Analyse und Modellierung von Reaktionszeiten

Anne Voormann

SUMMER SCHOOL KOGNITIVE MODELLIERUNG 2022

Inhalt

1. Eigenschaften von Reaktionszeiten
2. Transformationen für Inferenzstatistik
3. Mögliche Datengenerierende Funktionen
   a) Log-Normal
   b) Weibull
   c) Ex-Gauß-Verteilung
   d) Wald-Verteilung (inverse-Gauß)

Reaktionszeiten

Welche Eigenschaften von Reaktionszeiten fallen euch ein, die für die Modellierung wichtig sind?

- ➢ Nehmt den Datensatz RTData.R und plottet die Reaktionszeiten / führt deskriptive Statistiken durch, um Ideen für die Eigenschaften zu bekommen.

  Zum Beispiel:

  - Lasst euch ein Histogramm ausgeben
  - Guckt euch die Standardabweichung für verschiedene Mittelwerte an

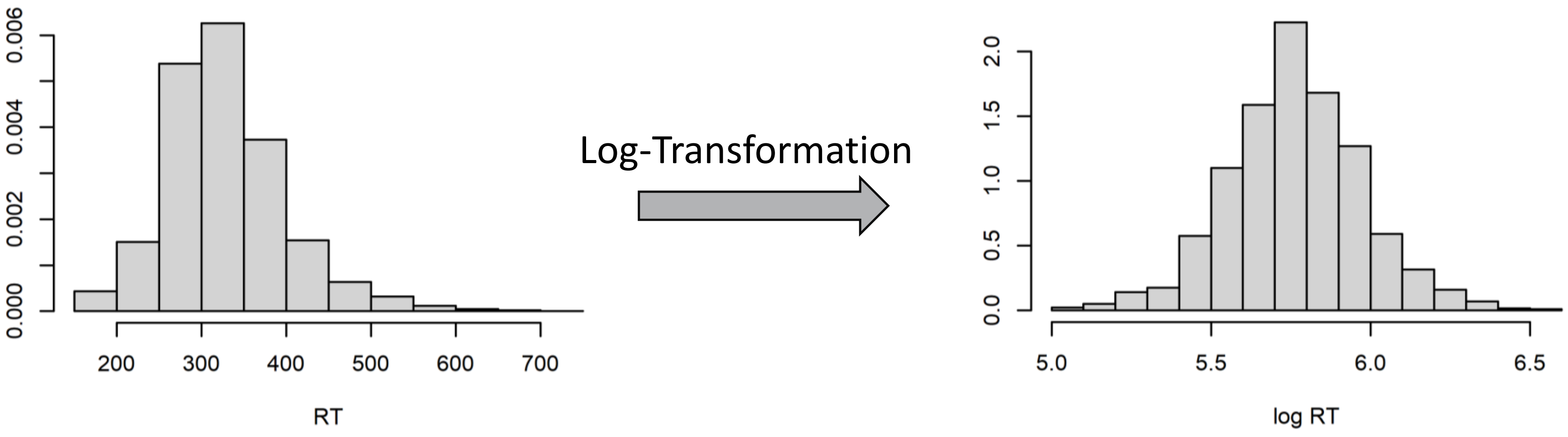
Reaktionszeiten

Welche Eigenschaften von Reaktionszeiten fallen euch ein, die für die Modellierung wichtig sind?

- Positive reelle Zahlen
- Meistens linkssteil verteilt
- Häufig um eine Konstante verschoben
  (Reaktionszeiten kleiner 150 ms werden selten beobachtet)
- Varianz steigt mit dem Mittelwert

Mögliche Transformationen

- Häufig verwendete Transformation: Logarithmus Transformation
- Vorteil: Erhalten von normalverteilten Werten
- Nachteil: Schwierigkeiten bei der Interpretation von Interaktionen



Einfluss von Transformationen

Interaktion (untransformiert)

