Mathématiques – Première technologique

Corrigés des exercices

Table des matières

1 Proportionnalité

Exercice 1 1. On complète un tableau de proportionnalité :

Élèves	40	?
Pourcentage	100	70

Il y a $40 \times 70 \div 100 = 28$ garçons dans la classe.

2. On complète un tableau de proportionnalité :

Marins	1 760	1 046
Pourcentage	100	?

$1\,046 \times 100 \div 1\,760 \approx 59,43$, donc environ 59,43 % des marins sont tombés malades.

N.B. On fait le calcul et, seulement après, on écrit la réponse avec le symbole %. Rappelons à cette occasion la signification de 59,43 % :

$$59,43\ \% = \frac{59,43}{100} = 0,5943.$$

Donc dire que 59,43 % des marins sont tombés malades, c'est dire que la proportion de malades est $\frac{59,43}{100}$.

3. Le fait que la bouteille soit titrée à 12 % vol. signifie qu'elle contient 12 % d'alcool pur. On complète donc un tableau de proportionnalité :

Volume (en mL)	500	?
Pourcentage	100	12

La bouteille contient $500 \times 12 \div 100 = 60$ mL d'alcool pur.

4. Sur 100 personnes de l'entreprise, il y a 56 hommes.
25 % d'entre eux fument, ce qui représente

$$25 \times 56 \div 100 = 14 \text{ personnes}$$

(on peut bien sûr faire un tableau de proportionnalité pour obtenir cette réponse).
Conclusion : les hommes fumeurs représentent 14 % du personnel de l'entreprise.

Exercice 2 1.

Nombre de personnes	4	6
Farine (en g)	250	?
Lait (en mL)	500	?
Œufs	4	6

Pour 6 personnes, il faut $250 \times 6 \div 4 = 375$ g de farine, $500 \times 6 \div 4 = 750$ mL de lait et, bien sûr, 6 œufs.

2. Les 6 yaourts pèsent $6 \times 125 = 750$ g.

masse (en g)	1000	750
prix (en €)	2	?

Je payerai $750 \times 2 \div 1\,000 = 1,5$ €.

Exercice 3 L'énoncé donne les informations recensées dans le tableau ci-dessous et demande de compléter la case ①.

Florins	7	?	①
Pistoles	6	4	②
Deniers	?	5	30

On complète d'abord la case ② : en échange de 30 deniers, on a $4 \times 30 \div 5 = 24$ pistoles :

Florins	7	?	①
Pistoles	6	4	24
Deniers	?	5	30

On peut alors compléter la case ① : en échange de 30 deniers, on a $7 \times 24 \div 6 = 28$ florins.

Exercice 4 1. Généralement, dans ce type de question, il vaut mieux convertir en minutes [1].

temps (en min)	60	?
distance (en km)	20	45

On mettra $60 \times 45 \div 20 = 135$ min, soit 2 h 15 min (puisque $135 = 120 + 15$).

2. On peut se passer d'un tableau de proportionnalité : 1 h = 60 min, donc $0,6$ h $= 0,6 \times 60$ min $= 36$ min.
3. (a) On complète deux tableaux de proportionnalité (on travaille en min et en km) :

temps (en min)	60	?
distance (en km)	3	0,5

temps (en min)	60	?
distance (en km)	15	5

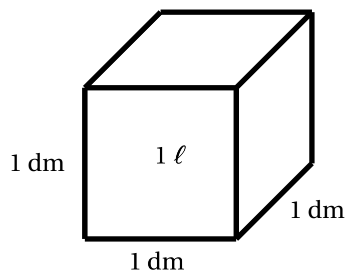
Stéphane nage $60 \times 0,5 \div 3 = 10$ min, puis il court $60 \times 5 \div 15 = 20$ min.

(b) Stéphane a parcouru un total de $5 + 0,5 = 5,5$ km, en $10 + 20 = 30$ min.

temps (en min)	30	60
distance (en km)	5,5	?

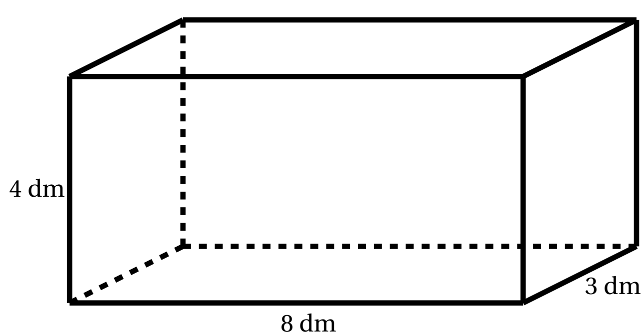
La vitesse moyenne de Stéphane sur l'ensemble de son parcours est donc $60 \times 5,5 \div 30 = 11$ km/h.

