

Ecuaciones Lineales

Una igualdad algebraica está formada por dos expresiones algebraicas separadas por el signo igual (=).

- Cuando la igualdad es cierta para algún valor de las letras se llama ecuación.
- Si la igualdad es cierta para cualquier valor de las letras se llama identidad.

El grado de una ecuación se obtiene del término de mayor grado que contenga a la incógnita o incógnitas.

Por ejemplo:

1. La ecuación $2x + 3 = 5$, es de primer grado, porque la incógnita tiene exponente.
2. La ecuación $x^2 - 5x + 6 = 0$, es de segundo grado, porque la incógnita tiene exponente 2.
3. La ecuación $x + y$, es de primer grado, porque ambas incógnitas tienen exponente 1.

A las ecuaciones de primer grado se les llama lineales.

Una ecuación de primer grado con una incógnita es una igualdad algebraica que se puede expresar en la forma: $ax = b$, siendo a y b números reales y $a \neq 0$. El mayor exponente de las x debe ser 1. Si $a \neq 0$ siempre tiene solución y además es única, la solución es: $x = -b/a$

$$\frac{3x}{2} + 2(x - 1) = 5$$

Quitar denominadores:

$$2\left(\frac{3x}{2} + 2(x - 1)\right) = 2 \cdot 5$$

$$3x + 4(x - 1) = 10$$

Quitar paréntesis:

$$3x + 4x - 4 = 10$$

Agrupar: $3x + 4x = 10 + 4$

Reducir: $7x = 14$

$$\text{Despejar: } x = \frac{14}{7} = 2$$

$2x + 9 = 15$ Ecuación de grado 1,
se puede escribir como $2x = 6$

$$\text{La solución es: } x = \frac{6}{2} = 3$$

Estas ecuaciones se resuelven mediante la aplicación de ecuaciones equivalentes con operaciones elementales (suma, resta, multiplicación o división) a ambos miembros de la ecuación, hasta obtener el valor de la incógnita.

Ejemplo 1.

Encuentra el valor de x en la siguiente expresión: $2x + 3 = 7$.

$$\begin{aligned} 2x + 3 &\rightarrow (2x + 3) - 3 = 7 - 3 && \text{Se resta 3 a ambos} \\ &2x = 4 && \text{Se divide entre 2 o se} \\ &\frac{1}{2}(2x) = \frac{1}{2}(4) && \text{multiplica por } 1/2 \\ &x = 2 \end{aligned}$$

Ejemplo 2.

Encuentra el valor de la incógnita en la ecuación $m - 25 = 3m - 5$.

$$\begin{aligned} m - 25 = 3m - 5 &\rightarrow m - 3m = -5 + 25 \\ -2m &= 20 \\ m &= \frac{20}{-2} \\ m &= -10 \end{aligned}$$

Ejemplo 3.

Determina el conjunto solución de la ecuación $2x - 7 - 5x = 11x - 6 - 14x$.

$$\begin{aligned} 2x - 7 - 5x &= 11x - 6 - 14x \\ 2x - 5x - 11x + 14x &= -6 + 7 \\ 0x &= 1 \end{aligned}$$

Si $a = 0$, entonces para todo $x \in \mathbb{R}$, $ax = 0$. Además, $ax = b$, entonces si $b \neq 0$,
no existen soluciones para $ax = b$.

La ecuación no tiene soluciones luego el conjunto solución es vacío.