

Devoir surveillé n°1

- Le soin, la rédaction et l'orthographe seront pris en compte dans l'évaluation des copies.
- On demande aux élèves de rendre le sujet du devoir avec leur copie.

Exercice 1

4 points

Calculer la dérivée de chacune des fonctions suivantes.

1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = (5x - 3)^4$.
2. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g(x) = e^{x^2 - x + 1}$.

Exercice 2

11 points

La fonction f est définie sur l'intervalle $[0; 6]$ par

$$f(x) = (4x - 2)e^{-x}.$$

On note \mathcal{C} sa courbe représentative.

1. (a) Prouver que pour tout $x \in [0; 6]$:

$$f'(x) = (-4x + 6)e^{-x}.$$

- (b) Construire le tableau de variations de f . On ne demande pas de compléter l'extrémité des flèches.

2. On admet que

$$f''(x) = (4x - 10)e^{-x}$$

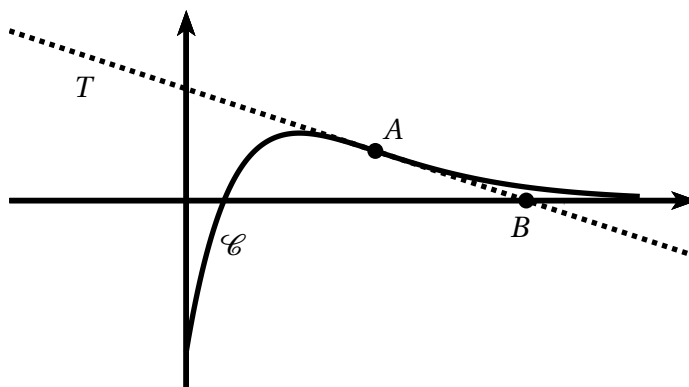
pour tout $x \in [0; 6]$.

- (a) En utilisant ce résultat, déterminer les intervalles où f est convexe et ceux où elle est concave.

- (b) On note A le point d'inflexion. Prouver que la tangente T à la courbe \mathcal{C} au point A a pour équation

$$y = -4e^{-2,5}x + 18e^{-2,5}.$$

- (c) Sur la figure ci-dessous, on a tracé la courbe \mathcal{C} et la tangente T au point A . Cette tangente coupe l'axe des abscisses en B . On a volontairement effacé les graduations sur les axes.



Déterminer par le calcul les coordonnées du point B .

Exercice 3

5 points

Un mobile se déplace sur un axe $[Ox)$ gradué en cm. On observe son déplacement pendant une durée de 6 secondes.

Sa position sur l'axe est donnée en fonction du temps t (en s), par la fonction

$$f(t) = \frac{1}{3}t^3 - 4t^2 + 12t.$$

1. Étudier les variations de f sur $[0;6]$.
2. Décrire en quelques lignes le mouvement du mobile sur son axe.
3. Quelle est la vitesse du mobile lorsqu'il retourne au point O ?