

Análisis de Lenguajes de Programación TP1

Belmonte Marina

Ejercicio 1

Sintaxis Abstracta

$$\begin{aligned} \textit{intexp} &::= \textit{nat} \mid \textit{var} \mid -_u \textit{intexp} \\ &\mid \textit{intexp} + \textit{intexp} \\ &\mid \textit{intexp} -_b \textit{intexp} \\ &\mid \textit{intexp} \times \textit{intexp} \\ &\mid \textit{intexp} \div \textit{intexp} \\ &\mid \textit{boolexp} ? \textit{intexp} : \textit{intexp} \\ \textit{boolexp} &::= \mathbf{true} \mid \mathbf{false} \\ &\mid \textit{intexp} == \textit{intexp} \\ &\mid \textit{intexp} \neq \textit{intexp} \\ &\mid \textit{intexp} < \textit{intexp} \\ &\mid \textit{intexp} > \textit{intexp} \\ &\mid \textit{boolexp} \wedge \textit{boolexp} \\ &\mid \textit{boolexp} \vee \textit{boolexp} \\ &\mid \neg \textit{boolexp} \\ \textit{comm} &::= \mathbf{skip} \\ &\mid \textit{var} = \textit{intexp} \\ &\mid \textit{comm}; \textit{comm} \\ &\mid \mathbf{if} \textit{boolexp} \mathbf{then} \textit{comm} \mathbf{else} \textit{comm} \\ &\mid \mathbf{while} \textit{boolexp} \mathbf{do} \textit{comm} \end{aligned}$$

Sintaxis Concreta

```
digit ::= '0' | '1' | ... | '9'
letter ::= 'a' | ... | 'Z'
nat ::= digit | digit nat
var ::= letter | letter var
intexp ::= nat
        | var
        | '-' intexp
        | intexp '+' intexp
        | intexp '-' intexp
        | intexp '*' intexp
        | intexp '/' intexp
        | '(' intexp ')'
        | boolexp '?' intexp ':' intexp
boolexp ::= 'true' | 'false'
        | intexp '==' intexp
        | intexp '!=' intexp
        | intexp '<' intexp
        | intexp '>' intexp
        | boolexp '&&' boolexp
        | boolexp '||' boolexp
        | '!' boolexp
        | '(' boolexp ')'
comm ::= skip
        | var '=' intexp
        | comm ';' comm
        | 'if' boolexp '{' comm '}'
        | 'if' boolexp '{' comm '}' 'else' '{' comm '}'
        | 'while' '{' boolexp '}'
```

Ejercicio 2

Se encuentra en el archivo `src/AST.hs`.

Ejercicio 3

Se encuentra en el archivo `src/Parser.hs`.

Ejercicio 4

$$\frac{\langle p, \sigma \rangle \Downarrow_{exp} \mathbf{true} \quad \langle e_0, \sigma' \rangle \Downarrow_{exp} n_0}{\langle p ? e_0 : e_1, \sigma \rangle \Downarrow_{exp} n_0} \text{ECond}_1 \quad \frac{\langle p, \sigma \rangle \Downarrow_{exp} \mathbf{false} \quad \langle e_1, \sigma' \rangle \Downarrow_{exp} n_1}{\langle p ? e_0 : e_1, \sigma \rangle \Downarrow_{exp} n_1} \text{ECond}_2$$

Ejercicio 5

Vamos a probar que la relación \rightsquigarrow es determinista, es decir, si $t \rightsquigarrow t_1$ y $t \rightsquigarrow t_2$ entonces $t_1 = t_2$. Para probarlo usamos inducción sobre la derivación $t \rightsquigarrow t_1$.

- Consideremos que la última regla utilizada fue ASS, entonces:

- $\langle e, \sigma \rangle \Downarrow_{exp} n$
- $t = \langle v = e, \sigma \rangle$
- $t_1 = \langle \mathbf{skip}, [\sigma' | v : n] \rangle$

Como \Downarrow_{exp} es determinista y la única regla que se le puede aplicar a t es ASS, entonces $t_1 = t_2$

- Consideremos que la última regla utilizada fue SEQ1, entonces:

- $t = \langle \mathbf{skip}; c_1, \sigma \rangle$
- $t_1 = \langle c_1, \sigma \rangle$

Como la única regla que se le puede aplicar a t es SEQ1, entonces $t_1 = t_2$

- Consideremos que la última regla utilizada fue SEQ2, entonces:

- $\langle c_0, \sigma \rangle \rightsquigarrow \langle c'_0, \sigma' \rangle$
- $t = \langle c_0; c_1, \sigma \rangle$
- $t_1 = \langle c'_0; c_1, \sigma' \rangle$

