

# Apuntes/Grafos

---

Modelos que representan relaciones entre elementos de un conjunto. Estos elementos son llamados nodos u vértices (dependiendo del tipo de grafo)

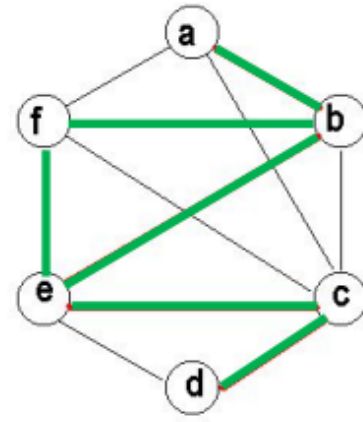
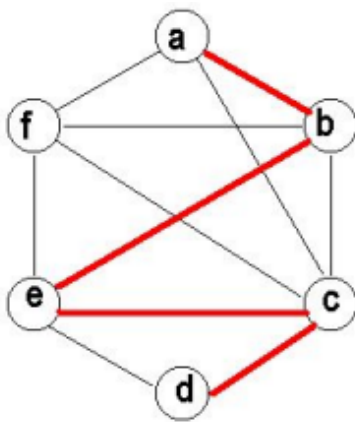
- **Nodo** → Entidad dentro del grafo
- **Arista** → Camino entre un nodo/vértice y otro
- **V** → Conjunto que representa a los vertices o nodos, con una relación entre ellos
- **E** → Conjunto de pares  $(u, v)$  con  $u, v \in$  (pertenecientes a)  $V$
- **Grado** (de un grafo) → Máximo grado de sus vértices
- Grafo **acíclico** → Grafo que no tiene ciclos
- Grafo **ponderado** → Grafo en el que cada arista tiene un valor o etiqueta asociado
- **Representación** → **Matriz de adyacencias** o **lista de adyacencias**
- $(u, v)$  → Par **ordenado** /  $\{u, v\}$  Par **no ordenado** (va en ambas direcciones)

## Caminos

---

Un **camino** desde  $v \in V$  hasta  $u \in V$  es una secuencia  $v_1, v_2, \dots, v_k$  tal que  $u = v_1, v = v_k$ , y  $(v^{i-1}, v^i) \in E$ , para  $i = 2, \dots, k$

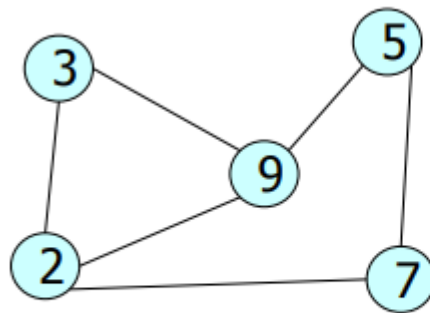
- **Longitud** de un **camino** → Número de aristas del **camino**
- $v$  es **alcanzable** desde  $u$  → Existe un **camino** de  $u$  a  $v$
- **Camino simple** → **Camino** en el que todos sus vertices, excepto, tal vez, el  $v_1$  y  $v_k$ , son distintos
- **Ciclo** → **Camino** desde  $v_1, v_2, \dots, v_k$  en donde  $v_1 = v_k$  → y es **simple** si tiene **camino simple**
  - **Bucle** → **Ciclo** de **longitud 1**



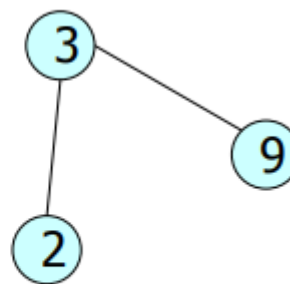
## Subgrafo

Grafo  $G' = (V', E')$  donde  $V' \subseteq V$  y  $E' \subseteq E$

- Subgrafo **inducido**  $\rightarrow V' \subseteq V : G' = (V', E')$  tal que  $E' = \{(u, v) \in E \mid u, v \in V'\}$



$G = (V, E)$



$G' = (V', E')$

## Grafo no dirigido

La relación sobre  $V$  es simétrica. Arista  $\equiv$  par no ordenado  $\{u, v\}$ ,  $u, v \in V$  y  $u \neq v$

- Grado de un nodo**  $\rightarrow$  Número de aristas que inciden en él
- $v$  es **adyacente** a  $u \rightarrow$  Existe una arista  $(u, v) \in E$  que incide en los nodos  $u, v$
- Conexo**  $\rightarrow$  Existe un camino entre cada par de vertices
- Componente conexo**  $\rightarrow$  Subgrafo conexo tal que no existe otro compuesto conexo que lo contenga

- **Subgrafo conexo maximal** → Un **grafo no dirigido** no es **conexo** si está conformado por varios **componentes conexos**
- **Bosque** → Grafo **acíclico**
- **Arbol libre** → **Bosque conexo**
- **Arbol** → **Arbol libre** en el que hay un nodo designado como raíz

## Propiedades

Sea  $G$  un grafo no dirigido con  $N$  vertices y  $M$  aristas

$$\sum_{v \in G} \deg(v) = 2 * m$$

✓ *Siempre:*  $m \leq (n * (n-1)) / 2$

✓ *Si  $G$  conexo:*  $m \geq n-1$

✓ *Si  $G$  árbol:*  $m = n-1$

✓ *Si  $G$  bosque:*  $m \leq n-1$

## Grafo dirigido

La relación sobre  $V$  no es simétrica

- **Grado** del vértice → Suma de los grados de entrada y de salida
- $v$  es **adyacente** a  $u$  → Existe una arista  $(u, v) \in E$  que *incide en  $v$  y parte de  $u$*
- **Fuertemente conexo** → Existe un camino desde cualquier vértice a cualquier otro vértice
- **Débilmente conexo** → El grafo (*sin sentido en las aristas*) es **conexo** pero no **fuertemente**

- **Componente fuertemente conexa** → Máximo subgrafo fuertemente conexo
- **Grafo no fuertemente conexo** → Está formado por varios componentes fuertemente conexos