafos. Éste puede obtenerse mediante el denominado *Teorema de Kirchhoff*. Este teorema demuestra que el número de árboles de expansión de un grafo puede obtenerse en tiempo polinómico a partir del determinante de una submatriz de la *matriz Laplaciana* del grafo. Más aún, nos dice que éste número es igual a cualquier cofactor de la matriz Laplaciana. El Teorema de Kirchhoff es una generalización de la *fórmula de Cayley*, que proporciona el número de árboles de expansión en el caso de un grafo completo y que veremos a continuación.

Proposición 1. Dado un grafo completo $K_n = (V, E)$ con $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, la *fórmula de Cayley* establece que el número de árboles de expansión del mismo es $t(K_n) = n^{n-2}$.

En 1918, el alemán H. Prüfer obtuvo una elegante correspondencia biyectiva entre árboles etiquetados con n vértices y sucesiones de longitud $n - 2$, denominadas *códigos de Prüfer*.

Definición 19. La definición del *código de Prüfer* de un árbol $T = (V, E)$ no trivial, denotado por $P(T)$, es recursiva. Si $|V| = 2$ entonces T consiste de una sola arista y $P(T) = \emptyset$. Supongamos ahora que el código de Prüfer de cualquier árbol con n vértices está definido y sea $T = (V = \{v_1, v_2, \dots, v_n, v_{n+1}\}, E)$ un árbol con $n + 1$ vértices. Sea

$$v = \min \{i \in \{1, 2, \dots, n, n+1\} \mid \deg(v_i) = 1\} \quad (3)$$

y sea u el único vértice adyacente a v en T . Por lo tanto, $T' = T - v$ es un árbol con n vértices y $P(T - v)$ está bien definido por hipótesis de inducción. El código de Prüfer de T se definirá de la siguiente forma:

$$P(T) = (u, P(T')) \quad (4)$$

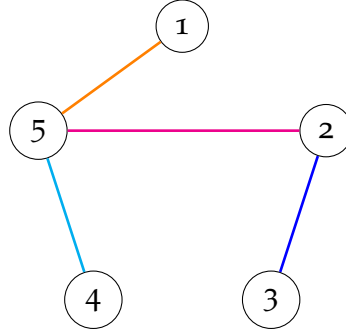


Figura 18: Ejemplo de árbol con 5 nodos.

Ejemplo 7. Consideremos el árbol de la Figura 18. Tenemos que el vértice de grado uno con la numeración más pequeña es el vértice 1. Este vértice únicamente es adyacente al vértice número 5. Así pues, $P(T) = (5, P(T - 1))$. Cuando eliminamos el primer vértice, obtenemos que el vértice de grado uno de menor numeración es el 3, cuyo único vértice adyacentes es el 2, lo que conduce a que $P(T) = (5, 2, P(T - \{1, 3\}))$. Eliminando ahora este tercer vértice, tenemos que el vértice 2 es el de menor numeración cuyo grado es 1 y su único nodo adyacente es el número 5. Esto hace que $P(T) = (5, 2, 5, P(T - \{1, 3, 2\}))$. Como $T - \{1, 3\}$ es un árbol con dos vértices, $P(T - \{1, 3\}) = \emptyset$ y $P(T) = (5, 2, 5)$.

Este ejemplo pone de manifiesto que no es necesario que todos los vértices aparezcan en el código de Prüfer y que pudiera ocurrir que un mismo vértice aparezca más de una vez en los mismos. De hecho, el número de veces que un vértice aparece en el código de Prüfer depende del grado de dicho vértice. Este resultado se verá en el siguiente Lema.

Proposición 2. Sea c_i el número de veces que aparece el número i en el código de Prüfer de un árbol $T = (V = \{1, \dots, n\}, E)$ con $n \geq 3$ vértices. Entonces $\deg(i) = c_i + 1$.

Demostración. Si $n = 3$ entonces $P(T)$ consiste de un solo número, correspondiente al vértice de grado dos.

Supongamos ahora que el resultado es cierto para todo árbol $T = (V = \{1, \dots, n\}, E)$ con $n \geq 3$ vértices. Sea $T' = (V' = \{1, \dots, n, n+1\}, E')$, $v = \min \{i \in V' \mid \deg(i) = 1\}$ y sea u el único vértice adyacente a v en T' . Así pues, $P(T') = (u, P(T' - v))$. Para cada $i \in V'$ sea b_i el número de veces que aparece i en $P(T' - v)$. Por hipótesis de inducción, $\deg_{T'-v}(i) = b_i + 1$.

Además, si $i \neq u$ entonces $c_i = b_i$ y $\deg_{T'}(i) = \deg_{T'-v}(i)$. Por lo tanto, en este primer caso, $\deg_{T'}(i) = c_i + 1$. Por otra parte, si $i = u$ entonces $c_i = b_i + 1$ y $\deg_{T'}(i) = \deg_{T'-v}(i) + 1$. Por lo tanto, $\deg_{T'}(i) = b_i + 2 = c_i + 1$. \square

El siguiente resultado muestra que el código de Prüfer define una función inyectiva del conjunto de árboles generadores con n vértices al conjunto de palabras de longitud $n - 2$ del alfabeto $\{1, 2, \dots, n\}$.

Proposición 3. Si T y T' son dos árboles con $n \geq 3$ vértices numerados tales que $P(T) = P(T')$, entonces $T = T'$.

Demostración. Si $n = 3$, entonces $P(T)$ consiste de un solo número, correspondiente al único vértice de grado dos de T . Como $P(T) = P(T')$, este vértice también es el único vértice de grado dos de T' y tenemos que $T = T'$.

Supongamos ahora que el resultado es cierto para cualesquiera dos árboles con n vértices numerados. Sean ahora T y T' dos árboles con $n + 1$ vértices numerados tales que $P(T) = P(T')$. Sea v el mínimo elemento de $\{1, \dots, n, n + 1\}$ que no aparece en $P(T)$. Por el lema anterior $\deg_T(v) = 1$ y $\deg_{T'} = 1$. Así pues, existe un único u tal que u es adyacente a v en T y existe un único u' tal que u' es adyacente a v en T' . De ahí obtenemos que $P(T) = (u, P(T - v))$ y que $P(T') = (u', P(T' - v'))$. Como $P(T) = P(T')$, se sigue que $u = u'$ y, por lo tanto, $P(T - v) = P(T' - v')$. Por lo que, por hipótesis de inducción, $T - v = T' - v$. Concluimos así que $T = T'$. \square

A continuación veremos que a cada palabra de longitud $n - 2$ del alfabeto $\{1, 2, \dots, n\}$ le corresponde un árbol cuyo código de Prüfer es esa palabra.

Proposición 4. Sea $n \geq 3$. Si $L = (u_1, u_2, \dots, u_{n-2})$ es una lista cuyos elementos pertenecen al conjunto $V = \{1, \dots, n\}$, entonces existe un árbol con vértices numerados (o etiquetado) T tal que $P(T) = L$.

Demostración. Si $n = 3$ entonces $L = (u_1)$ y T es la trayectoria de longitud dos cuyo vértice interno es u_1 .

Supongamos ahora que el resultado es cierto para toda lista de longitud $n - 2$. Sea $L = (u_1, u_2, \dots, u_{n-2})$ una lista de longitud $n - 1$. Sea v el elemento más pequeño de V que no aparece en L . Por hipótesis de inducción existe un árbol $T' = (V', E')$ con conjunto de vértices $V_{T'} = \{1, \dots, n + 1\} - \{v\}$, tal que $P(T') = (u_2, u_3, \dots, u_{n-1})$. Sea e la arista que une a v con u_1 y sea $T = (V' + v, E' + e)$. Tenemos que T es un árbol y que $P(T) = (u_1, P(T')) = L$ tal y como se quería demostrar. \square

El siguiente ejemplo pone en práctica el procedimiento descrito en el lema anterior para construir un árbol generador cuyo código de Prüfer sea igual a una lista dada.

Ejemplo 8. Consideremos la lista $(3, 5, 3, 1)$. La longitud de esta lista es 4, por lo que corresponde a un árbol con conjunto de vértices $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. El primer vértice que no aparece en la lista es 2, el cual debe ser adyacente al vértice 3 (Figura 19). Consideremos ahora la sublista $(5, 3, 1)$, el primer vértice del conjunto $\{1, 3, 4, 5, 6\}$ (obtenido al eliminar el vértice 2) que no aparece en la lista es el 4, que debe ser adyacente al vértice 5. Análogamente, el primer vértice del conjunto $\{1, 3, 5, 6\}$ que no aparece en la sublista $(3, 1)$ es el 5, el cual debe ser adyacente al vértice 3, y el primer vértice del conjunto $\{1, 3, 6\}$ que no aparece en la sublista (1) es el 3, el cual debe ser adyacente al vértice 1. Finalmente, obtenemos la lista vacía y el conjunto $\{1, 6\}$, lo cual indica que el vértice 1 debe ser adyacente al vértice 6. La Figura ?? es el árbol asociado a la lista $(3, 5, 3, 1)$.

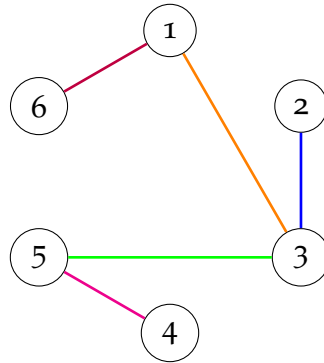


Figura 19: Ejemplo de árbol con 6 nodos.

Finalmente, se procederá a demostrar la fórmula de Cayley 1:

Demostración. Si $n = 1$ o $n = 2$ el resultado es trivialmente cierto. Si $n \geq 3$ de las Proposiciones 3 y 4 se sigue que existe una correspondencia biyectiva entre el conjunto de árboles generadores con n vértices y el conjunto de palabras de longitud $n - 2$ del alfabeto $\{1, 2, \dots, n\}$. Como el número de palabras de longitud $n - 2$ de un alfabeto con n elementos es n^{n-2} , entonces hay n^{n-2} árboles de expansión distintos de un grafo completo con n vértices. \square

A continuación, se introducirá el concepto de matriz laplaciana de un grafo que, junto con el Teorema de Kirchhoff nos permitirá calcular el número de árboles de expansión de un grafo arbitrario.

Definición 20. La matriz laplaciana (también conocida como matriz de admitancia o matriz de Kirchhoff) es una representación matricial de un grafo muy utilizada en la Teoría espectral de grafos, cuyo objetivo es el estudio de las propiedades de los grafos en relación de los polinomios característicos, valores y vectores propios de las matrices asociadas a los mismos.

Para un grafo simple G con vértices $V = (v_1, \dots, v_n)$ los elementos de la matrix laplaciana $L_{n \times n}$ se definen como sigue:

$$L_{i,j} = \begin{cases} \deg(v_i) & \text{si } i = j \\ -1 & \text{si } i \neq j \text{ y } v_i \text{ es adyacente a } v_j \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases} \quad (5)$$

Equivalentemente, se tiene que $L = D - A$ donde D es la matriz de grados del grafo (matriz diagonal cuyos elementos no nulos son los grados de cada uno de los vértices) y A es la matriz de adyacencia del grafo.

