Lycée Mariette Boulogne-sur-Mer 2024–2025

Exercices de Mathématiques

Première technologique

Nicolas Perpète

Table des matières

I. Proportionnalité

Attention

Quand les résultats ne tombent pas « juste », arrondir à 0,01 % près.

Exercice 1 (🏛)

1. Il y a 70 % de garçons dans une classe de 40 élèves. Combien y a-t-il de garçons dans cette classe ?
2. Sur le porte-avions Charles de Gaulle, 1 046 des 1 760 marins ont attrapé le Covid 19. Quel pourcentage des marins sont tombés malades ?
3. Une bouteille de vin de 500 mL est titrée à 12 % vol. Calculer la quantité d'alcool pur dans cette bouteille.
4. Il y a 56 % d'hommes dans une entreprise, et 25 % d'entre eux fument. Quel pourcentage des employés les hommes fumeurs représentent-ils ?

Exercice 2 (🏛)

1. Pour faire des crêpes pour 4 personnes, il faut 250 g de farine, 1/2 L de lait et 4 œufs. Combien faut-il de chaque ingrédient si l'on fait des crêpes pour 6 personnes ?
2. Combien payerai-je 6 yaourts de 125 g chacun, sachant que le prix au kg est de 2 € ?

Exercice 3 (🏅)

On a 7 florins en échange de 6 pistoles et 5 deniers en échange de 4 pistoles. Combien de florins aura-t-on en échange de 30 deniers ?

Exercice 4 (🏛)

1. Combien de temps (en heures, minutes) mettrai-je pour parcourir 45 km à la vitesse de 20 km/h ?
2. Convertir 0,6 h en minutes.
3. Stéphane s'entraîne au triathlon. Il nage 500 m à la vitesse moyenne de 3 km/h, puis court 5 km à la vitesse moyenne de 15 km/h.
   a. Combien de temps nage-t-il ? Combien de temps court-il ? On donnera les réponses en minutes.
   b. Calculer la vitesse moyenne de Stéphane sur l'ensemble de son parcours.

Exercice 5 (🏅)

On remplit d'eau un aquarium rectangulaire dont la largeur est 80 cm, la profondeur 30 cm et la hauteur 40 cm. On dispose d'un robinet dont le débit est de 6 litres par minute.

1. Faire un schéma.
2. Calculer le volume de l'aquarium (en litres).
3. Déterminer la durée du remplissage.

II. Droites et suites de nombres

Exercice 6

Le tableau suivant donne l'évolution du tirage journalier (en millions d'exemplaires) de la presse quotidienne d'information générale et politique en France.

Année	2010	2011	2012	2013	2014
Numéro année : n	0	1	2	3	4
Tirage : u_n	1,80	1,73	1,60	1,47	1,36

Source : INSEE

On note u_n le tirage journalier en millions d'exemplaires pour l'année numéro n.
Déterminer u_0, u_1 et u_4.

Exercice 7

u est la suite des multiples de 4, en partant de $u_0 = 4 \times 0 = 0$.

1. Déterminer u_1, u_2 et u_3.
2. Déterminer u_{20}.

Exercice 8

u est une suite telle que :

- $u_0 = 2$,
- tout terme de la suite se déduit du précédent en ajoutant 3.

1. Déterminer les valeurs u_1, u_2, u_3 et u_4.
2. Expliquer comment obtenir le tableau suivant avec un tableur, qui donne les termes successifs de la suite u.

	A	B	C	D	E	F
1	n	0	1	2	3	$\cdots$
2	u_n	2	5	8	11	$\cdots$

Exercice 9

En chute libre, un corps tombe de 5 m pendant la première seconde, puis de 15 m pendant la deuxième, puis de 25 m pendant la troisième (et ainsi de suite, en ajoutant 10 m à chaque fois).
On note $d_0 = 5$, $d_1 = 15$, $d_2 = 25$, etc.
De combien l'objet tombe-t-il pendant les 5 premières secondes ?

Exercice 10 (🏛)

Tracer dans un repère les droites :

1. $D_1 : y = x - 4$.

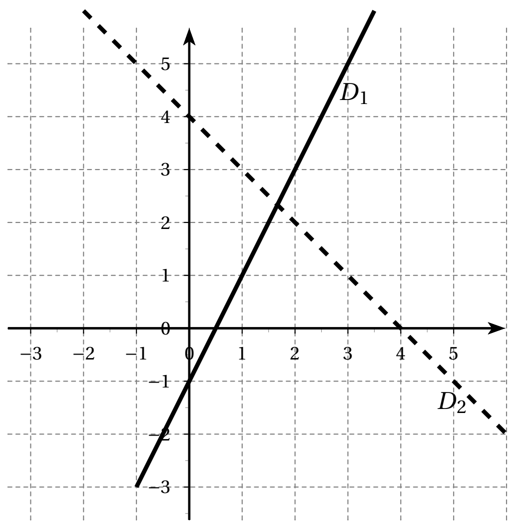
2. $D_2 : y = 2x$.

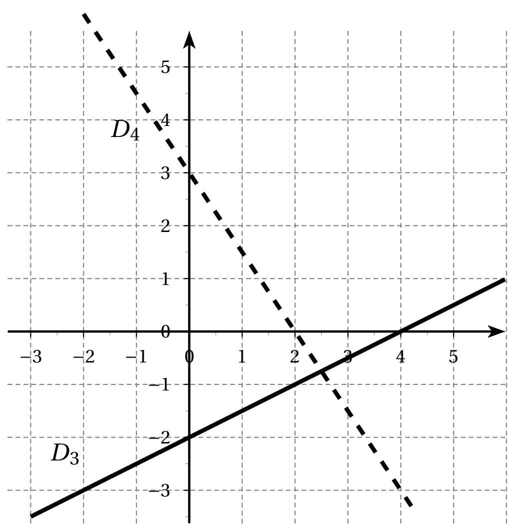
3. $D_3 : y = -2x + 3$.

4. $D_4 : y = -2$.

Exercice 11 (🏛)

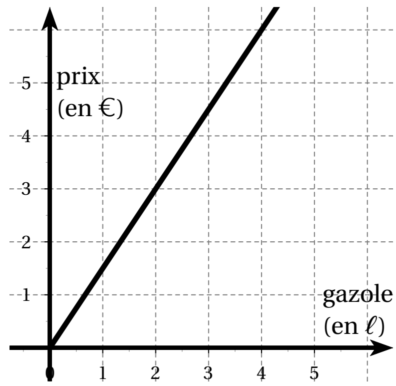
Déterminer les équations des droites tracées dans les repères ci-dessous.





Exercice 12

Le graphique suivant donne le prix payé dans une pompe à essence en fonction de la quantité de gazole achetée.



