



Trabajo Práctico 1

Especificación y WP

30 de octubre de 2023

Algoritmos y Estructuras de Datos

Grupo CEFJ

Integrante	LU	Correo electrónico
Guzmán, Fernanda	756/21	mfguz22@gmail.com
Miyasaki, Camila	1063/22	camimiyasaki@gmail.com
Mastroiaco, Joel	1075/22	joelmastroiaco@gmail.com
Hung, Esteban	524/23	eh00ubaexactas@gmail.com



Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires

Ciudad Universitaria - (Pabellón I/Planta Baja)

Intendente Güiraldes 2610 - C1428EGA

Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Rep. Argentina

Tel/Fax: (+54 +11) 4576-3300

<https://exactas.uba.ar>

1. Especificación

1.1. hayBallotage

```
proc hayBallotage (in escrutinio : seq(Z)) : Bool
  requiere {escrutinioValido(escrutinio)}
  asegura {res = True  $\leftrightarrow$   $\neg$ triunfoDirecto(escrutinio)  $\wedge$   $\neg$ diferenciaVictoriosa(escrutinio)}

pred triunfoDirecto (escrutinio : seq(Z)) {
  ( $\exists i : \mathbb{Z}$ ) ( $0 \leq i < |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L (\forall j : \mathbb{Z}) (0 \leq j < |\text{escrutinio}| - 1 \wedge i \neq j \rightarrow_L \text{escrutinio}[i] > \text{escrutinio}[j] \wedge \text{porcentajeVotos}(\text{escrutinio}[i], \text{escrutinio}) > 45)$ )
}

pred diferenciaVictoriosa (escrutinio : seq(Z)) {
  ( $\exists i : \mathbb{Z}$ ) ( $0 \leq |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L \text{porcentaje}(\text{escrutinio}[i], \text{escrutinio}) > 40 \wedge \text{porcentaje}(\text{escrutinio}[i], \text{escrutinio}) \leq 45 \wedge (\exists j : \mathbb{Z}) (0 \leq j < |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L i \neq j \wedge (\text{porcentaje}(\text{escrutinio}[i], \text{escrutinio}) - \text{porcentaje}(\text{escrutinio}[j], \text{escrutinio})) \leq 10)$ )
}

pred escrutinioValido (escrutinio : seq(Z)) {
  sonTodosDistintos(escrutinio)  $\wedge$   $|\text{escrutinio}| \geq 3 \wedge \text{sonTodosPositivos}(\text{escrutinio})$ 
}

pred sonTodosDistintos (escrutinio : seq(Z)) {
  ( $\forall i, j : \mathbb{Z}$ ) ( $0 \leq i, j < |\text{escrutinio}| \rightarrow_L (\text{escrutinio}[i] = \text{escrutinio}[j] \rightarrow i = j)$ )
}

pred sonTodosPositivos (escrutinio : seq(Z)) {
  ( $\forall i : \mathbb{Z}$ ) ( $0 \leq i < |\text{escrutinio}| \rightarrow_L \text{escrutinio}[i] \geq 0$ )
}

aux porcentaje (votos : Z, escrutinio : seq(Z)) : Z = votos div votosTotales(escrutinio) * 100;

aux votosTotales (escrutinio : seq(Z)) : Z =  $\sum_{i=0}^{|\text{escrutinio}|-1} \text{escrutinio}[i]$ ;
```

1.2. hayFraude

```
proc hayFraude (in escrutinioPresidencial : seq(Z), in escrutinioSenadores : seq(Z), in escrutinioDiputados : seq(Z)) : Bool
  requiere {escrutinioValido(escrutinioPresidencial)  $\wedge$  escrutinioValido(escrutinioSenadores)  $\wedge$  escrutinioValido(escrutinioDiputados)  $\wedge$   $|\text{escrutinioPresidencial}| = |\text{escrutinioSenadores}| = |\text{escrutinioDiputados}|$ }
  asegura {res = True  $\leftrightarrow$  votosTotales(escrutinioPresidencial)  $\neq$  votosTotales(escrutinioSenadores)  $\vee$  votosTotales(escrutinioSenadores)  $\neq$  votosTotales(escrutinioDiputados)}
```

1.3. obtenerSenadoresEnProvincia

```
proc obtenerSenadoresEnProvincia (in escrutinio : seq(Z)) : Z  $\times$  Z
  requiere {escrutinioValido(escrutinio)}
  asegura {( $\exists i, j : \mathbb{Z}$ ) ( $0 \leq i, j < |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L i \neq j \wedge_L \text{idPrimero}(\text{escrutinio}, \text{escrutinio}[i], i) \wedge_L \text{idSegundo}(\text{escrutinio}, \text{escrutinio}[j], j, i) \wedge_L i = \text{res}_0 \wedge_L j = \text{res}_1$ )}
```

```
pred esIdPrimero (escrutinio : seq(Z), escrutinio[i] : Z, i : Z) {
  ( $\forall j : \mathbb{Z}$ ) ( $0 \leq j < |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L i \neq j \rightarrow_L \text{escrutinio}[i] > \text{escrutinio}[j]$ )
}

pred esIdSegundo (escrutinio : seq(Z), escrutinio[j] : Z, j : Z, i : Z) {
  ( $\forall k : \mathbb{Z}$ ) ( $0 \leq k < |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L k \neq j \wedge_L k \neq i \rightarrow_L \text{escrutinio}[j] > \text{escrutinio}[k]$ )
}
```

