

Cocientes de líneas del [O III]

*Mariela Martínez**

Lab. Física Computacional. Centro de Física.
Instituto Venezolano de Investigaciones Científicas.
Altos de Pipe, 2008. Venezuela.

Resumen

En el presente trabajo presentamos la interpolación lineal de la fuerza del oscilador para el [O III] en un rango de temperaturas T_e entre 5000 y 20000 K. A partir del cual calculamos las tasas de excitación y desexcitación colisional para un rango de densidades n_e entre 10^0 y 10^5 cm^{-3} . Junto con las probabilidades de la transición radiativas A_{ji} calculamos las poblaciones para 5 niveles del ion relativas al nivel base, utilizando el metodo de descomposición LU para resolver el sistema de ecuaciones lineales. Finalmente estudiamos el comportamiento del cociente entre las intensidades de las líneas $[\epsilon(\lambda 4959) + \epsilon(\lambda 5007)] / \epsilon(\lambda 4363)$ con respecto a la temperatura y la densidad electrónica. Encontramos que el cociente es significativamente sensible a la temperatura pero no a la densidad electrónica.

1. Introducción

El propósito del presente trabajo es calcular el cociente de intensidades $[\epsilon(\lambda 4959) + \epsilon(\lambda 5007)] / \epsilon(\lambda 4363)$ del [O III] para un rango de temperaturas comprendido entre 5000 y 20000 K, y un rango de densidades electrónicas entre 10^0 y 10^5 cm^{-3} . En el cual la intensidad de cada línea viene dada por la ecuación

$$I_{ji} = \frac{N_j}{N_i} A_{ji} E_{ji}, \quad (1)$$

donde N_i y N_j son las poblaciones del nivel i y j , A_{ji} es la probabilidad de la transición y E_{ji} es la diferencia de energía entre los niveles ij .

Para realizar el trabajo a continuación nos hemos basado en el programa desarrollado en [5].

*E-mail: mmariela@ivic.ve

1.1. Calculando las poblaciones

Si no se tiene Equilibrio Termodinámico Local, y la función fuente, la excitación e ionización no son dadas por la función de Planck, la ecuación de Boltzman y la ecuación de Saha respectivamente. Las poblaciones de los niveles involucrados directamente deben ser calculadas usando equilibrio estadístico. La tasa de un proceso responsable de las transiciones del nivel i al nivel j es definida como el número de transiciones por unidad de tiempo del nivel i al nivel j . Tales transiciones pueden ocurrir via radiación R_{ij} o via colisión c_{ij} , ya que le número de transiciones por segundo de i a j por unidad de volumen es $N_i(R_{ij} + c_{ij})$, donde N_i es el número de partículas por unidad de volumen en el nivel i , y por convención j es el nivel de mayor energía, [4].

Si la población de todos los niveles es estable; esto quiere decir que el numero de transiciones a niveles superiores es igual al numero de transiciones a los niveles inferiores, tendremos

$$\sum_j N_i(R_{ij} + c_{ij}) = \sum_j N_j(R_{ji} + c_{ji}), \quad (2)$$

donde la sumatoria excluye $i=j$.

1.2. Tasas involucradas

- Tasas radiativas; emisión espontanea.
- Tasas colisionales.

El coeficiente de Einstein para *emisión espontanea* del nivel j al nivel i , A_{ji} , es definido como la probabilidad por segundo de que un átomo en el nivel j decaiga al nivel i . Asi, el número de decaimientos radiativos espontaneos del nivel j al nivel i por unidad de volumen es $N_j A_{ji}$, donde N_j es el número de partículas en el nivel j por unidad de volumen.