Quel est le prix du litre de gazole ?

Exercice 13 (🏛)

Dans chaque question, u est une suite arithmétique de raison r.

1. $u_0 = 2$ et $r = 4$. Calculer u_1, u_2 et u_3.

2. $u_0 = 5$ et $r = -2$. Calculer u_1, u_2 et u_3.

3. $u_0 = 10$ et $r = 1,5$. Calculer u_6.

4. $u_0 = 4$ et $u_2 = 10$. Déterminer la valeur de r et calculer u_5.

5. $u_0 = 5$ et $u_3 = 12,5$. Déterminer la valeur de r.

Exercice 14 (🏛)

Le 01/01/2019, on dépose 300 € sur un compte en banque. Tous les mois à partir de cette date, on déposera 75 € sur ce compte.
On note u_n la somme sur le compte après n mois – on a donc en particulier $u_0 = 300$.

1. Calculer u_1 et u_2. Interpréter les réponses.

2. Quelle est la nature de la suite u ?

3. Quelle formule faut-il entrer dans la cellule C2, puis étirer vers la droite, pour obtenir les termes successifs de la suite ?

	A	B	C	D	E	F
1	n	0	1	2	3	···
2	u_n	300	375	···	···	···

4. Représenter graphiquement les premiers termes de la suite u (avec n en abscisse et u_n en ordonnée).
On graduera l'axe des abscisses de 1 en 1, de 0 à 12, et l'axe des ordonnées de 100 en 100, de 0 à 1200.

5. Quelle est l'équation de la droite qui passe par tous les points placés ?

6. Combien aura-t-on d'argent sur le compte le 01/01/2020, après l'ajout mensuel de 75 € ?

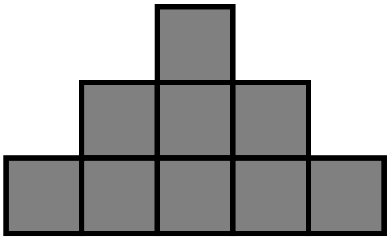
Exercice 15 (🏛)
En raison de la surpêche, un groupement de communes littorales a vu le stock de cabillaud diminuer considérablement aux abords de ses côtes. En 2015, la quantité maximale (ou quota) de cabillaud pouvant être pêché sur ses côtes était de 600 tonnes.
On note u_n le quota, en tonnes, de cabillaud pouvant être pêché l'année $2015+n$, avec n entier naturel. On a ainsi $u_0 = 600$.
Les autorités locales décident de baisser chaque année le quota de pêche de cabillaud de 50 tonnes.

1. Calculer u_1 et u_2.
2. Quelle est la nature de la suite u ?
3. Représenter graphiquement les premiers termes de la suite u (avec n en abscisse et u_n en ordonnée). *On graduera l'axe des abscisses de 1 en 1, de 0 à 10, et l'axe des ordonnées de 100 en 100, de 0 à 600.*
4. Tracer la droite qui passe par tous les points du graphique. Quelle est son équation ?
5. Quel sera le quota de pêche en 2025 ?

Exercice 16 (🏅)
En trouvant une astuce, calculer

$$1+2+3+\cdots+99+100.$$

Exercice 17 (🏅)
On construit une pyramide en superposant des carrés : tout en haut, on a $u_0 = 1$ carré, en dessous $u_1 = 3$ carrés, etc.



1. Quelle est la nature de la suite u ?
2. Combien y aura-t-il de carrés sur la centième rangée ?
3. Combien y aura-t-il de carrés au total de la première à la centième rangée ?

III. Études de fonctions

Exercice 18 (🏛)
Un voyageur de commerce fait une note de frais pour chaque jour de travail où il utilise sa voiture. Il reçoit une part fixe de 30 €, et une indemnité de 0,5 €/km.

1. Quel est le montant de la note de frais du voyageur de commerce s'il fait 120 km dans la journée ?
2. On note x le nombre de km parcourus par le voyageur de commerce, et $f(x)$ le montant de la note de frais. Exprimer $f(x)$ en fonction de x.
3. Construire la courbe représentative de la fonction f dans un repère du plan (on graduera en abscisse jusqu'à 200 km, de 20 en 20 ; et en ordonnée jusqu'à 130 €, de 10 en 10).
4. Le voyageur de commerce a une note de frais de 75 €. Combien de km a-t-il effectués dans la journée ?

Exercice 19 (🏛)
Un contrat d'abonnement téléphonique prévoit que les 100 premiers Mo téléchargés dans le mois seront facturés 3 €, puis que chaque Mo au-delà du 100^e sera facturé 0,04 €.

1. Déterminer le prix à payer si on télécharge 50 Mo, puis si on télécharge 150 Mo.
2. Recopier et compléter le tableau de valeurs ci-dessous (les prix sont en €) :

Nombre de Mo	0	50	100	150	200
Prix à payer					

3. Construire une courbe qui donne le prix payé en fonction du nombre de Mo téléchargés.
4. J'ai payé 4,60 €. Combien de Mo ai-je téléchargés ?

Exercice 20 (🏛)

Pour louer une voiture je dois payer :

- une part fixe de 20 € ;
- 0,6 € par km parcouru.

On note x le nombre de kilomètres parcourus et $P(x)$ le prix payé.

1. Calculer $P(100)$ et $P(50)$.

2. Exprimer $P(x)$ en fonction de x.

Exercice 21 (🏛)

Les clients d'un grand magasin de bricolage peuvent louer une camionnette pour transporter leurs marchandises. Le tarif est le suivant :

- si on loue la camionnette moins de 60 minutes, on paye 15 € ;
- au-delà de 60 minutes de location, chaque tranche de 10 minutes est facturée 5 €.

1. Vérifier que si on loue une camionnette pendant 120 minutes, on doit payer 45 €.

2. Recopier et compléter le tableau de valeurs ci-dessous :

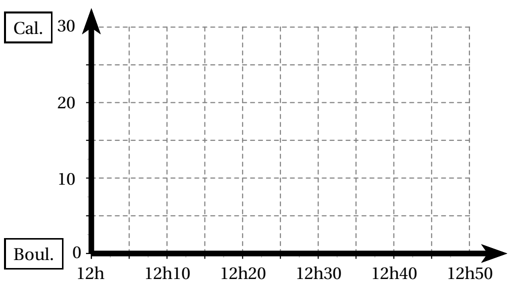
Durée (en min)	0	20	40	60	80	100	120
Prix (en €)							

3. Construire une courbe qui donne le prix payé en fonction de la durée de la location. On graduera l'axe des abscisses de 10 en 10, jusqu'à 120 minutes, et l'axe des ordonnées de 5 en 5, jusqu'à 50 €.