1.4. calcularDHondtEnProvincia

```

proc calcularDHondtEnProvincia (in cantBancas :  $\mathbb{Z}$ , in escrutinio :  $\text{seq}\langle\mathbb{Z}\rangle$ ) :  $\text{seq}\langle\text{seq}\langle\mathbb{Z}\rangle\rangle$ 
  requiere {escrutinioValido(escrutinio)  $\wedge$  cantBancas > 0  $\wedge$  ( $\exists i : \mathbb{Z}$ ) ( $0 \leq i < |\text{escrutinio}| - 1$ )  $\wedge_L$  porcentajeVotos(escrutinio[i], escrutinio) > 3}
  asegura
    {tamanoDHont(cantBancas, escrutinio, res)  $\wedge$  cocientesQueSuperanUmbral(cantBancas, escrutinio, res)  $\wedge$ 
      cocientesQueNoSuperanUmbral(escrutinio, res)  $\wedge$  sonCocientesDistintos(res)}
```

```

pred tamanoDHont (cantBancas :  $\mathbb{Z}$ , escrutinio :  $\text{seq}\langle\mathbb{Z}\rangle$ , res :  $\text{seq}\langle\mathbb{Z}\rangle$ ) {
  |res| = |escrutinio| - 1  $\wedge$  ( $\forall i : \mathbb{Z}$ ) ( $0 \leq i < |\text{res}[i]| \rightarrow \text{res}[i] = \text{cantBancas}$ )
}

pred cocientesQueSuperanUmbral (cantBancas :  $\mathbb{Z}$ , escrutinio :  $\text{seq}\langle\mathbb{Z}\rangle$ , res :  $\text{seq}\langle\text{seq}\langle\mathbb{Z}\rangle\rangle$ ) {
  ( $\forall i : \mathbb{Z}$ ) ( $0 \leq i < |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L \text{porcentajeVotos}(\text{escrutinio}[i], \text{escrutinio}) > 3 \rightarrow_L (\forall j : \mathbb{Z})$  ( $0 \leq j < \text{cantBancas} \rightarrow_L \text{res}[i][j] = \text{escrutinio}[i] \text{div}(j + 1)$ ))
}

pred cocientesQueNoSuperanUmbral (cantBancas :  $\mathbb{Z}$ , escrutinio :  $\text{seq}\langle\mathbb{Z}\rangle$ , res :  $\text{seq}\langle\text{seq}\langle\mathbb{Z}\rangle\rangle$ ) {
  ( $\forall i : \mathbb{Z}$ ) ( $0 \leq i < |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L \text{porcentajeVotos}(\text{escrutinio}[i], \text{escrutinio}) \leq 3 \rightarrow_L (\forall j : \mathbb{Z})$  ( $0 \leq j < \text{cantBancas} \rightarrow_L \text{res}[i][j] = 0$ ))
}

pred sonCocientesDistintos (res :  $\text{seq}\langle\text{seq}\langle\mathbb{Z}\rangle\rangle$ ) {
  ( $\forall i, k : \mathbb{Z}$ ) ( $0 \leq i, k < \text{filas}(\text{res}) \wedge (\forall j, l : \mathbb{Z})$  ( $0 \leq j, l < \text{columnas}(\text{res}) \wedge i \neq k \vee j \neq l \rightarrow_L \text{res}[i][j] \neq \text{res}[k][l]$ ))
}

aux filas (m :  $\text{seq}\langle\text{seq}\langle\mathbb{Z}\rangle\rangle$ ) :  $\mathbb{Z} = |m|$ ;
aux columnas (m :  $\text{seq}\langle\text{seq}\langle\mathbb{Z}\rangle\rangle$ ) :  $\mathbb{Z} = \text{if } \text{filas}(m) > 0 \text{ then } |m[0]| \text{ else } 0 \text{ fi}$ ;
```

1.5. obtenerDiputadosEnProvincia

```

proc obtenerDiputadosEnProvincia (in cantBancas :  $\mathbb{Z}$ , in escrutinio :  $\text{seq}\langle\mathbb{Z}\rangle$ , in dHont :  $\text{seq}\langle\text{seq}\langle\mathbb{Z}\rangle\rangle$ ) :  $\text{seq}\langle\mathbb{Z}\rangle$ 
  requiere {escrutinioValido(escrutinio)  $\wedge$  filas(dHont) = |escrutinio| - 1  $\wedge$  columnas(dHont) =
    cantBancas  $\wedge_L$  cocientesQueSuperanUmbral(cantBancas, escrutinio, dHont)  $\wedge$ 
    cocientesQueNoSuperanUmbral(cantBancas, escrutinio, dHont)  $\wedge$  sonCocientesDistintos(dHont)}
```

```

  asegura {|res| = |escrutinio| - 1  $\wedge$  cantBancas =  $\sum_{k=0}^{|\text{res}|-1} \text{res}[k] \wedge_L (\exists i, j : \mathbb{Z})$  ( $0 \leq i < |\text{dHont}| \wedge_L 0 \leq j < |\text{dHont}[i]| \wedge_L \text{esUltimoCocienteEnBanca}(\text{dHont}, \text{dHont}[i][j], \text{res}) \wedge_L (\forall k : \mathbb{Z})$  ( $0 \leq k < |\text{res}| \rightarrow_L \text{res}[k] = \text{bancasObtenidas}(\text{dHont}, k, \text{dHont}[i][j])$ ))}
```

```

pred esUltimoCocienteEnBanca (dHont :  $\text{seq}\langle\text{seq}\langle\mathbb{Z}\rangle\rangle$ , ultCociente :  $\mathbb{Z}$ , res :  $\text{seq}\langle\mathbb{Z}\rangle$ ) {
  ( $\forall i : \mathbb{Z}$ ) ( $0 \leq i < |\text{res}| \rightarrow_L \text{esMenor}(\text{subseq}(\text{dHont}[i], 0, \text{res}[i]), \text{ultCociente}) \wedge \text{esMayor}(\text{subseq}(\text{dHont}[i], \text{res}[i], |\text{dHont}[i]|), \text{ultCociente})$ )
}

pred esMenor (cocientesConBanca :  $\text{seq}\langle\mathbb{Z}\rangle$ , ultCociente :  $\mathbb{Z}$ ) {
  ( $\forall i : \mathbb{Z}$ ) ( $0 \leq i < |\text{cocientesConBanca}| \rightarrow_L \text{cocientesConBanca}[i] \geq \text{ultCociente}$ )
}

pred esMayor (cocientesSinBanca :  $\text{seq}\langle\mathbb{Z}\rangle$ , ultCociente :  $\mathbb{Z}$ ) {
  ( $\forall i : \mathbb{Z}$ ) ( $0 \leq i < |\text{cocientesSinBanca}| \rightarrow_L \text{cocientesSinBanca}[i] \leq \text{ultCociente}$ )
}

aux bancasObtenidas (dHont :  $\text{seq}\langle\text{seq}\langle\mathbb{Z}\rangle\rangle$ , k :  $\mathbb{Z}$ , valorUltBanca :  $\mathbb{Z}$ ) :  $\mathbb{Z} =$ 
   $\sum_{j=0}^{\text{columnas}(\text{dHont})-1} \text{if } \text{dHont}[k][j] \geq \text{valorUltBanca} \text{ then } 1 \text{ else } 0 \text{ fi}$ ;
```

