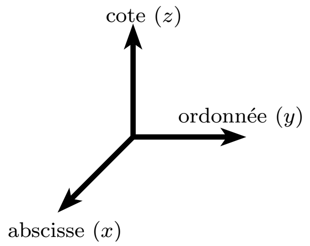
Géométrie dans l'espace

l'espace est muni d'un repère orthonormé

$\rightarrow$ souvent défini par un cube



Les formules utiles

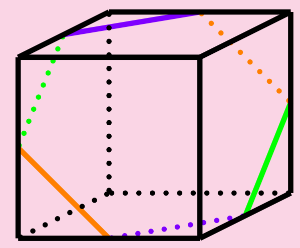
- milieu I de $[AB]$:
  $I\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2};\frac{z_A+z_B}{2}\right)$
- coordonnées de $\overrightarrow{AB}$:
  $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B-x_A\\y_B-y_A\\z_B-z_A\end{pmatrix}$
- longueur de $[AB]$:
  $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2+(z_B-z_A)^2}$
- produit scalaire :
  $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\\z'\end{pmatrix}$ $\implies$ $\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v}=xx'+yy'+zz'$
- calculer un angle :
  $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=AB\times AC\times\cos\widehat{BAC}$
- aire d'un triangle :
  $\mathcal{A}=\frac{B\times h}{2}$
- volume d'une pyramide ou d'un cône :
  $\mathcal{V}=\frac{1}{3}\times\mathcal{B}\times h$ ($\mathcal{B}$ aire de la base)

Droites et parallélisme

Colinéarité et parallélisme

- A,B,C alignés $\iff$ $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ colinéaires
- droites parallèles :
  $(AB)//(CD)$ $\iff$ $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ colinéaires
  $d//\Delta$ $\iff$ vecteurs directeurs colinéaires
- droite parallèle à un plan :
  $d//P$ $\iff$ $(d\subset P)$ ou bien (d ne rencontre pas P)

si un plan coupe deux faces parallèles d'un cube, il les coupe suivant des segments parallèles



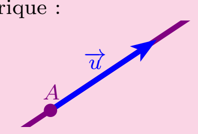
(section du cube)

Repr. de droites

la droite passant par A et dirigée par $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}\alpha\\\beta\\\gamma\end{pmatrix}$

a pour repr. paramétrique :

$$\begin{cases}x&=x_A+t\alpha\\y&=y_A+t\beta\\z&=z_A+t\gamma\end{cases}$$



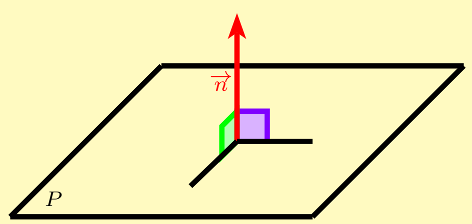
Plans et orthogonalité

Orthogonalité

- $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AC}$ $\iff$ $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0$
- $\overrightarrow{n}\perp(ABC)$ $\iff$ $\left(\overrightarrow{n}\perp\overrightarrow{AB}\text{ et }\overrightarrow{n}\perp\overrightarrow{AC}\right)$
- droites et vecteurs interchangeables ci-dessus

Équations de plans

- trois points non alignés A,B,C définissent le plan (ABC)
- équation de plan :
  $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}\perp P$ $\iff$ il existe d tel que $P:ax+by+cz+d=0$



- coplanaires signifie "dans un même plan"

  sauf pour les vecteurs :
  $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}$ coplanaires $\iff$ A,B,C,D coplanaires
  $\overrightarrow{u},\overrightarrow{v},\overrightarrow{w}$ coplanaires $\iff$ $\overrightarrow{w}=\alpha\overrightarrow{u}+\beta\overrightarrow{v}$.

Projeté orthogonal

H projeté orthogonal de A sur P signifie :

- $H\in P$
- $(AH)\perp P$