

Modellierung von kategorialen Daten

Multinomiale Prozessbaummodelle und Signalentdeckungstheorie

Marie A. Jakob

marie.jakob@psychologie.uni-freiburg.de

SUMMER SCHOOL KOGNITIVE MODELLIERUNG 2022



Ablauf

- Anwendungskontext: Recognition Memory
- Multinomiale Prozessbaum-Modelle (**MPTs**) → Annahme diskreter Zustände
- Signalentdeckungstheorie (**SDT**) → Annahme eines kontinuierlichen Gedächtnissignals
- Ausblick: Weitere Anwendungen von MPTs und SDT



<https://giphy.com/gifs/lost-gandalf-memory-FPjbH00jJxGsE>

I have no memory of this place

Recognition Memory

Recognition Memory

- “recognize“ = „the act of perceiving something as previously known“
- → Rekognitionsgedächtnis = Fähigkeit, zuvor erlebte Stimuli wiederzuerkennen und von neuen zu unterscheiden
- → Spezifische Form des Langzeitgedächtnisses

Modellierung von Rekognitionsgedächtnis:

→ Welche zentralen kognitiven Prozesse laufen ab, wenn Menschen versuchen, Stimuli wiederzuerkennen?

Paradigma

1. Lernphase

Präsentation von Targets

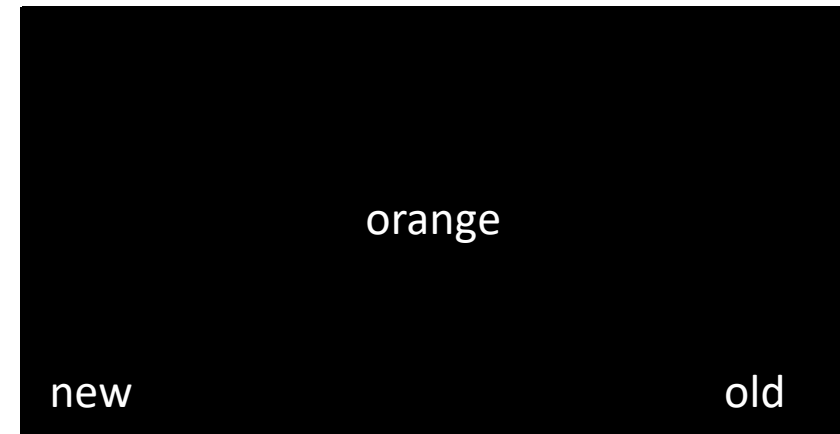
Aufgabe: Stimuli merken



2. Rekognitionsphase

Präsentation von Targets und Lures

Aufgabe: Klassifizierung in „alte“ (gelernte)
vs. „neue“ (nicht gelernte) Stimuli



Arten von Antworten

	Target	Lure
Antwort „alt“	Hit	False Alarm
Antwort „neu“	Miss	Correct Rejection

Modellierung

- Formale Beschreibung der Prozesse die beim Wiedererkennen involviert sind
- → Aufstellen von mathematischen Gleichungen, die beschreiben, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Hit, False Alarm, Miss oder eine Correct Rejection auftreten
- Parameter dieser Gleichungen haben kognitive Interpretationen
- Zwei Modellklassen:
 - Multinomiale Prozessbaum-Modelle (MPTs): Annahme diskreter Zustände
 - Signalentdeckungstheorie (SDT): Annahme eines kontinuierlichen Gedächtnissignals