1.6. validarListasDiputadosEnProvincia

```

proc validarListasDiputadosEnProvincia (in cantBancas :  $\mathbb{Z}$ , in listas :  $\text{seq}(\text{seq}(\text{dni} : \mathbb{Z} \times \text{genero} : \mathbb{Z}))$ ) : Bool
  requiere {cantBancas  $\geq 0 \wedge |listas| \geq 0 \wedge \text{sonPersonasDiferentes}(listas) \wedge (\forall i, j : \mathbb{Z}) (0 \leq i < |listas| \wedge 0 \leq j < |listas[i]| \longrightarrow_L listas[i][j]_0 > 0 \wedge (listas[i][j]_1 = 1 \vee listas[i][j]_1 = 2))$ }
  asegura {res = True  $\leftrightarrow \text{mismaCantidad}(listas, cantBancas) \wedge \text{alternanciaDeGenero}(listas)$ }

pred sonPersonasDiferentes (listas :  $\text{seq}(\text{seq}(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}))$ ) {
  ( $\forall i : \mathbb{Z}) (0 \leq i < |listas| \longrightarrow_L (\forall j, k : \mathbb{Z}) (0 \leq j, k < |listas[i]| \wedge j \neq k \longrightarrow_L listas[i][j]_0 \neq listas[i][k]_0))$ )
}

pred mismaCantidad (listas :  $\text{seq}(\text{seq}(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}))$ , cantBancas :  $\mathbb{Z}$ ) {
  ( $\forall i : \mathbb{Z}) (0 \leq i < |listas| \longrightarrow_L |listas[i]| = cantBancas)$ )
}

pred alternanciaDeGeneros (listas :  $\text{seq}(\text{seq}(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}))$ ) {
  ( $\forall i, j : \mathbb{Z}) (0 \leq i < |listas| \wedge 0 \leq j < |listas[i]| - 1 \longrightarrow_L (listas[i][j]_1 = 1 \wedge listas[i][j+1]_1 = 2) \vee (listas[i][j]_1 = 2 \wedge listas[i][j+1]_1 = 1))$ )
}

```

2. Implementaciones y demostraciones de correctitud

2.1. Algoritmos

1. hayBallotage

```

1  i := 0;
2  votos_totales := 0;
3  max_votos := -1;
4  2do_max := -2;
5  j := 0;
6
7  while (i < escrutinio.size()) do
8    votos_totales := votos_totales + escrutinio[i]
9    i := i + 1
10 endwhile;
11 while (j < (escrutinio.size()-1)) do
12   votos := escrutinio[j]
13   if (votos > max_votos) then
14     2do_max := max_votos
15     max_votos := votos
16   else
17     if (votos > 2do_max) then
18       2do_max := votos
19     else
20       skip
21     endif;
22   endif;
23   j := j + 1
24 endwhile;
25
26 porcentaje_max := (max_votos div votos_totales) * 100;
27 porcentaje_2doMax := (2do_max div votos_totales) * 100;
28
29 res := not((porcentaje_max > 45) || ((porcentaje_max > 40) && ((porcentaje_max - porcentaje_2doMax) > 10)));

```

2. hayFraude

```
1 total_presidentes := 0;
2 total_senadores := 0;
3 total_diputados := 0;
4 i := 0;
5 res := true;
6
7 while (i < escrutinio.size()) do
8     total_presidentes := total_presidentes + escrutinio_presidentes[i]
9     total_senadores := total_senadores + escrutinio_senadores[i]
10    total_diputados := total_diputados + escrutinio_diputados[i]
11    i := i + 1
12 endwhile;
13
14 if (total_presidentes == total_senadores && total_senadores == total_disputados) then
15     res := false
16 else
17     skip
18 endif;
```

3. obtenerSenadoresProvincia

```
1
2 m := 1;
3 i := 0;
4 j := 1;
5
6 while (m < (escrutinio.size() - 1)) do
7     if (escrutinio[m] > escrutinio[i]) then
8         j := i;
9         i := m;
10    else
11        if (escrutinio[m] > escrutinio[j]) then
12            j := m;
13        else
14            skip
15        endif;
16    endif;
17    m := m + 1
18 endwhile;
19
20 res := (i, j)
```