Exercice 5 Avant de commencer, il est utile de se rappeler que 10 cm=1 dm; et que 1 ℓ = 1 dm^3. Autrement dit, un litre est le volume d'un cube qui mesure 1 dm sur 1 dm sur 1 dm, ou encore 10 cm sur 10 cm sur 10 cm (la figure ci-dessous n'est bien sûr pas à l'échelle).



On remplit d'eau un aquarium rectangulaire dont la largeur est 80 cm, la profondeur 30 cm et la hauteur 40 cm. On dispose d'un robinet dont le débit est de 6 litres par minute.

1.



2. Les dimensions de l'aquarium sont :

$$\text{largeur} = 8 \text{ dm}, \qquad \text{profondeur} = 3 \text{ dm}, \qquad \text{hauteur} = 4 \text{ dm},$$

donc son volume est

$$8 \times 3 \times 4 = 96\ \ell.$$

3. On peut se passer d'un tableau de proportionnalité : le débit du robinet est de 6 ℓ/min, donc il faut $96 \div 6 = 16$ min pour remplir les 96 ℓ de l'aquarium.

1. Les calculs ne sont pas toujours plus faciles en minutes qu'en heures, mais c'est généralement le cas.

2 Droites et suites de nombres

Exercice 6 Le tableau suivant donne l'évolution du tirage journalier (en millions d'exemplaires) de la presse quotidienne d'information générale et politique en France.

Année	2010	2011	2012	2013	2014
Numéro année : n	0	1	2	3	4
Tirage : u_n	1,80	1,73	1,60	1,47	1,36

Source : INSEE

On note u_n le tirage journalier en millions d'exemplaires pour l'année numéro n. On a donc :

- u_0 = tirage journalier l'année $0 = 1,80$;
- u_1 = tirage journalier l'année $1 = 1,73$;
- u_4 = tirage journalier l'année $4 = 1,36$.

Exercice 7 u est la suite des multiples de 4, en partant de $u_0 = 4 \times 0 = 0$.

1. - $u_1 = 4 \times 1 = 4$;
   - $u_2 = 4 \times 2 = 8$;
   - $u_3 = 4 \times 3 = 12$.
2. $u_{20} = 4 \times 20 = 80$.

Exercice 8 u est une suite telle que :
- $u_0 = 2$,
- tout terme de la suite se déduit du précédent en ajoutant 3.

1. - $u_1 = 3 + 2 = 5$;
   - $u_2 = 5 + 3 = 8$;
   - $u_3 = 8 + 3 = 11$;
   - $u_4 = 11 + 3 = 14$.
2. Pour obtenir le tableau avec un tableur, on entre la formule

   =B1+1

   dans la cellule C1, et la formule

   =B2+3

   dans la cellule C2. Ensuite on étire vers la droite.

	A	B	C	D	E	F
1	n	0	=B1+1	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
2	u_n	2	=B2+3	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$

Exercice 9 Notre objet tombe de :
- 5 m pendant la 1$^{\text{re}}$ seconde ;
- 15 m pendant la 2$^{\text{e}}$ seconde ;
- 25 m pendant la 3$^{\text{e}}$ seconde ;
- 35 m pendant la 4$^{\text{e}}$ seconde ;
- 45 m pendant la 5$^{\text{e}}$ seconde.

Conclusion : pendant les 5 premières secondes, l'objet est tombé de

$$5 + 15 + 25 + 35 + 45 = 125 \text{ m}.$$

Remarque : Les informations de l'énoncé sont imprécises : si l'on néglige la résistance de l'air (frottements), un objet soumis à son propre poids tombe de 4,9 m pendant la 1$^{\text{re}}$ seconde, $4,9 \times 3 = 14,7$ m pendant la 2$^{\text{e}}$, $4,9 \times 5 = 24,5$ m pendant la 3$^{\text{e}}$, etc. Dans l'exercice, nous avons remplacé 4,9 par 5 pour simplifier les calculs.