Mein Freund der Baum

Multinomiale Prozessbaum-Modelle

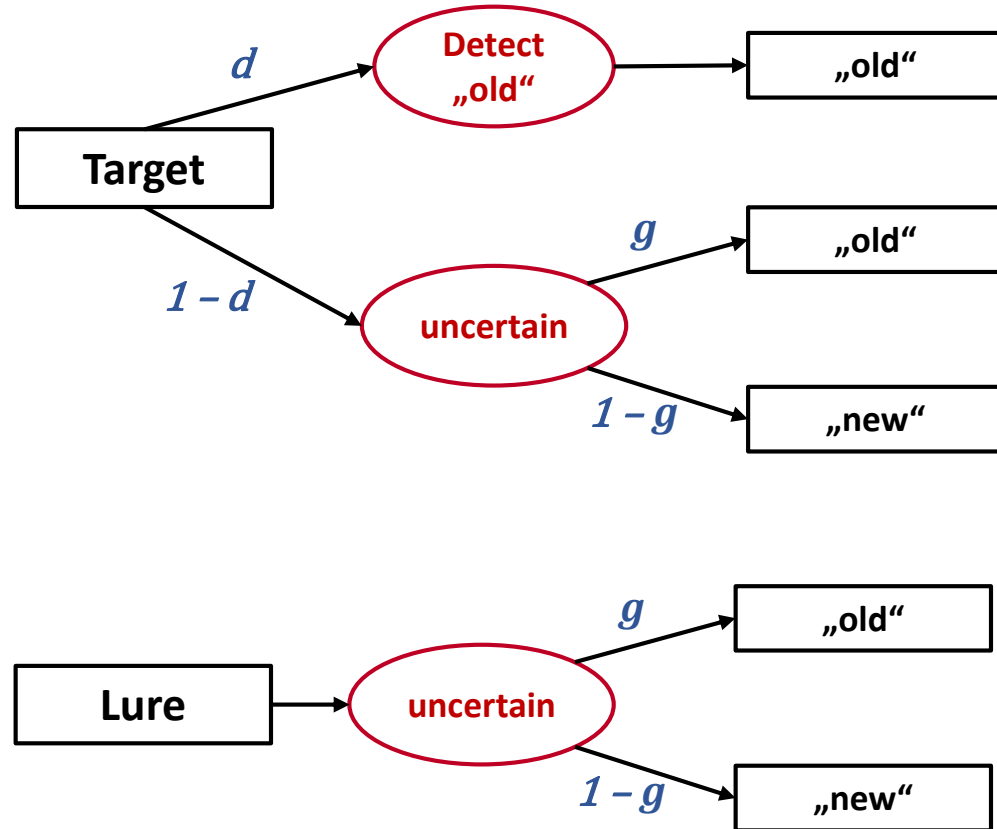


<https://twitter.com/ralphruthe/status/441114605838798849?lang=de>

Annahmen

- Über die Daten:
 - Endliche Anzahl an Antwortkategorien
- Über die kognitiven Prozesse:
 - Endliche Anzahl an diskreten Prozesszuständen
 - z.B. Detektion Target oder Unsicherheit
 - Übergänge zwischen Zuständen erfolgen probabilistisch (Wahrscheinlichkeitsparameter)
 - Antworten resultieren probabilistisch aus Zuständen

MPTs für Rekognition: Das 1HT Model



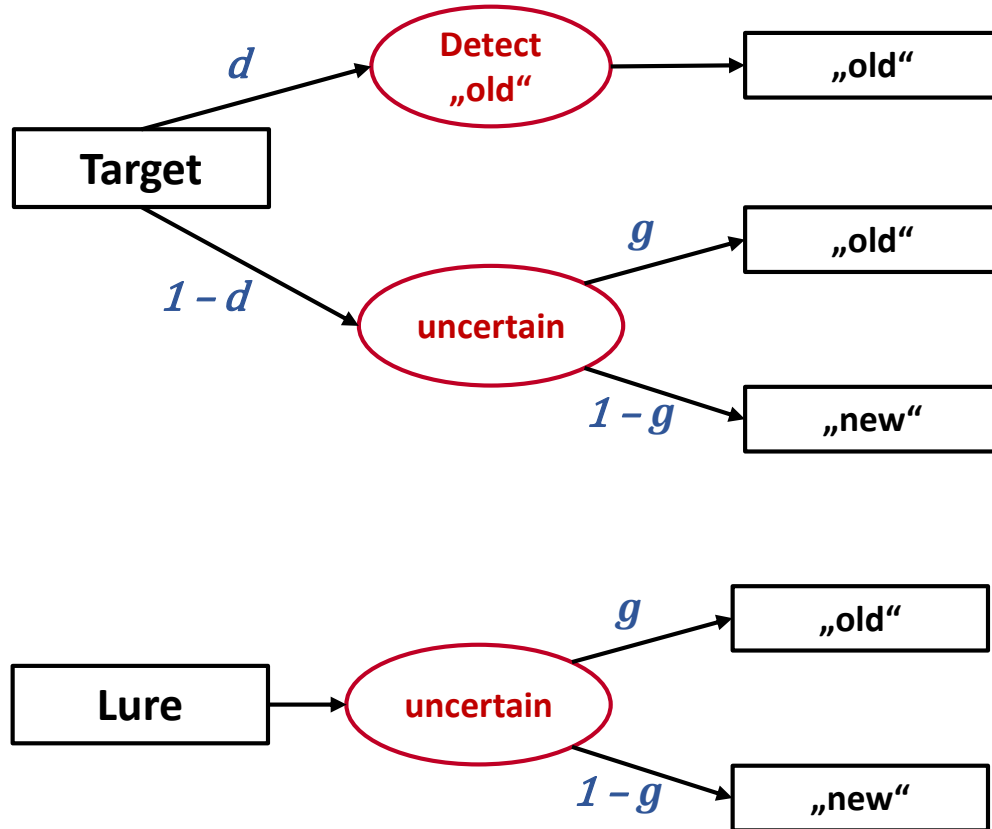
→ Welche Prozesse werden angenommen?