Para los 5 niveles del [O III] relativos al nivel base, la ecuación de equilibrio estadístico nos da,

$$\begin{aligned} \frac{N_2}{N_1}[C_{21} + C_{25} + C_{24} + C_{23}] + \frac{N_3}{N_1}[-C_{32}] + \frac{N_4}{N_1}[-C_{42}] + \frac{N_5}{N_1}[-C_{52}] &= C_{12} \\ \frac{N_2}{N_1}[-C_{23}] + \frac{N_3}{N_1}[C_{32} + C_{31} + C_{35} + C_{34}] + \frac{N_4}{N_1}[-C_{43}] + \frac{N_5}{N_1}[-C_{53}] &= C_{13} \\ \frac{N_2}{N_1}[-C_{24}] + \frac{N_3}{N_1}[-C_{34}] + \frac{N_4}{N_1}[C_{43} + C_{42} + C_{41} + C_{45}] + \frac{N_5}{N_1}[-C_{54}] &= C_{14} \\ \frac{N_2}{N_1}[-C_{25}] + \frac{N_3}{N_1}[-C_{35}] + \frac{N_4}{N_1}[-C_{45}] + \frac{N_5}{N_1}[C_{54} + C_{53} + C_{52} + C_{51}] &= C_{15} \end{aligned} \quad (3)$$

Donde los C_{ij} no son mas que la sumatoria de las tasas radiativas A_{ij} y las tasas colisionales c_{ij} .

El sistema de ecuaciones lineales 3, puede ser escrito como,

$$\begin{pmatrix} CA_{11} & CA_{12} & CA_{13} & CA_{14} \\ CA_{21} & CA_{22} & CA_{23} & CA_{24} \\ CA_{31} & CA_{32} & CA_{33} & CA_{34} \\ CA_{41} & CA_{42} & CA_{43} & CA_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_2/N_1 \\ N_3/N_1 \\ N_4/N_1 \\ N_5/N_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{12} \\ C_{13} \\ C_{14} \\ C_{15} \end{pmatrix} \quad (4)$$

Aqui los CA_{ij} son los elementos de matrices porvenientes del lado derecho del sistemas de ecuaciones 3 (por simplicidad lo escribimos de esta forma). La ecuación 4 es de la forma $AX=b$ y puede ser resuelta utilizando el metodo de descomposición LU, [3]. En el presente trabajo hemos utilizado las subrutinas LUDCMP.F Y LUBKSB.F descritas en [3], para resolver el sistemas de ecuaciones lineales 4 para las poblaciones relativas.

1.3. Descomposición LU

Suponiendo que ya hemos sido capaces de escribir la matriz A como un producto de dos matrices,

$$L.U = A \quad (5)$$

donde L es triangular inferior y U es triangular superior, utilizando la subrutina LUDCMP.F en fortran. Como en la ecuación 6,

$$\begin{pmatrix} \alpha_{11} & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & 0 & 0 \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & 0 \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} & \alpha_{43} & \alpha_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \beta_{13} & \beta_{14} \\ 0 & \beta_{22} & \beta_{23} & \beta_{24} \\ 0 & 0 & \beta_{33} & \beta_{34} \\ 0 & 0 & 0 & \beta_{44} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} \quad (6)$$

Podemos usar una descomposición como 5 para resolver la ecuación lineal

$$A.x = (L.U)x = L.(U.x) = b \quad (7)$$

resolviendo primero

$$L.y = b \quad (8)$$

para y , y luego

$$U.x = y \quad (9)$$

para x . La ventaja de utilizar este metodo es que la solución de un conjunto triangular de ecuaciones lineales es trivial.

Sin embargo, antes de realizar este calculo debemos calcular las tasas colisionales a partir de la fuerza de la colisión efectiva $\gamma(ij)$ dadas en [2] para el [O III], en la siguiente sección veremos como realizamos este calculo.