Ejemplo 9. Se tiene que la matriz laplaciana del grafo simple de la Figura 10 es la siguiente:

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad (6)$$

Este concepto se puede generalizar al caso de grafos ponderados, donde las matrices de adyacencia pueden contener números naturales distintos de ceros y unos. Además, también se puede generalizar a grafos dirigidos, utilizando en vez de la matriz de grados del grafo la matriz de grados de entrada o la matriz de grados de salida dependiendo de la aplicación que se esté considerando.

Ejemplo 10.

Teorema 1. *El Teorema de Kirchhoff. Sea un grafo conexo G con n vértices numerados y sean $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n-1}$ los valores propios no nulos de su matriz laplaciana. Se tiene entonces que el número de árboles de expansión del grafo G es*

$$t(G) = \frac{1}{n} \cdot \lambda_1 \cdots \lambda_{n-1} \quad (7)$$

Como podemos ver, se trata de una generalización de la fórmula de Cayley que además de muestra que el número de árboles de expansión de cualquier grafo se puede calcular en tiempo polinómico a partir del determinante de una submatriz de la matriz laplaciana. Específicamente, el número de árboles de expansión de un grafo conexo coincide con cualquier cofactor de su matriz laplaciana.

Parte III

ANÁLISIS DESCRIPTIVO

Análisis estadístico de los datos.

LOS REGISTROS EXISTENTES

En el laboratorio remoto se ha registrado la actividad de 7 años consecutivos (desde el curso académico 1516 al 2122). Un ejemplo de las interacciones almacenadas puede verse en la Tabla 1.

Cuadro 1: Muestra de los datos que se recopilan en el servidor.

| Year | Group | SessionID | Date | Problem | Step |
|------|----------|--------------|---------------------|---------|------|
| 1819 | Keid | 493252533735 | 28/10/2018 20:23:35 | P1 | 1 |
| 1819 | Keid | 493252533735 | 28/10/2018 20:23:40 | P1 | 3 |
| 1819 | Keid | 389034076811 | 7/11/2018 19:01:49 | P2 | 1 |
| 1819 | Cerastes | 487544594557 | 27/10/2018 13:05:11 | P1 | 1 |
| 1819 | Cerastes | 487544594557 | 27/10/2018 13:10:57 | P1 | 3 |
| 1819 | Jabbah | 550676318711 | 20/12/2018 22:22:42 | P8 | 1 |
| 1819 | Cerastes | 336303012053 | 17/12/2018 13:28:50 | P9 | 1 |
| 1819 | Keid | 563159878397 | 25/10/2018 12:41:43 | P8 | 1 |

5.1 NÚMERO DE GRUPOS CADA AÑO

El número de grupos puede variar en cada curso en función del número de alumnos matriculados en la asignatura ese año. Así pues, se muestran a continuación en las Tablas 13 y 14 los grupos por curso académico.

5.2 EL PERIODO DE TIEMPO ANALIZADO CADA AÑO

En la Tabla 2 se muestra el número de días que dura la práctica cada año. Se puede apreciar que la duración de la práctica que estamos considerando puede variar en función del curso académico.

Cuadro 2: Número de días que dura la práctica cada año.

| Year | Length (days) |
|-------|---------------|
| Y2015 | 33 |
| Y2016 | 24 |
| Y2017 | 30 |
| Y2018 | 18 |
| Y2019 | 28 |
| Y2020 | 17 |
| Y2021 | 39 |

5.3 EL CONJUNTO DE PROBLEMAS ANALIZADOS CADA AÑO

Todos los años hay 9 problemas de dificultad similar que deben ser resueltos por todos los grupos.

Para aproximarnos al concepto subjetivo de “dificultad del problema” vamos a analizar el número de sesiones fallidas que necesita cada alumno para resolverlos por primera vez con respecto al número total de sesiones de ese problema (tasa de fallo) y la duración de este periodo en horas.

5.3.1 *Dificultad del problema: la tasa de fallo*

La apertura de un problema se corresponde con una sesión de trabajo, la cual puede terminar como fallo (fail) si no se consigue resolver el problema, o éxito (solved) en caso de que se haya resuelto el problema. Así pues, se definirá la tasa de fallo como el cociente entre el número total de sesiones fallidas entre el número total de sesiones de un mismo problema. El boxplot de las tasas de fallo por problema puede verse en la Figura 20.

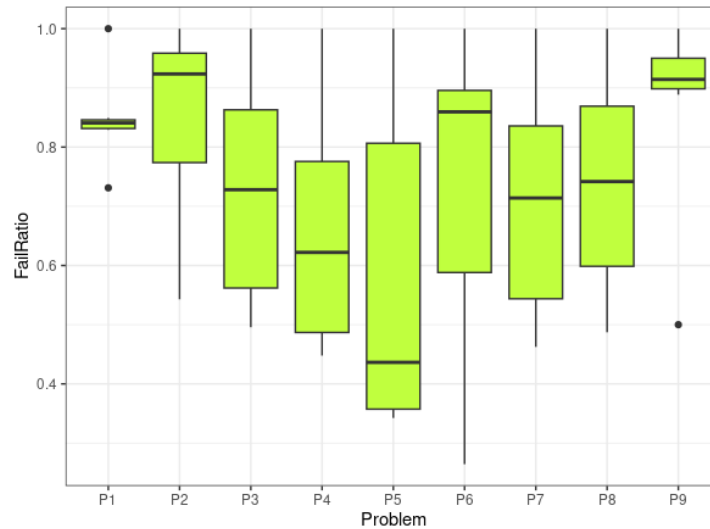


Figura 20: Boxplot de la tasa de fallo (Fail ratio) por problema.

Tras realizar el test ANOVA de un factor (resultados en la Tabla 3), cuya hipótesis nula establece que la tasa de fallo media de los nueve problemas considerados es la misma, se detecta que las distribuciones de probabilidad de la tasa de fallo son estadísticamente iguales en los distintos problemas ($p = 0,1733 > 0,05$)¹.

Cuadro 3: Resultados del test ANOVA de un solo factor (tasa de fallo).

| | Df | Sum Sq | Mean Sq | F value | Pr(>F) |
|-------------------|----|--------|---------|---------|--------|
| ndsp[[nVariable]] | 8 | 0.51 | 0.06 | 1.52 | 0.1733 |
| Residuals | 54 | 2.26 | 0.04 | | |

Además, se ha realizado un test de Tukey por pares de problemas (Tabla 16). En él se observa que casi todos los pares pueden considerarse estadísticamente iguales ($p \text{ adj} > 0,2$ en todos ellos) salvo quizá, el par P9-P5 ($p \text{ adj} = 0,2$). La Figura 21 muestra los intervalos de confianza de todas las diferencias entre las distintas parejas de años.

¹ Nótese que hemos establecido un nivel de significancia de $\alpha = 0,05$.

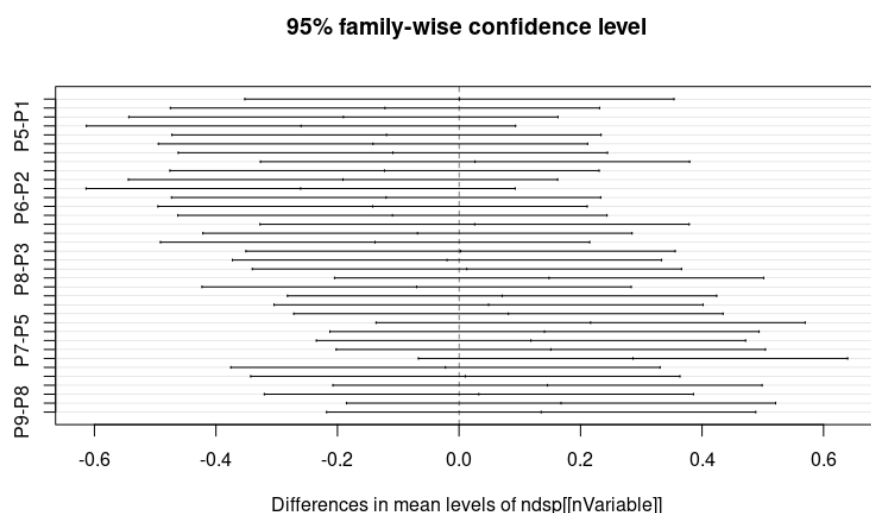


Figura 21: Intervalos de confianza de la tasas de fallo de los problemas.

5.3.2 Dificultad del problema: tiempo necesario en resolverlo

Es el número de horas que transcurren desde que el problema se abre por primera vez hasta que es resuelto por primera vez.

Falta imagen.

De nuevo los tests detectan comportamientos diferentes (ANOVA $p=9.27e-5$, KW $p=8.8e-8$).

Falta tabla.

Por pares.

Falta tabla.

Intervalos de confianza.

Falta imagen.

Por lo tanto, se puede ver, dadas las evidencias aportadas que la resolución de cada problema exige respuestas claramente diferentes por parte del alumnado.

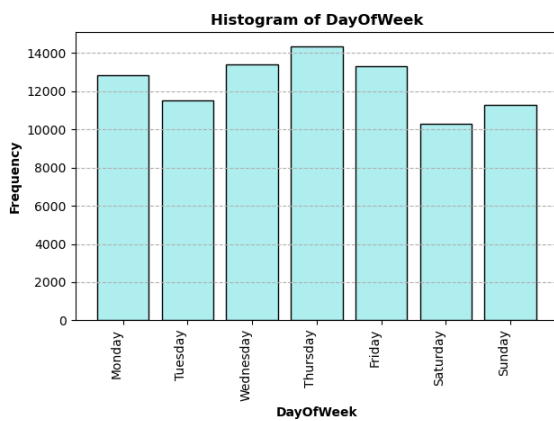
5.4 ACTIVIDAD REGISTRADA

El número de registros y de sesiones de trabajo de cada uno de los años analizados se muestran en la Tabla 4. Como podemos ver, aunque el curso académico 2021 registra más actividad que los demás, no es el que presenta un mayor número de sesiones.

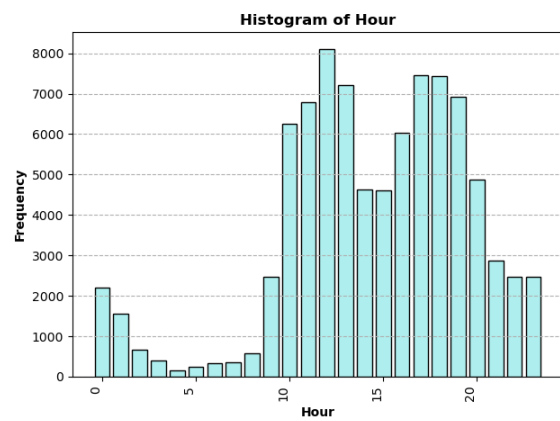
Cuadro 4: Número de registros y sesiones almacenados en el servidor por años.

| Year | Activity Records | Sessions |
|-------|------------------|----------|
| Y2015 | 12088 | 4489 |
| Y2016 | 12525 | 4538 |
| Y2017 | 9088 | 3661 |
| Y2018 | 5705 | 2811 |
| Y2019 | 14475 | 5156 |
| Y2020 | 21188 | 3900 |
| Y2021 | 11961 | 6113 |

Al ser un servicio 24 horas los 7 días de la semana, los alumnos interactúan con el laboratorio remoto en cualquier día de la semana tal y como puede verse en la Figura 22a y a cualquier hora del día (Figura 22b).