- Detektion von Targets als alt
- Raten bei Unsicherheit

→ Welche Parameter müssen geschätzt werden?

- d : Wahrscheinlichkeit, ein Target als solches zu erkennen
- g : Wahrscheinlichkeit, „alt“ zu raten

1HTM - Modellgleichungen



→ ergeben sich aus dem Baum durch Multiplikation und Addition entlang der Pfade

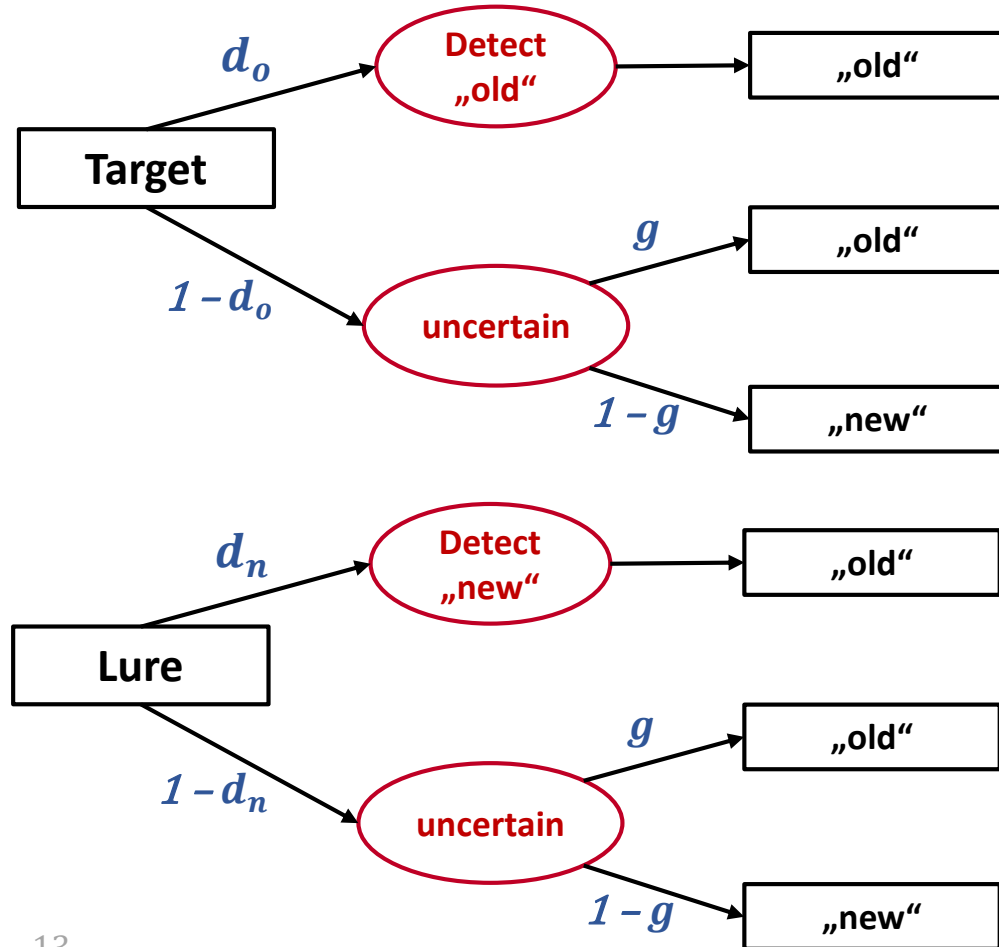
- $p(\text{"old"} \mid \text{target}) = d + (1 - d) * g$
- $p(\text{"new"} \mid \text{target}) = (1 - d) * (1 - g)$
- $p(\text{"old"} \mid \text{lure}) = g$
- $p(\text{"new"} \mid \text{target}) = 1 - g$

→ Welche Gleichungen beschreiben Hits, False Alarms etc.?

