Corrigé du devoir surveillé n°8

Exercice 1

1. On résout les équations :

$$\begin{aligned} 3x+4&=19\\ 3x&=19-4\\ \frac{\cancel{3}x}{\cancel{3}}&=\frac{15}{3}\\ x&=5\\ \mathscr{S}&=\{5\}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2-9&=0\\ x^2&=9\\ x=\sqrt{9}=3 \text{ ou } x&=-\sqrt{9}=-3\\ \mathscr{S}&=\{3;-3\}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x^2+5x&=0\\ x(2x+5)&=0\\ x=0 \text{ ou } 2x+5&=0\\ x=0 \text{ ou } x&=-2,5\\ \mathscr{S}&=\{0;\ -2,5\}. \end{aligned}$$

2. On développe et on réduit en utilisant l'IR n°2 :

$$(x-4)^2=x^2-2\times x\times 4+4^2=x^2-8x+16.$$

Exercice 2

1. On développe et on réduit :

$$(x+1)(x-3)=x\times x+x\times(-3)+1\times x+1\times(-3)=x^2-3x+x-3=x^2-2x-3.$$

2. On considère la parabole $P : y=x^2-2x-3$.
   (a) Pour savoir quand P coupe l'axe des abscisses, on résout :

$$\begin{aligned} x^2-2x-3&=0\\ (x+1)(x-3)&=0 && \text{(on facorise grâce à la question 1)}\\ x+1=0 \text{ ou } x-3&=0\\ x=-1 \text{ ou } x&=3 \end{aligned}$$

   Conclusion : P coupe l'axe des abscisses en -1 et en 3.

   (b) Par raison de symétrie, l'abscisse du sommet S de P est le milieu de l'intervalle $[-1;3]$:

$$x_S=\frac{-1+3}{2}=\frac{2}{2}=1.$$

   On en déduit

$$y_S=1^2-2\times 1-3=1-2-3=-4,$$

   donc $S(1;-4)$.

3. On pose $f(x)=x^2-2x-3$ pour $x\in[-2;5]$.
   (a) $f'(x)=2x-2\times 1-0=2x-2$.
   (b) On résout l'équation :

$$\begin{aligned} 2x-2&=0\\ 2x&=2\\ \frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}}&=\frac{2}{2}\\ x&=1. \end{aligned}$$

   $a=2$, a est $\oplus$donc le signe est de la forme $\boxed{-\ \phi\ +}$

On a donc le tableau :

x	-2		1		5
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	5	$\searrow$	-4	$\nearrow$	12

$f(5)=5^2-2\times 5-3=25-10-3=12$;

$f(-2)=(-2)^2-2\times(-2)-3=4+4-3=5.$