Mathématiques – Première spécialité

Corrigés des exercices

Table des matières

1 Le second degré : équations et paraboles

Dans chaque exercice, on note $\mathscr{S}$ l'ensemble des solutions des équations.

Exercice 1 1. On résout l'équation $x^2+2x=0$:
On factorise :

$$x(x+2)=0.$$

Un produit de facteurs est nul lorsque l'un des facteurs est nul, donc il y a deux possibilités :

$$\begin{aligned} x=0 \qquad \text{ou} \qquad & x+2=0 \\ & x+\cancel{2}\cancel{-2}=0-2 \\ & x=-2 \end{aligned}$$

Conclusion : l'équation a deux solutions : $x=0$ et $x=-2$. Autrement dit :

$$\mathscr{S}=\{0;-2\}.$$

2. On résout l'équation $x^2-16=0$:
On « isole » x^2 :

$$\begin{aligned} x^2-16&=0 \\ x^2-\cancel{16}\cancel{+16}&=0+16 \\ x^2&=16 \end{aligned}$$

Comme 16 est positif, il y a deux solutions :

$$x=\sqrt{16}=4 \qquad \text{ou} \qquad x=-\sqrt{16}=-4.$$

Conclusion :

$$\mathscr{S}=\{4;-4\}.$$

3. On résout l'équation $(2x-1)(x-5)=0$:

$$\begin{aligned} 2x-1&=0 && \text{ou} && x-5=0 \\ 2x-\cancel{1}\cancel{+1}&=0+1 && \text{ou} && x-\cancel{5}+\cancel{5}=0+5 \\ \frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}}&=\frac{1}{2} && \text{ou} && x=5 \\ x&=\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Conclusion :

$$\mathscr{S}=\left\{\frac{1}{2};5\right\}.$$

4. On résout l'équation $x^2+7=0$:

$$\begin{aligned} x^2+7&=0 \\ x^2+\cancel{7}\cancel{-7}&=0-7 \\ x^2&=-7 \end{aligned}$$

Il n'y a pas de solution, car un carré est positif (donc aucun nombre x ne peut avoir un carré égal à -7).
Conclusion :

$$\mathscr{S}=\emptyset.$$

(On rappelle que $\emptyset$ désigne l'ensemble vide : l'ensemble qui ne contient aucun élément.)

Exercice 2 Dans chaque cas, on note Δ le discriminant.

1. On résout l'équation $x^2-3x-4=0$:
   - $a=1$, $b=-3$, $c=-4$.
   - $\Delta=b^2-4ac=(-3)^2-4\times1\times(-4)=9+16=25$.
   - $\Delta>0$, donc il y a deux solutions :

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-3)-\sqrt{25}}{2\times1}=\frac{3-5}{2}=-1,$$
$$x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-(-3)+\sqrt{25}}{2}=\frac{3+5}{2}=4.$$

   Conclusion :

$$\mathscr{S}=\{-1;4\}.$$

2. On résout l'équation $2x^2-12x=-18$:
   On se ramène d'abord à la situation du cours (équation de la forme $ax^2+bx+c=0$) en « transposant -18 » :

$$2x^2-12x+18=-\cancel{18}+\cancel{18}$$
$$2x^2-12x+18=0$$