MPTs – allgemein

- Ein Baum pro Itemtyp (z.B. Targets)
 - besteht aus hintereinander geschalteten Prozessen (z.B. Detektion, Raten)
- Modellparameter (z.B. d , g) beschreiben bedingte Wahrscheinlichkeit des Auftretens eines Prozesses (gegeben die vorherigen Prozesse)
 - Wertebereich zwischen 0 und 1
- Wahrscheinlichkeit eines Pfades: Multiplikation der Parameter entlang des Pfades
- Wahrscheinlichkeit einer Antwortkategorie: Addition aller Pfade, die in Kategorie enden

Modifikation des 1HTM: Das 2HTM



- Welchen neuen Parameter beinhaltet das Modell und welchen Prozess soll dieser abbilden?

- → d_n : Detektion von Lures

Aufgabe: Stellt die Modellgleichungen für das 2HTM auf!

Zeit: 5 Minuten

Parameterschätzung

→ d_o , d_n und g sind unbekannt und müssen auf Grundlage der Daten und der Modellgleichungen geschätzt werden

$$p(\text{"old"} \mid \text{target}) = d + (1 - d) * g$$

→ $p(\text{"old"} \mid \text{target})$: relative Häufigkeit von „alt“ Antworten zu Targets → Hits

(analog für andere Gleichungen)

- Maximum Likelihood Schätzung: Parameter werden so gewählt, dass die Likelihood Funktion (die Wahrscheinlichkeit für die Daten gegeben bestimmte Parameterwerte) maximal ist

Identifizierbarkeit

- Was beschreibt Identifizierbarkeit?

= „Extent to which a unique set of parameter values can be determined from a set of data“

(Farrell & Lewandowsky, 2018)

- Ist das 2HTM für das anfangs vorgestellte Recognition Memory Paradigma identifiziert?

→ Nein, da Anzahl der Parameter $>$ Anzahl der „freien“ Datenpunkte

- Notwendig, aber nicht hinreichend: Anzahl „freie“ Datenpunkte \geq Anzahl Parameter

→ Als Faustregel für MPTs und SDT hier ausreichend 😊

Parametervalidierung

„[...] moving from the mathematical space in which the model parameters describe specific effect patterns to a psychological space in which parameters are interpreted in terms of processes.“ (Hütter & Klauer, 2016)

- z.B. ***g***: Soll die Rate-Wahrscheinlichkeit unabhängig vom Gedächtnissignal widerspiegeln
- Wie kann man diese Interpretation empirisch validieren?

→ Selective Influence Studies

- Experimentelle Manipulationen, die *genau einen* Prozess beeinflussen sollen

Parametervalidierung – Selective Influence

Hütter & Klauer (2016)

- Implementierung von Manipulationen, die *genau einen* Prozess beeinflussen sollen
- ***g***: z.B. Manipulation der Basisrate alter und neuer Wörter:
 - Gruppe 1: Testphase – 20 % alte und 80 % neue Wörtern
 - Gruppe 2: Testphase – 50 % alte und 50% neue Wörtern
 - Gruppe 3: Testphase – 80 % alte und 20% neue Wörtern
- → Ratewahrscheinlichkeit sollte sich entsprechend ändern
- Annahme: ***g*₁ < *g*₂ < *g*₃**
- Detektionswahrscheinlichkeiten ***d*_o** und ***d*_n** sollte sich nicht ändern

Parametervalidierung – Modellspezifikation

- Fitten von mehreren Modellvarianten:
 - Modell 1: Selber Parameter für alle Bedingungen (z.B: g – gleich für Gruppen 1, 2 und 3)
 - Modell 2: Separate Parameter für die unterschiedlichen Bedingungen (z.B. g_1, g_2, g_3)
- Modellvergleiche der unterschiedlichen Modellvarianten → Wie?
- **Konvergente Validität:**
 - Gleichsetzen der zu beeinflussenden Parameter zwischen den Gruppen ($g_1 = g_2 = g_3 = g$) sollte die Passung signifikant verschlechtern
- **Diskriminante Validität:**
 - Gleichsetzen der anderen (nicht zu beeinflussenden Parameter) zwischen den Gruppen sollte die Passung *nicht* signifikant verschlechtern (z.B. $d_{o,1} = d_{o,2} = d_{o,3} = d_o$)

Exkurs: Fitten von Daten mehrerer V_p

- Bisher: immer von „einem“ Datensatz ausgegangen
 - Tatsächlich meist Daten von mehreren V_p
- Zwei einfache Möglichkeiten:
 - Parameterschätzung einzeln für den Datensatz jeder V_p
 - Aggregation der Datensätze und Parameterschätzung für aggregierten Datensatz
- Jeweils Vor- und Nachteile
 - Bessere aber kompliziertere Lösung: hierarchische Modellierung