Notons par ailleurs que ces résultats doivent être fortement corrigés si l'on veut tenir compte de la résistance de l'air. Par exemple, un adulte en chute libre qui parvient à se mettre « à plat » devrait arrêter d'accélérer après une dizaine de secondes de chute environ, sans dépasser 60 m/s ; tandis qu'un chat ne dépassera pas les 20 m/s et pourra survivre à une chute d'une hauteur importante. La vidéo KEZAKO : chute libre explique ce problème en détail.

Exercice 10 On trace les droites $D_1 : y = x - 4$, $D_2 : y = 2x$, $D_3 : y = -2x + 3$ et $D_4 : y = -2$ à partir de quatre tableaux de valeurs :

Tracé de D_1.

x	0	2
y	-4	-2

$0 - 4 = -4$

$2 - 4 = -2$

Tracé de D_2.

x	0	2
y	0	4

$2 \times 0 = 2$

$2 \times 2 = 4$

Tracé de D_3.

x	0	2
y	3	-1

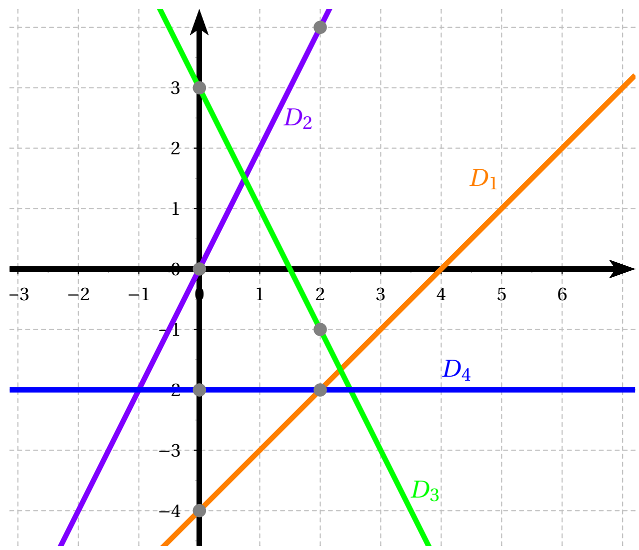
$-2 \times 0 + 3 = 3$

$-2 \times 2 + 3 = -1$

Tracé de D_4.

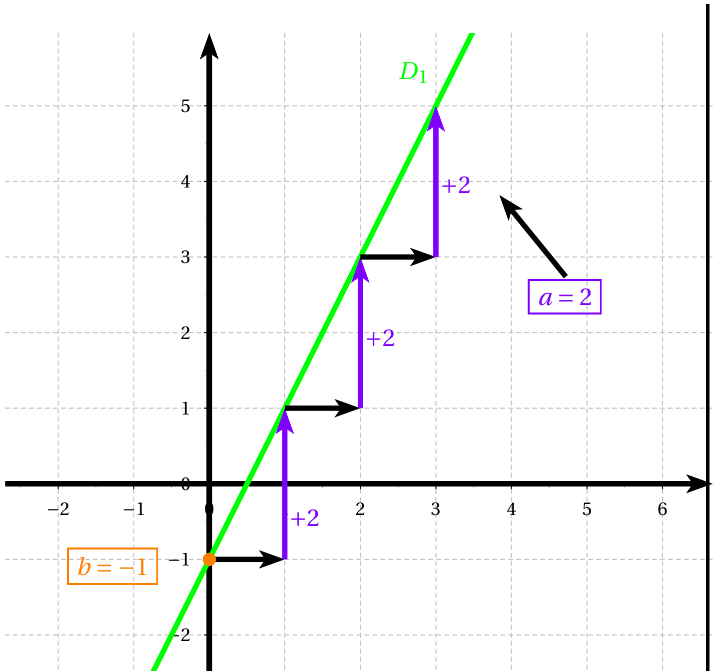
x	0	2
y	-2	-2

On place à chaque fois les deux points en gris, puis on trace les droites en couleur :