4. validarListasDiputadosProvincia

```
1 i := 0;
2 res := true;
3 while (i < listas.size() && res = true) do
4     lista := listas[i]
5     j := 0
6     genero_anterior := 0
7
8     if (lista.size() != cant_bancas) then
9         res := false
10    else
11        skip
12    endif;
13
14    while (j < lista.size() && res = true) do
15        genero := lista[j][1]
16
17        if (genero == genero_anterior) then
18            res := false
19        else
```

```

20 |         skip
21 |
22 |     endif;
23 |     genero_anterior := genero
24 |     j := j + 1
25 | endwhile;
26 | i := i + 1
27 | endwhile;

```

2.2. Correctitud de algoritmos usando WP

1. hayFraude

Para que la prueba de correctitud del programa sea el correcto, hay que probar que:

- $\text{Pre} \longrightarrow \text{wp}(\text{código previo al ciclo}, P_c)$
- $P_c \longrightarrow \text{wp}(\text{ciclo}, Q_c)$
- $Q_c \longrightarrow \text{wp}(\text{código posterior al ciclo}, \text{Post})$

Elección de P_c , Q_c , B , I , f_v :

- $P_c \equiv |\text{escrutinioPresidencial}| = |\text{escrutinioSenadores}| = |\text{escrutinioDiputados}| \wedge i = 0 \wedge \text{totalPresidentes} = 0 \wedge \text{totalSenadores} = 0 \wedge \text{totalDiputados} = 0 \wedge \text{escrutinioValido}(\text{escrutinioPresidencial}) \wedge \text{escrutinioValido}(\text{escrutinioSenadores}) \wedge \text{escrutinioValido}(\text{escrutinioDiputados}) \wedge \text{res} = \text{True}$
- $Q_c \equiv |\text{escrutinioPresidencial}| = |\text{escrutinioSenadores}| = |\text{escrutinioDiputados}| \wedge \text{totalPresidentes} = \sum_{k=0}^{|\text{escrutinioPresidencial}|-1} \text{escrutinioPresidencial}[k] \wedge \text{totalSenadores} = \sum_{h=0}^{|\text{escrutinioSenadores}|-1} \text{escrutinioSenadores}[h] \wedge \text{totalDiputados} = \sum_{j=0}^{|\text{escrutinioDiputados}|-1} \text{escrutinioDiputados}[j] \wedge \text{res} = \text{True}$
- $B \equiv i < |\text{escrutinioPresidencial}|$
- $\neg B \equiv i \geq |\text{escrutinioPresidencial}|$
- $I \equiv |\text{escrutinioPresidencial}| = |\text{escrutinioSenadores}| = |\text{escrutinioDiputados}| \wedge \text{totalPresidentes} = \sum_{k=0}^{i-1} \text{escrutinioPresidencial}[k] \wedge \text{totalSenadores} = \sum_{h=0}^{i-1} \text{escrutinioSenadores}[h] \wedge \text{totalDiputados} = \sum_{j=0}^{i-1} \text{escrutinioDiputados}[j] \wedge_L 0 \leq i \leq |\text{escrutinioPresidencial}| \wedge \text{res} = \text{True}$
- $f_v \equiv |\text{escrutinioPresidencial}| - i$

Comienzo probando

- $\text{Pre} \longrightarrow \text{wp}(\text{código previo al ciclo}, P_c)$
 - a) Para esto calculo esta wp:
 $\text{wp}(\text{res} := \text{True}; i := 0; \text{totalPresidentes} := 0; \text{totalSenadores} := 0; \text{totalDiputados} := 0, P_c) \equiv \text{wp}(\text{res} := \text{True}; i := 0; \text{totalPresidentes} := 0; \text{totalSenadores} := 0, \text{wp}(\text{totalDiputados} := 0, P_c))$
 - b) Calculamos $\text{wp}(\text{totalDiputados} := 0, P_c)$:
 $\text{wp}(\text{totalDiputados} := 0,$
 $|\text{escrutinioPresidencial}| = |\text{escrutinioSenadores}| = |\text{escrutinioDiputados}| \wedge i = 0 \wedge \text{totalPresidentes} = 0 \wedge \text{totalSenadores} = 0 \wedge \text{totalDiputados} = 0 \wedge \text{escrutinioValido}(\text{escrutinioPresidencial}) \wedge \text{escrutinioValido}(\text{escrutinioSenadores}) \wedge \text{escrutinioValido}(\text{escrutinioDiputados}) \wedge \text{res} = \text{True}) \equiv$
 $\text{def}(0) \wedge_L |\text{escrutinioPresidencial}| = |\text{escrutinioSenadores}| = |\text{escrutinioDiputados}| \wedge i = 0 \wedge \text{totalPresidentes} = 0 \wedge \text{totalSenadores} = 0 \wedge 0 = 0 \wedge \text{escrutinioValido}(\text{escrutinioPresidencial}) \wedge \text{escrutinioValido}(\text{escrutinioSenadores}) \wedge \text{escrutinioValido}(\text{escrutinioDiputados}) \wedge \text{res} = \text{True} \equiv$
 $|\text{escrutinioPresidencial}| = |\text{escrutinioSenadores}| = |\text{escrutinioDiputados}| \wedge i = 0 \wedge \text{totalPresidentes} = 0 \wedge \text{totalSenadores} = 0 \wedge \text{escrutinioValido}(\text{escrutinioPresidencial}) \wedge \text{escrutinioValido}(\text{escrutinioSenadores}) \wedge \text{escrutinioValido}(\text{escrutinioDiputados}) \wedge \text{res} = \text{True} \equiv E_1$