Como la única regla que se le puede aplicar a t es SEQ2 y por hipótesis inductiva la derivación $\langle c_0, \sigma \rangle \rightsquigarrow \langle c'_0, \sigma' \rangle$ es determinista, no es posible aplicar SEQ2 con una hipótesis distinta. Por lo tanto $t_1 = t_2$

- Consideremos que la última regla utilizada fue IF1, entonces:

- $\langle b, \sigma \rangle \Downarrow_{exp} \mathbf{true}$
- $t = \langle \mathbf{if } b \mathbf{ then } c_0 \mathbf{ else } c_1, \sigma \rangle$
- $t_1 = \langle c_0, \sigma \rangle$

Como \Downarrow_{exp} es determinista y la única regla que se le puede aplicar a t es IF1, entonces $t_1 = t_2$

- Consideremos que la última regla utilizada fue IF2, entonces:

- $\langle b, \sigma \rangle \Downarrow_{exp} \mathbf{false}$
- $t = \langle \mathbf{if } b \mathbf{ then } c_0 \mathbf{ else } c_1, \sigma \rangle$
- $t_1 = \langle c_1, \sigma \rangle$

Como \Downarrow_{exp} es determinista y la única regla que se le puede aplicar a t es IF2, entonces $t_1 = t_2$

- Consideremos que la última regla utilizada fue WHILE1, entonces:

- $\langle b, \sigma \rangle \Downarrow_{exp} \mathbf{true}$
- $t = \langle \mathbf{while } b \mathbf{ do } c, \sigma \rangle$
- $t_1 = \langle c; \mathbf{while } b \mathbf{ do } c, \sigma \rangle$

Como \Downarrow_{exp} es determinista y la única regla que se le puede aplicar a t es WHILE1, entonces $t_1 = t_2$

- Consideremos que la última regla utilizada fue WHILE2, entonces:

- $\langle b, \sigma \rangle \Downarrow_{exp} \mathbf{false}$
- $t = \langle \mathbf{while} \ b \ \mathbf{do} \ c, \sigma \rangle$
- $t_1 = \langle \mathbf{skip}, \sigma \rangle$

Como \Downarrow_{exp} es determinista y la única regla que se le puede aplicar a t es WHILE2, entonces $t_1 = t_2$

Queda así demostrado que la relación de evaluación en un paso \rightsquigarrow es determinista.

Ejercicio 6

Para la demostración utilizaré la clausura reflexivo-transitiva de \rightsquigarrow , donde:

$$\frac{t \rightsquigarrow t'}{t \rightsquigarrow^* t'} T_1 \quad \frac{t \rightsquigarrow^* t' \quad t' \rightsquigarrow^* t''}{t \rightsquigarrow^* t''} T_2$$

A:

$a = \mathbf{while} \ x > 0 \ \mathbf{do} \ := x - y$

$$\frac{\frac{\frac{\frac{\frac{\frac{\frac{\langle x, [[\sigma|x:1]|y:2] \rangle \Downarrow_{exp} 1}{\text{VAR}} \quad \frac{\langle y, [[\sigma|x:1]|y:2] \rangle \Downarrow_{exp} 2}{\text{VAR}}}{\langle x > y, [[\sigma|x:1]|y:2] \rangle \Downarrow_{exp} 1 > 2}{\text{GT}}} \quad \frac{\langle y, [[\sigma|x:1]|y:2] \rangle \Downarrow_{exp} 2}{\text{VAR}}}{\langle y, [[\sigma|x:1]|y:2] \rangle \Downarrow_{exp} 2}{\text{ECOND}_2}} \quad \frac{\langle x > y ? 2 * y : y, [[\sigma|x:1]|y:2] \rangle \Downarrow_{exp} 2}{\text{ASS}}}{\frac{\langle x := x > y ? 2 * y : y, [[\sigma|x:1]|y:2] \rangle \rightsquigarrow \langle \mathbf{skip}, [[\sigma|x:2]|y:2] \rangle}{\text{SEQ}_2}}}{\langle x := x > y ? 2 * y : y; a, [[\sigma|x:1]|y:2] \rangle \rightsquigarrow \langle \mathbf{skip}; a, [[\sigma|x:2]|y:2] \rangle}{\text{T}_1}} \quad \frac{\langle x := x > y ? 2 * y : y; a, [[\sigma|x:1]|y:2] \rangle \rightsquigarrow^* \langle \mathbf{skip}; \mathbf{while} \ x > 0 \ \mathbf{do} \ := x - y, [[\sigma|x:2]|y:2] \rangle}{\text{T}_1}$$