Exercice 22 (🏅)

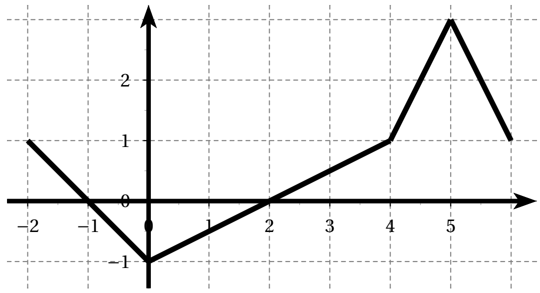
Les gares de Calais et de Boulogne-sur-Mer sont distantes de 30 km. Un train part à 12 h de Boulogne-sur-Mer en direction de Calais et roule à la vitesse de 40 km/h. Un train part de Calais à 12 h 15 et fait route en sens inverse à la vitesse de 60 km/h.

Reproduire le graphique ci-dessous et représenter la position des deux trains en fonction du temps.
Déterminer l'heure à laquelle ils se croiseront.



Exercice 23 (🏛)

Soit f la fonction dont la courbe représentative est donnée ci-dessous :



1. Lire sur le graphique l'image de 3 par f.

2. Résoudre l'équation $f(x) = 1$.

3. Construire le tableau de signe de f.

4. Donner le maximum et le minimum de f.

5. Dresser le tableau de variations de f.

Exercice 24 (🏛)

La fonction f est définie sur l'intervalle $[1;5]$ par

$$f(x) = 2x + \frac{8}{x} - 10.$$

1. Faire un tableau de valeurs pour f sur $[1;5]$ avec un pas de 0,5 (arrondir les résultats au centième).

2. Tracer la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé. On prendra 1 cm ou 1 carreau comme unité graphique.

3. Déterminer graphiquement les antécédents de -1 par f.

4. Construire le tableau de variations de f.

5. Construire le tableau de signe de f.

Exercice 25 (🏛)

On suppose que le pourcentage de femmes fumant du tabac quotidiennement en fonction de l'âge x (en années), depuis 15 ans jusqu'à 40 ans, est le nombre $f(x)$ donné par la formule suivante :

$$f(x) = -0,05x^2 + 3x - 10.$$

1. Faire un tableau de valeurs pour f sur $[15;40]$ avec un pas de 5.

2. Construire la courbe représentative de la fonction f. On graduera l'axe des abscisses de 5 en 5, jusqu'à 40 ans, et l'axe des ordonnées de 5 en 5, jusqu'à 35.

3. Construire le tableau de variations de f.

4. À quel âge le pourcentage de fumeuses est-il maximal ?

5. À l'aide du graphique, déterminer à partir de quel âge plus de 30 % des femmes fument quotidiennement.

Exercice 26 (🏛)
Sur route sèche, la distance d'arrêt en mètres d'un véhicule roulant à x km/h est modélisée par la fonction f définie sur $[0;120]$ par

$$f(x) = 0,005x(x+56).$$

1. Calculer $f(100)$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
2. Faire un tableau de valeurs pour f sur $[0;120]$ avec un pas de 20.
3. Construire la courbe représentative de la fonction f. On graduera l'axe des abscisses de 10 en 10, jusqu'à 120 km/h, et l'axe des ordonnées de 10 en 10, jusqu'à 110 m.
4. Une campagne publicitaire de la Sécurité Routière du mois de juin 2018 affirme que baisser la vitesse sur les routes de 90 km/h à 80 km/h permet de gagner 13 mètres au moment du freinage. Est-ce vrai ?

Exercice 27 (🏛)
Le taux d'anticorps (en g/l) présents dans le sang d'un nourrisson en fonction de l'âge (en mois), depuis la naissance jusqu'à l'âge de 12 mois, est donné par la formule suivante :

$$f(x) = 0,1x^2 - 1,6x + 12.$$

1. Faire un tableau de valeurs pour f sur $[0;12]$ avec un pas de 2.
2. Tracer la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormé (unité graphique : 1 carreau ou 1 cm pour une unité en abscisse et en ordonnée).
3. Quel est le taux d'anticorps à la naissance ?
4. Construire le tableau de variations de la fonction f. À quel âge le taux d'anticorps est-il minimal ?
5. À l'aide du graphique, déterminer pendant combien de mois le taux d'anticorps est inférieur à 6,5 g/l. Coder la figure pour justifier votre réponse.

IV. Tableaux d'effectifs et probabilités conditionnelles

Exercice 28 (🏛)
Deux options sport sont proposées aux élèves d'un lycée : escalade et VTT. Il est autorisé de pratiquer les deux options à la fois. Dans une classe de 32 élèves :

- 3 élèves font à la fois de l'escalade et du VTT ;
- au total, 10 élèves de la classe font de l'escalade ;
- il y a autant d'élèves qui pratiquent le VTT que d'élèves qui ne le pratiquent pas.

1. Traduire les données de l'énoncé par un tableau d'effectifs.
2. On interroge un élève au hasard dans la classe. On considère les événements :
   V : « l'élève pratique le VTT »,
   E : « l'élève pratique l'escalade ».
   a. Calculer $P(E)$ et $P(V)$.
   b. Écrire en français les événements $\overline{V}$, $V \cap E$ et $V \cup E$, puis calculer leurs probabilités.
   c. Un élève pratique le VTT. Quelle est la probabilité qu'il pratique également l'escalade ?

Exercice 29 (🏛)
Pierre veut acheter une BD. Il a le choix entre deux formats : grand et petit, et il peut choisir une BD en couleur ou en noir et blanc.
Parmi les 30 BD qui lui sont proposées, 25 sont en couleur et 7 sont en petit format. Aucune BD n'est à la fois en noir et blanc et en petit format.

1. Représenter la situation par un tableau d'effectifs.
2. Pierre choisit une BD au hasard. On considère les événements :
   C : « la BD est en couleur »,
   G : « la BD est en grand format ».
   a. Calculer $P(G)$ et $P\left(\overline{C}\right)$.
   b. Calculer $P(C \cap G)$ et $P(C \cup G)$.
   c. Pierre a choisi une BD en couleur. Quelle est la probabilité qu'elle soit en grand format ?
   d. Calculer $P_G(C)$ et $P_G\left(\overline{C}\right)$.

Exercice 30 (🏛)

Une maladie est apparue dans le cheptel bovin d'un pays (vaches, bœufs, etc.). Elle touche 5 % des 10 000 bêtes.

Un test permet de détecter systématiquement la maladie lorsqu'elle est présente chez un animal ; en revanche le test indique la présence de la maladie chez 4 % des animaux sains (on parle de « faux positifs »).