- c) Calculamos $\text{wp}(\text{res} := \text{True}; i := 0; \text{totalPresidentes} := 0; \text{totalSenadores} := 0, E_1)$:
 $\text{wp}(\text{res} := \text{True}; i := 0; \text{totalPresidentes} := 0, \text{wp}(\text{totalSenadores} := 0, E_1))$
 Calculo $\text{wp}(\text{totalSenadores} := 0, E_1) \equiv$
 $\text{def}(0) \wedge_L |\text{escrutinioPresidencial}| = |\text{escrutinioSenadores}| = |\text{escrutinioDiputados}| \wedge i =$
 $0 \wedge \text{totalPresidentes} = 0 \wedge 0 = 0 \wedge \text{escrutinioValido}(\text{escrutinioPresidencial}) \wedge$
 $\text{escrutinioValido}(\text{escrutinioSenadores}) \wedge \text{escrutinioValido}(\text{escrutinioDiputados}) \wedge \text{res} = \text{True} \equiv$
 $|\text{escrutinioPresidencial}| = |\text{escrutinioSenadores}| = |\text{escrutinioDiputados}| \wedge i = 0 \wedge \text{totalPresidentes} =$
 $0 \wedge \text{escrutinioValido}(\text{escrutinioPresidencial}) \wedge \text{escrutinioValido}(\text{escrutinioSenadores}) \wedge$
 $\text{escrutinioValido}(\text{escrutinioDiputados}) \wedge \text{res} = \text{True} \equiv E_2$
- d) Calculamos $\text{wp}(\text{res} := \text{True}; i := 0; \text{totalPresidentes} := 0, E_2)$:
 $\text{wp}(\text{res} := \text{True}; i := 0, \text{wp}(\text{totalPresidentes} := 0, E_2))$
 Calculo $\text{wp}(\text{totalPresidentes} := 0, E_2) \equiv$
 $\text{def}(0) \wedge_L |\text{escrutinioPresidencial}| = |\text{escrutinioSenadores}| = |\text{escrutinioDiputados}| \wedge i = 0 \wedge 0 =$
 $0 \wedge \text{escrutinioValido}(\text{escrutinioPresidencial}) \wedge \text{escrutinioValido}(\text{escrutinioSenadores}) \wedge$
 $\text{escrutinioValido}(\text{escrutinioDiputados}) \wedge \text{res} = \text{True} \equiv$
 $|\text{escrutinioPresidencial}| = |\text{escrutinioSenadores}| = |\text{escrutinioDiputados}| \wedge i =$
 $0 \wedge \text{escrutinioValido}(\text{escrutinioPresidencial}) \wedge \text{escrutinioValido}(\text{escrutinioSenadores}) \wedge$
 $\text{escrutinioValido}(\text{escrutinioDiputados}) \wedge \text{res} = \text{True} \equiv E_3$
- e) Calculamos $\text{wp}(\text{res} := \text{True}; i := 0, E_3)$: $\text{wp}(\text{res} := \text{True}, \text{wp}(i := 0, E_3))$
 Calculo $\text{wp}(i := 0, E_3) \equiv \text{def}(0) \wedge_L |\text{escrutinioPresidencial}| = |\text{escrutinioSenadores}| =$
 $|\text{escrutinioDiputados}| \wedge 0 = 0 \wedge \text{escrutinioValido}(\text{escrutinioPresidencial}) \wedge$
 $\text{escrutinioValido}(\text{escrutinioSenadores}) \wedge \text{escrutinioValido}(\text{escrutinioDiputados}) \wedge \text{res} = \text{True} \equiv$
 $|\text{escrutinioPresidencial}| = |\text{escrutinioSenadores}| =$
 $|\text{escrutinioDiputados}| \wedge \text{escrutinioValido}(\text{escrutinioPresidencial}) \wedge$
 $\text{escrutinioValido}(\text{escrutinioSenadores}) \wedge \text{escrutinioValido}(\text{escrutinioDiputados}) \wedge \text{res} = \text{True} \equiv E_4$
- f) Calculamos $\text{wp}(\text{res} := \text{True}, E_4)$:
 Calculo $\text{wp}(\text{res} := \text{True}, E_4) \equiv \text{def}(0) \wedge_L |\text{escrutinioPresidencial}| = |\text{escrutinioSenadores}| =$
 $|\text{escrutinioDiputados}| \wedge \text{escrutinioValido}(\text{escrutinioPresidencial}) \wedge$
 $\text{escrutinioValido}(\text{escrutinioSenadores}) \wedge \text{escrutinioValido}(\text{escrutinioDiputados}) \wedge \text{True} = \text{True} \equiv$
 $|\text{escrutinioPresidencial}| = |\text{escrutinioSenadores}| =$
 $|\text{escrutinioDiputados}| \wedge \text{escrutinioValido}(\text{escrutinioPresidencial}) \wedge$
 $\text{escrutinioValido}(\text{escrutinioSenadores}) \wedge \text{escrutinioValido}(\text{escrutinioDiputados}) \equiv E_0$
- Y como $\text{Pre} \equiv E_0, \text{Pre} \rightarrow_L E_0$
- $Q_c \rightarrow \text{wp}(\text{if} \dots \text{then} \dots \text{else} \dots \text{fi}, \text{Post})$
- a) Para esto calculo wp:
- $\text{wp}(\text{if} (\text{totalPresidentes} = \text{totalSenadores} \wedge \text{totalSenadores} = \text{totalDiputados}) \text{ then } \text{res} := \text{False} \text{ else skip}$
 $\text{endif}, \text{Post}) \equiv$
 $\text{def}(\text{totalPresidentes} = \text{totalSenadores} \wedge \text{totalSenadores} = \text{totalDiputados})$
 $\wedge_L (((\text{totalPresidentes} = \text{totalSenadores} \wedge \text{totalSenadores} = \text{totalDiputados}) \wedge \text{wp}(\text{res} := \text{False}, \text{Post})) \vee$
 $((\text{totalPresidentes} \neq \text{totalSenadores} \vee \text{totalSenadores} \neq \text{totalDiputados}) \wedge \text{wp}(\text{skip}, \text{Post}))) \equiv$
 $((\text{totalPresidentes} = \text{totalSenadores} \wedge \text{totalSenadores} = \text{totalDiputados}) \wedge \text{wp}(\text{res} :=$
 $\text{False}, \text{Post})) \vee ((\text{totalPresidentes} \neq \text{totalSenadores} \vee \text{totalSenadores} \neq \text{totalDiputados}) \wedge \text{wp}(\text{skip}, \text{Post}))$
- b) • $\text{wp}(\text{res} := \text{False}, \text{Post}) \equiv \text{def}(\text{False}) \wedge_L \text{Post}_{\text{False}}^{\text{res}} \equiv$
 $\text{False} = \text{True} \Leftrightarrow (\text{votosTotales}(\text{escrutinioPresidencial}) \neq \text{votosTotales}(\text{escrutinioSenadores}) \vee$
 $\text{votosTotales}(\text{escrutinioSenadores}) \neq \text{votosTotales}(\text{escrutinioDiputados}))^* \equiv$
 $\text{votosTotales}(\text{escrutinioPresidencial}) = \text{votosTotales}(\text{escrutinioSenadores}) \wedge$
 $\text{votosTotales}(\text{escrutinioSenadores}) = \text{votosTotales}(\text{escrutinioDiputados})$
 $^* \text{False} = \text{True}$ es False, entonces
 $\text{votosTotales}(\text{escrutinioPresidencial}) \neq \text{votosTotales}(\text{escrutinioSenadores}) \vee$
 $\text{votosTotales}(\text{escrutinioSenadores}) \neq \text{votosTotales}(\text{escrutinioDiputados})$ debe ser False, invierto
 desigualdad.

