Corrigé du devoir surveillé n°7

Sujet A

On considère la fonction f définie sur $[-2;3]$ par

$$f(x) = 0,5x^3 - 0,75x^2 - 3x + 1.$$

1.
$$f'(x) = 0,5 \times 3x^2 - 0,75 \times 2x - 3 \times 1 + 0 = 1,5x^2 - 1,5x - 3.$$

2. Pour prouver que
$$f'(x) = (3x+3)(0,5x-1),$$
on développe et on réduit le membre de droite :

$$\begin{aligned}(3x+3)(0,5x-1) &= 3x \times 0,5x + 3x \times (-1) + 3 \times 0,5x + 3 \times (-1)\\ &= 1,5x^2 - 3x + 1,5x - 3\\ &= 1,5x^2 - 1,5x - 3.\end{aligned}$$

On retombe bien sur l'expression de $f'(x)$ obtenue dans la question 1.

3. On étudie le signe de $f'(x) = (3x+3)(0,5x-1)$.

$3x+3=0$	$0,5x-1=0$
$3x+\cancel{3}-\cancel{3}=0-3$	$0,5x-\cancel{1}+\cancel{1}=0+1$
$\frac{\cancel{3}x}{\cancel{3}} = \frac{-3}{3}$	$\frac{0,5x}{0,5} = \frac{1}{0,5}$
$x=-1$	$x=2$
$a=3$ donc $\boxed{-\ 0\ +}$	$a=0,5$ donc $\boxed{-\ 0\ +}$

x	-2		-1		2		3
$3x+3$		$-$	0	$+$		$+$	
$0.5x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	↗	2.75	↘	-4	↗	-1.25

Sujet B

On considère la fonction g définie sur $[0;5]$ par

$$g(x) = -0,5x^3 + 3,75x^2 - 6x + 1.$$

1. $$g'(x) = -0,5 \times 3x^2 + 3,75 \times 2x - 6 \times 1 + 0 = -1,5x^2 + 7,5x - 6.$$

2. Pour prouver que
$$g'(x) = (-3x+3)(0,5x-2),$$
on développe et on réduit le membre de droite :

$$\begin{aligned}(-3x+3)(0,5x-2) &= (-3x) \times 0,5x + (-3x) \times (-2) + 3 \times 0,5x + 3 \times (-2)\\ &= -1,5x^2 + 6x + 1,5x - 6\\ &= -1,5x^2 + 7,5x - 6.\end{aligned}$$

On retombe bien sur l'expression de $g'(x)$ obtenue dans la question 1.

3. On étudie le signe de $g'(x) = (-3x+3)(0,5x-2)$.

$-3x+3=0$	$0,5x-2=0$
$-3x+\cancel{3}-\cancel{3}=0-3$	$0,5x-\cancel{2}+\cancel{2}=0+2$
$\frac{\cancel{-3}x}{\cancel{-3}} = \frac{-3}{-3}$	$\frac{\cancel{0,5}x}{\cancel{0,5}} = \frac{2}{0,5}$
$x=1$	$x=4$
$a=-3$ donc $\boxed{+\ \phi\ -}$	$a=0,5$ donc $\boxed{-\ \phi\ +}$

x	0		1		4		5
$-3x+3$		$+$	0	$-$		$-$	
$0.5x-2$		$-$		$-$	0	$+$	
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	1	↘	-1.75	↗	5	↘	2.25