1. Représenter la situation par un tableau d'effectifs.
2. On choisit un animal au hasard. On considère les événements

   M : « l'animal est malade »,

   T : « le test est positif ».

   a. Calculer $P(M)$ et $P\left(\overline{T}\right)$.

   b. Écrire en français l'événement $\overline{M} \cap T$, puis calculer sa probabilité.

   c. Un animal a un test positif. Quelle est la probabilité qu'il soit malade ?

   d. Combien vaut $P_M(T)$?

Exercice 31 (🏛)

Les 280 pensionnaires d'une maison de retraite peuvent s'abonner à deux journaux, *Le Soir* et *Le Matin*, qu'ils reçoivent chaque jour dans leur chambre. Le matin, la personne chargée de la distribution des journaux apporte *Le Matin* à 70 pensionnaires ; et le soir, elle distribue *Le Soir* à 100 pensionnaires. Par ailleurs, 160 pensionnaires de la maison de retraite ne sont abonnés à aucun journal.

1. Représenter la situation par un tableau d'effectifs.
2. On choisit un pensionnaire au hasard. On considère les événements :

   S : « le pensionnaire est abonné au *Soir* »,

   M : « le pensionnaire est abonné au *Matin* ».

   a. Donner les valeurs de $P(S)$ et de $P\left(\overline{M}\right)$.

   b. Écrire en français l'événement $S \cap M$, puis donner sa probabilité.

   c. On choisit au hasard un pensionnaire abonné au *Matin*. Quelle est la probabilité qu'il soit aussi abonné au *Soir* ?

V. Taux d'évolution, suites géométriques

Attention

Quand les résultats ne tombent pas « juste », arrondir à 0,01 % près.

Exercice 32 (🏛)

1. Il y a 120 inscrits dans un club de sport en décembre. Quel sera l'effectif si le nombre d'inscrits augmente de 12,5 % en janvier ?
2. Il y avait 5 812 logements à Outreau en 2007, et 6 065 en 2015. Quel a été le taux d'évolution du nombre de logements entre ces deux dates ?
3. Le montant hors taxe d'une montre est de 80 €. Déterminer le montant TTC, sachant que le taux de TVA sur les montres est de 20 %.

Exercice 33 (🏛)

1. Une voiture coûte 12 000 €. Le vendeur accepte de faire une remise de 15 %. Quel est le prix de vente ?
2. Un industriel prévoit de faire passer ses émissions d'oxyde de soufre de 240 tonnes à 228 tonnes en un an. Quel sera le taux d'évolution s'il respecte son engagement ?
3. Après une remise de 25 %, j'achète un article 63 €. Quel était le prix initial ?

Exercice 34 (🏛 🏅)

Le taux de TVA sur les médicaments non remboursés par la sécurité sociale est de 10 %. Sur une boîte de Dolirhume affichée 4,95 € en magasin, quelle somme revient à l'état ?

Exercice 35 (🏛)

1. v est une suite géométrique de premier terme $v_0 = 4$ et de raison $q = 5$. Calculer v_1, v_2, v_3.
2. v est une suite géométrique de premier terme $v_0 = 12$ et de raison $q = 0,5$. Calculer v_1, v_2, v_3.
3. v est une suite géométrique telle que $v_1 = 5$ et $v_2 = 20$. Déterminer sa raison q, puis calculer v_3 et v_0.
4. v est une suite géométrique telle que $v_0 = 10$ et $v_1 = 6$. Déterminer sa raison q, puis calculer v_2.

Exercice 36 (🏛)

On place 1 000 € sur un compte au taux d'intérêt annuel de 5 %. On note v_n la somme sur le compte après n années – on a donc en particulier $v_0 = 1\,000$.

1. Quelle est la somme sur le compte après 1 an ? Après 2 ans ?
2. Quelle est la nature de la suite v ?
3. Quelle formule faut-il entrer dans la cellule C2, puis étirer vers la droite, pour obtenir les termes successifs de la suite ?

	A	B	C	D	E	F
1	n	0	1	2	3	$\cdots$
2	v_n	1000	1050	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$

4. Déterminer la somme sur le compte après 10 ans de deux façons différentes :
   - à l'aide du tableur ;
   - par un calcul.

Exercice 37 (🏛)

Au cours d'une bourse aux livres, un manuel scolaire perd chaque année 12 % de sa valeur. Un livre a été acheté neuf en 2005, il coûtait alors 50 €.

1. Quel est son prix à la bourse aux livres de 2010 ?
2. En utilisant un tableur, déterminer à partir de quelle année le livre vaudra moins de 10 €.

Exercice 38 (🏛)

Une plaque en verre teinté atténue de 15 % l'intensité lumineuse d'un rayon qui la traverse.
On note v_n l'intensité lumineuse (mesurée en lumens) d'un rayon à la sortie si on superpose n plaques identiques ($n \geq 1$).
On suppose que l'intensité lumineuse à l'entrée de la première plaque est $v_0 = 12$.

1. Calculer v_1, v_2 et v_3.
2. Quelle est la nature de la suite v ?
3. En utilisant le tableur, déterminer le nombre minimal de plaques qu'il faut superposer pour que l'intensité lumineuse soit divisée par 10.

VI. Dérivation et variations des fonctions du 2nd degré

Exercice 39 (🏛)

La fonction f est définie sur l'intervalle $[-1;4]$ par

$$f(x) = 0,5x^2 - 2x + 1.$$

1. Calculer $f'(x)$.
2. Construire le tableau de signe de f' et le tableau de variations de f.
3. Faire un tableau de valeurs pour f sur $[-1;4]$ avec un pas de 1.
4. Construire la courbe représentative de la fonction f.

Exercice 40 (🏛)

La fonction g est définie sur l'intervalle $[0;5]$ par

$$g(x) = -x^2 + 5x - 2.$$

1. Calculer $g'(x)$.
2. Construire le tableau de signe de g' et le tableau de variations de g.
3. Faire un tableau de valeurs pour g sur $[0;5]$ avec un pas de 1.
4. Construire la courbe représentative de la fonction g.

Exercice 41 (🏛)

On modélise le taux d'anticorps (en g/l) présents dans le sang d'un nourrisson en fonction de l'âge t (en mois), depuis la naissance jusqu'à l'âge de 12 mois, par la formule suivante :

$$f(t) = 0,1t^2 - 1,6t + 12.$$

1. Calculer $f'(t)$.
2. Construire le tableau de signe de f' et le tableau de variations de f sur l'intervalle $[0;12]$.
3. À quel âge le taux d'anticorps est-il minimal ?

