

Devoir surveillé n°4

- Le soin, la rédaction et l'orthographe seront pris en compte dans l'évaluation des copies.
- On demande aux élèves de rendre le sujet du devoir avec leur copie.

Exercice 1

5 points

Une entreprise appelle des personnes par téléphone pour leur vendre un produit.

- L'entreprise appelle chaque personne une première fois :
 - la probabilité que la personne ne décroche pas est égale à 0,6;
 - si la personne décroche, la probabilité qu'elle achète le produit est égale à 0,3.
- Si la personne n'a pas décroché au premier appel, on procède à un second appel :
 - la probabilité que la personne ne décroche pas est égale à 0,3;
 - si la personne décroche, la probabilité qu'elle achète le produit est égale à 0,2.
- Si une personne ne décroche pas au second appel, on cesse de la contacter.

On choisit une personne au hasard et on considère les événements suivants :

D_1 : « la personne décroche au premier appel »;

D_2 : « la personne décroche au deuxième appel »;

A : « la personne achète le produit ».

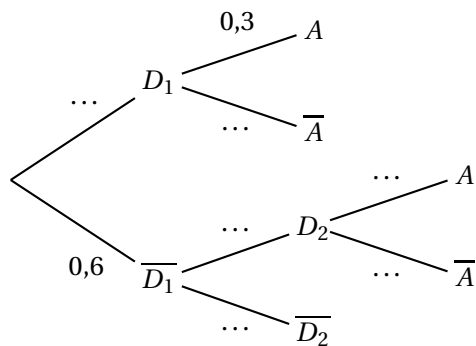
Partie A

1. **Recopier** et compléter l'arbre pondéré ci-contre.
2. Montrer que la probabilité de l'événement A est

$$P(A) = 0,204.$$

3. On sait que la personne a acheté le produit.

Quelle est la probabilité qu'elle ait décroché au premier appel? Arrondir le résultat au millièmes.



Partie B

On rappelle que, pour une personne donnée, la probabilité qu'elle achète le produit est égale à 0,204.

1. On considère un échantillon aléatoire de 30 personnes. On note X la variable aléatoire qui donne le nombre de personnes de l'échantillon qui achètent le produit.
 - (a) Déterminer la loi de X .
 - (b) Calculer la probabilité qu'exactement 6 personnes de l'échantillon achètent le produit. Arrondir le résultat au millième.
 - (c) Calculer l'espérance de la variable aléatoire X . Interpréter le résultat.
2. Soit n un entier naturel non nul.

On considère désormais un échantillon de n personnes.

Déterminer la plus petite valeur de n telle que la probabilité qu'au moins l'une des personnes de l'échantillon achète le produit soit supérieure ou égale à 0,99.

Exercice 2

5 points

La fonction f est définie sur \mathbb{R} par

$$f(x) = (x + 2)e^{-x}.$$

1. Prouver que pour tout réel x :

$$f'(x) = (-x - 1)e^{-x}.$$

2. Étudier le signe de f' et construire le tableau de variations de f .
3. Prouver que l'équation $f(x) = 2$ admet une unique solution α dans l'intervalle $[-2; -1]$.
4. Déterminer un encadrement de α au centième. **On ne demande aucune justification.**