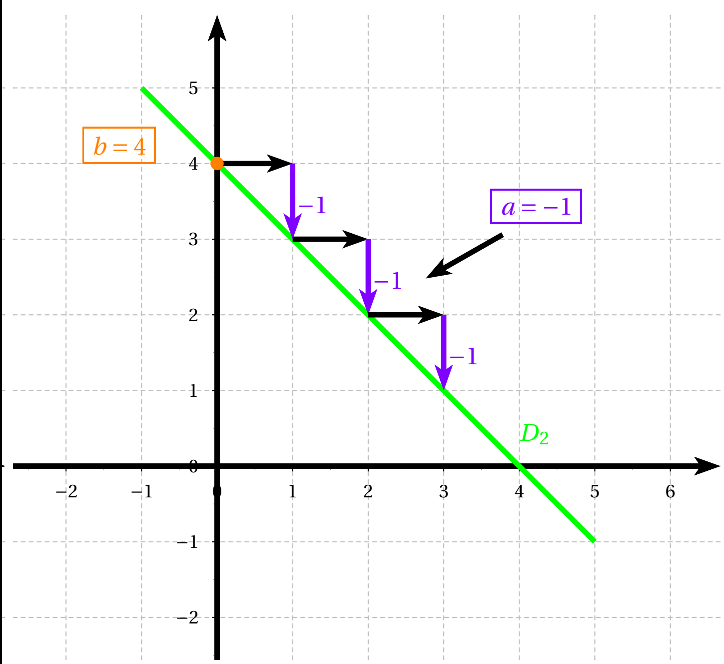
Remarque : La droite D_4 est horizontale. C'était prévisible, puisque la valeur de y (-2) est indépendante de x.

Exercice 11 On lit graphiquement les ordonnées à l'origine et les coefficients directeurs des droites :