Exercice 42 (🏛)

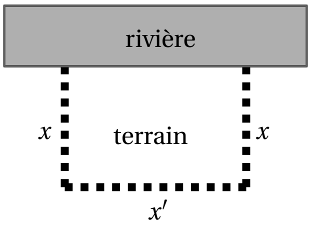
On suppose le pourcentage de femmes fumant du tabac quotidiennement en fonction de l'âge x (en années), depuis 15 ans jusqu'à 40 ans, est le nombre $f(x)$ donné par la formule suivante :

$$f(x) = -0,05x^2 + 3x - 10.$$

1. Calculer $f'(x)$.
2. Construire le tableau de signe de f' et le tableau de variations de f sur l'intervalle $[15;40]$.
3. À quel âge le pourcentage de fumeuses est-il maximal ?

Exercice 43

On dispose d'une clôture de 100 mètres de long pour délimiter un terrain rectangulaire le long d'une rivière (la clôture est en pointillés — on ne met pas de clôture le long de la rivière). On note x et x' les longueurs des côtés du terrain.



1. a. Donner un encadrement des valeurs possibles pour x.

   b. Montrer que $x' = 100 - 2x$.

   c. Montrer que l'aire du terrain est égale à $100x - 2x^2$.

2. On définit à présent la fonction f sur $[0;50]$ par

$$f(x) = 100x - 2x^2.$$

   a. Calculer $f'(x)$.

   b. Construire le tableau de signe de f' et le tableau de variations de f.

   c. Pour quelle valeur de x l'aire du terrain est-elle maximale ?

Exercice 44

Pour vérifier le fonctionnement de la régulation de la glycémie chez un individu, on lui injecte une quantité importante de glucose : on mesure ensuite la concentration d'insuline plasmatique pendant 70 minutes.

La concentration d'insuline plasmatique (unité non précisée) en fonction du temps x (exprimé en minutes), est donnée par la fonction f définie pour $x \in [0;70]$ par

$$f(x) = -0,1x^2 + 10x + 35.$$

1. Faire un tableau de valeurs pour f sur $[0;70]$ avec un pas de 10.
2. Construire la courbe de la fonction f.
3. Construire le tableau de variations de f.
4. Au bout de combien de temps la concentration d'insuline est-elle maximale ?
5. Pendant combien de temps la concentration d'insuline est-elle supérieure à 250 ?
6. Calculer la dérivée de f et retrouver par le calcul les résultats des questions 3 et 4.

VII. Arbres de probabilités

Exercice 45

Dans l'état d'Oklahoma, aux États-Unis, 60 % des coyotes sont touchés par une maladie appelée ehrlichiose. Il existe un test aidant à la détection de cette maladie. Lorsque ce test est appliqué à un coyote, son résultat est soit positif, soit négatif, et on sait que :

- Si le coyote est malade, le test est positif dans 95 % des cas.
- Si le coyote n'est pas malade, le test est négatif dans 90 % des cas.

1. Représenter la situation par un tableau d'effectifs avec une population de 100 coyotes.
2. On choisit un coyote au hasard, on note M l'événement « le coyote est malade » et T l'événement « le test est positif ». Déterminer $P(M \cap T)$ et $P(T)$.
3. Représenter la situation par un arbre pondéré et reprendre la question 2.

Exercice 46

Une entreprise vendant des parquets flottants s'approvisionne auprès de deux fournisseurs A et B. Le fournisseur A livre 70 % du stock de l'entreprise. On sait que 2 % des pièces livrées par A présentent un défaut et 3 % des pièces livrées par B présentent un défaut.

On prélève au hasard une pièce du stock de l'entreprise, on note A l'événement « la pièce provient du fournisseur A » et D l'événement « la pièce a un défaut ».

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Calculer $P\left(A \cap \overline{D}\right)$ et $P(D)$.

Exercice 47 (🏛)

Lorsque le basketteur Stephen Curry tire en match, il y a 53 % de chances que ce soit un tir à 2 points et 47 % de chances que ce soit un tir à 3 points. De plus, quand il tire à 2 points, son pourcentage de réussite est 52 % contre 44 % à 3 points.
On choisit un tir au hasard. On considère les événements :
D : « Stephen Curry tire à 2 points »,
M : « Stephen Curry marque ».

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité que Stephen Curry tire à 2 points et marque.
3. Montrer que $P(M) = 0,4824$.

HORS PROGRAMME

4. Combien vaut $P_D(M)$? Quelle relation relie $P(D)$, $P_D(M)$ et $P(D \cap M)$?
5. Calculer $P_M(D)$. Arrondir au centième.

Exercice 48 (🏛)

Un laboratoire pharmaceutique vient d'élaborer un nouveau test anti-dopage. Une étude sur ce nouveau test montre que :

- si un athlète est dopé, la probabilité que le résultat du test soit positif est 0,98;
- si un athlète n'est pas dopé, la probabilité que le résultat du test soit négatif est 0,995.

On fait subir le test à un athlète sélectionné au hasard au sein des participants à une compétition d'athlétisme. On note D l'évènement « l'athlète est dopé » et T l'évènement « le test est positif ». On admet que la probabilité de l'évènement D est égale à 0,08.

1. Traduire la situation sous la forme d'un arbre pondéré.
2. Calculer $P(D \cap T)$.
3. Démontrer que $P(T) = 0,083$.

HORS PROGRAMME

4. Sachant qu'un athlète présente un test positif, quelle est la probabilité qu'il soit dopé? Arrondir au centième.

Exercice 49 (🏅)

Une entreprise fabrique des appareils électroniques. La probabilité qu'un appareil fonctionne parfaitement est $\frac{9}{10}$. On fait subir à chaque appareil un test avant sa livraison. On constate que :

- un appareil en parfait état de fonctionnement est toujours accepté à l'issue du test;
- un appareil qui n'est pas en parfait état peut néanmoins être accepté avec une probabilité de $\frac{1}{11}$.

On note F et T, respectivement, les événements « l'appareil fonctionne parfaitement » et « l'appareil est accepté à l'issue du test ».

1. Calculer $P\left(\overline{F} \cap T\right)$ et $P(T)$.
2. Sachant qu'un appareil a été accepté à l'issue du test, calculer la probabilité qu'il ne fonctionne pas parfaitement.

Exercice 50 (🏛)

Justin ouvre sa boîte mail professionnelle tous les matins. La probabilité qu'il y ait des spams (au moins un spam) est égale à 0,7.
On s'intéresse à deux matins successifs : lundi et mardi. On note L l'événement « Justin a des spams lundi » et M l'événement « Justin a des spams mardi ».

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité des événements (donner les valeurs exactes) :
   A : « Justin a des spams lundi et mardi »,
   B : « Justin n'a des spams qu'un seul jour ».

