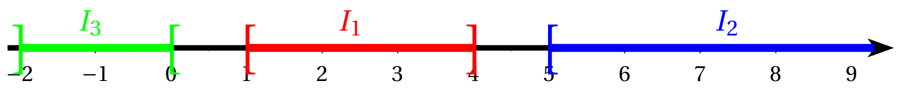
Corrigé du devoir surveillé n°2

1. On représente $I_1 = [1;4]$, $I_2 = [5;+\infty[$ et $I_3 =]-2;0[$:



2. (a) $A = |4-3| + |5-6| = |1| + |-1| = 1 + 1 = 2$.

   (b) $B = |5-11| - 2 \times |7-10| = |-6| - 2 \times |-3| = 6 - 2 \times 3 = 6 - 6 = 0$.

3. Les nombres dont la valeur absolue vaut 2 sont 2 et -2.
   Donc dire que
   $$|x-4| = 2$$
   revient à dire que
   $$x-4 = 2 \qquad \text{ou que} \qquad x-4 = -2$$
   Donc
   $$x = 2+4 = 6 \qquad \text{ou} \qquad x = -2+4 = 2.$$
   Conclusion : l'équation a deux solutions : $x = 6$ et $x = 2$.

   Remarque : On peut aussi bien sûr utiliser une droite graduée et interpréter en termes de distance.

4. (a) $2,021 \in \mathbb{Q}$. VRAI
   Justification n°1 : $2,021$ a quatre chiffres, donc il est décimal; et donc il est rationnel d'après le cours ($\mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$).
   Justification n°2 : $2,021 = \dfrac{2\,021}{1\,000}$, donc $2,021 \in \mathbb{Q}$ (il s'écrit comme le quotient de deux entiers).

   (b) $\dfrac{15}{4} \in \mathbb{D}$. VRAI
   Justification : $\dfrac{15}{4} = 3,75$. Il est décimal puisqu'il a trois chiffres.

   (c) $\dfrac{22}{9} \in \mathbb{D}$. FAUX
   Justification : On pose la division :

$$\begin{array}{rr|l} & 2\ 2 & 9 \\ \hline - & 1\ 8 & 2,4 \\ & 4\ 0 & \\ - & 3\ 6 & \\ & 4 & \end{array}$$

Comme on obtient deux fois de suite le même reste, ça va continuer indéfiniment. Conclusion : $\dfrac{22}{9} = 2,444\cdots$ n'est pas décimal, puisqu'il a une infinité de chiffres.

(d) $4 \times 10^{-2} \in \mathbb{Q}$. VRAI

Justification : $4 \times 10^{-2} = 0,04 = \frac{4}{100}$, donc $4 \times 10^{-2} \in \mathbb{Q}$.

5.

$$D = \frac{2^7 \times 3^4}{2^5 \times 3^3} = \frac{2^7}{2^5} \times \frac{3^4}{3^3} = 2^{7-5} \times 3^{4-3} = 2^2 \times 3^1 = 4 \times 3 = 12$$

$$E = \frac{\left(5^3\right)^3}{5^4 \times 5^3} = \frac{5^{3\times 3}}{5^{4+3}} = \frac{5^9}{5^7} = 5^{9-7} = 5^2 = 25$$

6. (a) $F = 104^2 = (100+4)^2 = 100^2 + 2 \times 100 \times 4 + 4^2 = 10000 + 800 + 16 = 10816.$

(b) $G = 81 \times 79 = (80-1)(80+1) = 80^2 - 1^2 = 6400 - 1 = 6399.$

7. (a) Soient a, b deux nombres réels. On développe et on réduit grâce aux identités remarquables :

$$\begin{aligned}(a+b)^2 - (a-b)^2 &= \left(a^2 + 2ab + b^2\right) - \left(a^2 - 2ab + b^2\right)\\ &= a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2\\ &= 4ab.\end{aligned}$$

(b) Pour écrire 52 comme la différence de deux carrés, il suffit de prendre $a = 13$ et $b = 1$ dans l'égalité de la question précédente. En effet, dans ce cas

$$(13+1)^2 - (13-1)^2 = 4 \times 13 \times 1,$$

soit

$$14^2 - 12^2 = 52.$$