B:

$$\frac{\frac{\langle \mathbf{skip}; \mathbf{while} \ x > 0 \ \mathbf{do} \ := x - y, [[\sigma|x:2]|y:2] \rangle \rightsquigarrow \langle \mathbf{while} \ x > 0 \ \mathbf{do} \ := x - y, [[\sigma|x:2]|y:2] \rangle}{\text{SEQ}_1}}{\langle \mathbf{skip}; \mathbf{while} \ x > 0 \ \mathbf{do} \ := x - y, [[\sigma|x:2]|y:2] \rangle \rightsquigarrow^* \langle \mathbf{while} \ x > 0 \ \mathbf{do} \ := x - y, [[\sigma|x:2]|y:2] \rangle}{\text{T}_1}$$

C:

$$\frac{\frac{\frac{\frac{\frac{\frac{\langle x, [[\sigma|x:2]|y:2] \rangle \Downarrow_{exp} 2}{\text{VAR}} \quad \frac{\langle 0, [[\sigma|x:1]|y:2] \rangle \Downarrow_{exp} 0}{\text{NVAL}}}{\langle x > 0, [[\sigma|x:2]|y:2] \rangle \Downarrow_{exp} 2 > 0}{\text{GT}}} \quad \frac{\langle \mathbf{while} \ x > 0 \ \mathbf{do} \ x := x - y, [[\sigma|x:2]|y:2] \rangle \rightsquigarrow \langle x := x - y; \mathbf{while} \ x > 0 \ \mathbf{do} \ x := x - y, [[\sigma|x:2]|y:2] \rangle}{\text{WHILE}_1}}{\langle \mathbf{while} \ x > 0 \ \mathbf{do} \ x := x - y, [[\sigma|x:2]|y:2] \rangle \rightsquigarrow^* \langle x := x - y; \mathbf{while} \ x > 0 \ \mathbf{do} \ x := x - y, [[\sigma|x:2]|y:2] \rangle}{\text{T}_1}}$$

D:

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{\overline{\langle x, [[\sigma|x:2]|y:2] \rangle \Downarrow_{exp} 2} \text{VAR} \quad \frac{\overline{\langle y, [[\sigma|x:2]|y:2] \rangle \Downarrow_{exp} 2} \text{VAR}}{\overline{\langle x - y, [[\sigma|x:2]|y:2] \rangle \Downarrow_{exp} 2 - 2} \text{MINUS}} \\
\frac{\overline{\langle x := x - y, [[\sigma|x:2]|y:2] \rangle \rightsquigarrow \langle \text{skip}, [[\sigma|x:0]|y:2] \rangle} \text{ASS} \\
\frac{\overline{\langle x := x - y; \text{while } x > 0 \text{ do } x := x - y, [[\sigma|x:2]|y:2] \rangle \rightsquigarrow \langle \text{skip}; \text{while } x > 0 \text{ do } x := x - y, [[\sigma|x:0]|y:2] \rangle} \text{SEQ}_2 \\
\frac{\overline{\langle x := x - y; \text{while } x > 0 \text{ do } x := x - y, [[\sigma|x:2]|y:2] \rangle \rightsquigarrow^* \langle \text{skip}; \text{while } x > 0 \text{ do } x := x - y, [[\sigma|x:0]|y:2] \rangle} \text{T}_1
\end{array}$$

E:

$$\frac{\overline{\langle \text{skip}; \text{while } x > 0 \text{ do } x := x - y, [[\sigma|x:0]|y:2] \rangle \rightsquigarrow \langle \text{while } x > 0 \text{ do } x := x - y, [[\sigma|x:0]|y:2] \rangle} \text{SEQ}_1 \\
\frac{\overline{\langle \text{skip}; \text{while } x > 0 \text{ do } x := x - y, [[\sigma|x:0]|y:2] \rangle \rightsquigarrow^* \langle \text{while } x > 0 \text{ do } x := x - y, [[\sigma|x:0]|y:2] \rangle} \text{T}_1$$

F:

$$\begin{array}{c}
\frac{\frac{\overline{\langle x, [[\sigma|x:0]|y:2] \rangle \Downarrow_{exp} 0} \text{VAR} \quad \frac{\overline{\langle 0, [[\sigma|x:0]|y:2] \rangle \Downarrow_{exp} 0} \text{NVAL}}{\overline{\langle x > 0, [[\sigma|x:0]|y:2] \rangle \Downarrow_{exp} 0 > 0} \text{GT}} \\
\frac{\overline{\langle \text{while } x > 0 \text{ do } x := x - y, [[\sigma|x:0]|y:2] \rangle \rightsquigarrow \langle \text{skip}, [[\sigma|x:0]|y:2] \rangle} \text{WHILE}_2 \\
\frac{\overline{\langle \text{while } x > 0 \text{ do } x := x - y, [[\sigma|x:0]|y:2] \rangle \rightsquigarrow^* \langle \text{skip}, [[\sigma|x:0]|y:2] \rangle} \text{T}_1
\end{array}$$