- $wp(\text{skip}, \text{Post}) \equiv$

$$\text{res} = \text{True} \Leftrightarrow (\text{votosTotales}(\text{escrutinioPresidencial}) \neq \text{votosTotales}(\text{escrutinioSenadores}) \vee \text{votosTotales}(\text{escrutinioSenadores}) \neq \text{votosTotales}(\text{escrutinioDiputados}))$$

- c) $wp(\text{if} \dots, \text{Post}) \equiv$

$$\begin{aligned} &(\text{totalPresidentes} = \text{totalSenadores} \wedge \text{totalSenadores} = \\ &\text{totalDiputados}) \wedge (\text{votosTotales}(\text{escrutinioPresidencial}) = \\ &\text{votosTotales}(\text{escrutinioSenadores}) \wedge \text{votosTotales}(\text{escrutinioSenadores}) = \\ &\text{votosTotales}(\text{escrutinioDiputados})) \vee (\text{totalPresidentes} \neq \text{totalSenadores} \vee \text{totalSenadores} \neq \\ &\text{totalDiputados}) \wedge (\text{res} = \text{True} \Leftrightarrow (\text{votosTotales}(\text{escrutinioPresidencial}) \neq \\ &\text{votosTotales}(\text{escrutinioSenadores}) \vee \text{votosTotales}(\text{escrutinioSenadores}) \neq \\ &\text{votosTotales}(\text{escrutinioDiputados}))) \equiv E_5 \end{aligned}$$

- d) Chequeo $Q_c \longrightarrow E_5$

$$\begin{aligned} Q_c \equiv &|\text{escrutinioPresidencial}| = |\text{escrutinioSenadores}| = |\text{escrutinioDiputados}| \wedge \text{totalPresidentes} = \\ &|\text{escrutinioPresidencial}| - 1 \\ &\sum_{k=0}^{\text{escrutinioPresidencial}[k]} \text{escrutinioPresidencial}[k] \wedge \text{totalSenadores} = \\ &|\text{escrutinioSenadores}| - 1 \\ &\sum_{h=0}^{\text{escrutinioSenadores}[h]} \text{escrutinioSenadores}[h] \wedge \text{totalDiputados} = \\ &|\text{escrutinioDiputados}| - 1 \\ &\sum_{j=0}^{\text{escrutinioDiputados}[j]} \text{escrutinioDiputados}[j] \wedge \text{res} = \text{True} \end{aligned}$$

(reemplazo sintáctico de las sumatorias por definición de de votosTotales, ya que los tamaños de cada escrutinio son iguales)

$$\begin{aligned} Q_c \equiv &|\text{escrutinioPresidencial}| = |\text{escrutinioSenadores}| = |\text{escrutinioDiputados}| \wedge \text{totalPresidentes} = \\ &\text{votosTotales}(\text{escrutinioPresidencial}) \wedge \text{totalSenadores} = \\ &\text{votosTotales}(\text{escrutinioSenadores}) \wedge \text{totalDiputados} = \text{votosTotales}(\text{escrutinioDiputados}) \wedge \text{res} = \text{True} \end{aligned}$$