(a) Histograma de los días de la semana.



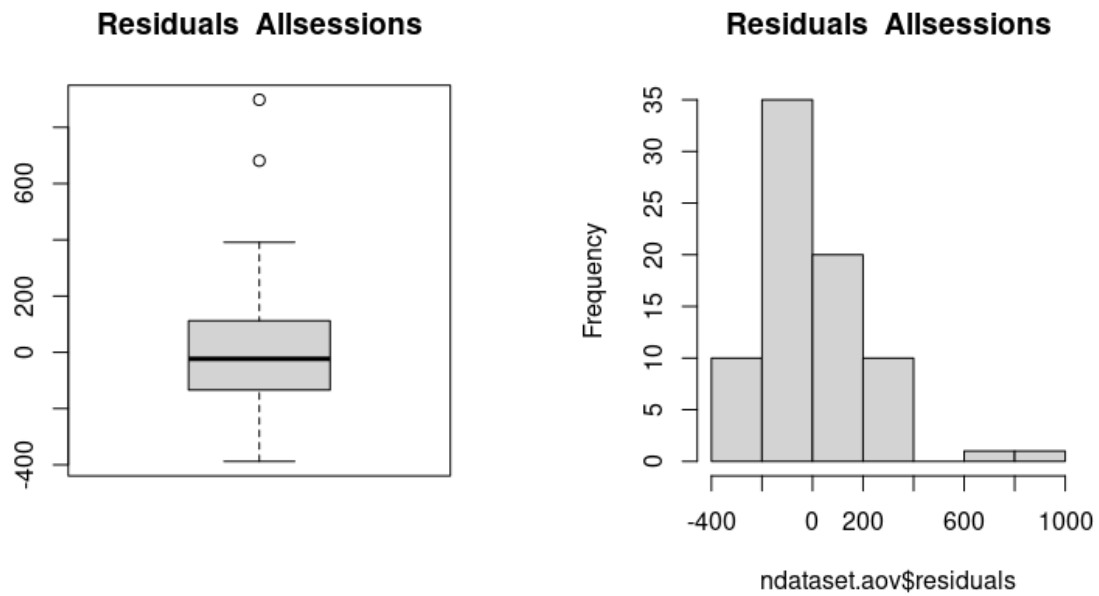
(b) Histograma de las horas del día.

Figura 22: Actividad registrada en el servidor remoto.

El número y tipo de las sesiones de trabajo de cada uno de los grupos puede contemplarse en la Tabla 15.

5.4.1 Análisis de la normalidad de la distribución del número de sesiones

En las Figuras 23a y 23b podemos ver el boxplot de los residuos y el histograma de los mismos.



(a) Boxplot de los residuos del número de sesiones.

(b) Histograma de los residuos del número de sesiones.

Figura 23: Distribución de los residuos del número de sesiones.

A continuación, en las Figuras 24 y 25, podemos observar que la distribución del número de sesiones no es perfectamente normal pero es casi-normal si eliminaremos algunos outsiders.

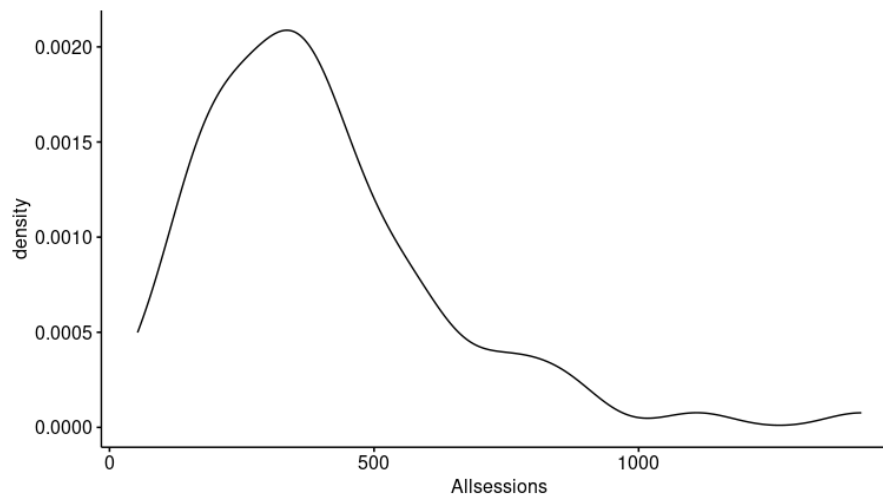


Figura 24: Función de densidad de probabilidad del número de sesiones.

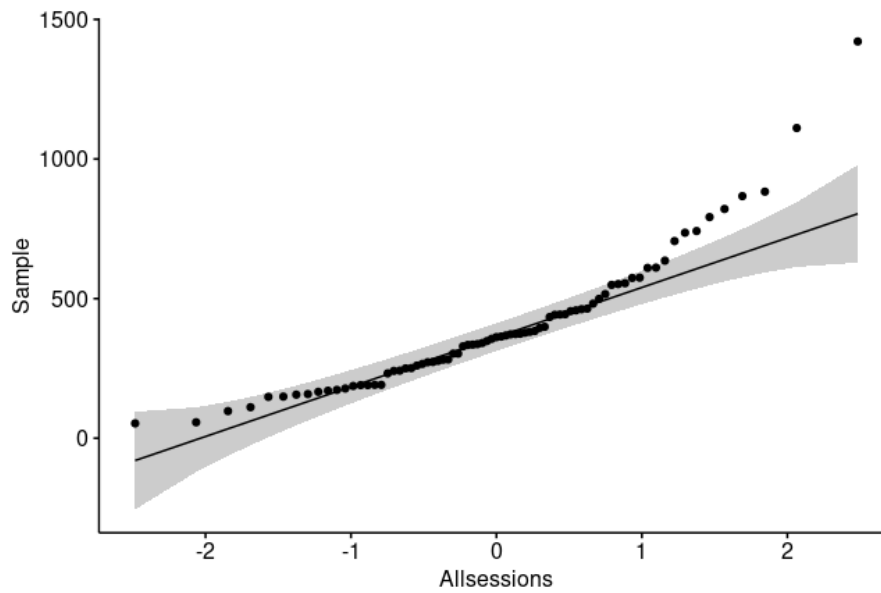


Figura 25: Gráfico Q-Q del número de sesiones.

5.4.2 Sesiones por cada problema

En la Figura 26 podemos ver el boxplot del número de sesiones por problema. Como podemos ver, el problema P1 es mucho más frecuentado que el resto. No obstante, esto se debe a la principal diferencia entre el número de sesiones abiertas del problema P1 y restantes se debe a que los alumnos utilizan el primer problema como base de todos los experimentos y para testear las comunicaciones con el servidor. Así pues, el problema P1 es frecuentemente utilizado, no ya sólo al comienzo, sino durante toda la práctica.

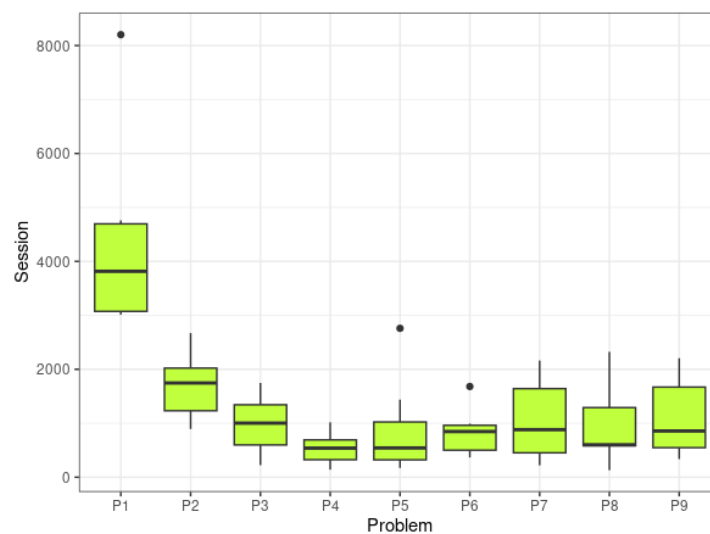


Figura 26: Boxplot del número de sesiones por problema.

5.4.3 Sesiones cada año

Como podemos ver en la Figura 27, las sesiones de trabajo abiertas en el servidor año tras año, parecen seguir la misma distribución de probabilidad.

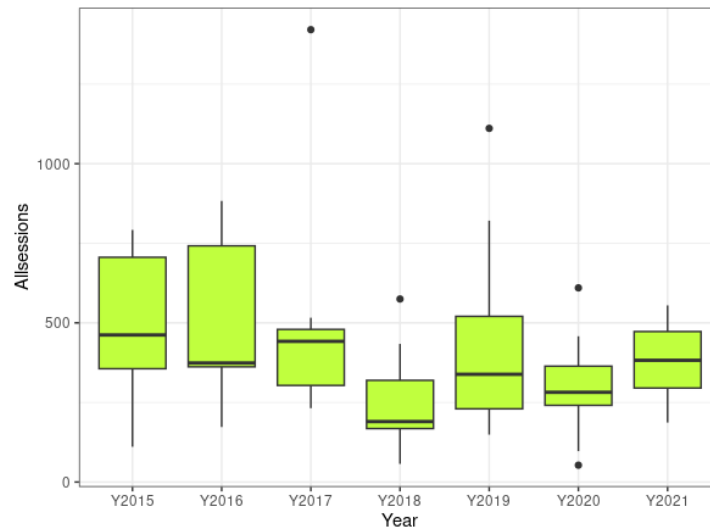


Figura 27: Boxplot del número de sesiones por año.

Un resumen de los resultados obtenidos al realizar el test ANOVA se muestra en la Tabla 5. La hipótesis nula establece que el número de sesiones medio de los siete cursos académicos estudiados es el mismo. Así pues, estableciendo un nivel de significancia de 0,05, como tenemos que $p = 0,0630 > 0,05$, las diferencias entre las medias no son estadísticamente significativas.

Cuadro 5: Resultados del test ANOVA de un solo factor (número de sesiones).

| | Df | Sum Sq | Mean Sq | F value | Pr(>F) |
|-------------------|----|------------|-----------|---------|--------|
| ndsp[[nVariable]] | 6 | 666498.27 | 111083.05 | 2.11 | 0.0630 |
| Residuals | 70 | 3688035.44 | 52686.22 | | |

Además, se ha realizado un test de Tukey por pares de años (Tabla 6). En él se observa que todos los pares pueden considerarse estadísticamente iguales ($p_{adj} > 0,2$ en todos ellos). La Figura 28 muestra los intervalos de confianza de todas las diferencias entre las distintas parejas de años.