Beispiel – 2HT g Parameter

- Bröder & Schütz (2009): „old-new“ recognition task
- Manipulation der Basisrate alter Wörter in der Testphase:
 - 10 % vs. 25 % vs. 50 % vs. 75 % vs. 90 %
- R:

```
# install.packages(„MPTinR“)  
library(MPTinR)  
data(d.broeder)
```



2HT – Parameterschätzung und Validierung

MPTinR (Singmann & Kellen, 2013)

Aufgabe



- Bröder & Schütz (2009) implementieren 5 Baseline-Bedingungen:
 - 10 % vs. 25 % vs. 50 % vs. 75 % vs. 90 % alte Wörter in der Testphase
- Testet das 2HT mit 5 Rate-Parametern gegen ein Modell, das in den 10% und 90% Bedingungen, sowie in den 25% und 75% Bedingungen die gleichen Rate-Wahrscheinlichkeiten annimmt

$$\rightarrow g_{10} = 1 - g_{90} \quad g_{25} = 1 - g_{75}$$

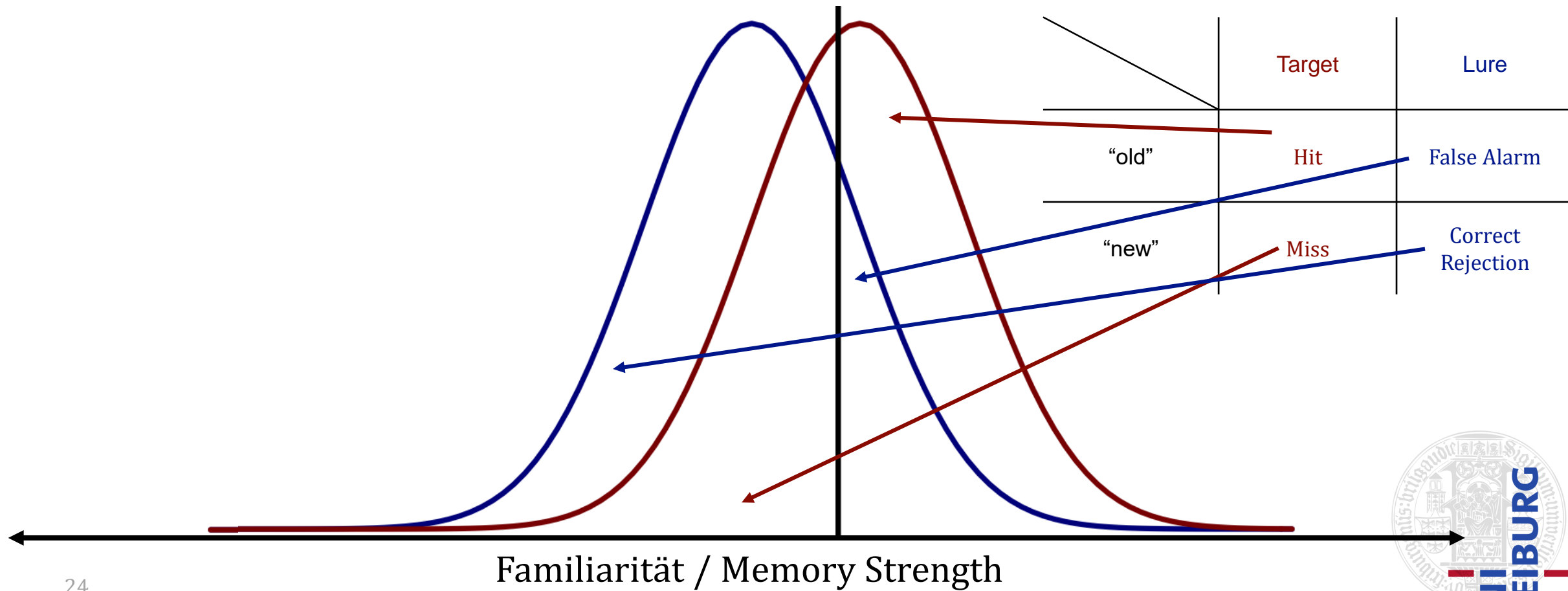
- Geht dafür wie so vor:
 - Baut die beschriebene Restriktion in die Modellgleichungen des 2HT ein.
 - Fittet das Modell auf den Datensatz.
 - Vergleicht die geschätzten Parameter zwischen den beiden Modellen.
 - Vergleicht das Modell mit dem 2HT mit 5 Rate-Parametern.