1.4. Interpolación lineal

Con el proposito de obtener los valores de la fuerza de la colisión efectiva dada por la ecuación 10 en un rango de temperaturas entre 5000 a 20000 K. Utilizamos una interpolación lineal sobre el conjunto de datos $(t_0, \gamma(t_0)), (t_1, \gamma(t_1)), \dots, (t_n, \gamma(t_n))$. Con n el número de temperaturas para el que es dado $\gamma(i, j)$, los cuales son mostrados en la tabla 1. La interpolación lineal utilizada es mostrada en la ecuación 11, donde la temperatura t debe estar entre $t_k < t < t_{k+1}$. La matriz final obtenida para cada temperatura t , es de la forma de 12

$$\gamma(i, j) = \int_0^\infty \Omega(i, j) e^{-E/kT} d(E/kT) \quad (10)$$

$$\gamma_{i,j}(t) = \sum_{k=1}^n \gamma_{i,j}(t_k) + (t - t_k) \frac{\gamma_{i,j}(t_{k+1}) - \gamma_{i,j}(t_k)}{t_{k+1} - t_k} \quad (11)$$

Niveles		$\Gamma(\log T_n) (a \pm b \equiv a \times 10^{\pm b})$								
Altos	Bajos	3.00	3.20	3.40	3.60	3.80	4.00	4.20	4.40	4.60
2	1	5.04-1	5.10-1	5.13-1	5.18-1	5.30-1	5.45-1	5.59-1	5.68-1	5.79-1
3	1	2.49-1	2.51-1	2.52-1	2.54-1	2.61-1	2.71-1	2.83-1	2.95-1	3.10-1
3	2	1.19+0	1.20+0	1.21+0	1.22+0	1.25+0	1.29+0	1.34+0	1.37+0	1.42+0
4	1	2.47-1	2.43-1	2.38-1	2.35-1	2.40-1	2.54-1	2.72-1	2.87-1	2.97-1
4	2	7.39-1	7.29-1	7.13-1	7.04-1	7.19-1	7.63-1	8.17-1	8.62-1	8.91-1
4	3	1.23+0	1.21+0	1.19+0	1.17+0	1.20+0	1.27+0	1.36+0	1.44+0	1.49+0
5	1	3.05-2	3.04-2	3.01-2	2.99-2	3.05-2	3.25-2	3.53-2	3.78-2	3.96-2
5	2	9.16-2	9.11-2	9.03-2	8.97-2	9.16-2	9.75-2	1.06-1	1.13-1	1.19-1
5	3	1.53-1	1.52-1	1.50-1	1.49-1	1.53-1	1.62-1	1.76-1	1.89-1	1.98-1
5	4	4.23-1	4.26-1	4.35-1	4.65-1	5.23-1	5.81-1	6.10-1	6.09-1	5.97-1

Cuadro 1: Valores de la fuerza del oscilador tomados de [2].

$$\gamma(i, j) = \begin{pmatrix} 0 & \gamma_{12} & \gamma_{13} & \gamma_{14} & \gamma_{15} \\ 0 & 0 & \gamma_{23} & \gamma_{24} & \gamma_{25} \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_{34} & \gamma_{35} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (12)$$

1.5. Cálculo de los valores $q_{i,j}$

Una vez calculada la fuerza de la colisión efectiva para cada nivel en el rango de temperaturas descrita arriba. Procedemos a calcular las cantidades $q_{i,j}$ en el mismo rango de temperaturas. Estos valores son dados por la ecuaciones 13 y 14. Donde g_j y g_i son los pesos estadísticos, k es la constante de Stefan Boltzman y T_n la temperatura comprendida entre 5000 y 20000 K.

$$q_{j,i} = \frac{8,63^{-6}}{T_n^{1/2}} \frac{\gamma(i, j)}{g_j} \quad (13)$$

$$q_{i,j} = q_{j,i} \frac{g_j}{g_i} e^{-E_{i,j}/kT_n} \quad (14)$$

Luego calculamos las tasas colisionales $c_{i,j} = N_e q_{i,j}$ para un rango de densidades electrónicas entre 10^0 y 10^5 cm^{-3} . Finalmente obtuvimos la matriz c_{ij} para cada valor de la densidad electrónica.

