

Corrigé du devoir surveillé n°3

Exercice 1

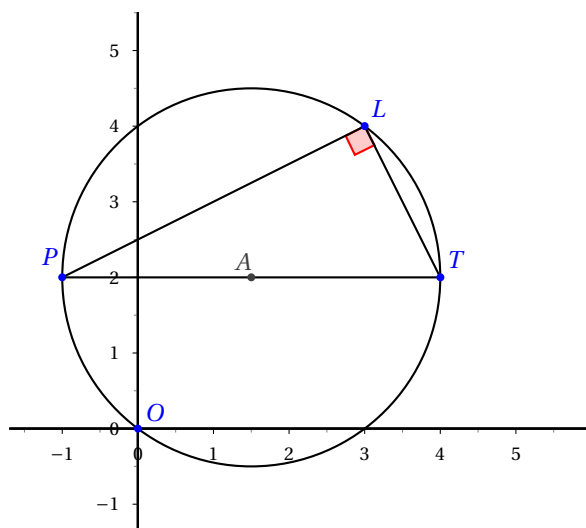
On calcule les coordonnées :

$$\begin{array}{lll} \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} & \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 1 - (-3) \\ 2 - 0 \end{pmatrix} & \overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}, \\ \overrightarrow{IJ} \begin{pmatrix} x_J - x_I \\ y_J - y_I \end{pmatrix} & \overrightarrow{IJ} \begin{pmatrix} 5 - 1 \\ 0 - (-2) \end{pmatrix} & \overrightarrow{IJ} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}. \end{array}$$

Conclusion : les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{IJ} ont les mêmes coordonnées, donc ils sont égaux : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{IJ}$.

Exercice 2

1. Figure complète :



2.

$$PL = \sqrt{(x_L - x_P)^2 + (y_L - y_P)^2} = \sqrt{(3 - (-1))^2 + (4 - 2)^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20}.$$

3.

$$\left. \begin{array}{l} PT^2 = 5^2 = 25 \\ PL^2 + LT^2 = \sqrt{20}^2 + \sqrt{5}^2 = 20 + 5 = 25 \end{array} \right\} PT^2 = PL^2 + LT^2.$$

D'après le théorème réciproque de Pythagore, le triangle PTL est rectangle en L .

4. Le triangle PTL est rectangle en L , donc le centre de son cercle circonscrit est le milieu de l'hypoténuse $[PT]$ et son rayon est la moitié de la longueur de l'hypoténuse. On a donc

$$A\left(\frac{x_P + x_T}{2}; \frac{y_P + y_T}{2}\right), \quad A\left(\frac{-1 + 4}{2}; \frac{2 + 2}{2}\right), \quad A(1,5; 2), \quad r = \frac{5}{2} = 2,5.$$

5. Savoir si O appartient au cercle \mathcal{C} revient à savoir si la longueur OA est égale au rayon de \mathcal{C} . On calcule donc celle-ci :

$$OA = \sqrt{(x_A - x_O)^2 + (y_A - y_O)^2} = \sqrt{(1,5 - 0)^2 + (2 - 0)^2} = \sqrt{1,5^2 + 2^2} = \sqrt{2,25 + 4} = \sqrt{6,25} = 2,5.$$

Conclusion : $OA = 2,5 = r$, donc le point O appartient bien au cercle \mathcal{C} .