Volker hört die Signale

Signalentdeckungstheorie (SDT)



SDT – Konzeptuell



SDT – Formal

- Seien ψ_{target} und ψ_{lure} Zufallsvariablen, die die Gedächtnisstärke von Targets und Lures repräsentieren, sei $\lambda \in \mathbb{R}$ (repräsentiert ein Entscheidungskriterium)
- Seien p_H und p_{FA} die Wahrscheinlichkeit für einen Hit bzw. einen False Alarm
- Dann gilt:

$$p_H = \int_{\lambda}^{\infty} f_{target}(x) dx$$

$$p_{FA} = \int_{\lambda}^{\infty} f_{lure}(x) dx ,$$

wobei f_{target} und f_{lure} die Dichtefunktionen der Target- und Lure-Verteilungen sind

Parameter

- Angenommen ψ_{target} und ψ_{lures} sind normalverteilt:
- Durch welche Parameter sind die Verteilungen gekennzeichnet?
- → Mittelwerte und Standardabweichungen: $\mu_{target}, \mu_{lure}, \sigma_{target}, \sigma_{lure}$
- Konvention: $\mu_{lure} = 0$ $\sigma_{lure} = 1$
 - μ_{target} ist die Differenz zwischen den Verteilungen (auch als d' bezeichnet)
- Zwei gängige Varianten:
 - Equal-Variance SDT (EV-SDT):* $\sigma_{target} = \sigma_{lure}$
 - Unequal-Variance SDT (UV-SDT):* σ_{target} wird geschätzt (meist $\sigma_{target} > \sigma_{lure}$)

Parameterschätzung

- Gleiches Prinzip wie bei MPTs:
 - SDT definiert Modellgleichungen mit Parametern, die die Wahrscheinlichkeit für die unterschiedlichen Kategorien vorhersagen
 - Über die beobachteten Häufigkeiten (z.B. Hit Rate, False Alarm Rate) werden die unbekannten Parameter (μ_{target} , λ) geschätzt (z.B. mit Maximum Likelihood Schätzung)

Identifizierbarkeit

- Sind das EV-SDT Modell und das UV-SDT Modell für das standard Recognition Memory Paradigma identifiziert?
- 2 „freie“ Datenpunkte
- EV-SDT: μ_{target} und λ müssen geschätzt werden → gesättigtes Modell
- UV-SDT: zusätzlich muss σ_{target} geschätzt werden → nicht identifiziert (aber für andere Paradigmen)
- EV-SDT Parameter können hier ohne iterativen Algorithmus berechnet werden

EV-SDT – Parameter

- Herleitung über die PDF und CDF der Normalverteilung → Was war das nochmal?
 - PDF = Probability Density Function = Dichtefunktion
 - CDF = Cumulative Distribution Function = Verteilungsfunktion
 - → $F_x(x) = p(X \leq x)$, für die Standardnormalverteilung: $\Phi(x)$

$$\rightarrow p_H = \int_{\lambda}^{\infty} f_{target}(x) dx = \Phi(\mu_{target} - \lambda) \qquad p_{FA} = \int_{\lambda}^{\infty} f_{lure}(x) dx = \Phi(-\lambda)$$

- Daraus lassen sich λ und μ_{target} ableiten:

$$\lambda = -\Phi^{-1}(p_{FA})$$

$$\mu_{target} = \Phi^{-1}(p_H) - \Phi^{-1}(p_{FA})$$

Aufgabe



- Schreibt eine Funktion in R, die die EV-SDT Parameter für gegebene Hit und False Alarm Rates berechnet
 - Tipp: Ihr braucht dafür die `qnorm()` Funktion (Quantilfunktion der Normalverteilung)
- Gegeben seien die folgenden Hit und False Alarm Rates – wie sind die geschätzten EV-SDT Parameter?
 - $p_{FA} = .788$ $p_H = .964$
 - $p_{FA} = .211$ $p_H = .579$

SDT – MPTinR

- Trotz des Namens kann das Package MPTinR auch (standard) SDT Modelle fitten
- Wie bei MPTs: Jede Zeile definiert Modellgleichung für eine Kategorie
- `pnorm()` → CDF der Normalverteilung
→ Zur Definition der SDT Modellgleichungen
- EV-SDT für zwei Kategorien (vgl. Folie 29):