- Zusammenhang Prädiktoren additive

➢ Auftreten einer Interaktion bei unterschiedlicher Differenz

$$\mathrm{RT} = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_1 X_2$$

Log-transformiertes Kriterium

- Zusammenhang Prädiktoren multiplikativ

➢ Auftreten einer Interaktion bei unterschiedlichem Verhältnis

$$\ln(\mathrm{RT}) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_1 X_2$$

$$\Leftrightarrow \mathrm{RT} = e^{(\beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_1 X_2)}$$

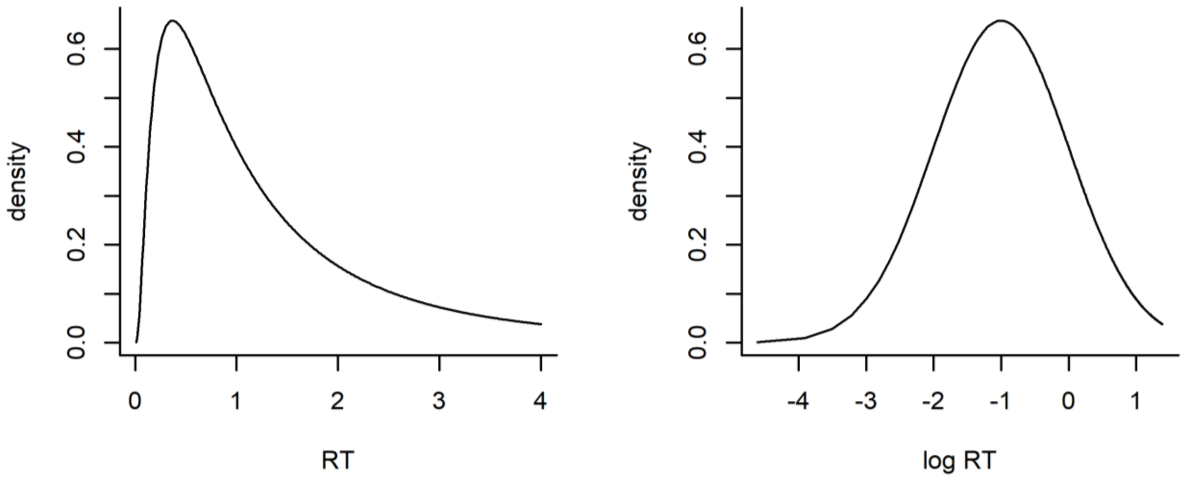
$$\Leftrightarrow \mathrm{RT} = e^{\beta_0} e^{\beta_1 X_1} e^{\beta_2 X_2} e^{\beta_3 X_1 X_2}$$

Modellierung von Reaktionszeiten

Log-Normal

Eigenschaften:

- Träger: positiv reelle Zahlen $x \in (0, +\infty)$
- Parameter: $\mu \in (-\infty, +\infty); \sigma > 0$
- Y = ln(X) folgt einer Normalverteilung



Log-Normal (2)

Dichtefunktion

$$f(x|\mu,\sigma) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \times \exp\left(-\frac{(\ln(x)-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

- mit einer Verschiebung von θ

$$f(x|\mu,\sigma,\theta) = \frac{1}{(x-\theta)\sigma\sqrt{2\pi}} \times \exp\left(-\frac{(\ln(x-\theta)-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

