

Devoir surveillé n°2

- Le soin, la rédaction et l'orthographe seront pris en compte dans l'évaluation des copies.
- On demande aux élèves de rendre le sujet du devoir avec leur copie.

Exercice 1

5 points

Écrire sous forme algébrique :

1. $(3 - 2i)(-1 + i)$.
2. $(1 + i)^2$.
3. i^6 .
4. $\frac{1+i}{2+i}$.

Exercice 2

8 points

À tout point M d'affixe $z = x + iy$, on associe le point M' d'affixe

$$z' = (z - 4)(\bar{z} + 2).$$

1. Prouver que

$$z' = x^2 - 2x + y^2 - 8 + 6iy.$$

2. Déterminer l'ensemble Δ des points M tels que M' soit sur l'axe des abscisses.
3. Déterminer l'ensemble \mathcal{C} des points M tels que M' soit sur l'axe des ordonnées.
4. Construire Δ et \mathcal{C} sur une même figure.

Exercice 3

7 points

Pour tout $z \in \mathbb{C}$, on pose $P(z) = z^3 - z^2 + 2$.

1. Vérifier que -1 est une racine de P .
2. À l'aide d'une division euclidienne, factoriser $P(z)$ comme un produit d'un polynôme de degré 1 et d'un polynôme de degré 2.
3. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $P(z) = 0$.