

Charging Stations

Sia data una rete ad albero su cui si muovono k flussi, ciascuno dalla propria origine o_k verso la propria destinazione d_k . Supponendo di conoscere le lunghezze $l_{i,j}$ degli archi (i,j) , che i veicoli partano tutti con carica completa e abbiano autonomia L , si posizionino il numero minimo di colonnine sui nodi della rete per permettere a tutti di raggiungere la propria destinazione, anche con più rifornimenti. Si supponga anche che ad ogni ricarica la batteria venga completamente ricaricata, qualunque sia il livello precedente.

Modello matematico

N : insieme dei nodi della rete ad albero

A : insieme degli archi

K : numero di flussi totali

L : autonomia massima di ogni veicolo

$l_{i,j}$ dove $(i,j) \in A$: lunghezza dell'arco (i,j)

d_k : destinazione del flusso k

o_k : origine del flusso k

$x_{i,j}^k$: vale 1 se il flusso k attraversa l'arco (i,j) , altrimenti 0

y_i : vale 1 se è installato una colonnina sul nodo i

f_k : numero di ricariche effettuate

Obiettivo:

Minimizzare il numero di colonnine installate

$$\min \sum_{i \in N} y_i$$

Vincoli:

$$1) \sum_{(i,j) \in A} l_{i,j} * x_{i,j}^k \leq L(1 + f_k), \quad \forall (i,j) \in A, \quad \forall k \in K$$

La somma delle distanze percorse dal flusso k deve minore o uguale alla massima autonomia del veicolo tenendo conto delle ricariche

$$2) \sum_{j: (o_k, j) \in A} x_{o_k, j}^k = 1, \quad \forall k \in K$$

Ogni flusso deve partire dalla propria origine e percorrere al massimo un arco partendo dalla propria origine (può uscire al massimo su un arco dalla propria origine)

$$3) \sum_{i:(i,d_k) \in A} x_{i,d_k}^k = 1, \forall k \in K$$

Ogni flusso deve arrivare alla propria destinazione e percorrere al massimo un arco entrando nella propria destinazione (può entrare nella propria destinazione al massimo da un arco)

$$4) \sum_{i:(i,j) \in A} x_{i,j}^k - \sum_{z:(j,z) \in A} x_{j,z}^k = 0, \forall k \in K, \text{ fissato il nodo } j, j \setminus \{d_k, o_k\}$$

Ogni flusso che entra deve anche uscire (tranne per l'origine e la destinazione, da chiedere alla prof conferma per come farlo)

$$5) \sum_{j:(i,j) \in A} x_{i,j}^k \geq y_i, \forall k \in K$$

Se è presente una colonnina allora almeno un arco deve essere percorso in uscita da un nodo.

Questo vincolo assicura che le colonnine vengano usate almeno una volta.

Vincoli di integrità:

$$x_{i,j}^k, y_i \in \{0, 1\} \quad \forall (i,j) \in A, \forall k \in K$$

$$f_k \in 0 \dots \inf$$