


## Devoir surveillé n°5

- Le soin, la rédaction et l'orthographe seront pris en compte dans l'évaluation des copies.
- On demande aux élèves de rendre le sujet du devoir avec leur copie.

### Exercice 1

**5 points**

Dans chaque cas, calculer la limite – de façon suffisamment détaillée. 

1.  $\lim_{x \rightarrow 0, x > 0} \left(1 - \frac{1}{x}\right) \left(1 + \frac{1}{x}\right).$
2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - 4x - 1).$
3.  $\lim_{x \rightarrow 4, x > 4} \frac{x}{-x+4}.$
4.  $\lim_{x \rightarrow 0, x < 0} e^{1/x}.$

### Exercice 2

**5 points**

La fonction  $f$  est définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$f(x) = \frac{2e^x}{e^x + 1}.$$

On note  $\mathcal{C}$  sa courbe représentative.

1. Prouver que

$$f'(x) = \frac{2e^x}{(e^x + 1)^2}$$

pour tout réel  $x$ , puis établir les variations de  $f$ .

2. Calculer la limite de  $f$  en  $-\infty$ . Interpréter en termes d'asymptote.
3. (a) Démontrer que pour tout réel  $x$  :

$$f(x) = \frac{2}{1 + e^{-x}}.$$

- (b) Calculer la limite de  $f$  en  $+\infty$ . Interpréter en termes d'asymptote.