Exercice 51 (🏅)

Dans un stand de fête foraine, Rémy tire trois fois à la carabine sur une cible. S'il parvient à toucher le centre de la cible trois fois, il gagne une Lunch box. S'il touche le centre de la cible deux fois, il gagne un panda en peluche. Dans les autres cas, il ne gagne rien.
On suppose qu'à chaque tir, Rémy a 80 % de chances de toucher le centre de la cible.

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité de l'événement :
   A : « Rémy gagne un panda en peluche ».

VIII. Suites définies par récurrence

Exercice 52 (🏛)

Dans chaque cas, calculer les premiers termes des suites.

1. $u_0 = 1$ et
$$u_{n+1} = u_n + 2$$
pour tout entier naturel n.

2. $v_0 = 2$ et
$$v_{n+1} = 3 \times v_n$$
pour tout entier naturel n.

3. $\begin{cases} w_0 & = 2 \\ w_{n+1} & = 5 - w_n \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}. \end{cases}$

4. $x_0 = 3$ et
$$x_{n+1} = 2 \times x_n - 1$$
pour tout entier naturel n.

5. $y_0 = 4$ et
$$y_{n+1} = 10 - y_n$$
pour tout $n \in \mathbb{N}$.

6. $z_0 = 4$ et
$$z_{n+1} = 1{,}5 \times z_n - 2$$
pour tout entier naturel n.

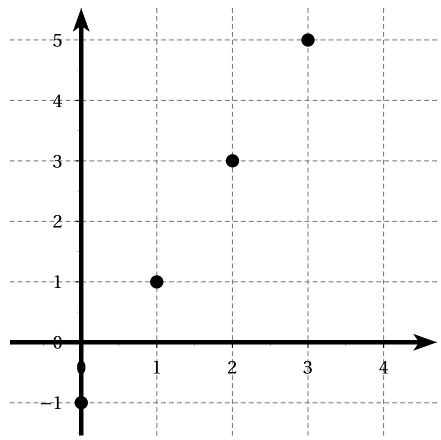
Exercice 53 (🏛)

Dans chaque cas, dire si la situation correspond à une suite arithmétique ou à une suite géométrique :

1. On ajoute 40 € tous les mois sur un compte en banque.

2. Une population de bactéries augmente de 20 % toutes les minutes.

3. La suite est représentée par le nuage de points :



4. Pour soigner son cancer de la thyroïde, un patient doit ingérer une petite quantité d'iode 131, dont la masse diminue ensuite de 8 % par jour.

Exercice 54 (🏛)

La pie bavarde est une espèce existant en Alsace. On comptait 270 pies dans une réserve naturelle en 2001. Une étude a révélé que la population de pies diminuait de 10 % chaque année.
On note p_n le nombre de pies l'année $2001 + n$.

1. Calculer p_1 et p_2 (arrondir à l'unité).

2. Quelle est la nature de la suite p ?

3. Déterminer une relation de récurrence pour la suite p.

4. Donner la formule à entrer dans la cellule C2 et à étirer vers la droite pour avoir les termes successifs de la suite.

	A	B	C	D	E	F
1	n	0	1	2	3	4
2	p_n	270				

5. En utilisant le tableur, déterminer le nombre de pies prévu en 2021.

Exercice 55 (🏛)

On administre à un patient un médicament par injection intraveineuse. On programme une machine de façon que :

- à l'instant 0, elle injecte 10 mL de médicament ;
- toutes les minutes, elle injecte 1 mL de médicament.

On estime que 20 % du médicament présent dans le sang est éliminé par minute.
Pour tout entier naturel n, on note w_n la quantité de médicament, en mL, présente dans le sang du patient au bout de n minutes.

1. Combien vaut w_0 ? Calculer w_1, w_2 et w_3.

2. Déterminer une relation de récurrence pour la suite w.

3. En utilisant le tableur, déterminer le comportement de la suite w sur le long terme.

Exercice 56 (🏛)

Une suite v est définie par $v_0 = 4$ et la relation de récurrence
$$v_{n+1} = 2v_n + 2$$
pour tout entier naturel n.

1. Calculer v_1 et v_2.

2. Prouver que v n'est ni arithmétique, ni géométrique.

Exercice 57 (🏛)

Une suite u est définie par $u_0 = 2$ et la relation de récurrence

$$u_{n+1} = 3u_n - 1$$

pour tout entier naturel n.

1. Calculer u_1 et u_2.
2. Prouver que u n'est ni arithmétique, ni géométrique.

Exercice 58 (🏅)

Le 01/01/2019, on emprunte 10 000 € à la banque au taux d'intérêt mensuel de 2 %. A chaque fin de mois on rembourse 300 €. On voudrait savoir en combien de temps on remboursera le crédit et calculer la somme totale remboursée à la banque.

Comment ça marche ?...
Le 01/01/2019 on emprunte 10 000 € au taux d'intérêt de 2 %, donc à la fin du mois de janvier 2019 la somme à rembourser est passée à

$$10000 \times 1,02 = 10200 \text{ €}.$$

A ce moment on rembourse 300 €, donc le 01/02/2019 il reste à rembourser

$$10200 - 300 = 9900 \text{ €}.$$

On note u_n la somme restant à rembourser le 1$^{\text{er}}$ jour du n^{e} mois (en convenant que janvier 2019 est le mois 0, février 2019 le mois 1, etc.). On a donc $u_0 = 10000$ et $u_1 = 9900$.

1. Calculer u_2, u_3 et u_4.
2. Donner la formule de récurrence pour la suite u.
3. En utilisant le tableur, déterminer la durée du crédit et la somme totale remboursée.

Exercice 59 (🏛)

Le nombre de poissons contenus dans un aquarium est estimé en 2018 à 12 840 individus.
Malgré les efforts des soigneurs, la population de poissons diminue globalement de 5 % par an. Toutefois, le propriétaire estime que son aquarium reste attractif dès lors qu'il renferme au moins 9 000 poissons.
Le nombre de poissons présents dans l'aquarium est modélisé par le terme général d'une suite v. Le nombre v_n est ainsi une estimation du nombre de poissons l'année $(2018 + n)$ et la valeur de v_0 est 12 840.

1. **a.** Vérifier que $v_1 = 12198$ et calculer v_2 (arrondir à l'unité). Quelle est la nature de la suite v ?

   b. Justifier que, si l'on suit ce modèle, en 2025 l'aquarium ne sera plus attractif.

2. Le propriétaire de l'aquarium souhaite réintroduire chaque année 400 nouveaux poissons des différentes espèces pour limiter la diminution du nombre de poissons due aux pertes annuelles de 5 %.

