Corrigé du devoir surveillé n°4

Exercice 1

On construit le tableau de signe de
$$-x^2+4x+5.$$

- $a=-1$, $b=4$, $c=5$;
- $\Delta=b^2-4ac=4^2-4\times(-1)\times 5=36$;
- $\Delta>0$, donc il y a deux racines :

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-4-\sqrt{36}}{2\times(-1)}=\frac{-4-6}{-2}=\frac{-10}{-2}=5,$$
$$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-4+\sqrt{36}}{-2}=\frac{-4+6}{-2}=\frac{2}{-2}=-1.$$

- $a=-1$, a est négatif.

On obtient donc le tableau :

x	$-\infty$		-1		5		$+\infty$
$-x^2+4x+5$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Exercice 2

On résout l'inéquation
$$x^2\geq -2x+2.$$

- **On transpose.**

$$x^2+2x-2\geq 0.$$

- **On fait un tableau de signe.**
  On étudie x^2+2x-2. On trouve (je ne détaille pas) $\Delta=12$, puis deux racines $x_1=-1-\sqrt{3}$, $x_2=-1+\sqrt{3}$. On en déduit le tableau de signe :

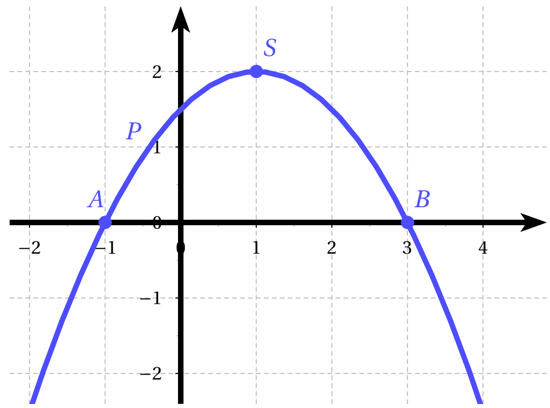
x	$-\infty$		$-1-\sqrt{3}$		$-1+\sqrt{3}$		$+\infty$
x^2+2x-2		$+$	0	$-$	0	$+$	

- **On lit la solution de l'inéquation dans le tableau.**
  L'ensemble des solutions de l'inéquation est

$$\mathscr{S}=\left]-\infty;-1-\sqrt{3}\right]\cup\left[-1+\sqrt{3};+\infty\right[.$$

Exercice 3

La parabole $P : y = ax^2 + bx + c$ coupe l'axe des abscisses aux points $A(-1;0)$ et $B(3;0)$. Son sommet est le point $S(1;2)$.

1. 

2. La parabole P coupe l'axe des abscisses en -1 et en 3, donc ce sont les deux racines : $x_1 = -1$, $x_2 = 3$. Et donc, d'après le théorème 2 du cours, pour tout réel x :

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2) = a(x+1)(x-3).$$

3. P passe par $S(1;2)$, donc $f(1) = 2$. Autrement dit, en prenant l'écriture factorisée ci-dessus :

$$a(1+1)(1-3) = 2.$$

   On en déduit $-4a = 2$, donc $a = \frac{2}{-4} = -0,5$.

4. On développe l'expression obtenue dans la question précédente :

$$f(x) = a(x+1)(x-3) = -0,5(x+1)(x-3) = -0,5\left(x^2 - 3x + x - 3\right) = -0,5\left(x^2 - 2x - 3\right) = -0,5x^2 + x + 1,5.$$

   On a donc

$$a = -0,5 \qquad , \qquad b = 1 \qquad , \qquad c = 1,5.$$