Inecuaciones Lineales

Una ecuación entera de primer grado o ecuación lineal es una igualdad que involucra una o más variables a la primera potencia y no contiene productos entre las variables, es decir, una ecuación que involucra solamente sumas y restas de una variable a la primera potencia.

Resolver una desigualdad significa hallar todas las soluciones.

Por ejemplo:

$x > 2$

Está formado por todos los números reales x entre 2 y $+\infty$, se denota por $(2, +\infty)$.

La grafica del intervalo abierto es el conjunto de todos los puntos de una recta coordenada que se encuentre, pero no los incluya. Trazar la gráfica del intervalo no es más que sombrear una parte apropiada del eje (Figura 1).

Figura 1

Un punto abierto indica que el 2 no es parte de la solución, es decir $2<2$ (2 no es menor que 2), por ello no se incluye.

Para incluir a un punto del eje se utiliza el punto cerrado y corchetes para representar al conjunto solución, por ejemplo:

$x \geq 2$

Entonces su conjunto solución estaría formado por: $[2, +\infty]$ (Figura 2)

2 es una solución ya que $2 = 2$

Figura 2

El símbolo ∞ (lea infinito) que se utiliza para intervalos infinitos es simplemente una notación y no se trata de un número real.

Desigualdad	Conjunto solución	Notación de intervalo	Nombre	Grafica
a < x < b	{x| a < x < b}	(a, b)	Intervalo abierto	(a bcde f g h) a b
a ≤ x ≤ b	{x| a ≤ x ≤ b}	[a, b]	Intervalo cerrado	[a bcde f g h] a b
a< x ≤ b	{x| a< x ≤ b}	(a, b]	Intervalo semiabierto	(a bcde f g h] a b
a ≤ x <b	{x| a ≤ x <b}	[a, b)	Intervalo semiabierto	[a bcde f g h) a b
a < x	{x| a < x < ∞}	(a, ∞)	Intervalos no acotados o infinitos	(a bcde f g h a a
x < b	{x|- ∞ < x < b}	(- ∞, b)		a bcde f g) b
x ≤ b	{x|- ∞ < x ≤ b}	(- ∞, b]		a bcde f g] b
a ≤ x	{x| a ≤ x < ∞}	[a, ∞)		[a bcde f g h a b
-∞ < x< ∞	{x|- ∞ < x < ∞}	(- ∞, ∞)		a bcde f g h bcbasssssss

Es importante conocer que, al multiplicar por un número negativos a ambos lados de la desigualdad, el signo de esta se invierte.

Ejemplo 1.

Resuelva la desigualdad **-3x + 4 < 11**

Solución:

Reste 4 a ambos lados

$-3x + \cancel{4} - \cancel{4} < 11 - 4$ Simplifique

$-3x < 9$

Divida entre -3 e invierta el signo de la desigualdad

$$-\frac{3x}{-3} > \frac{7}{-3}$$

x > - 7/3

La solución esta formada por todos los números reales x tales que x > -7/3. Este el intervalo (-7/3, ∞) trazado en la figura 3.

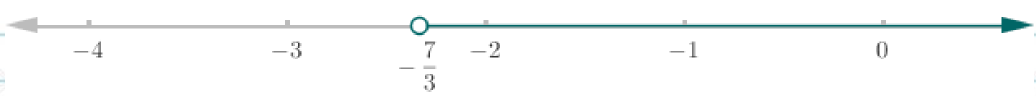

Figura 3

Ejemplo 2.

Resuelva la desigualdad **4x - 3 < 2x + 5**

Solución:

Sumar 3 en ambos lados.

$4x - \cancel{3} + \cancel{3} < 2x + 5 + 3$ Simplifique

$4x < 2x + 8$

Restar 2x.

$4x - 2x < \cancel{2x} - \cancel{2x} + 8$

$2x < 8$

Divide entre 2 a ambos lados, el signo de la desigualdad se mantiene.

$$\frac{2x}{2} < \frac{8}{2}$$

$x < 4$

La solución está formada por todos los números reales x tales que x < 4. Este el intervalo (-∞, 4) trazado en la figura 4.

Figura 4

Ejemplo 3.

Resuelva la desigualdad **- 6 < 2x - 4 < 2**

Solución:

Un método alternativo y mas corto es resolver la desigualdad simultáneamente.

Sume 4 a ambos lados

$- 6 + 4 < 2x < 2 + 4$

$-2 < 2x < 6$ Divida a ambos lados entre 2

$-2/2 < x < 6/2$

$-1 < x < 3$

La solución está formada por todos los números reales x tales que $-1 < x < 3$ (mayores que -1 y menores que 3). Este el intervalo (-1, 3) trazado en la figura 5.

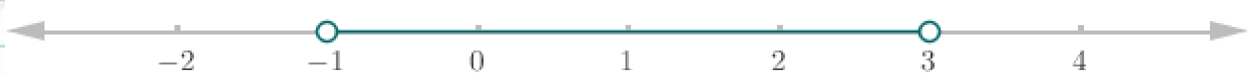

Figura 5