Corrigé du devoir surveillé n°5

Exercice 1 — 5 points

La fonction f est définie sur l'intervalle $[-1;6]$ par

$$f(x) = 0,25x^2 - 2x + 2.$$

La dérivée est

$$f'(x) = 0,25 \times 2x - 2 \times 1 + 0 = 0,5x - 2.$$

On résout l'équation :

$$\begin{aligned} 0,5x - 2 &= 0 \\ 0,5x - \cancel{2} + \cancel{2} &= 0 + 2 \\ \frac{\cancel{0,5}x}{\cancel{0,5}} &= \frac{2}{0,5} \\ x &= 4. \end{aligned}$$

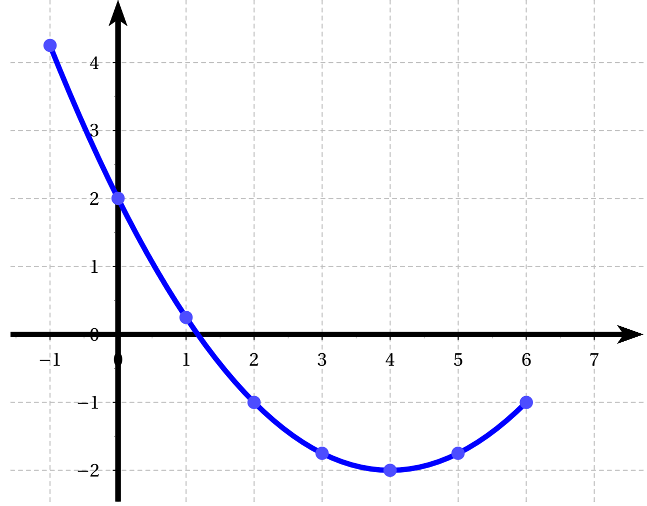
$a = 0,5$, a est $\oplus$donc le signe est de la forme $\boxed{- \ \phi \ +}$

On a donc le tableau :

x	-1		4		6
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	4.25	$\searrow$	-2	$\nearrow$	-1

Pour compléter les valeurs aux extrémités des flèches, on fait un tableau de valeurs sur $[-1;6]$ avec un pas de 1. Ce tableau permet également de construire précisément la courbe de la fonction.

x	-1	0	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	4.25	2	0.25	-1	-1.75	-2	-1.75	-1



Exercice 2

Une entreprise produit des panneaux solaires. Une étude de marché permet d'estimer que la production pour le mois à venir est comprise entre 1 500 et 3 000 panneaux solaires. On s'intéresse au bénéfice de l'entreprise sur la vente des panneaux solaires produits.

On décide de modéliser l'évolution du bénéfice de l'entreprise, exprimé en centaine d'euros, par la fonction f définie ci-dessous :

$$f(x) = -2x^2 + 90x - 400, \quad \text{pour } x \in [15 ; 30].$$

1. $f'(x) = -2 \times 2x + 90 \times 1 - 0 = -4x + 90$.
2. On résout l'équation :

$$\begin{aligned} -4x + 90 &= 0 \\ -4x + \cancel{90} - \cancel{90} &= 0 - 90 \\ \frac{\cancel{-4}x}{\cancel{-4}} &= \frac{-90}{-4} \\ x &= 22,5. \end{aligned}$$

$a = -4$, a est $\ominus$donc le signe est de la forme $\boxed{+ \ \phi \ -}$

On a donc le tableau :

x	15		22.5		30
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$	500	↗	612.5	↘	500

3. Le bénéfice est maximal quand $x = 22,5$, donc quand on produit $22,5 \times 100 = 2250$ panneaux solaires.

   Comme le bénéfice est exprimé en centaines d'euros, et que $f(22,5) = 612,5$, ce bénéfice maximal est de $612,5 \times 100 = 61250$ €.