G:

$$\frac{\overline{\overline{A} \quad \overline{B}}}{\overline{\langle x := x > y ? 2 * y : y; \text{while } x > 0 \text{ do } := x - y, [[\sigma|x:1]|y:2] \rangle \rightsquigarrow^* \langle \text{while } x > 0 \text{ do } := x - y, [[\sigma|x:2]|y:2] \rangle} \text{T}_2$$

H:

$$\frac{\overline{\overline{C} \quad \overline{D}}}{\overline{\langle \text{while } x > 0 \text{ do } x := x - y, [[\sigma|x:2]|y:2] \rangle \rightsquigarrow^* \langle \text{skip}; \text{while } x > 0 \text{ do } x := x - y, [[\sigma|x:0]|y:2] \rangle} \text{T}_2$$

I:

$$\frac{\overline{\overline{E} \quad \overline{F}}}{\overline{\langle \text{skip}; \text{while } x > 0 \text{ do } x := x - y, [[\sigma|x:0]|y:2] \rangle \rightsquigarrow^* \langle \text{skip}, [[\sigma|x:0]|y:2] \rangle} \text{T}_2$$

J:

$a = \text{while } x > 0 \text{ do } := x - y$

$$\frac{G \quad H}{\langle x := x > y ? 2 * y : y; a, [[\sigma|x:1]|y:2] \rangle \rightsquigarrow^* \langle \text{skip}; a, [[\sigma|x:0]|y:2] \rangle} T_2$$

Demostración:

$$\frac{J \quad I}{\langle x := x > y ? 2 * y : y; \text{while } x > 0 \text{ do } := x - y, [[\sigma|x:1]|y:2] \rangle \rightsquigarrow^* \langle \text{skip}, [[\sigma|x:0]|y:2] \rangle} T_2$$

Ejercicio 7

Se encuentra en el archivo `src/Eval1.hs`.

Ejercicio 8

Se encuentra en el archivo `src/Eval2.hs`.

Ejercicio 9

Se encuentra en el archivo `src/Eval3.hs`.

Ejercicio 10

Gramática abstracta

```
intexp ::= nat | var | -u intexp
        | intexp + intexp
        | intexp -b intexp
        | intexp × intexp
        | intexp ÷ intexp
        | boolexp ? intexp : intexp
boolexp ::= true | false
          | intexp == intexp
          | intexp ≠ intexp
          | intexp < intexp
          | intexp > intexp
          | boolexp ∧ boolexp
          | boolexp ∨ boolexp
          | ¬ boolexp
comm ::= skip
       | var = intexp
       | comm; comm
       | if boolexp then comm else comm
       | while boolexp do comm
       | repeat comm until boolexp
```

Semántica operacional para comandos

$$\frac{\langle e, \sigma \rangle \Downarrow_{exp} n}{\langle v = e, \sigma \rangle \rightsquigarrow \langle \mathbf{skip}, [\sigma' | v : n] \rangle} \text{ ASS}$$

$$\frac{}{\langle \mathbf{skip}; c_1, \sigma \rangle \rightsquigarrow \langle c_1, \sigma \rangle} \text{ SEQ}_1$$

$$\frac{\langle c_0, \sigma \rangle \rightsquigarrow \langle c'_0, \sigma' \rangle}{\langle c_0; c_1, \sigma \rangle \rightsquigarrow \langle c'_0; c_1, \sigma' \rangle} \text{ SEQ}_2$$

$$\frac{\langle b, \sigma \rangle \Downarrow_{exp} \mathbf{true}}{\langle \mathbf{if } b \text{ then } c_0 \text{ else } c_1, \sigma \rangle \rightsquigarrow \langle c_0, \sigma \rangle} \text{ IF}_1$$

$$\frac{\langle b, \sigma \rangle \Downarrow_{exp} \mathbf{false}}{\langle \mathbf{if } b \text{ then } c_0 \text{ else } c_1, \sigma \rangle \rightsquigarrow \langle c_1, \sigma \rangle} \text{ IF}_2$$

$$\frac{\langle b, \sigma \rangle \Downarrow_{exp} \mathbf{true}}{\langle \mathbf{while } b \text{ do } c, \sigma \rangle \rightsquigarrow \langle c; \mathbf{while } b \text{ do } c, \sigma \rangle} \text{ WHILE}_1$$

$$\frac{\langle b, \sigma \rangle \Downarrow_{exp} \mathbf{false}}{\langle \mathbf{while } b \text{ do } c, \sigma \rangle \rightsquigarrow \langle \mathbf{skip}, \sigma \rangle} \text{ WHILE}_2$$

$$\frac{}{\langle \mathbf{repeat } c \text{ until } b, \sigma \rangle \rightsquigarrow \langle c; \mathbf{if } b \text{ then skip else repeat } c \text{ until } b, \sigma \rangle} \text{ REPEAT}$$