$$c_{ij} = N_e \begin{pmatrix} 0 & q_{12} & q_{13} & q_{14} & q_{15} \\ q_{21} & 0 & q_{23} & q_{24} & q_{25} \\ q_{31} & q_{32} & 0 & q_{34} & q_{35} \\ q_{41} & q_{42} & q_{43} & 0 & q_{45} \\ q_{51} & q_{52} & q_{53} & q_{54} & 0 \end{pmatrix} \quad (15)$$

Las probabilidades de la transición A_{ij} de cada nivel son mostradas en la tabla 2.

1.6. Cálculos de los cocientes de líneas: resultados

Una vez conocidas las poblaciones de los niveles del [O III] relativos al estado base, utilizamos la ecuación 10 para calcular las intensidades de las líneas $\lambda 4959$, $\lambda 5007$ y $\lambda 4363$. Las energías de los 5 niveles del [O III] son dadas en [2]. Sin embargo, lo que en realidad nos interesa es el cociente $[\epsilon(\lambda 4959) + \epsilon(\lambda 5007)] / \epsilon(\lambda 4363)$ en el rango de temperaturas de 5000 a 25000 K y para un rango de densidades electrónicas entre 10^0 y 10^5 cm^{-3} .

En la figura 1, mostramos el comportamiento de este cociente de línea respecto a la temperatura y encontramos que cambia considerablemente para cada valor entre 5000 y

Niveles		A(s ⁻¹)
Superior	Inferior	
2	1	2.66×10^{-5}
3	2	9.70×10^{-5}
4	1	1.69×10^{-6}
4	2	6.99×10^{-3}
4	3	2.04×10^{-2}
5	2	2.27×10^{-1}
5	3	6.09×10^{-4}
5	4	$1.56 \times 10^{+0}$

Cuadro 2: Valores de la probabilidad de la transición del [O III] tomados de [2].

25000 K. Mientras que para los diferentes valores de la densidad electronica N_e las curvas se solapan una sobre otra, demostrando con esto que el cociente es independiente de este parámetro.

Si bien el cociente de intensidades calculado para el [O III] es importante debido a que nos permite, comparando con el cociente experimental calcular la temperatura del medio. Sus líneas independientemente no lo son menos, por ejemplo la línea $\lambda 5007$ en emisión es originada en la región de líneas estrechas (NLR) de los Nucleos Activos de Galaxias (AGNs) y por lo tanto se puede utilizar como un metodo para buscar AGNs.

Referencias

- [1] Donal E. Osterbrock, *Astrophysics of Gaseous Nebulae and Active Galactic Nuclei*, primera edición, University Science Books (1989).
- [2] N.R. Badnell, M.A. Bautista, K.A. Berrington, V. M. Burke, K. Butler. M.E. Galavís, M. Graziani, D.C. Griffin, D.J.Lennon, C. Mendoza, D.M. Mitnik, J.C. Pelan, A.K. Pradhan, H.E. Saraph, P.J. Storey, J.A.Tully, J.C. Zeippen, H.L. Zhang, *Iron Project: atomic data for IR lines* International Astronomical Union (2006)
- [3] William H. Press, Saul A. Teukolsky, Brian P. Flannery, William T. Vetterling, *Numerical Recipes*, Cambridge University Press (1986)
- [4] D. Emerson, *Interpreting Astronomical Spectra* John Wiley and Sons (1996).
- [5] M.A. Bautista and T. R. Kallman *The XSTAR Atomic Database* The Astrophysical Journal (2001)