Cuadro 6: Test HSD de Tukey (Honestly-significance-difference) del número de sesiones por años.

| | diff | lwr | upr | p adj |
|-------------|---------|---------|--------|-------|
| Y2016-Y2015 | 5.44 | -323.03 | 333.92 | 1.00 |
| Y2017-Y2015 | 24.22 | -326.93 | 375.38 | 1.00 |
| Y2018-Y2015 | -243.23 | -556.42 | 69.96 | 0.23 |
| Y2019-Y2015 | -69.11 | -376.37 | 238.15 | 0.99 |
| Y2020-Y2015 | -198.78 | -500.93 | 103.38 | 0.43 |
| Y2021-Y2015 | -116.72 | -407.05 | 173.62 | 0.88 |
| Y2017-Y2016 | 18.78 | -332.38 | 369.93 | 1.00 |
| Y2018-Y2016 | -248.68 | -561.87 | 64.51 | 0.21 |
| Y2019-Y2016 | -74.56 | -381.82 | 232.71 | 0.99 |
| Y2020-Y2016 | -204.22 | -506.38 | 97.93 | 0.39 |
| Y2021-Y2016 | -122.16 | -412.49 | 168.18 | 0.86 |
| Y2018-Y2017 | -267.45 | -604.35 | 69.45 | 0.21 |
| Y2019-Y2017 | -93.33 | -424.73 | 238.06 | 0.98 |
| Y2020-Y2017 | -223.00 | -549.67 | 103.67 | 0.38 |
| Y2021-Y2017 | -140.94 | -456.70 | 174.83 | 0.82 |
| Y2019-Y2018 | 174.12 | -116.74 | 464.98 | 0.54 |
| Y2020-Y2018 | 44.45 | -241.01 | 329.92 | 1.00 |
| Y2021-Y2018 | 126.52 | -146.40 | 399.44 | 0.80 |
| Y2020-Y2019 | -129.67 | -408.61 | 149.28 | 0.79 |
| Y2021-Y2019 | -47.60 | -313.70 | 218.49 | 1.00 |
| Y2021-Y2020 | 82.06 | -178.12 | 342.24 | 0.96 |

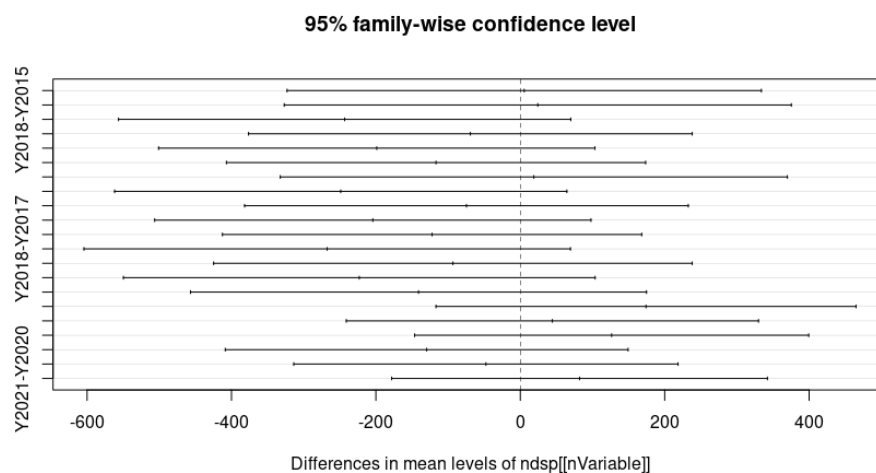


Figura 28: Intervalos de confianza del número de sesiones por años.

HIPÓTESIS DE ESTUDIO

A pesar de que el estudio descriptivo anterior muestra unos datos muy variados, casi todos ellos son homogéneos año tras año. No obstante, el objetivo de este estudio es sentar las bases para conseguir una experiencia de aprendizaje óptima para todos los grupos de alumnos. Así pues, se va a poner énfasis en detectar a aquellos grupos que estén en riesgo de obtener un peor rendimiento o peores calificaciones. La detección temprana de éstos podría permitir al profesor actuar a tiempo para mejorar su proceso de aprendizaje. Para ello, se van a proponer una serie de métricas de calidad que se definirán sobre los registros de actividad de los alumnos con el objetivo de encontrar aquella que, con mayor certeza, identifique a los alumnos que peor están progresando.

6.1 MÉTRICAS DE CALIDAD Y CORRELACIONES ENTRE ELLAS

Se definirán dos grandes grupos de métricas. El primer grupo consistirá en una colección de métricas de los grupos que solamente podrán calcularse tras la finalización de la práctica. Por el contrario, las métricas del segundo grupo podrán calcularse durante la realización de la práctica y, por tanto, serán más interesantes porque podrán facilitar la detección precoz de los grupos en riesgo.

6.1.1 *Medidas a posteriori del resultado de la práctica*

- **Achiever.** Se refiere a la nota (Grade) conseguida por el alumno. Obviamente, cuanto mayor sea ésta, mejor.
- **Performer.** Número de problemas resueltos (Goals). Trivialmente, cuantos más objetivos haya resuelto un grupo, mejor.

- **Terminator.** Punto de finalización de toda la práctica (Makespan). Cuanto antes, mejor (para disponer de más tiempo para repasar y corregir errores). Sin embargo, no es una métrica muy relevante.
- **Timeburner.** Es el tiempo consumido por el alumno durante las prácticas (Duration). Este es un valor trampa, pues puede significar algo positivo (el alumno ha tardado poco en resolver la práctica porque la domina), o negativo (porque no ha podido dedicarle más tiempo).
- **Perseverant.** Número de sesiones realizadas. Ya se ha hecho un estudio de esta medida en la sección 5.4.

6.1.2 Medidas continuas durante la práctica

- **SingleThreaded.** Cuantifica como de balanceado están los grafos que describen la actividad de un grupo en la plataforma. Además, se valora negativamente que los grupos vayan saltando de problema en problema (DAG).
- **EarlyBird.** (FirstOpen) Como los comienzos son siempre costosos, se define la medida EarlyBird como el promedio de tiempo de la primera apertura de cada problema.
- **MessedUp.** Número de fails consecutivos (FailRatio) hasta resolver un problema dividido entre el número de sesiones de ese problema. La tasa de fallo así como el tiempo dedicado a un mismo problema dependerá de la dificultad del mismo.
- **Procastinator.** Esta medida cuantifica las posposición de tareas de los grupos. Es decir, pretende identificar a aquellos alumnos que, cuando intentan resolver un problema y no lo consiguen, saltan, curiosamente, a otros problemas más complejos (los cuales, obviamente, tampoco pueden resolver) perdiendo así un tiempo precioso.
- **Follower.** Medida que refleja si los grupos de prácticas siguen el orden esperado de las mismas.

RENDIMIENTO OBSERVADO DE LOS ALUMNOS

7.1 CALIFICACIONES OBTENIDAS (ACHIEVER)

La primera medida de rendimiento que tendremos en cuenta son las calificaciones de los grupos de prácticas. Hay que tener en cuenta que estas calificaciones no son la evaluación final de cada grupo, sino la nota de la práctica cuya evolución se está analizando. Esta es la parte más subjetiva de la evaluación del rendimiento de cada alumno pues implica la participación del profesor y la toma en consideración de otros factores, además de los registrados en el servidor como puede ser la calidad de la memoria de la práctica. Las calificaciones muestran una distribución normal a lo largo de estos siete años de registros, ligeramente inclinada a la derecha porque las notas medias de esta asignatura suelen ser altas tal y como puede verse en la Figura 29.

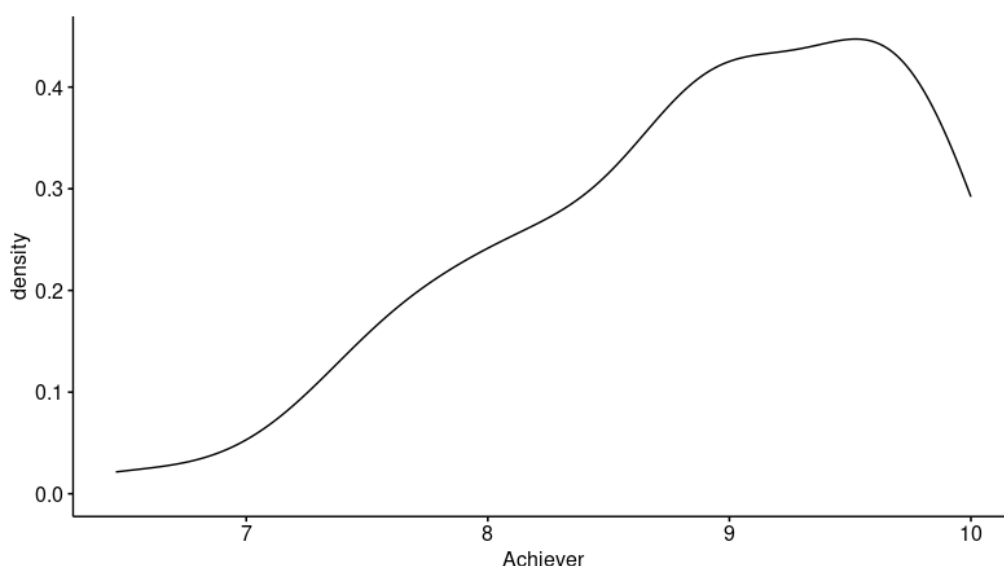
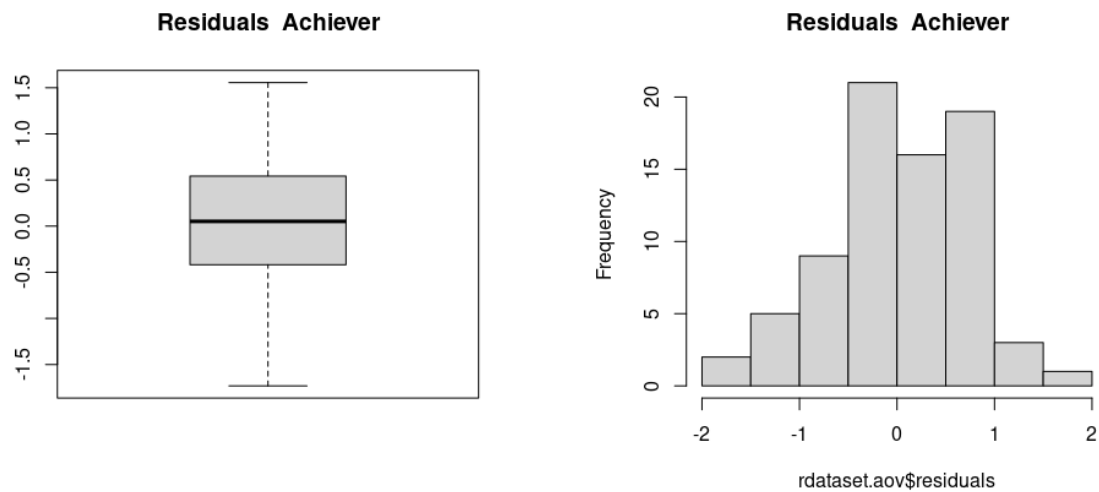


Figura 29: Función de densidad de probabilidad de las calificaciones obtenidas por los distintos grupos de prácticas.

Además, la media está bastante balanceada (Figuras 30a y 30b).



(a) Boxplot de los residuos de las calificaciones.

(b) Histograma de los residuos de las calificaciones.

Figura 30: Distribución de los residuos de las calificaciones.

Además, la regresión es muy aceptable (Figura 31).

