Corrigé du devoir surveillé n°3

Exercice 1

1.

$$u_1 = 7 - u_0 = 7 - 3 = 4,$$
$$u_2 = 7 - u_1 = 7 - 4 = 3,$$
$$u_3 = 7 - u_2 = 7 - 3 = 4.$$

2.

$$u_1 = (u_0)^2 - u_0 - 1 = 3^2 - 3 - 1 = 5,$$
$$u_2 = (u_1)^2 - u_1 - 1 = 5^2 - 5 - 1 = 19,$$
$$u_3 = (u_2)^2 - u_2 - 1 = 19^2 - 19 - 1 = 341.$$

Exercice 2

1. Pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= \left((n+1)^2 - (n+1)\right) - \left(n^2 - n\right) \\ &= n^2 + 2n + 1 - n - 1 - n^2 + n \\ &= 2n. \end{aligned}$$

2. Comme $u_{n+1} - u_n = 2n$ et que $2n \geq 0$ pour tout $n \in \mathbb{N}$, la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est croissante.

Exercice 3

1. $u_1 = 1\,000 \times 1,05 = 1\,050$. C'est la somme sur le livret après 1 an.

   $u_2 = 1\,050 \times 1,05 = 1\,102,5$. C'est la somme sur le livret après 2 ans.

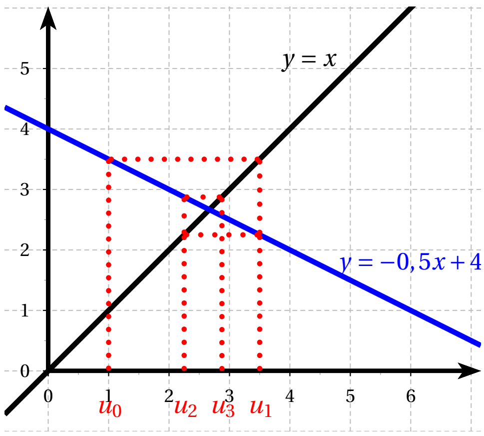
2. (a) La formule à entrer dans la cellule C2 est

   $\boxed{\text{=B2*1,05}}$

   (b) D'après la feuille de calcul, on aura 1 979,93 € sur le livret au bout de 14 ans, et 2 078,93 € au bout de 15 ans. C'est donc le 1er janvier 2040 que l'on dépassera les 2 000 €.

Exercice 4

La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est définie par $u_0 = 1$ et la relation de récurrence $u_{n+1} = -0,5u_n + 4$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.



La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ semble converger. Sa limite est l'abscisse du point d'intersection des deux droites. On l'obtient en résolvant l'équation :

$$x = -0,5x + 4 \qquad x + 0,5x = 4 \qquad 1,5x = 4 \qquad x = \frac{4}{1,5} = \frac{8}{3}.$$

Conclusion : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \frac{8}{3}$.