   Le nombre de poissons présents dans les différents bassins après la réintroduction des nouveaux spécimens est modélisé par le terme général d'une suite u. Le nombre u_n est ainsi une estimation du nombre de poissons l'année $(2018 + n)$ et la valeur de u_0 est 12 840.

   a. Expliquer pourquoi $u_1 = 12598$ et calculer u_2.

   b. Donner la formule de récurrence pour la suite u.

   c. En utilisant un tableur, déterminer le nombre de poissons dans l'aquarium en 2025.

IX. Dérivation et variations des fonctions du 3$^{\text{e}}$ degré

Exercice 60 (🏛 🏅)

On considère la fonction f définie sur $[-2;3]$ par

$$f(x) = x^3 - 1,5x^2 - 6x + 2.$$

1. Calculer $f'(x)$, puis prouver que

$$f'(x) = (3x+3)(x-2).$$

2. Construire le tableau de signe de f' et le tableau de variations de f. On complétera l'extrémité des flèches dans le tableau de variations.

Exercice 61 (🏛 🏅)

On considère la fonction g définie sur $[0;5]$ par

$$g(x) = -0,5x^3 + 3,75x^2 - 6x + 1.$$

1. Calculer $g'(x)$, puis prouver que

$$g'(x) = (-3x+3)(0,5x-2).$$

2. Construire le tableau de signe de g' et le tableau de variations de g. Compléter l'extrémité des flèches dans le tableau de variations.

Exercice 62 (🏛 🏅)

Une entreprise fabrique des emballages en carton spécifiques aux médicaments.
La production quotidienne sur une de ses lignes de production, exprimée en milliers d'emballages, varie entre 5 et 20.
Le coût correspondant à la fabrication de x milliers d'emballages, exprimé en euros, est modélisé par la fonction f définie sur l'intervalle $[5;20]$ par :

$$f(x) = x^3 - 24x^2 + 180x + 250.$$

1. Calculer $f'(x)$, puis prouver que
$$f'(x) = (x-10)(3x-18).$$
2. Construire le tableau de signe de f' et le tableau de variations de f sur l'intervalle $[5;20]$. On complétera l'extrémité des flèches dans le tableau de variations.
3. Quel est le nombre d'emballages à fabriquer pour obtenir le coût minimal? Quel est alors ce coût minimal?

Exercice 63 (🏛 🏅)

Un médicament antalgique est administré par voie orale. La concentration du produit actif dans le sang est modélisée par une fonction c qui, au temps écoulé x en heures, associe la concentration $c(x)$ en mg/ℓ.

On admet que la fonction c est définie sur l'intervalle $[0;6]$ par
$$c(x) = x^3 - 12x^2 + 36x.$$

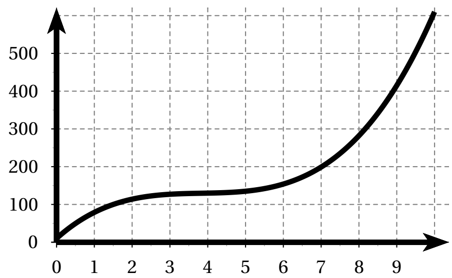
1. Calculer $c'(x)$, puis prouver que
$$c'(x) = (3x-6)(x-6).$$
2. Construire le tableau de signe de c' et le tableau de variations de c. On complétera l'extrémité des flèches dans le tableau de variations.
3. Au bout de combien de temps la concentration du produit est-elle maximale? Quelle est cette concentration maximale?

Exercice 64 (🏛 🏅)

Une entreprise produit et vend du safran, une épice de grande qualité.
On note x le nombre de kilogrammes que produit et vend l'entreprise en un an, x étant compris entre 0 et 10.
Le montant des charges correspondant à la production de x kilogrammes de safran, exprimé en milliers d'euros, est modélisé par la fonction C définie sur l'intervalle $[0;10]$ par :

$$C(x) = 2x^3 - 23x^2 + 90x + 10.$$

On a tracé ci-dessous la représentation graphique de cette fonction C dans un repère orthogonal.



Partie A - Étude des charges

1. Déterminer le montant des charges lorsque l'entreprise produit 9 kilogrammes de safran.
2. Déterminer, par lecture graphique, le nombre de kilogrammes de safran à produire pour que le montant des charges soit égal à 200 000 euros.

Partie B - Étude du bénéfice

L'entreprise vend la totalité de sa production. Chaque kilogramme de safran est vendu au prix de 50 milliers d'euros.

1. Déterminer le chiffre d'affaires $R(x)$, en milliers d'euros, réalisé pour la vente de x kilogrammes de safran.
2. Vérifier que le bénéfice $B(x)$, en milliers d'euros, réalisé pour la vente de x kilogrammes de safran est :
$$B(x) = -2x^3 + 23x^2 - 40x - 10.$$
3. Calculer $B'(x)$, puis prouver que
$$B'(x) = (2x-2)(-3x+20).$$
4. Construire le tableau de signe de B' et le tableau de variations de B.

   On ne demande pas de compléter l'extrémité des flèches dans le tableau de variations.
5. Quelle quantité de safran l'entreprise doit-elle vendre pour réaliser le bénéfice maximal? Quel est ce bénéfice maximal, arrondi au millier d'euros?

X. Variables aléatoires

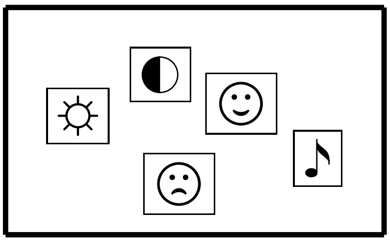
Exercice 65 (🏛)

Un porte-monnaie contient deux pièces de 0,50 €, trois pièces de 1 € et trois pièces de 2 €. On choisit une pièce au hasard, on note X sa valeur.

1. Déterminer la loi de X.
2. Calculer l'espérance de X.
3. On vous propose le jeu suivant : vous donnez 1 € et, en échange, vous pouvez choisir au hasard une des huit pièces. Avez-vous intérêt à jouer ? Pourquoi ?

Exercice 66 (🏛)

Une urne contient cinq jetons indiscernables au toucher. Chacun d'eux porte un symbole différent : un visage content, un visage triste, un soleil, une demi-lune et une note de musique.



On choisit un jeton au hasard, on le replace dans l'urne, puis on en choisit un deuxième. On gagne 5 € à chaque fois qu'on tire un jeton représentant un visage.

1. On note Y la somme gagnée en jouant à ce jeu. Recopier le tableau ci-dessous et écrire dans chaque case la valeur de Y.

2^{e} jeton / 1^{er} jeton	☼	◐	♪	☺	☹
☼					
◐					
♪					
☺					
☹					

2. Déterminer la loi de Y.
3. Pour jouer à ce jeu, il faut au préalable miser 4 €. Est-ce équitable ?

Exercice 67 (🏛)

Un sac rouge contient trois boules numérotées 1, 2 et 3 ; un sac bleu contient trois boules numérotées 1, 3 et 5. On tire une boule dans chaque sac et on note S la somme des numéros.

