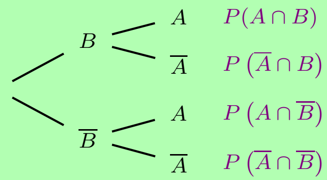
Probabilités

Arbre et proba conditionnelle

- événement contraire :
  $P\left(\overline{A}\right) = 1 - P(A)$
- formule des probabilités totales :
  $P(A) = P\left(A \cap B\right) + P\left(A \cap \overline{B}\right)$
- probabilité de B sachant A :
  $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$
- 

Dénombrement : choix de k éléments parmi n

- liste avec répétition (l'ordre compte) :
  n^k choix possibles
- liste sans répétition (l'ordre compte) :
  $\frac{n!}{(n-k)!}$ choix possibles
- liste sans répétition (l'ordre ne compte pas) :
  $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ choix possibles
  (combinaisons)

Variables aléatoires

Loi, espérance et variance

- loi de X :

x	x_1	x_2	$\cdots$	x_n
$P(X = x)$	p_1	p_2	$\cdots$	p_n

- espérance de X :
  $E(X) = p_1 \times x_1 + \cdots + p_n \times x_n$
- variance de X :
  $V(X) = p_1 \times (x_1 - E(X))^2 + \cdots + p_n \times (x_n - E(X))^2$
- écart-type de X :
  $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$
- inégalité de Bienaymé-Tchebychev :
  $P\left(|X - E(X)| \geq \epsilon\right) \leq \frac{V(X)}{\epsilon^2}$

Loi binomiale

- répétition de n épreuves indépendantes de Bernoulli de paramètre p
  (rédaction à connaître par ♥)
- X : nombre de succès
- pour tout entier $0 \leq k \leq n$:
  $P(X = k) = \binom{n}{k} \times p^k \times (1-p)^{n-k}$
- cas particulier :
  $P(X = 0) = (1-p)^n$
- $E(X) = n \times p$ $\qquad$ $V(X) = n \times p \times (1-p)$

Somme de V.A.

- linéarité de l'espérance :
  $E(aX + b) = aE(X) + b$
  $E\left(X_1 + \cdots + X_n\right) = E\left(X_1\right) + \cdots + E\left(X_n\right)$
- formules pour la variance (la 2e valable seulement si les X_i sont indép.) :
  $V(aX + b) = a^2 V(X)$
  $V\left(X_1 + \cdots + X_n\right) = V\left(X_1\right) + \cdots + V\left(X_n\right)$
- si les X_i sont indép. et ont la même loi d'espérance μ et de variance V :
  on pose $M_n = \frac{X_1 + \cdots + X_n}{n}$

  $E\left(M_n\right) = \mu$, $V\left(M_n\right) = \frac{V}{n}$
  $P\left(|M_n - \mu| \geq \epsilon\right) \leq \frac{V}{n\epsilon^2}$