

Devoir surveillé n°7

- Le soin, la rédaction et l'orthographe seront pris en compte dans l'évaluation des copies.
- On demande aux élèves de rendre le sujet du devoir avec leur copie.

Exercice 1

8 points

Les cinq questions sont indépendantes.

1. Résoudre l'équation

$$e^{2x} - 2 = 7.$$

Écrire la solution sous la forme du logarithme d'un nombre réel.

2. En utilisant le logarithme népérien, résoudre l'inéquation d'inconnue $n \in \mathbb{N}$:

$$0,95^n \leq 0,01.$$

3. (a) Résoudre l'équation différentielle

$$(E) \quad y' = 4y.$$

(b) Déterminer la solution de (E) vérifiant $y(1) = 5$.

4. Calculer

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(1 + xe^{-x}).$$

5. Résoudre l'inéquation

$$\ln x \leq 2.$$

Exercice 2

8 points

La fonction f est définie sur $]0; +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{1 + 2 \ln x}{x}.$$

1. Vérifier que $f(e^{1/2}) = 2e^{-1/2}$.
2. Prouver que pour tout $x \in]0; +\infty[$:

$$f'(x) = \frac{1 - 2 \ln x}{x^2}.$$

3. Construire le tableau de variations de f .
4. Calculer les limites de f en 0 et en $+\infty$. Compléter le tableau de variations dans la question précédente.

Exercice 3

4 points

En sortant du four, un plat est à la température de 100°C . On admet que la température du plat est ensuite donnée par une fonction g dépendant du temps t , exprimé en minutes, qui est solution de l'équation différentielle

$$(E) \quad y' + 0,04y = 0,8.$$

1. Déterminer l'expression de $g(t)$ en fonction de t .
2. Calculer la température du plat après 30 minutes. (Arrondir au degré.)
3. Après combien de temps le plat est-il à la température de 36°C ? (Arrondir à la minute.)