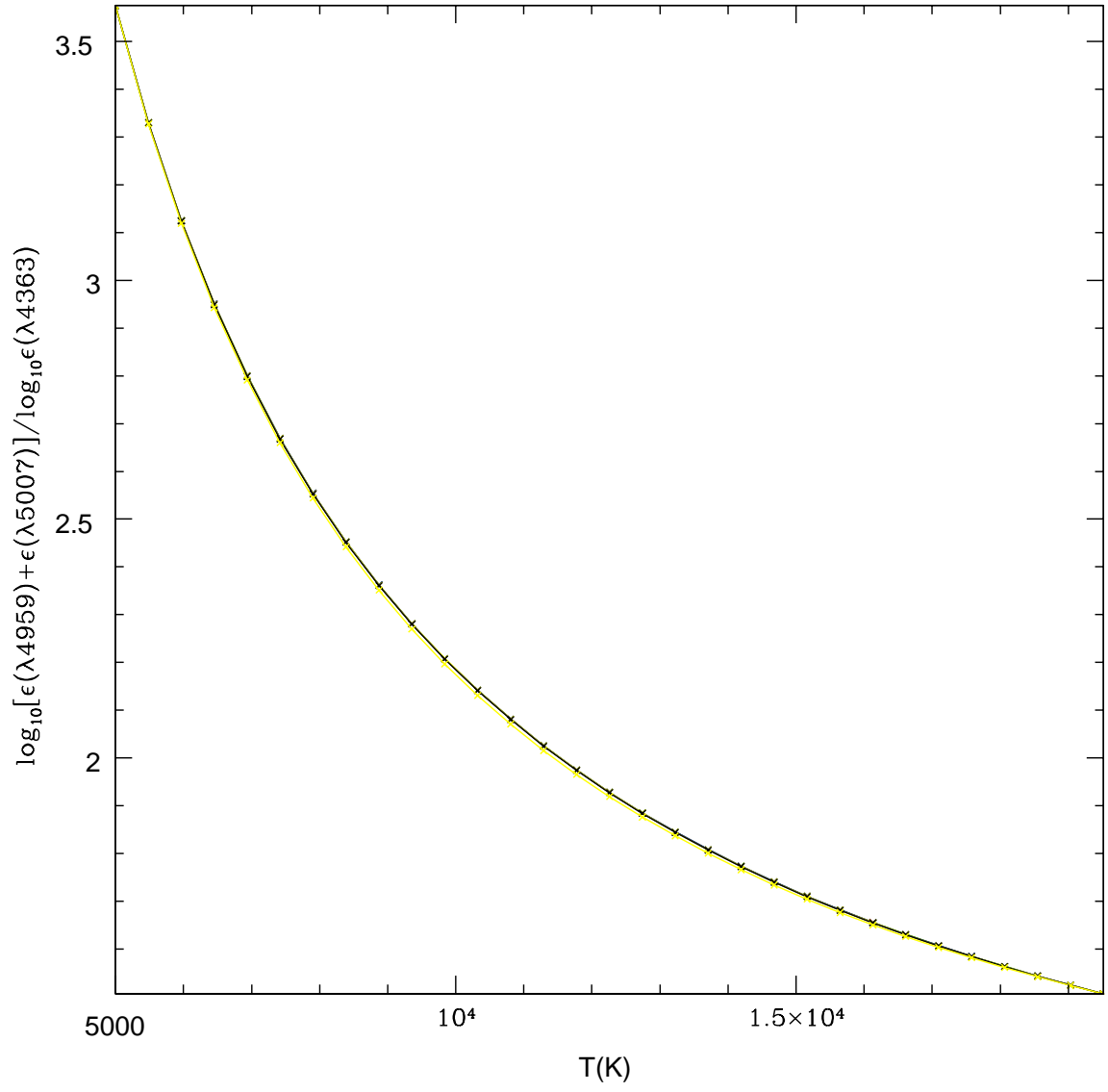


Figura 1: Cociente de intensidad $[\epsilon(\lambda 4959) + \epsilon(\lambda 5007)] / \epsilon(\lambda 4363)$ del [O III]. El cociente es independiente de la densidad pero cambia considerablemente respecto a la temperatura.