- Berechnung Parameter

$$\mu = \ln\left(\frac{E[X]^2}{\sqrt{Var[X]+E[X]^2}}\right)$$

$$\sigma = \sqrt{\ln\left(\frac{Var[X]}{E[X]^2}+1\right)}$$

Übungsaufgabe

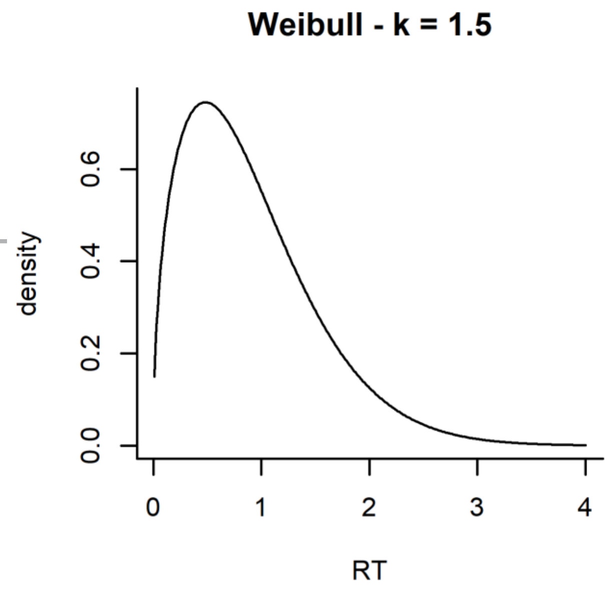
1. Implementiert die Dichtefunktion der log-normal als Funktion in R
2. Schätzt die Parameter der log-normal in R für den Datensatz RTData.R
3. Berechnet die Parameter der log-normal in R für den Datensatz RTData.R

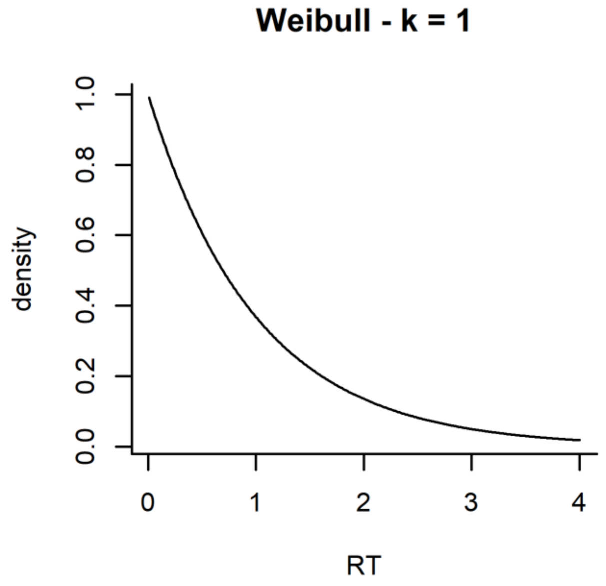
PAUSE

Weibull

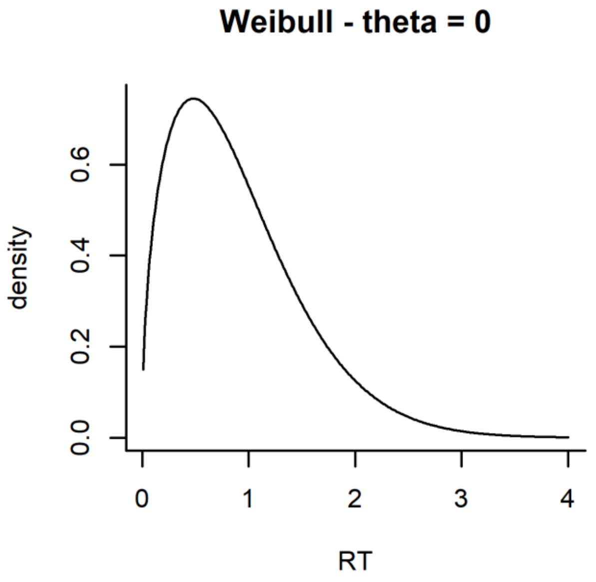
Eigenschaften:

- Gibt die Zeit an, bis ein Ereignis stattfindet (z.B. Tod, oder Reaktion)
- Träger: positiv reelle Zahlen $x \epsilon (0, +\infty)$
- Parameter:
    - $T = \frac{1}{\lambda}$ – Lebensdauer, gibt die Zeit an in der 63,2% der Einheiten ausgefallen sind ($\lambda > 0$)
    - k – Formparameter (k $>$ 0)
- k = 1 ergibt die Exponentialverteilung e^{λ} → Berücksichtigung konstanter Ausfallrate
- Für $k \neq 1$ → Änderung der Ausfallrate (= Gedächtnis)





Weibull (2)