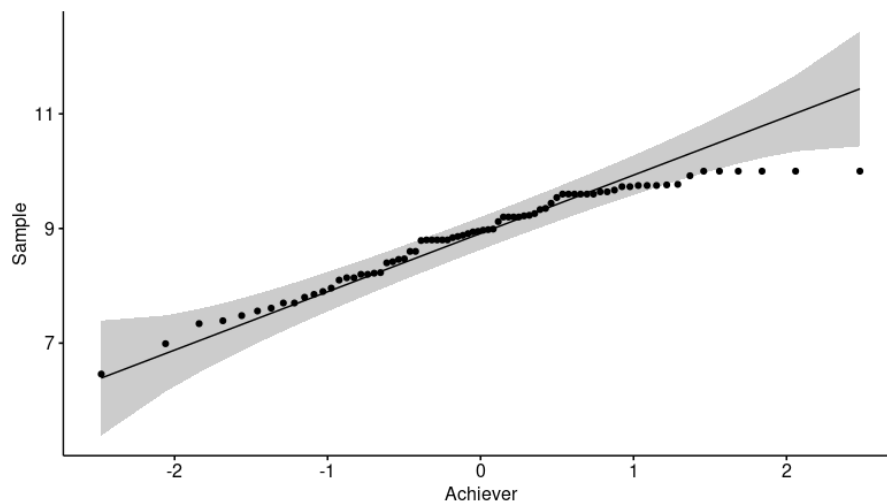


Figura 31: Gráfico Q-Q de las calificaciones.

A continuación se realizará un estudio por años de las calificaciones obtenidas. El boxplot de las calificaciones por años puede verse en la Figura 32. Como puede verse, los datos recogidos muestran una variación muy perceptible en las notas a lo largo de los años. De hecho, los test estadísticos ratifican que hay diferentes significativas entre ellas. Tras realizar el test ANOVA

de un factor (resultados en la Tabla 7) obtenemos $p = 0,0008 < 0,05$. Un análisis posterior por pares de Tukey muestra las diferencias entre los años (resultados en la Tabla 8). Podemos ver que el año 2017 es el principal elemento de disrupción, pero por poco margen. Lo mismo indica el análisis de los intervalos de confianza de la Figura 33.

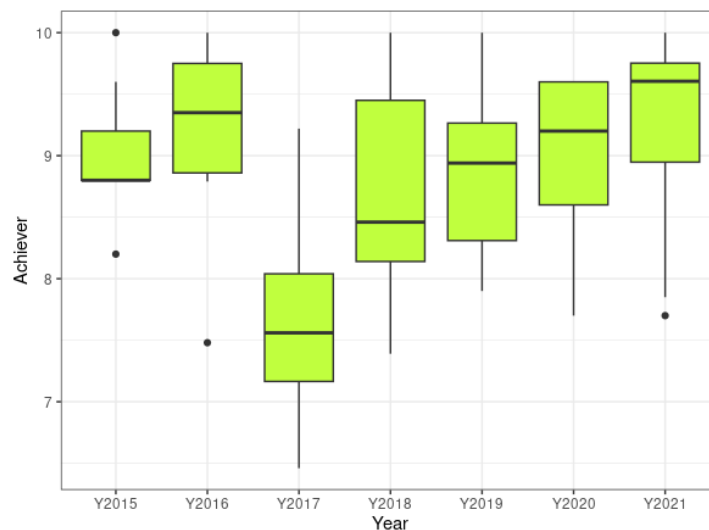


Figura 32: Boxplot de las calificaciones por año.

Cuadro 7: Resultados del test ANOVA de un solo factor (calificaciones).

| | Df | Sum Sq | Mean Sq | F value | Pr(>F) |
|----------------------|----|--------|---------|---------|--------|
| rdataset[[Variable]] | 6 | 14.18 | 2.36 | 4.37 | 0.0008 |
| Residuals | 69 | 37.29 | 0.54 | | |

Cuadro 8: Test HSD de Tukey (Honestly-significance-difference) de las calificaciones por años.

| | diff | lwr | upr | p adj |
|--------------------|--------------|--------------|--------------|-------------|
| Y2016-Y2015 | 0.18 | -0.88 | 1.23 | 1.00 |
| Y2017-Y2015 | -1.37 | -2.50 | -0.25 | 0.01 |
| Y2018-Y2015 | -0.32 | -1.32 | 0.68 | 0.96 |
| Y2019-Y2015 | -0.21 | -1.21 | 0.80 | 1.00 |
| Y2020-Y2015 | -0.10 | -1.07 | 0.86 | 1.00 |
| Y2021-Y2015 | 0.22 | -0.71 | 1.15 | 0.99 |
| Y2017-Y2016 | -1.55 | -2.67 | -0.42 | 0.00 |
| Y2018-Y2016 | -0.50 | -1.50 | 0.51 | 0.74 |
| Y2019-Y2016 | -0.38 | -1.39 | 0.62 | 0.91 |
| Y2020-Y2016 | -0.28 | -1.25 | 0.69 | 0.97 |
| Y2021-Y2016 | 0.05 | -0.89 | 0.98 | 1.00 |
| Y2018-Y2017 | 1.05 | -0.03 | 2.13 | 0.06 |
| Y2019-Y2017 | 1.16 | 0.08 | 2.24 | 0.03 |
| Y2020-Y2017 | 1.27 | 0.22 | 2.31 | 0.01 |
| Y2021-Y2017 | 1.59 | 0.58 | 2.60 | 0.00 |
| Y2019-Y2018 | 0.11 | -0.84 | 1.06 | 1.00 |
| Y2020-Y2018 | 0.22 | -0.70 | 1.13 | 0.99 |
| Y2021-Y2018 | 0.54 | -0.33 | 1.42 | 0.50 |
| Y2020-Y2019 | 0.10 | -0.81 | 1.02 | 1.00 |
| Y2021-Y2019 | 0.43 | -0.45 | 1.30 | 0.75 |
| Y2021-Y2020 | 0.33 | -0.51 | 1.16 | 0.90 |

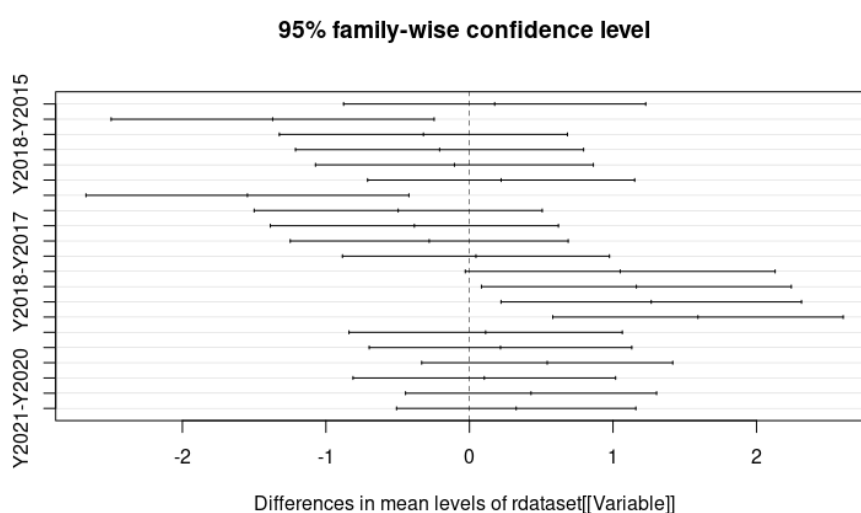


Figura 33: Intervalos de confianza de las calificaciones por años.

7.2 NÚMERO DE SESIONES REALIAZADAS (PERSEVERANT)

El número de sesiones realizadas por los diferentes grupos de prácticas se ha analizado con anterioridad. En la subsección 5.4.1 vimos que seguía una distribución casi-normal. Además, vimos que el número de sesiones sigue la misma distribución de probabilidad en cada uno de los cursos académicos considerados (subsección 5.4.3).

7.3 NÚMERO DE INTENTOS PARA RESOLVER CADA PROBLEMA (SESSIONSBETORE)

Número de veces que se abre un mismo problema sin resolver hasta que se resuelve por primera vez. Este valor está directamente relacionado con la tasa de fallo analizada anteriormente. Podemos ver que esta medida de rendimiento sigue una distribución casi normal, ligeramente inclinada a la izquierda tal y como puede verse en la Figura 34.

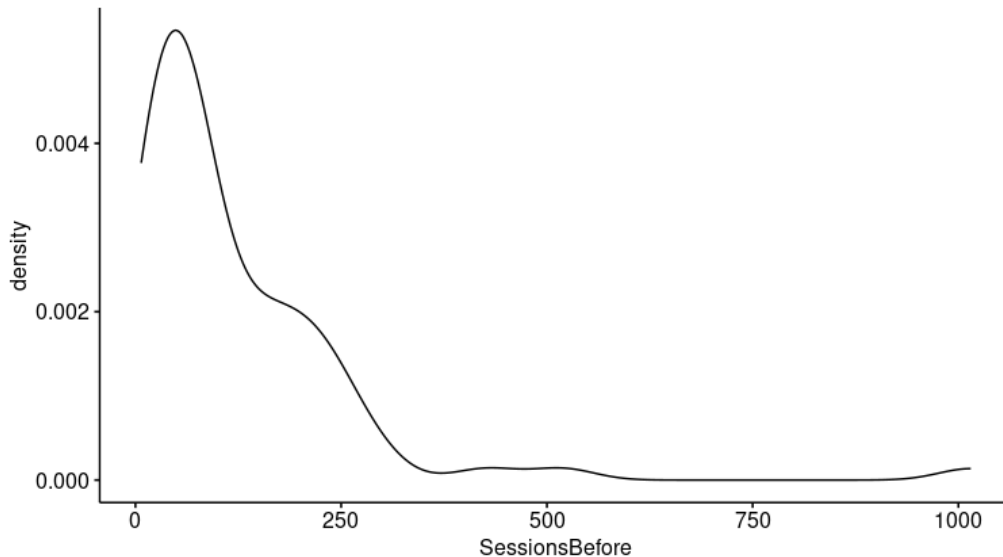
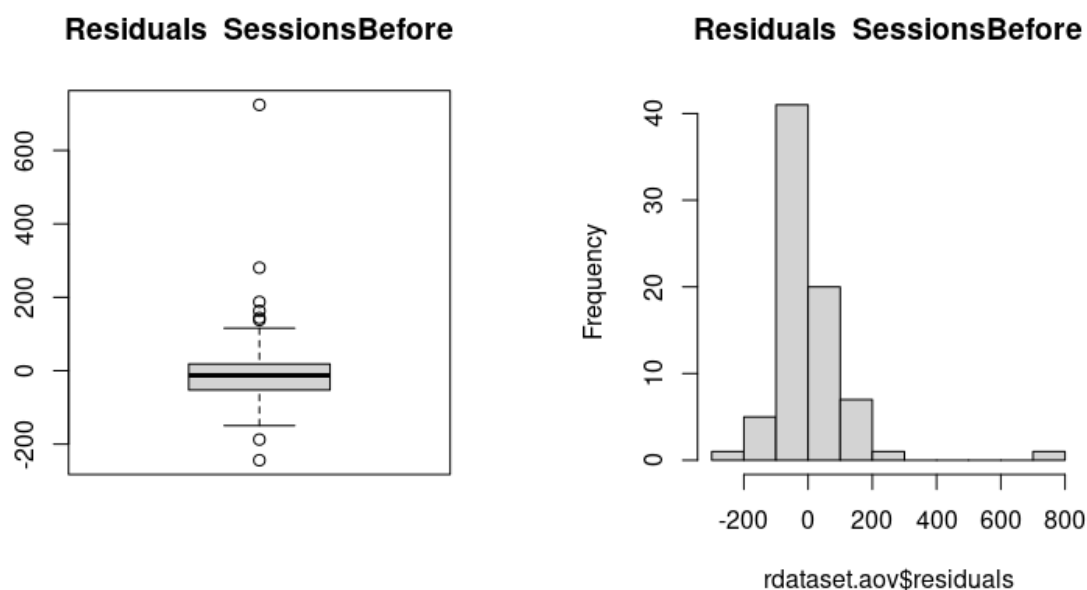


Figura 34: Función de densidad de probabilidad del número de intentos necesarios para resolver un problema por los distintos grupos de prácticas.

