

Devoir surveillé n°1

- Le soin, la rédaction et l'orthographe seront pris en compte dans l'évaluation des copies.
- On demande aux élèves de rendre le sujet du devoir avec leur copie.

Exercice 1

4 points

Une association organise une compétition sportive, 180 filles et 252 garçons se sont inscrits.

L'association désire répartir les inscrits en équipes mixtes, de telle manière que le nombre de filles et le nombre de garçons soit le même dans chaque équipe.

1. Déterminer le PGCD de 180 et 252 **en utilisant l'algorithme d'Euclide**.
2. Quel est le nombre maximal d'équipes que l'association peut former? Combien chacune des équipes compte-t-elle de membres dans ce cas?

Exercice 2

6 points

1. Décomposer 480 en produit de nombres premiers.
2. Prouver, **sans les énumérer tous**, que 480 admet 24 diviseurs positifs.
3. Un jardinier doit planter 480 arbustes, en n rangées égales contenant chacune au moins 10 arbustes. De combien de manières différentes peut-il le faire?

Exercice 3

3 points

1. Soit n un entier naturel. Développer et réduire :

$$3(5n + 7) - 5(3n + 4).$$

2. En déduire le PGCD de $5n + 7$ et de $3n + 4$.

Exercice 4

5 points

Lorsqu'on divise a par b , le reste est 8 et lorsqu'on divise $2a$ par b , le reste est 5.

1. Traduire l'énoncé par un système, en notant q et q' les quotients respectifs dans les divisions de a par b et de $2a$ par b .
2. En déduire que $11 = bq' - 2bq$.
3. Déterminer le nombre b , sachant qu'il s'agit d'un entier strictement plus grand que 1.

Exercice 5

2 points

Déterminer deux entiers naturels a, b tels que :

- $\text{PGCD}(a, b) = 12$;
- $\text{PPCM}(a, b) = 180$;
- aucun des deux nombres a et b ne vaut ni 12, ni 180.