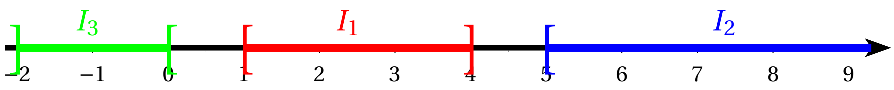
Corrigé du devoir surveillé n°2

Exercice 1

On représente $I_1 = [1;4]$, $I_2 = [5;+\infty[$ et $I_3 =]-2;0[$:



Exercice 2

1. $-5 \in \mathbb{N}$. FAUX

   Justification : -5 est négatif.

2. $2,021 \in \mathbb{Q}$. VRAI

   Justification n°1 : $2,021$ a quatre chiffres, donc il est décimal ; et donc il est rationnel d'après le cours ($\mathbb{D} \subset \mathbb{Q}$).

   Justification n°2 : $2,021 = \dfrac{2\,021}{1\,000}$, donc $2,021 \in \mathbb{Q}$ (il s'écrit comme le quotient de deux entiers).

3. $\dfrac{15}{4} \in \mathbb{D}$. VRAI

   Justification : $\dfrac{15}{4} = 3,75$. Il est décimal puisqu'il a trois chiffres.

4. $\dfrac{22}{9} \in \mathbb{D}$. FAUX

   Justification : On pose la division :

$$\begin{array}{rrr|l} & 2 & 2 & 9 \\ \cline{4-4} - & \underline{1} & \underline{8} & 2,4 \\ & 4 & 0 & \\ - & \underline{3} & \underline{6} & \\ & & 4 & \end{array}$$

   Comme on obtient deux fois de suite le même reste, ça va continuer indéfiniment.

   Conclusion : $\dfrac{22}{9} = 2,444\cdots$ n'est pas décimal, puisqu'il a une infinité de chiffres.

5. $4 \times 10^{-2} \in \mathbb{Q}$. VRAI

   Justification : $4 \times 10^{-2} = 0,04 = \dfrac{4}{100}$, donc $4 \times 10^{-2} \in \mathbb{Q}$.

Exercice 3

On écrit sous forme de fractions irréductibles :

$$\begin{aligned}
A &= \frac{3}{4} - \frac{1}{6} = \frac{3\times 3}{4\times 3} - \frac{1\times 2}{6\times 2} = \frac{9}{12} - \frac{2}{12} = \frac{7}{12}\\
B &= 4 - 3\times\frac{5}{6} = \frac{4\times 6}{6} - \frac{3\times 5}{6} = \frac{24}{6} - \frac{15}{6} = \frac{24-15}{6} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}\\
C &= \frac{6}{10}\times\frac{15}{8} = \frac{6\times 15}{10\times 8} = \frac{90}{80} = \frac{9}{8}
\end{aligned}$$

Exercice 4

On calcule :

$$\begin{aligned}
D &= \frac{2^7\times 2^5}{2^6\times 2^3} = \frac{2^{7+5}}{2^{6+3}} = \frac{2^{12}}{2^9} = 2^{12-9} = 2^3 = 8\\
E &= \frac{\left(5^3\right)^3}{5^4\times 5^3} = \frac{5^{3\times 3}}{5^{4+3}} = \frac{5^9}{5^7} = 5^{9-7} = 5^2 = 25
\end{aligned}$$

Exercice 4

On utilise les identités remarquables :

1. $F = 104^2 = (100+4)^2 = 100^2 + 2\times 100\times 4 + 4^2 = 10000 + 800 + 16 = 10816.$
2. $G = 81\times 79 = (80-1)(80+1) = 80^2 - 1^2 = 6400 - 1 = 6399.$

Exercice 6

1. Soient a, b deux nombres réels. On développe et on réduit grâce aux identités remarquables :

$$\begin{aligned}
(a+b)^2 - (a-b)^2 &= \left(a^2 + 2ab + b^2\right) - \left(a^2 - 2ab + b^2\right)\\
&= a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2\\
&= 4ab.
\end{aligned}$$

2. Pour écrire 52 comme la différence de deux carrés, il suffit de prendre $a = 13$ et $b = 1$ dans l'égalité de la question précédente. En effet, dans ce cas

$$(13+1)^2 - (13-1)^2 = 4\times 13\times 1,$$

soit

$$14^2 - 12^2 = 52.$$