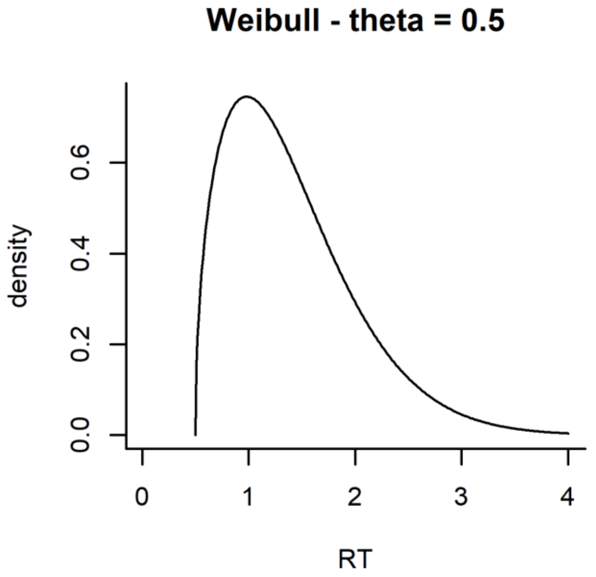


Dichtefunktion

$$f(x|\lambda, k) = \lambda k(\lambda x)^{k-1}e^{-(\lambda x)^k}$$

- Mit einer Verschiebung von θ

$$f(x|\lambda, k, \theta) = \lambda k(\lambda(x-\theta))^{k-1}e^{-(\lambda(x-\theta))^k}$$



Übungsaufgabe

1. Implementiert eine Formel zur Berechnung der Deviance der Weibull in R
2. Schätzt die Parameter der Weibull in R für den Datensatz RTData.R

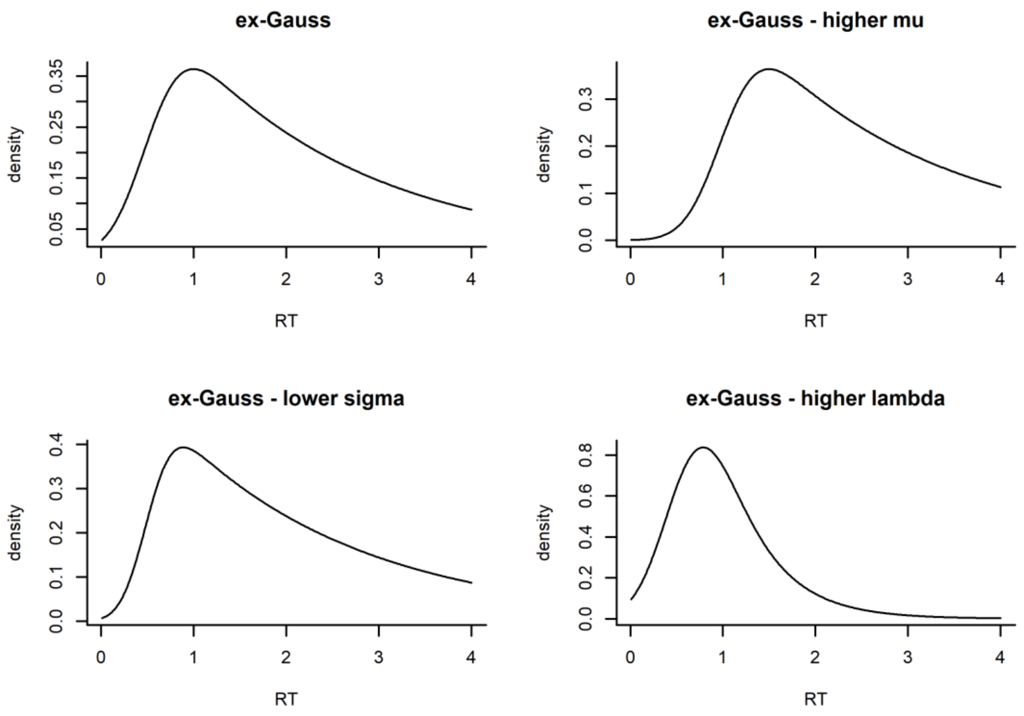
Ex-Gauß

- Summe (= Convolution) von unabhängigen normalverteilten und exponentialverteilten Zufallsvariablen

