Corrigé du devoir surveillé n°1

Exercice 1

1. On résout les équations :

   (a) $x^2+3x-4=0$.
   - $a=1$, $b=3$, $c=-4$.
   - $\Delta = b^2-4ac = 3^2-4\times 1\times(-4) = 9+16 = 25$.
   - $\Delta > 0$, donc il y a deux solutions :

   $$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3-\sqrt{25}}{2\times 1} = \frac{-3-5}{2} = -4,$$
   $$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3+\sqrt{25}}{2} = \frac{-3+5}{2} = 1.$$

   Conclusion :
   $$\mathscr{S} = \{-4;1\}.$$

   (b) $2x^2-x+1=0$.
   - $a=2$, $b=-1$, $c=1$.
   - $\Delta = b^2-4ac = (-1)^2-4\times 2\times 1 = 1-8 = -7$.
   - $\Delta < 0$, donc il n'y a pas de solution.

   Conclusion :
   $$\mathscr{S} = \emptyset.$$

   (c) $x^2=5x$.
   On transpose et on factorise :
   $$x^2-5x=0 \qquad x(x-5)=0.$$
   Un produit de facteurs est nul lorsque l'un des facteurs est nul, donc il y a deux possibilités :
   $$x=0 \quad \text{ou} \quad x-5=0$$
   $$x=5$$
   Conclusion :
   $$\mathscr{S} = \{0;5\}.$$

2. On détermine les coordonnées du sommet de la parabole $P : y=-0,5x^2+x+6$.
   - $a=-0,5$, $b=1$, $c=6$.
   - On note S le sommet de P. D'après le cours
   $$x_S = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2\times(-0,5)} = -\frac{1}{-1} = 1.$$
   On en déduit
   $$y_S = -0,5\times 1^2+1+6 = 6,5.$$
   On a donc $S(1\ ;\ 6,5)$.

3. - $a<0$, car P est vers le bas.
   - $\Delta > 0$, car P coupe deux fois l'axe des abscisses, donc il y a deux racines.
   - Quand $x=0$, $y=a\times 0^2+b\times 0+c=c$, donc P coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées $(0;c)$. Et donc, d'après le graphique, $c>0$.

Exercice 2

1. La hauteur maximale de la balle est l'ordonnée du sommet S de la parabole d'équation $y = -0,03x^2 + 0,3x + 0,75$.
   - $a = -0,03$, $b = 0,3$, $c = 0,75$.
   - $$x_S = -\frac{b}{2a} = -\frac{0,3}{2\times(-0,03)} = -\frac{0,3}{-0,06} = 5 \quad \text{donc} \quad y_S = -0,03\times 5^2 + 0,3\times 5 + 0,75 = 1,5.$$

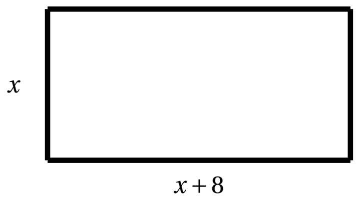
   La hauteur maximale de la balle est de 1,5 mètre.
2. Quand $x = 7$, $y = -0,03\times 7^2 + 0,3\times 7 + 0,75 = 1,38$. Or $1,38 > 1$, donc la balle passe au-dessus du filet.
3. Pour savoir où la balle retombe au sol, on résout l'équation $-0,03x^2 + 0,3x + 0,75 = 0$.
   - $a = -0,03$, $b = 0,3$, $c = 0,75$.
   - $\Delta = b^2 - 4ac = 0,3^2 - 4\times(-0,03)\times 0,75 = 0,18$.
   - $\Delta > 0$, donc il y a deux solutions :

   $$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-0,3-\sqrt{0,18}}{2\times(-0,03)} \approx 12,07,$$
   $$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-0,3+\sqrt{0,18}}{2\times(-0,03)} \approx -2,07.$$

   Bien sûr, c'est la solution positive qui nous intéresse : la balle retombe à 12,07 mètres du joueur.

Exercice 3

La longueur mesure 8 mètres de plus que la largeur, donc en notant x la largeur (en mètres), le problème se traduit par le schéma suivant



et par l'équation
$$x(x+8) = 513.$$
On développe et on transpose :
$$x^2 + 8x - 513 = 0.$$
Je ne détaille pas la résolution : on trouve deux racines, $x_1 = -27$, $x_2 = 19$. La première est à exclure, car x est une longueur; donc la largeur du rectangle est $x = 19$ m, sa longueur $x + 8 = 27$ m.