`pnorm(cr, mu, sigma)` # probability for Hits

`pnorm(cr)` # probability for False Alarms

Anwendungen von SDT und MPTs

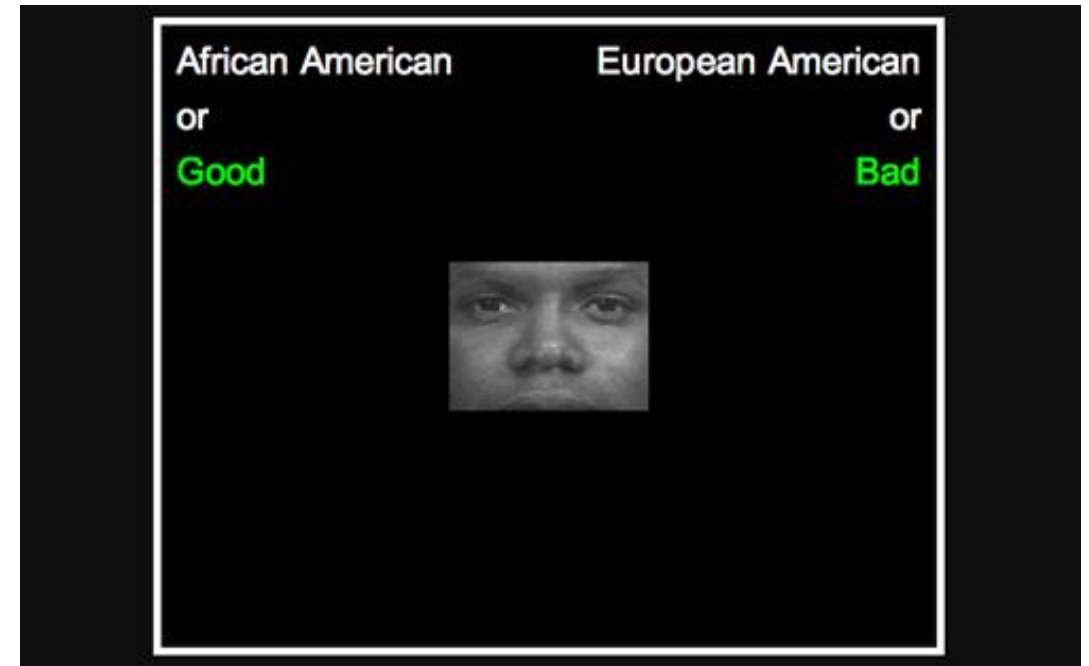
Sozialpsychologie



Modeling Implicit Cognition

IAT & Quad-Model

- **Implicit Association Test:** soll Assoziationen zwischen unterschiedlichen Konzepten *indirekt* messen → bspw. Assoziationen hinter rassistischen Einstellungen
- Basis: Vergleich von Reaktionszeiten und Fehlern in Blöcken, in denen angenommen kompatible (z.B. „Good – Caucasian“) Konzepte und inkompatible (z.B. „Bad – Caucasian“) dieselbe Reaktionstaste zugeordnet haben



Modeling Implicit Cognition

IAT & Quad-Model

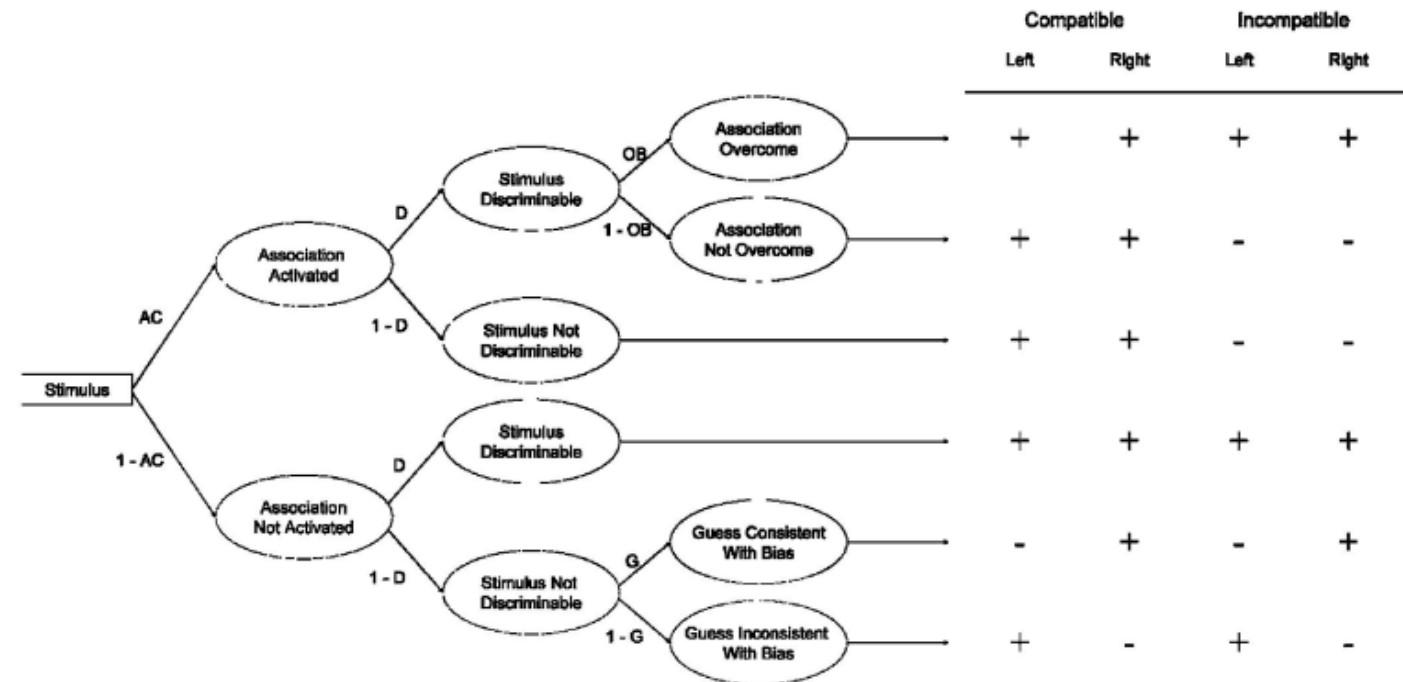
- **Aber:** IAT hat beträchtliche Methodenvarianz, die nicht mit dem interessierenden Konstrukt zusammenhängen
(z.B. Klauer et al., 2007)