- Dichtefunktion

$$f(x|\mu,\sigma^2,\lambda) = \frac{1}{2\tau} e^{\frac{\lambda}{2}(2\mu+\lambda\sigma^2-2x)} \mathrm{erfc}\left(\frac{\mu+\lambda\sigma^2-x}{\sqrt{2}\sigma}\right)$$

- Drei Parameter:
  - Gauß: μ und σ^2
  - Exponential: $\tau = 1/\lambda$

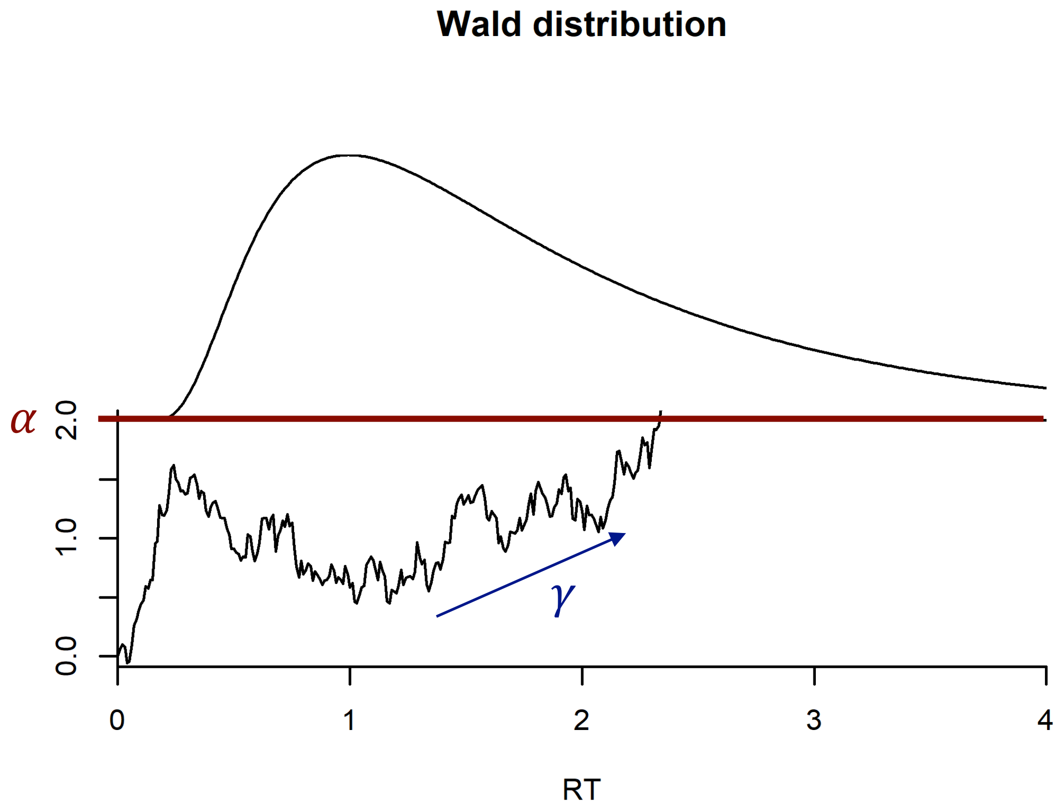


Übungsaufgabe

1. Implementiert eine Formel zur Berechnung der Deviance der Ex-Gauß in R
2. Schätzt die Parameter der Ex-Gauß in R für den Datensatz RTData.R

Wald-Verteilung (inverse Gaussian)

- Eigenes psychologisches Modell
  - Akkumulation von Evidenz über die Zeit
  - Evidenz pro Zeiteinheit $\sim$ N(γ, 1)
  - Abbruch des Prozesses bei Erreichen des Schwellenwertes (α)

