Corrigé du devoir surveillé n°2

Exercice 1

On représente $I_1 = [1; 4]$, $I_2 = [5; +\infty[$ et $I_3 =]-2; 0[$:



Exercice 2

1. $-5 \in \mathbb{N}$. FAUX

Justification: –5 est strictement négatif.

2. $2,021 \in \mathbb{Q}$. VRAI

Justification n°1 : 2,021 a trois chiffres après la virgule, donc il est décimal; et donc il est rationnel d'après le cours $(\mathbb{D} \subset \mathbb{Q})$.

Justification n°2 : 2,021 = $\frac{2021}{1000}$, donc 2,021 $\in \mathbb{Q}$ (il s'écrit comme le quotient de deux entiers).

3. $\frac{15}{4} \in \mathbb{D}$. VRAI

Justification : $\frac{15}{4}$ = 3,75. Il est décimal puisqu'il a deux chiffres après la virgule.

4. $\frac{22}{9} \in \mathbb{D}$. FAUX

Justification: On pose la division:

$$\begin{array}{c|cccc}
2 & 2 & 9 \\
-1 & 8 & 2,4 \\
\hline
& 4 & 0 \\
-3 & 6 & 4
\end{array}$$

Comme on obtient deux fois le même reste, ça va continuer indéfiniment. Conclusion : $\frac{22}{9} = 2,444 \cdots$ n'est pas décimal, puisqu'il a une infinité de chiffres.

5. $4 \times 10^{-2} \in \mathbb{Q}$. VRAI

Justification : $4 \times 10^{-2} = 0,04 = \frac{4}{100}, \text{ donc } 4 \times 10^{-2} \in \mathbb{Q}.$

Exercice 3

On écrit sous forme de fractions irréductibles :

$$A = \frac{3}{4} - \frac{1}{6} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} - \frac{1 \times 2}{6 \times 2} = \frac{9}{12} - \frac{2}{12} = \frac{7}{12}$$

$$B = 4 - 3 \times \frac{5}{6} = \frac{4 \times 6}{6} - \frac{3 \times 5}{6} = \frac{24}{6} - \frac{15}{6} = \frac{24 - 15}{6} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

$$C = \frac{6}{10} \times \frac{15}{8} = \frac{6 \times 15}{10 \times 8} = \frac{90}{80} = \frac{9}{8}$$

Exercice 4

On calcule:

$$D = \frac{2^7 \times 2^5}{2^6 \times 2^3} = \frac{2^{7+5}}{2^{6+3}} = \frac{2^{12}}{2^9} = 2^{12-9} = 2^3 = 8$$

$$E = \frac{\left(5^3\right)^3}{5^4 \times 5^3} = \frac{5^{3 \times 3}}{5^{4+3}} = \frac{5^9}{5^7} = 5^{9-7} = 5^2 = 25$$

Exercice 4

On utilise les identités remarquables :

1.
$$F = 104^2 = (100 + 4)^2 = 100^2 + 2 \times 100 \times 4 + 4^2 = 10000 + 800 + 16 = 10816$$
.

2.
$$G = 81 \times 79 = (80 - 1)(80 + 1) = 80^2 - 1^2 = 6400 - 1 = 6399$$
.

Exercice 6

1. Soient *a*, *b* deux nombres réels. On développe et on réduit grâce aux identités remarquables :

$$(a+b)^{2} - (a-b)^{2} = (a^{2} + 2ab + b^{2}) - (a^{2} - 2ab + b^{2})$$
$$= a^{2} + 2ab + b^{2} - a^{2} + 2ab - b^{2}$$
$$= 4ab.$$

2. Pour écrire 52 comme la différence de deux carrés, il suffit de prendre a=13 et b=1 dans l'égalité de la question précédente. En effet, dans ce cas

$$(13+1)^2 - (13-1)^2 = 4 \times 13 \times 1$$
,

soit

$$14^2 - 12^2 = 52$$