Sin embargo, podemos ver algunos grupos que emplean muy pocos intentos para resolver un problema o que, por el contrario, emplean más intentos que los demás (Figuras 35a y 35b).



(a) Boxplot de los residuos del número de intentos.

(b) Histograma de los residuos de las calificaciones.

Figura 35: Distribución de los residuos del número de intentos.

No obstante, podemos considerar que la regresión es aceptable (Figura 36).

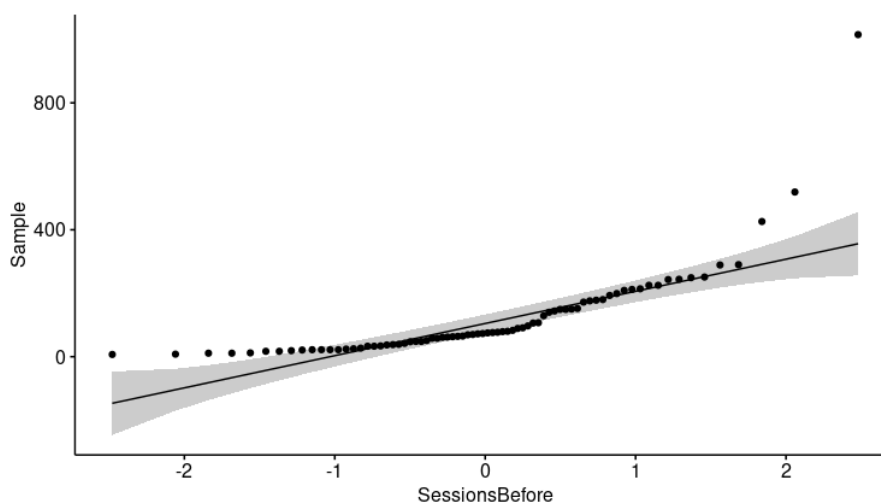


Figura 36: Gráfico Q-Q del número de intentos.

A continuación, se realizará un estudio por años del número de intentos antes de resolver un problema realizados. Como podemos observar en la Figura 37, hay una variación muy perceptible en el número de intentos realizados a lo largo de los años. La realización del test ANOVA de un factor (resultados en la Tabla 9) ratifica que hay diferencias significativas

($p = 0,0001 < 0,05$). Posteriormente, se ha realizado el test de Tukey por pares y se ha visto que hay diferencias entre las distribuciones de los años 2015 y 2017 son las que introducen diferencias (Tabla 10). Esto mismo puede observarse en la Figura 38.

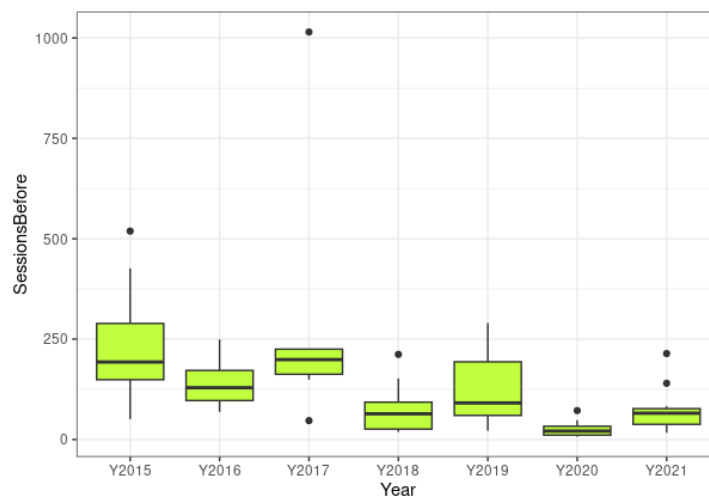


Figura 37: Boxplot del número de intentos para resolver un problema por año.

Cuadro 9: Resultados del test ANOVA de un solo factor (calificaciones).

| | Df | Sum Sq | Mean Sq | F value | Pr(>F) |
|----------------------|----|------------|----------|---------|--------|
| rdataset[[Variable]] | 6 | 516318.38 | 86053.06 | 5.83 | 0.0001 |
| Residuals | 69 | 1018845.04 | 14765.87 | | |

Cuadro 10: Test HSD de Tukey (Honestly-significance-difference) del número de intentos realizados para resolver un problema por años.

| | diff | lwr | upr | p adj |
|--------------------|----------------|----------------|---------------|-------------|
| Y2016-Y2015 | -95.44 | -269.41 | 78.52 | 0.64 |
| Y2017-Y2015 | 52.30 | -133.68 | 238.28 | 0.98 |
| Y2018-Y2015 | -164.56 | -330.43 | 1.32 | 0.05 |
| Y2019-Y2015 | -111.37 | -277.25 | 54.50 | 0.40 |
| Y2020-Y2015 | -213.56 | -373.58 | -53.53 | 0.00 |
| Y2021-Y2015 | -168.24 | -322.01 | -14.48 | 0.02 |
| Y2017-Y2016 | 147.75 | -38.23 | 333.73 | 0.21 |
| Y2018-Y2016 | -69.11 | -234.98 | 96.76 | 0.87 |
| Y2019-Y2016 | -15.93 | -181.80 | 149.94 | 1.00 |
| Y2020-Y2016 | -118.11 | -278.14 | 41.92 | 0.29 |
| Y2021-Y2016 | -72.80 | -226.57 | 80.97 | 0.78 |
| Y2018-Y2017 | -216.86 | -395.29 | -38.43 | 0.01 |
| Y2019-Y2017 | -163.68 | -342.10 | 14.75 | 0.09 |
| Y2020-Y2017 | -265.86 | -438.87 | -92.85 | 0.00 |
| Y2021-Y2017 | -220.54 | -387.78 | -53.31 | 0.00 |
| Y2019-Y2018 | 53.18 | -104.18 | 210.54 | 0.95 |
| Y2020-Y2018 | -49.00 | -200.19 | 102.19 | 0.96 |
| Y2021-Y2018 | -3.69 | -148.23 | 140.86 | 1.00 |
| Y2020-Y2019 | -102.18 | -253.37 | 49.00 | 0.39 |
| Y2021-Y2019 | -56.87 | -201.41 | 87.68 | 0.89 |
| Y2021-Y2020 | 45.31 | -92.49 | 183.11 | 0.95 |

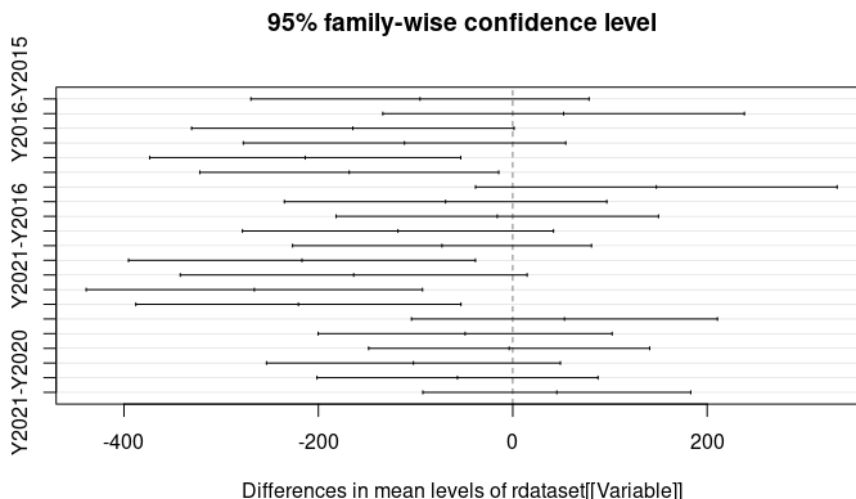


Figura 38: Intervalos de confianza del número de intentos antes de resolver un problema por años.

7.4 SESIONES PERDIDAS DURANTE UN PROBLEMA

Con frecuencia ocurre que los alumnos, cuando intentan resolver un problema y no lo consiguen, saltan, curiosamente, a sesiones en otros problemas más complejos, los cuales, obviamente, tampoco pueden resolver.

Falta gráfica.

Este hábito es más frecuente de lo que parece y mantiene mucha variación en cada problema, sobre todo es más fuerte al comienzo de las prácticas, pero es homogéneo año tras año (ANOVA $p=0.746$, KW $p=0.9$) y se puede decir que está presente en la mayoría de los grupos. Aunque la mediana sea 0, casi todos los grupos (80 %) exhiben este comportamiento en algún momento.

Referenciar tabla ya existente.

Falta gráfica.

7.5 ABRIR UN PROBLEMA POR PRIMERA VEZ (NEWCOMER)

Momento exacto en el que se consigue abrir cada problema por primera vez en el servidor, normalizado para poder compararlo (normalizado porque cada año ha durado un tiempo diferente).

| | Df | Sum Sq | Mean Sq | F value | Pr(>F) |
|----------------------|----|--------|---------|---------|--------|
| rdataset[[Variable]] | 6 | 0.71 | 0.12 | 3.82 | 0.0024 |
| Residuals | 69 | 2.12 | 0.03 | | |

| | diff | lwr | upr | p adj |
|-------------|-------|-------|-------|-------|
| Y2016-Y2015 | 0.05 | -0.21 | 0.30 | 1.00 |
| Y2017-Y2015 | 0.03 | -0.24 | 0.29 | 1.00 |
| Y2018-Y2015 | -0.25 | -0.49 | -0.01 | 0.03 |
| Y2019-Y2015 | -0.17 | -0.41 | 0.07 | 0.30 |
| Y2020-Y2015 | -0.07 | -0.30 | 0.16 | 0.97 |
| Y2021-Y2015 | -0.08 | -0.31 | 0.14 | 0.91 |
| Y2017-Y2016 | -0.02 | -0.29 | 0.25 | 1.00 |
| Y2018-Y2016 | -0.30 | -0.54 | -0.06 | 0.01 |
| Y2019-Y2016 | -0.22 | -0.46 | 0.02 | 0.09 |
| Y2020-Y2016 | -0.11 | -0.35 | 0.12 | 0.74 |
| Y2021-Y2016 | -0.13 | -0.35 | 0.09 | 0.56 |
| Y2018-Y2017 | -0.28 | -0.54 | -0.02 | 0.03 |
| Y2019-Y2017 | -0.20 | -0.46 | 0.06 | 0.24 |
| Y2020-Y2017 | -0.09 | -0.34 | 0.16 | 0.91 |
| Y2021-Y2017 | -0.11 | -0.35 | 0.13 | 0.81 |
| Y2019-Y2018 | 0.08 | -0.15 | 0.31 | 0.94 |
| Y2020-Y2018 | 0.18 | -0.03 | 0.40 | 0.16 |
| Y2021-Y2018 | 0.17 | -0.04 | 0.38 | 0.19 |
| Y2020-Y2019 | 0.10 | -0.11 | 0.32 | 0.77 |
| Y2021-Y2019 | 0.09 | -0.12 | 0.30 | 0.85 |
| Y2021-Y2020 | -0.02 | -0.21 | 0.18 | 1.00 |