Vemos si implica a E_5

$$\begin{aligned} &|\text{escrutinioPresidencial}| = |\text{escrutinioSenadores}| = |\text{escrutinioDiputados}| \wedge \text{totalPresidentes} = \\ &\text{votosTotales}(\text{escrutinioPresidencial}) \wedge \text{totalSenadores} = \text{votosTotales}(\text{escrutinioSenadores}) \wedge \\ &\text{totalDiputados} = \text{votosTotales}(\text{escrutinioDiputados}) \wedge \text{res} = \text{True} \longrightarrow_L \\ &((\text{totalPresidentes} = \text{totalSenadores} \wedge \text{totalSenadores} = \\ &\text{totalDiputados}) \wedge (\text{votosTotales}(\text{escrutinioPresidencial}) = \\ &\text{votosTotales}(\text{escrutinioSenadores}) \wedge \text{votosTotales}(\text{escrutinioSenadores}) = \\ &\text{votosTotales}(\text{escrutinioDiputados})) \vee ((\text{totalPresidentes} \neq \text{totalSenadores} \vee \text{totalSenadores} \neq \\ &\text{totalDiputados}) \wedge (\text{res} = \text{True} \Leftrightarrow (\text{votosTotales}(\text{escrutinioPresidencial}) \neq \\ &\text{votosTotales}(\text{escrutinioSenadores}) \vee \text{votosTotales}(\text{escrutinioSenadores}) \neq \\ &\text{votosTotales}(\text{escrutinioDiputados})))) \equiv \end{aligned}$$

(Asumo Q_c verdadero, analizo E_5 , reemplazo totalPresidentes, totalSenadores, totalDiputados y res por equicalente en el consecuente)

$$\begin{aligned} &((\text{votosTotales}(\text{escrutinioPresidencial}) = \\ &\text{votosTotales}(\text{escrutinioSenadores}) \wedge \text{votosTotales}(\text{escrutinioSenadores}) = \\ &\text{votosTotales}(\text{escrutinioDiputados})) \wedge (\text{votosTotales}(\text{escrutinioPresidencial}) = \\ &\text{votosTotales}(\text{escrutinioSenadores}) \wedge \text{votosTotales}(\text{escrutinioSenadores}) = \\ &\text{votosTotales}(\text{escrutinioDiputados}))) \vee ((\text{votosTotales}(\text{escrutinioPresidencial}) \neq \\ &\text{votosTotales}(\text{escrutinioSenadores}) \vee \text{votosTotales}(\text{escrutinioSenadores}) \neq \\ &\text{votosTotales}(\text{escrutinioDiputados})) \wedge (\text{True} = \text{True} \Leftrightarrow (\text{votosTotales}(\text{escrutinioPresidencial}) \neq \\ &\text{votosTotales}(\text{escrutinioSenadores}) \vee \text{votosTotales}(\text{escrutinioSenadores}) \neq \\ &\text{votosTotales}(\text{escrutinioDiputados})))) \end{aligned}$$

$$((\text{votosTotales}(\text{escrutinioPresidencial}) \neq \text{votosTotales}(\text{escrutinioSenadores}) \vee \text{votosTotales}(\text{escrutinioSenadores}) \neq \text{votosTotales}(\text{escrutinioDiputados}))) \text{ debe ser verdadero})$$

$$\begin{aligned} &((\text{votosTotales}(\text{escrutinioPresidencial}) = \\ &\text{votosTotales}(\text{escrutinioSenadores}) \wedge \text{votosTotales}(\text{escrutinioSenadores}) = \\ &\text{votosTotales}(\text{escrutinioDiputados})) \wedge \text{votosTotales}(\text{escrutinioPresidencial}) = \\ &\text{votosTotales}(\text{escrutinioSenadores}) \wedge \text{votosTotales}(\text{escrutinioSenadores}) = \\ &\text{votosTotales}(\text{escrutinioDiputados})) \vee ((\text{votosTotales}(\text{escrutinioPresidencial}) \neq \\ &\text{votosTotales}(\text{escrutinioSenadores}) \vee \text{votosTotales}(\text{escrutinioSenadores}) \neq \\ &\text{votosTotales}(\text{escrutinioDiputados})) \wedge (\text{votosTotales}(\text{escrutinioPresidencial}) \neq \\ &\text{votosTotales}(\text{escrutinioSenadores}) \vee \text{votosTotales}(\text{escrutinioSenadores}) \neq \end{aligned}$$

$votosTotales(escrutinioDiputados)))$

(Como $(p \wedge p) \vee (\neg p \vee \neg p)$ es tautologia, es igual a True)

$\text{True} \vee \text{True} \equiv \text{True} \checkmark$

■ $P_c \longrightarrow_L wp(\text{while}..., Q_c)$

Pruebo los 5 items para ver que el ciclo es valido

a) $P_c \longrightarrow I$

$res = \text{True} \wedge |\text{escrutinioPresidencial}| = |\text{escrutinioSenadores}| = |\text{escrutinioDiputados}| \wedge i = 0 \wedge \text{totalPresidentes} = 0 \wedge \text{totalSenadores} = 0 \wedge \text{totalDiputados} = 0 \wedge \text{escrutinioValido}(\text{escrutinioPresidencial}) \wedge \text{escrutinioValido}(\text{escrutinioDiputados}) \wedge \text{escrutinioValido}(\text{escrutinioSenadores}) \longrightarrow$

- $|\text{escrutinioPresidencial}| = |\text{escrutinioSenadores}| = |\text{escrutinioDiputados}| \checkmark$ (trivial)
- $0 \leq i \leq |\text{escrutinioPresidencial}| \checkmark$ (trivial)
- $\text{totalPresidentes} = \sum_{k=0}^{i-1} \text{escrutinioPresidencial}[k] \checkmark$ (porque la sumatoria es vacía y suma 0)
- $\text{totalSenadores} = \sum_{h=0}^{i-1} \text{escrutinioSenadores}[h] \checkmark$ (porque la sumatoria es vacía y suma 0)
- $\text{totalDiputados} = \sum_{j=0}^{i-1} \text{escrutinioDiputados}[j] \checkmark$ (porque la sumatoria es vacía y suma 0)
- $res = \text{True} \checkmark$ (trivial)