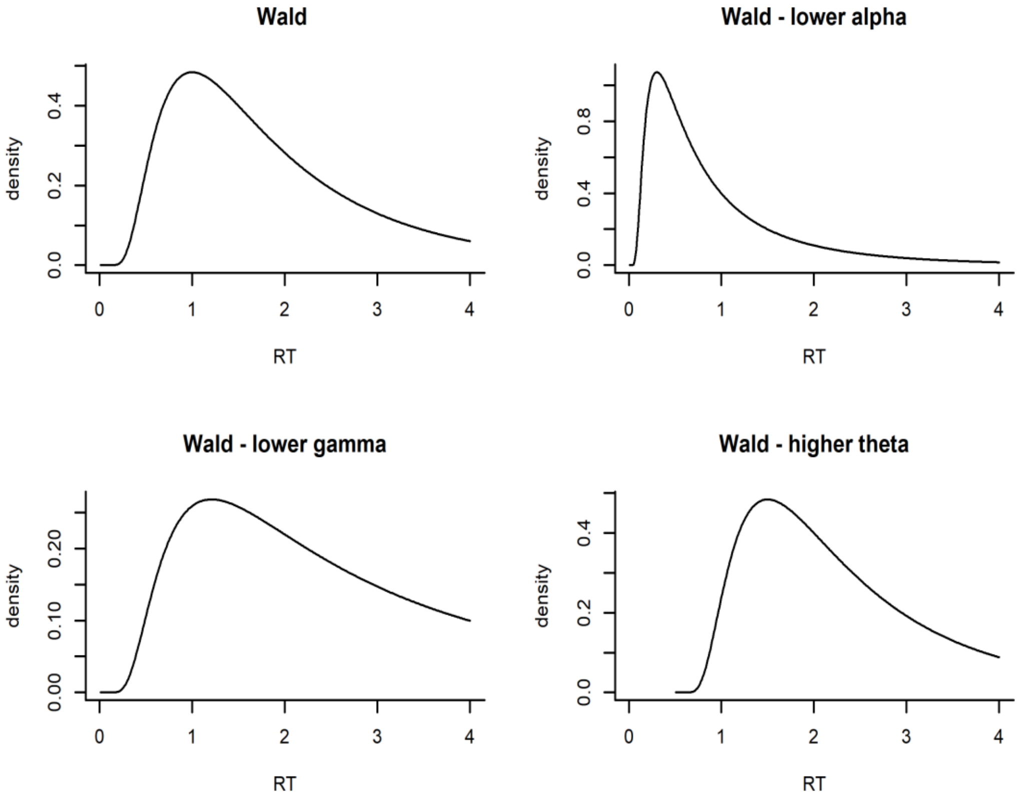


Wald-Verteilung (2)

- Dichtefunktion

$$f(x|\alpha,\theta,\gamma) = \frac{\alpha}{\sqrt{2\pi(x-\theta)^3}} \times e^{-\frac{[\alpha-\gamma(x-\theta)]^2}{2(x-\theta)}}$$

- 3 Parameter:
  - Drift rate: γ ($\gamma > 0$)
  - Schwellenwert : α ($\alpha > 0$)
  - Verschiebung: θ ($0 < \theta <$ x)



Übungsaufgabe

1. Implementiert eine Formel zur Berechnung der Deviance der Wald in R
2. Schätzt die Parameter der Wald in R für den Datensatz RTData.R

Diskussion

Welche der vorgestellten Verteilung erachtet ihr am sinnvollsten für die Modellierung von Reaktionszeiten?

Achtung

- Zuordnung der Parameter zu bestimmten Prozessen oft schwierig (siehe z.B. Rieger & Miller, 2020; Matzke & Wagenmakers, 2009)
- Daher: Interpretation der Parameter der Ex- Gaussian oder shifted Wald nicht in Form von kognitiven Prozessen möglich
- Jedoch sinnvoll zur deskriptiven Beschreibung der Daten

➢ Das gleiche gilt wahrscheinlich für Weibull und log-normal, die aber nicht so gut untersucht.

- https://lindeloev.shinyapps.io/shiny-rt/

Zeit zum Üben und Ausprobieren

Danke für Eure Aufmerksamkeit!