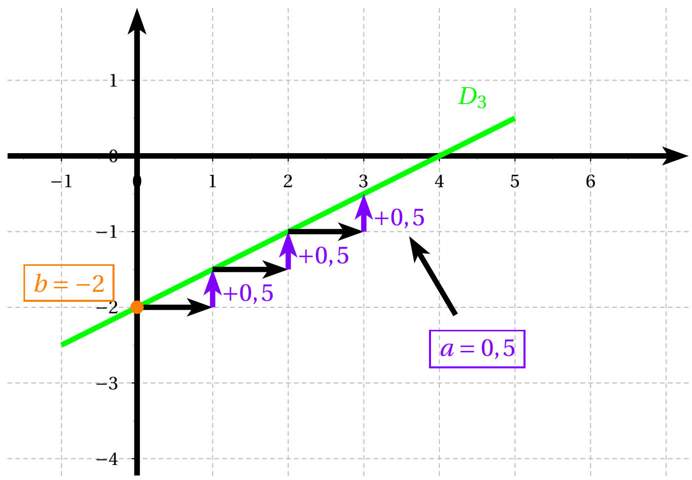
$D_1 : y = 2x-1$

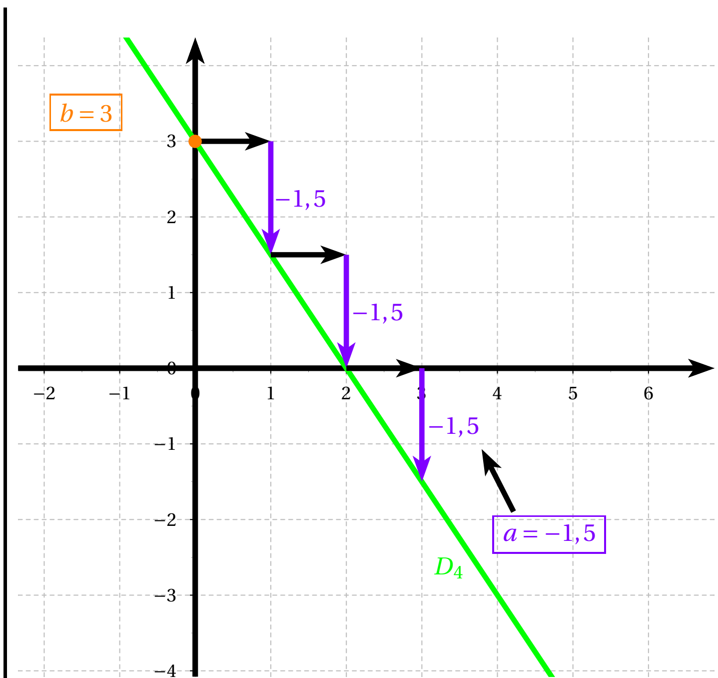
$D_1 : y = 2x - 1$



$D_2 : y = -1x+4$

$D_2 : y = -x + 4$





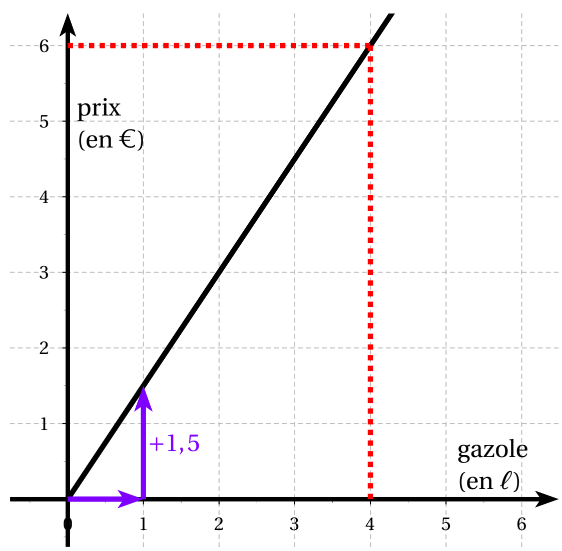
$D_3 : y = 0,5x - 2$

$D_3 : y = 0,5x - 2$

$D_4 : y = -1,5x + 3$

$D_4 : y = -1,5x + 3$

Exercice 12 Le graphique suivant donne le prix payé dans une pompe à essence en fonction de la quantité de gazole achetée.



Il y a deux méthodes possibles pour répondre à la question :

- **Pointillés rouges :** 4 litres de gazole coûtent 6 €, donc le litre coûte $6 \div 4 = 1,5$ €.
- **Flèches violettes :** chaque litre coûte 1,5 €.

Exercice 13 Dans chaque question, u est une suite arithmétique de raison r.

1. $u_0 = 2$ et $r = 4$.

$$u_1 = 2 + 4 = 6$$
$$u_2 = 6 + 4 = 10$$
$$u_3 = 10 + 4 = 14.$$

2. $u_0 = 5$ et $r = -2$.

$$\begin{aligned} u_1 &= 5 - 2 = 3 \\ u_2 &= 3 - 2 = 1 \\ u_3 &= 1 - 2 = -1. \end{aligned}$$

3. $u_0 = 10$ et $r = 1,5$.
   Pour obtenir u_6, on part de $u_0 = 10$ et on rajoute 6 fois $1,5$. Donc

$$u_6 = 10 + 6 \times 1,5 = 10 + 9 = 19.$$

4. $u_0 = 4$ et $u_2 = 10$.

$$\begin{array}{ccccc} \boxed{4} & \xrightarrow{+r} & \boxed{???} & \xrightarrow{+r} & \boxed{10} \\ u_0 & & u_1 & & u_2 \end{array}$$

   D'après le schéma ci-dessus :

$$r = (10 - 4) \div 2 = 6 \div 2 = 3.$$

   On obtient donc le schéma complété :

$$\begin{array}{ccccccccc} \boxed{4} & \xrightarrow{+3} & \boxed{7} & \xrightarrow{+3} & \boxed{10} & \xrightarrow{+3} & \boxed{13} & \xrightarrow{+3} & \boxed{16} \\ u_0 & & u_1 & & u_2 & & u_3 & & u_4 \end{array}$$

   (On peut aussi obtenir u_4 avec le calcul : $u_4 = 4 + 4 \times 3 = 4 + 12 = 16$.)

5.

$$\begin{array}{ccccccc} \boxed{5} & \xrightarrow{+r} & \boxed{???} & \xrightarrow{+r} & \boxed{???} & \xrightarrow{+r} & \boxed{12,5} \\ u_0 & & u_1 & & u_2 & & u_3 \end{array}$$

   D'après le schéma ci-dessus :

$$r = (12,5 - 5) \div 3 = 7,5 \div 3 = 2,5.$$

Exercice 14

Exercice 15

Exercice 16 On note S la somme à calculer, que l'on écrit à l'endroit, puis à l'envers :

$$\begin{aligned} S &= 1 \quad + 2 \ + 3 \ + \cdots + 98 + 99 + 100 \\ S &= 100 + 99 + 98 + \cdots + 3 \ + 2 \ + 1 \end{aligned}$$

On ajoute membre à membre les deux lignes. On remarque que la somme de chaque couple d'une même couleur vaut toujours 101 :

$$S + S = \underbrace{101 + 101 + 101 + \cdots + 101 + 101 + 101}_{100 \text{ termes}}.$$

On a donc

$$2S = 100 \times 101 \qquad S = \frac{100 \times 101}{2} = 5050.$$