dans tout ce document, f, g sont des fonctions continues sur $[a;b]$

Intégration, équations différentielles

Équadiff

- solutions de $y' = ay$: $y = Ce^{ax}$
- solutions de $y' = ay + b$: $y = Ce^{ax} - \frac{b}{a}$
- solutions de $y' = ay + g$: $y = Ce^{ax} + y_P$
  où y_P est une solution particulière

Calculer une intégrale

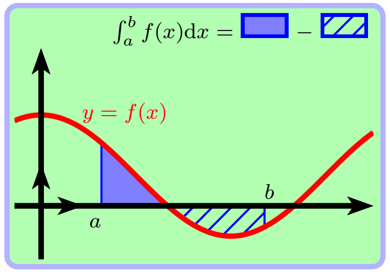
- F primitive de f sur $[a;b]$ $\iff$ $F' = f$
- primitives usuelles :

Fonctions	Primitives
e^{ax} $(a \neq 0)$	$\frac{1}{a}e^{ax} + C$
$\frac{u'}{u}$ $(u > 0)$	$\ln(u) + C$
x^n $(n \in \mathbb{N})$	$\frac{1}{n+1}x^{n+1} + C$

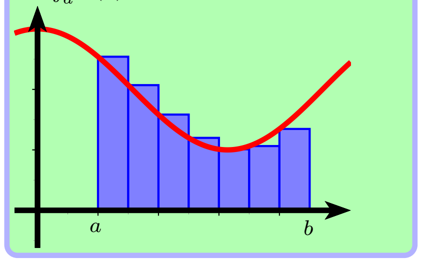
- F primitive de f sur $[a;b]$
  $\implies$ $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$
- linéarité de l'intégrale :
  $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x + \int_a^b g(x)\mathrm{d}x = \int_a^b (f(x) + g(x))\,\mathrm{d}x$
  $\alpha \int_a^b f(x)\mathrm{d}x = \int_a^b (\alpha f(x))\mathrm{d}x$
- intégrale d'une fonction constante :
  $\int_a^b c\ \mathrm{d}x = (b-a) \times c$
- IPP : f' et g' continues sur $[a;b]$
  $\implies$ $\int_a^b f'(x)g(x)\mathrm{d}x = [f(x)g(x)]_a^b - \int_a^b f(x)g'(x)\mathrm{d}x$

fonction définie par une intégrale :
si $F(x) = \int_a^x f(t)\mathrm{d}t$, alors $F'(x) = f(x)$

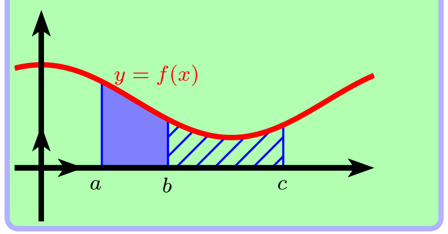
Intégration et aire



$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x \approx$ somme aires rectangles



relation de Chasles :
$\int_a^c f(x)\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x + \int_b^c f(x)\mathrm{d}x$



Intégration d'une inégalité

- positivité de l'intégrale :
  $f \geq 0$ sur $[a;b]$ $\implies$ $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x \geq 0$
- croissance de l'intégrale :
  $f \geq g$ sur $[a;b]$ $\implies$ $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x \geq \int_a^b g(x)\mathrm{d}x$