7.6 RESOLVER UN PROBLEMA POR PRIMERA VEZ (EARLYBIRD)

Momento exacto en el que se consigue resolver cada problema por primera vez, normalizado para poder compararlo (normalizado porque cada año ha durado un tiempo diferente)

Falta boxplot.

| | Df | Sum Sq | Mean Sq | F value | Pr(>F) |
|----------------------|----|--------|---------|---------|--------|
| rdataset[[Variable]] | 6 | 0.50 | 0.08 | 3.40 | 0.0053 |
| Residuals | 69 | 1.70 | 0.02 | | |

| | diff | lwr | upr | p adj |
|-------------|-------|-------|-------|-------|
| Y2016-Y2015 | 0.04 | -0.19 | 0.26 | 1.00 |
| Y2017-Y2015 | 0.03 | -0.21 | 0.27 | 1.00 |
| Y2018-Y2015 | -0.13 | -0.35 | 0.08 | 0.51 |
| Y2019-Y2015 | -0.12 | -0.33 | 0.10 | 0.65 |
| Y2020-Y2015 | -0.18 | -0.39 | 0.02 | 0.12 |
| Y2021-Y2015 | -0.14 | -0.34 | 0.05 | 0.31 |
| Y2017-Y2016 | -0.01 | -0.25 | 0.24 | 1.00 |
| Y2018-Y2016 | -0.17 | -0.38 | 0.05 | 0.22 |
| Y2019-Y2016 | -0.15 | -0.37 | 0.06 | 0.33 |
| Y2020-Y2016 | -0.22 | -0.43 | -0.01 | 0.03 |
| Y2021-Y2016 | -0.18 | -0.38 | 0.02 | 0.10 |
| Y2018-Y2017 | -0.16 | -0.39 | 0.07 | 0.34 |
| Y2019-Y2017 | -0.15 | -0.38 | 0.08 | 0.46 |
| Y2020-Y2017 | -0.21 | -0.44 | 0.01 | 0.07 |
| Y2021-Y2017 | -0.17 | -0.39 | 0.04 | 0.19 |
| Y2019-Y2018 | 0.02 | -0.19 | 0.22 | 1.00 |
| Y2020-Y2018 | -0.05 | -0.25 | 0.14 | 0.99 |
| Y2021-Y2018 | -0.01 | -0.20 | 0.17 | 1.00 |
| Y2020-Y2019 | -0.07 | -0.26 | 0.13 | 0.95 |
| Y2021-Y2019 | -0.03 | -0.21 | 0.16 | 1.00 |
| Y2021-Y2020 | 0.04 | -0.14 | 0.22 | 0.99 |

Parece que, aunque los problemas están ordenados en orden creciente de dificultad, no siempre se resuelven en el mismo orden que se espera (ANOVA $p=6.01e-7$, KW $p=1.18e-6$), es decir P1 P2 P3 P4 P5 P6 P7 P8 P9. De hecho, se ha analizado este patrón y se han encontrado las siguientes variaciones en el que la más frecuente es la esperada por el profesor.

7.7 NÚMERO TOTAL DE PROBLEMAS RESUELTOS (PERFORMER)

Podemos observar que ha habido variaciones perceptibles durante los distintos años, con un caso especial en 2018 en el que hubo muchos grupos que no resolvieron todos los problemas (Figura 39).

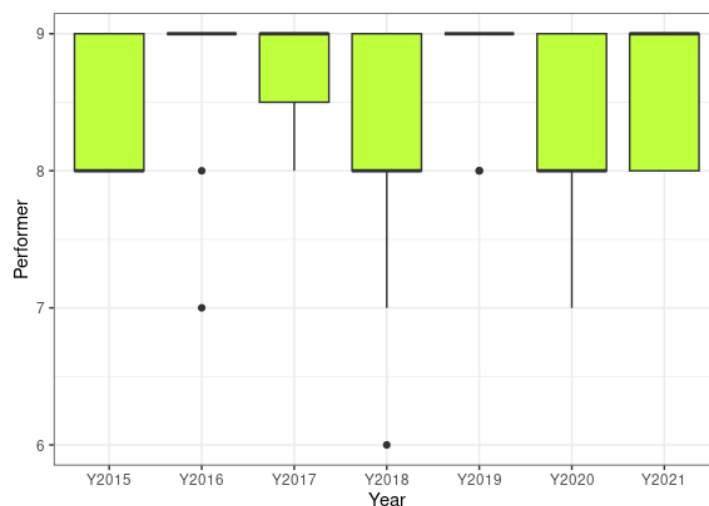


Figura 39: Boxplot del número de problemas resueltos por año.

Sin embargo, las diferencias entre las medias no son estadísticamente significativas (considerando un nivel de significancia de 0,05) tal y como puede verse en la Tabla 11.

Además, realizando un test de Tukey por pares de años (Tabla 12) se observa que todos los pares pueden considerarse estadísticamente iguales. La Figura 40 muestra los intervalos de confianza de todas las diferencias entre las distintas parejas de años.

Cuadro 11: Resultados del test ANOVA de un solo factor (número de problemas resueltos).

| | Df | Sum Sq | Mean Sq | F value | Pr(>F) |
|----------------------|----|--------|---------|---------|--------|
| rdataset[[Variable]] | 6 | 4.63 | 0.77 | 1.76 | 0.1214 |
| Residuals | 69 | 30.37 | 0.44 | | |

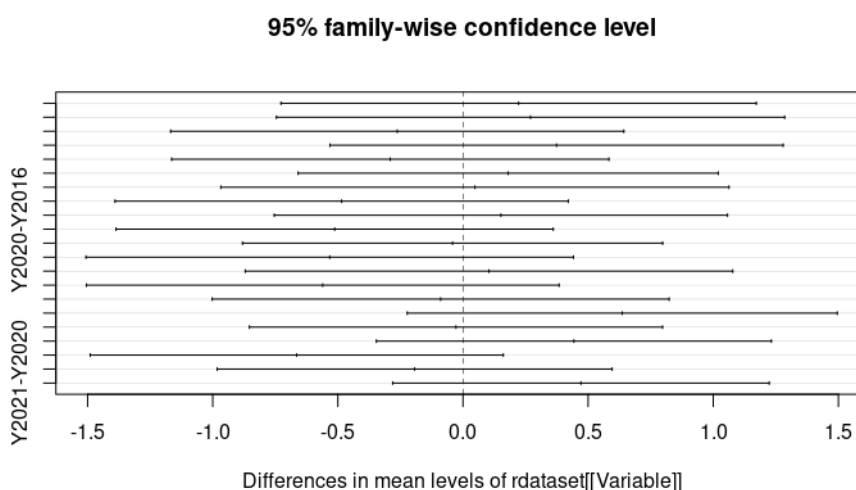


Figura 40: Intervalos de confianza del número de problemas resueltos por año.

Cuadro 12: Test HSD de Tukey (Honestly-significance-difference) del número de problemas resueltos por año.

| | diff | lwr | upr | p adj |
|-------------|-------|-------|------|-------|
| Y2016-Y2015 | 0.22 | -0.73 | 1.17 | 0.99 |
| Y2017-Y2015 | 0.27 | -0.75 | 1.29 | 0.98 |
| Y2018-Y2015 | -0.26 | -1.17 | 0.64 | 0.97 |
| Y2019-Y2015 | 0.37 | -0.53 | 1.28 | 0.87 |
| Y2020-Y2015 | -0.29 | -1.16 | 0.58 | 0.95 |
| Y2021-Y2015 | 0.18 | -0.66 | 1.02 | 0.99 |
| Y2017-Y2016 | 0.05 | -0.97 | 1.06 | 1.00 |
| Y2018-Y2016 | -0.48 | -1.39 | 0.42 | 0.67 |
| Y2019-Y2016 | 0.15 | -0.75 | 1.06 | 1.00 |
| Y2020-Y2016 | -0.51 | -1.39 | 0.36 | 0.56 |
| Y2021-Y2016 | -0.04 | -0.88 | 0.80 | 1.00 |
| Y2018-Y2017 | -0.53 | -1.51 | 0.44 | 0.64 |
| Y2019-Y2017 | 0.10 | -0.87 | 1.08 | 1.00 |
| Y2020-Y2017 | -0.56 | -1.50 | 0.38 | 0.55 |
| Y2021-Y2017 | -0.09 | -1.00 | 0.82 | 1.00 |
| Y2019-Y2018 | 0.64 | -0.22 | 1.50 | 0.28 |
| Y2020-Y2018 | -0.03 | -0.85 | 0.80 | 1.00 |
| Y2021-Y2018 | 0.44 | -0.35 | 1.23 | 0.61 |
| Y2020-Y2019 | -0.66 | -1.49 | 0.16 | 0.20 |
| Y2021-Y2019 | -0.19 | -0.98 | 0.60 | 0.99 |
| Y2021-Y2020 | 0.47 | -0.28 | 1.22 | 0.49 |

7.8 SIGUIENDO EL PLAN DEL PROFESOR (FOLLOWER)

Se incorpora una medida de similitud Follower en $[0,1]$ que cuantifica cómo se parece el patrón encontrado con respecto al patrón esperado. **Falta footnote.**

Falta tabla.

Parte IV

RESULTADOS OBTENIDOS

Análisis de los resultados obtenidos.

ALGUNAS TABLAS

Cuadro 13: Listado de los grupos por curso académico.

| Y2015 | Y2016 | Y2017 | Y2018 |
|----------------|----------------|----------------|----------------|
| DBA 1516 P2 GA | DBA 1617 P2 GA | DBA 1718 P2 GA | DBA 1819 P2 GB |
| DBA 1516 P2 GB | DBA 1617 P2 GB | DBA 1718 P2 GB | DBA 1819 P2 GC |
| DBA 1516 P2 GC | DBA 1617 P2 GD | DBA 1718 P2 GC | DBA 1819 P2 GD |
| DBA 1516 P2 GD | DBA 1617 P2 GE | DBA 1718 P2 GD | DBA 1819 P2 GE |
| DBA 1516 P2 GE | DBA 1617 P2 GF | DBA 1718 P2 GE | DBA 1819 P2 GF |
| DBA 1516 P2 GF | DBA 1617 P2 GG | DBA 1718 P2 GG | DBA 1819 P2 GG |
| DBA 1516 P2 GG | DBA 1617 P2 GH | DBA 1718 P2 GH | DBA 1819 P2 GH |
| DBA 1516 P2 GH | DBA 1617 P2 GI | | DBA 1819 P2 GI |
| DBA 1516 P2 GI | DBA 1617 P2 GJ | | DBA 1819 P2 GJ |
| | | | DBA 1819 P2 GK |
| | | | DBA 1819 P2 GL |

Cuadro 14: Listado de los grupos por curso académico.