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous où vous indiquerez la valeur de S.

+		SAC ROUGE		
		1	2	3
SAC BLEU	1			
	3			
	5			

2. Déterminer la loi de probabilité de S.
3. Calculer l'espérance de S.

Exercice 68 (🏛)

Deux options sport sont proposées aux élèves d'un lycée : escalade et VTT. Il est autorisé de pratiquer les deux options à la fois. Dans une classe de 30 élèves :

- 6 élèves font à la fois de l'escalade et du VTT ;
- la moitié des élèves font de l'escalade ;
- 4 élèves ne pratiquent aucun des deux sports.

1. Traduire les données de l'énoncé par un tableau d'effectifs.
2. Pour pratiquer chacun des deux sports, il faut posséder une licence. La licence de VTT coûte 30 € et la licence d'escalade coûte 50 €.

   On note X le coût total des licences pour un élève pris au hasard dans la classe (ce coût est nul si l'élève ne pratique aucun des deux sports).

   a. Déterminer la loi de X.

   b. Calculer l'espérance de X. Interpréter la réponse.

Exercice 69 (🏛)

Une agence de voyages propose des itinéraires touristiques pour lesquels chaque client effectue un aller et un retour en utilisant soit un bateau, soit un train touristique.
Il en ressort que, sur les 40 clients d'une journée :

- 18 clients ont utilisé le bateau à l'aller ;
- 12 clients ont fait à la fois l'aller et le retour en train ;
- au retour, il y a autant de clients qui ont choisi le bateau que de clients qui ont choisi le train.

1. Représenter la situation par un tableau d'effectifs.
2. Le coût d'un trajet aller ou d'un trajet retour est de 40 € en bateau ; il est de 25 € en train.
   On note Z la variable aléatoire qui associe, à un client pris au hasard, le coût en euros de son trajet aller-retour.
   a. Déterminer la loi de Z.
   b. Calculer l'espérance de Z. Interpréter la réponse.

Exercice 70 (🏛)

Lorsque le basketteur Stephen Curry tire en match, il y a 53 % de chances que ce soit un tir à 2 points et 47 % de chances que ce soit un tir à 3 points. De plus, quand il tire à 2 points, son pourcentage de réussite est 52 % contre 44 % à 3 points.
On choisit un tir au hasard. On considère les événements :
D : « Stephen Curry tire à 2 points »,
M : « Stephen Curry marque ».

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité que Stephen Curry tire à 2 points et marque.
3. Montrer que $P(M) = 0,4824$.
4. On note X le nombre de points pour le tir choisi au hasard. Déterminer la loi de X et calculer son espérance.

Exercice 71 (🏛)

Une urne contient 3 boules bleues et 7 rouges indiscernables au toucher. On tire au hasard une boule de l'urne, on la remet, puis on en tire une deuxième.

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. On note X le nombre de boules bleues tirées. Déterminer la loi de X.
3. Calculer l'espérance de X.

Exercice 72 (🏛)

Sophie a mis des dragées dans une boîte, les unes contiennent une amande, les autres pas ; et certaines sont bleues, les autres roses :

- 30 % des dragées contiennent une amande ;
- 40 % des dragées avec une amande sont bleues et les autres roses ;
- 75 % des dragées sans amande sont bleues et les autres roses.

Sophie choisit une dragée au hasard dans la boîte. On considère les événements :
A : « la dragée contient une amande »,
B : « la dragée est bleue ».

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Une dragée rose pèse 4 g, une dragée bleue pèse 5 g. On note X la masse de la dragée choisie au hasard. Déterminer la loi de X et calculer son espérance.

Exercice 73 (🏛)

Pierre va manger tous les midis dans l'un des deux restaurants de son université : *Chipsy King* et *Le diable au thym*. Il a le choix entre deux menus : le menu simple à 3 €, sans boisson et avec un seul périphérique ; le menu complet à 5 €, avec une boisson et deux périphériques. On suppose que :

- Pierre va chez *Chipsy King* 30 % du temps ;
- lorsqu'il va chez *Chipsy King*, il prend le menu simple la moitié du temps ;
- lorsqu'il va au *diable au thym*, il prend le menu simple 60 % du temps.

On choisit un repas au hasard. On considère les événements :
K : « Pierre mange chez *Chipsy King* »,
S : « Pierre prend le menu simple ».

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. On note X le prix payé pour le repas choisi au hasard. Déterminer la loi de X.
3. Calculer $E(X)$. À quoi le résultat correspond-il concrètement ?

Exercice 74 (🏅)

On lance un dé équilibré à 4 faces trois fois de suite. On note X le nombre de 4 obtenus.

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Déterminer la loi de X.
3. Calculer l'espérance de X.

XI. Évolutions successives

Attention

Quand les résultats ne tombent pas « juste », arrondir à 0,01 % près.

Exercice 75 (🏛)

En 2016, un article est affiché en magasin à 85 €. Il y a une baisse de 10 % des prix entre 2016 et 2017, puis une hausse de 20 % entre 2017 et 2018.

1. Calculer le prix en 2017 et en 2018.
2. Calculer le taux d'évolution global entre 2016 et 2018.

Exercice 76 (🏛)

Le tableau ci-dessous donne le prix moyen de l'eau en France entre 2008 et 2010 (*Source : ONSEA*).

Année	2008	2009	2010
Prix (en €/m^3)	1,82		
Taux d'évolution		+5,50 %	+7,81 %

1. Combien de litres contient un mètre cube ?
2. Compléter le tableau (arrondir au centime).
3. Déterminer le taux d'évolution global entre 2008 et 2010.

Exercice 77 (🏛)

1. Un vendeur augmente un prix de 16 %. De quel pourcentage doit-il le baisser pour revenir au prix de départ ?
2. Dans un magasin, un article a subi une baisse de 36 %. Quelle hausse (en %) faut-il appliquer pour retomber sur le prix de départ ?

Exercice 78 (🏛)

Quel sont les taux d'évolution réciproques de +60 %, −15 %, +100 % ?

Exercice 79 (🏛)

Le prix de la baguette de pain est passé de 0,80 € en 2007 à 0,84 € en 2009.
Calculer le taux d'évolution annuel moyen du prix.

Exercice 80 (🏛)

Le prix moyen du litre de Sans Plomb 95 (E10) en France est passé de 1,35 € en 2020 à 1,78 € en 2022.
Calculer le taux d'évolution annuel moyen du prix.

Exercice 81 (🏅)

La population de Lille est passée de 232 440 habitants en **2016** à 234 475 habitants en **2019**.
Calculer le taux d'évolution annuel moyen de la population.