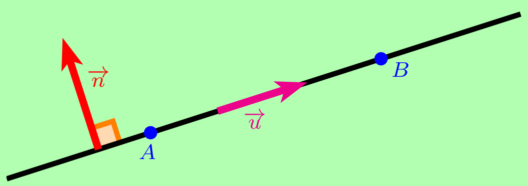
Géométrie

Droites

Équations cartésiennes



$(AB) : ax + by + c = 0$

- $\vec{u}\begin{pmatrix}-b\\a\end{pmatrix}$ vecteur directeur
- $\vec{n}\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}$ vecteur normal

Équations réduites

$D : y = mx + p$, $D' : y = m'x + p'$

- $D \,/\!/\, D' \iff m = m'$
- $D \perp D' \iff m \times m' = -1$

Colinéarité

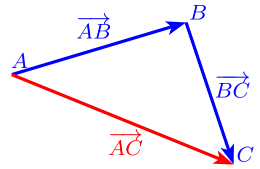
$\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$

- déterminant :
  $\det\left(\vec{u}, \vec{v}\right) = xy' - x'y$
- $\vec{u}, \vec{v}$ colinéaires $\iff \det\left(\vec{u}, \vec{v}\right) = 0$
- $(AB) /\!/ (CD) \iff \det\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}\right) = 0$
- A, B, C alignés $\iff \det\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) = 0$

Vecteurs

$\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$

- $\vec{u} + \vec{v}\begin{pmatrix}x + x'\\y + y'\end{pmatrix}$
- $k\vec{u}\begin{pmatrix}kx\\ky\end{pmatrix}$
- Relation de Chasles :
  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$



Repère

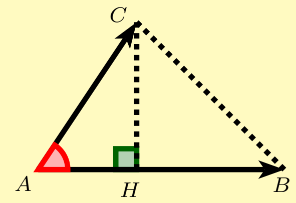
- Milieu I de $[AB]$:
  $I\left(\frac{x_A+x_B}{2} ; \frac{y_A+y_B}{2}\right)$
- Coordonnées de $\overrightarrow{AB}$:
  $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B - x_A\\y_B - y_A\end{pmatrix}$
- Longueur de $[AB]$:
  $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$
- Coefficient directeur de (AB) :
  $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

tous les repères utilisés sont orthonormés

Produit scalaire

Définiº équivalentes

- Avec les coordonnées $\to \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$:
  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = xx' + yy'$
- Avec le cosinus :
  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos\widehat{BAC}$
- Avec les longueurs :
  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\left(AB^2 + AC^2 - BC^2\right)$
- Avec le projeté orthogonal :
  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \begin{cases} AB \times AH & \text{si } \widehat{BAC} \text{ aigu} \\ -AB \times AH & \text{si } \widehat{BAC} \text{ obtus} \end{cases}$



Cas particuliers

- $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \iff (AB) \perp (AC)$
- $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB} = AB^2$
- $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{0} = \vec{0} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$
- $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ colinéaires
  $\implies \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \begin{cases} AB \times AC & \text{s'ils ont même sens} \\ -AB \times AC & \text{sinon} \end{cases}$

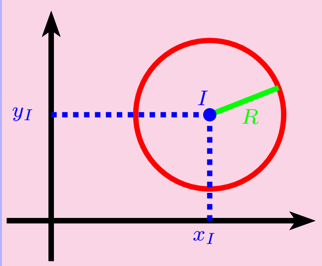
Propriétés

- Symétrie :
  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$
- Bilinéarité :
  $\vec{u} \cdot \left(\vec{v} + \vec{w}\right) = \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}$
  $\left(\vec{u} + \vec{v}\right) \cdot \vec{w} = \vec{u} \cdot \vec{w} + \vec{v} \cdot \vec{w}$
  $\left(k\vec{u}\right) \cdot \left(j\vec{v}\right) = k \times j \times \left(\vec{u} \cdot \vec{v}\right)$

Cercles et forme canonique

Équation de cercle

Équation du cercle $\mathcal{C}$ cercle de centre I de rayon R :
$\mathcal{C}$: $(x - x_I)^2 + (y - y_I)^2 = R^2$



Forme canonique

$ax^2 + bx + c = a\left(x - \alpha\right)^2 + \beta$

- $\alpha = -\frac{b}{2a}$, $\beta = -\frac{\Delta}{4a}$
  $\to$ formules à retrouver sur des exemples en reconnaissant le début d'une I.R.
- Applications :
  – centre et rayon d'un cercle
  – sommet d'une parabole