| Y2019 | Y2020 | Y2021 |
|----------------|----------------|----------------|
| DBA 1920 P2 GB | DBA 2021 P2 GA | DBA 2122 P2 GA |
| DBA 1920 P2 GC | DBA 2021 P2 GB | DBA 2122 P2 GB |
| DBA 1920 P2 GD | DBA 2021 P2 GC | DBA 2122 P2 GC |
| DBA 1920 P2 GE | DBA 2021 P2 GD | DBA 2122 P2 GD |
| DBA 1920 P2 GF | DBA 2021 P2 GE | DBA 2122 P2 GE |
| DBA 1920 P2 GH | DBA 2021 P2 GF | DBA 2122 P2 GF |
| DBA 1920 P2 GI | DBA 2021 P2 GG | DBA 2122 P2 GG |
| DBA 1920 P2 GJ | DBA 2021 P2 GH | DBA 2122 P2 GH |
| DBA 1920 P2 GK | DBA 2021 P2 GI | DBA 2122 P2 GI |
| DBA 1920 P2 GL | DBA 2021 P2 GJ | DBA 2122 P2 GJ |
| DBA 1920 P2 GM | DBA 2021 P2 GK | DBA 2122 P2 GK |
| DBA 1920 P2 GN | DBA 2021 P2 GL | DBA 2122 P2 GL |
| | DBA 2021 P2 GM | DBA 2122 P2 GM |
| | | DBA 2122 P2 GN |
| | | DBA 2122 P2 GO |
| | | DBA 2122 P2 GP |

| Year | Group | fail | solved | all |
|-------|----------------|------|--------|-----|
| Y2015 | DBA 1516 P2 GA | 738 | 54 | 792 |
| Y2015 | DBA 1516 P2 GB | 62 | 49 | 111 |
| Y2015 | DBA 1516 P2 GC | 142 | 195 | 337 |
| Y2015 | DBA 1516 P2 GD | 298 | 80 | 378 |
| Y2015 | DBA 1516 P2 GE | 597 | 139 | 736 |
| Y2015 | DBA 1516 P2 GF | 246 | 110 | 356 |
| Y2015 | DBA 1516 P2 GG | 398 | 64 | 462 |
| Y2015 | DBA 1516 P2 GH | 525 | 181 | 706 |
| Y2015 | DBA 1516 P2 GI | 469 | 142 | 611 |
| Y2016 | DBA 1617 P2 GA | 132 | 59 | 191 |
| Y2016 | DBA 1617 P2 GB | 564 | 178 | 742 |
| Y2016 | DBA 1617 P2 GD | 154 | 208 | 362 |
| Y2016 | DBA 1617 P2 GE | 258 | 316 | 574 |
| Y2016 | DBA 1617 P2 GF | 126 | 47 | 173 |
| Y2016 | DBA 1617 P2 GG | 680 | 187 | 867 |

| | | | | |
|-------|----------------|------|-----|------|
| Y2016 | DBA 1617 P2 GH | 722 | 161 | 883 |
| Y2016 | DBA 1617 P2 GI | 252 | 122 | 374 |
| Y2016 | DBA 1617 P2 GJ | 333 | 39 | 372 |
| Y2017 | DBA 1718 P2 GA | 186 | 46 | 232 |
| Y2017 | DBA 1718 P2 GB | 1282 | 139 | 1421 |
| Y2017 | DBA 1718 P2 GC | 369 | 73 | 442 |
| Y2017 | DBA 1718 P2 GD | 369 | 74 | 443 |
| Y2017 | DBA 1718 P2 GE | 468 | 48 | 516 |
| Y2017 | DBA 1718 P2 GG | 156 | 178 | 334 |
| Y2017 | DBA 1718 P2 GH | 235 | 38 | 273 |
| Y2018 | DBA 1819 P2 GB | 148 | 0 | 148 |
| Y2018 | DBA 1819 P2 GC | 178 | 0 | 178 |
| Y2018 | DBA 1819 P2 GD | 190 | 0 | 190 |
| Y2018 | DBA 1819 P2 GE | 158 | 0 | 158 |
| Y2018 | DBA 1819 P2 GF | 190 | 0 | 190 |
| Y2018 | DBA 1819 P2 GG | 266 | 0 | 266 |
| Y2018 | DBA 1819 P2 GH | 434 | 0 | 434 |
| Y2018 | DBA 1819 P2 GI | 242 | 0 | 242 |
| Y2018 | DBA 1819 P2 GJ | 373 | 0 | 373 |
| Y2018 | DBA 1819 P2 GK | 575 | 0 | 575 |
| Y2018 | DBA 1819 P2 GL | 57 | 0 | 57 |
| Y2019 | DBA 1920 P2 GB | 179 | 71 | 250 |
| Y2019 | DBA 1920 P2 GC | 366 | 116 | 482 |
| Y2019 | DBA 1920 P2 GD | 238 | 110 | 348 |
| Y2019 | DBA 1920 P2 GE | 266 | 63 | 329 |
| Y2019 | DBA 1920 P2 GF | 840 | 271 | 1111 |
| Y2019 | DBA 1920 P2 GH | 206 | 54 | 260 |
| Y2019 | DBA 1920 P2 GI | 119 | 37 | 156 |
| Y2019 | DBA 1920 P2 GJ | 588 | 48 | 636 |
| Y2019 | DBA 1920 P2 GK | 599 | 222 | 821 |
| Y2019 | DBA 1920 P2 GL | 388 | 56 | 444 |
| Y2019 | DBA 1920 P2 GM | 124 | 46 | 170 |
| Y2019 | DBA 1920 P2 GN | 122 | 27 | 149 |

| | | | | |
|-------|----------------|-----|-----|-----|
| Y2020 | DBA 2021 P2 GA | 265 | 99 | 364 |
| Y2020 | DBA 2021 P2 GB | 221 | 174 | 395 |
| Y2020 | DBA 2021 P2 GC | 189 | 88 | 277 |
| Y2020 | DBA 2021 P2 GD | 104 | 231 | 335 |
| Y2020 | DBA 2021 P2 GE | 30 | 23 | 53 |
| Y2020 | DBA 2021 P2 GF | 138 | 28 | 166 |
| Y2020 | DBA 2021 P2 GG | 142 | 99 | 241 |
| Y2020 | DBA 2021 P2 GH | 250 | 31 | 281 |
| Y2020 | DBA 2021 P2 GI | 205 | 136 | 341 |
| Y2020 | DBA 2021 P2 GJ | 376 | 82 | 458 |
| Y2020 | DBA 2021 P2 GK | 177 | 105 | 282 |
| Y2020 | DBA 2021 P2 GL | 517 | 93 | 610 |
| Y2020 | DBA 2021 P2 GM | 60 | 37 | 97 |
| Y2021 | DBA 2122 P2 GA | 336 | 48 | 384 |
| Y2021 | DBA 2122 P2 GB | 471 | 28 | 499 |
| Y2021 | DBA 2122 P2 GC | 516 | 39 | 555 |
| Y2021 | DBA 2122 P2 GD | 347 | 34 | 381 |
| Y2021 | DBA 2122 P2 GE | 168 | 23 | 191 |
| Y2021 | DBA 2122 P2 GF | 418 | 37 | 455 |
| Y2021 | DBA 2122 P2 GG | 331 | 37 | 368 |
| Y2021 | DBA 2122 P2 GH | 258 | 45 | 303 |
| Y2021 | DBA 2122 P2 GI | 490 | 59 | 549 |
| Y2021 | DBA 2122 P2 GJ | 273 | 30 | 303 |
| Y2021 | DBA 2122 P2 GK | 425 | 39 | 464 |
| Y2021 | DBA 2122 P2 GL | 232 | 19 | 251 |
| Y2021 | DBA 2122 P2 GM | 513 | 39 | 552 |
| Y2021 | DBA 2122 P2 GN | 169 | 18 | 187 |
| Y2021 | DBA 2122 P2 GO | 359 | 40 | 399 |
| Y2021 | DBA 2122 P2 GP | 262 | 10 | 272 |

Cuadro 15: Número y tipo de las sesiones de trabajo.

Cuadro 16: Test HSD de Tukey (Honestly-significance-difference) de la tasa de fallo por problemas.

| | diff | lwr | upr | p adj |
|-------|-------|-------|------|-------|
| P2-P1 | 0.00 | -0.35 | 0.35 | 1.00 |
| P3-P1 | -0.12 | -0.48 | 0.23 | 0.97 |
| P4-P1 | -0.19 | -0.54 | 0.16 | 0.72 |
| P5-P1 | -0.26 | -0.61 | 0.09 | 0.32 |
| P6-P1 | -0.12 | -0.47 | 0.23 | 0.97 |
| P7-P1 | -0.14 | -0.49 | 0.21 | 0.93 |
| P8-P1 | -0.11 | -0.46 | 0.24 | 0.98 |
| P9-P1 | 0.03 | -0.33 | 0.38 | 1.00 |
| P3-P2 | -0.12 | -0.48 | 0.23 | 0.97 |
| P4-P2 | -0.19 | -0.54 | 0.16 | 0.72 |
| P5-P2 | -0.26 | -0.61 | 0.09 | 0.31 |
| P6-P2 | -0.12 | -0.47 | 0.23 | 0.97 |
| P7-P2 | -0.14 | -0.50 | 0.21 | 0.93 |
| P8-P2 | -0.11 | -0.46 | 0.24 | 0.98 |
| P9-P2 | 0.03 | -0.33 | 0.38 | 1.00 |
| P4-P3 | -0.07 | -0.42 | 0.28 | 1.00 |
| P5-P3 | -0.14 | -0.49 | 0.22 | 0.94 |
| P6-P3 | 0.00 | -0.35 | 0.36 | 1.00 |
| P7-P3 | -0.02 | -0.37 | 0.33 | 1.00 |
| P8-P3 | 0.01 | -0.34 | 0.37 | 1.00 |
| P9-P3 | 0.15 | -0.20 | 0.50 | 0.91 |
| P5-P4 | -0.07 | -0.42 | 0.28 | 1.00 |
| P6-P4 | 0.07 | -0.28 | 0.42 | 1.00 |
| P7-P4 | 0.05 | -0.30 | 0.40 | 1.00 |
| P8-P4 | 0.08 | -0.27 | 0.43 | 1.00 |
| P9-P4 | 0.22 | -0.14 | 0.57 | 0.56 |
| P6-P5 | 0.14 | -0.21 | 0.49 | 0.93 |
| P7-P5 | 0.12 | -0.23 | 0.47 | 0.97 |
| P8-P5 | 0.15 | -0.20 | 0.50 | 0.90 |
| P9-P5 | 0.29 | -0.07 | 0.64 | 0.20 |
| P7-P6 | -0.02 | -0.38 | 0.33 | 1.00 |
| P8-P6 | 0.01 | -0.34 | 0.36 | 1.00 |
| P9-P6 | 0.15 | -0.21 | 0.50 | 0.92 |
| P8-P7 | 0.03 | -0.32 | 0.39 | 1.00 |
| P9-P7 | 0.17 | -0.19 | 0.52 | 0.83 |
| P9-P8 | 0.14 | -0.22 | 0.49 | 0.94 |

BIBLIOGRAFÍA

- Bogarín, A., Cerezo, R., & Romero, C. (2018). A survey on educational process mining. *WIREs Data Mining Knowl Discov*, 8, 12–30.
- Mayorga, H. S. A., & García, N. R. (2015). Process mining: development, applications and critical factors. *Cuadernos de Administración*, 28(50), 137–157.
- Vidal, L. C. (2016). A virtual laboratory for multiagent systems: Joining efficacy, learning analytics and student satisfaction.