• → IAT bildet neben konstruktrelevanten Prozessen auch andere Prozesse ab

• → verunschärft und verzerrt Messergebnis

→ Modellierung des IATs soll unterschiedliche Prozesse auf unterschiedliche Modell-Parameter abbilden

→ Ziel: Differenziertere Erfassung der Prozesse und genauere Messung des Konstrukts



Quad Model (Conrey et al., 2005)

DFG Projekt: Detecting Discrimination

- Diskriminierung = ungerechte oder nachteilige Behandlung von Menschen und Gruppen aufgrund von Merkmalen wie Rasse, Geschlecht, Alter oder sexueller Orientierung

SDT Ansatz: Erkennen von Diskriminierung hat zwei Komponenten:

- Ungleichbehandlung erkennen → Sensitivität
- Attribution / Interpretation dieser als Diskriminierung → Response Bias

→ Sind Unterschiede in der Wahrnehmung von Diskriminierung auf unterschiedliche Sensitivität oder unterschiedlichen Response Bias zurückzuführen?

MPT – Recommended Reading

- ***Social Psychology:***

Hütter, M., & Klauer, K. C. (2016). Applying processing trees in social psychology. *European Review of Social Psychology*, 27(1), 116-159.

- ***Cognitive Psychology:***

Erdfelder, E., Auer, T. S., Hilbig, B. E., Aßfalg, A., Moshagen, M., & Nadarevic, L. (2009). Multinomial processing tree models: A review of the literature. *Zeitschrift für Psychologie/Journal of Psychology*, 217(3), 108.

SDT – Recommended Reading

- Sehr verständlich, aber nur die ersten beiden Kapitel online verfügbar:

Wickens, T. D. (2001). *Elementary signal detection theory*. Oxford university press.

- Sehr gut, aber sehr formal / mathematisch:

Kellen, D., & Klauer, K. C. (2018). Elementary signal detection and threshold theory. *Stevens' handbook of experimental psychology and cognitive neuroscience*, 5, 1-39.

Danke für Eure Aufmerksamkeit!



References

- Bröder, A., & Schütz, J. (2009). Recognition ROCs are curvilinear—or are they? On premature arguments against the two-high-threshold model of recognition. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 35(3), 587.
- Farrell, S., & Lewandowsky, S. (2018). *Computational modeling of cognition and behavior*. Cambridge University Press.
- Conrey, F. R., Sherman, J. W., Gawronski, B., Hugenberg, K., & Groom, C. J. (2005). Separating multiple processes in implicit social cognition: the quad model of implicit task performance. *Journal of personality and social psychology*, 89(4), 469.
- Hütter, M., & Klauer, K. C. (2016). Applying processing trees in social psychology. *European Review of Social Psychology*, 27(1), 116-159.
- Klauer, K. C., Voss, A., Schmitz, F., & Teige-Mocigemba, S. (2007). Process components of the Implicit Association Test: a diffusion-model analysis. *Journal of Personality and Social Psychology*, 93(3), 353.