b) $I \wedge \neg B \longrightarrow Q_v$

- $|\text{escrutinioPresidencial}| = |\text{escrutinioSenadores}| = |\text{escrutinioDiputados}| \checkmark$ (lo afirma I)
- $\text{totalPresidentes} = \sum_{k=0}^{|\text{escrutinioPresidencial}|-1} \text{escrutinioPresidencial}[k] \checkmark$ (porque segun $I \wedge \neg B$ se que $i = |\text{escrutinioPresidencial}|$ y lo aplico a la definicion de totalPresidentes en I)
- $\text{totalSenadores} = \sum_{k=0}^{|\text{escrutinioPresidencial}|-1} \text{escrutinioPresidencial}[k] \checkmark$ (porque segun $I \wedge \neg B$ se que $i = |\text{escrutinioPresidencial}|$ y lo aplico a la definicion de totalSenadores en I)
- $\text{totalDiputados} = \sum_{k=0}^{|\text{escrutinioPresidencial}|-1} \text{escrutinioPresidencial}[k] \checkmark$ (porque segun $I \wedge \neg B$ se que $i = |\text{escrutinioPresidencial}|$ y lo aplico a la definicion de totalDiputados en I)
- $res = \text{True} \checkmark$ (lo afirma I)

c) $I \wedge f_v \leq 0 \longrightarrow \neg B$

$I \wedge f_v \leq 0 \equiv I \wedge |\text{escrutinioPresidencial}| - i \leq 0 \equiv I \wedge |\text{escrutinioPresidencial}| \leq i \equiv I \wedge \neg B \longrightarrow \neg B$

d) $\{I \wedge B\} S \{I\}$

Veo si $I \wedge B \longrightarrow wp(\text{totalPresidentes} := \text{totalPresidentes} + \text{escrutinioPresidencial}[i]; \text{totalSenadores} := \text{totalSenadores} + \text{escrutinioSenadores}[i]; \text{totalDiputados} := \text{totalDiputados} + \text{escrutinioDiputados}[i]; i := i + 1, I)$

1) $wp(i := i + 1, I) \equiv \text{def}(i + 1) \wedge_L I_{i+1}^i \equiv$

$|\text{escrutinioPresidencial}| = |\text{escrutinioSenadores}| = |\text{escrutinioDiputados}| \wedge$
 $0 \leq i + 1 < |\text{escrutinioPresidencial}| \wedge_L res = \text{True} \wedge \text{totalPresidentes} = \sum_{k=0}^i \text{escrutinioPresidencial}[k]$
 $\wedge \text{totalSenadores} = \sum_{h=0}^i \text{escrutinioSenadores}[h] \wedge \text{totalDiputados} = \sum_{j=0}^i \text{escrutinioDiputados}[j] \equiv E_6$

2) $wp(\text{totalDiputados} := \text{totalDiputados} + \text{escrutinioDiputados}[i], E_6) \equiv$

$\text{def}(\text{totalDiputados} + \text{escrutinioDiputados}[i]) \wedge_L E_{6_{\text{totalDiputados} + \text{escrutinioDiputados}[i]}}^{\text{totalDiputados}} \equiv$
 $|\text{escrutinioPresidencial}| = |\text{escrutinioSenadores}| = |\text{escrutinioDiputados}| \wedge$
 $0 \leq i + 1 < |\text{escrutinioPresidencial}| \wedge_L res = \text{True} \wedge$
 $\text{totalPresidentes} = \sum_{k=0}^i \text{escrutinioPresidencial}[k] \wedge \text{totalSenadores} = \sum_{h=0}^i \text{escrutinioSenadores}[h] \wedge$
 $\text{totalDiputados} + \text{escrutinioDiputados}[i] = \sum_{j=0}^i \text{escrutinioDiputados}[j] \equiv E_7$

- 3) $\text{wp}(\text{totalSenadores} := \text{totalSenadores} + \text{escrutinioSenadores}[i], E_7) \equiv$
 $\text{def}(\text{totalSenadores} + \text{escrutinioSenadores}[i]) \wedge_L E_7^{\text{totalSenadores}}_{\text{totalSenadores} + \text{escrutinioSenadores}[i]} \equiv$
 $|\text{escrutinioPresidencial}| = |\text{escrutinioSenadores}| = |\text{escrutinioDiputados}| \wedge$
 $0 \leq i + 1 < |\text{escrutinioPresidencial}| \wedge_L \text{res} = \text{True} \wedge \text{totalPresidentes} = \sum_{k=0}^i \text{escrutinioPresidencial}[k]$
 $\wedge \text{totalSenadores} + \text{escrutinioSenadores}[i] = \sum_{h=0}^i \text{escrutinioSenadores}[h] \wedge$
 $\text{totalDiputados} + \text{escrutinioDiputados}[i] = \sum_{j=0}^i \text{escrutinioDiputados}[j] \equiv E_8$
- 4) $\text{wp}(\text{totalPresidentes} := \text{totalPresidentes} + \text{escrutinioPresidencial}[i], E_8) \equiv$
 $\text{def}(\text{totalPresidentes} + \text{escrutinioPresidencial}[i]) \wedge_L E_8^{\text{totalPresidentes}}_{\text{totalPresidentes} + \text{escrutinioPresidencial}[i]} \equiv$
 $|\text{escrutinioPresidencial}| = |\text{escrutinioSenadores}| = |\text{escrutinioDiputados}| \wedge$
 $0 \leq i + 1 < |\text{escrutinioPresidencial}| \wedge_L \text{res} = \text{True} \wedge$
 $\text{totalPresidentes} + \text{escrutinioPresidencial}[i] = \sum_{k=0}^i \text{escrutinioPresidencial}[k] \wedge$
 $\text{totalSenadores} + \text{escrutinioSenadores}[i] = \sum_{h=0}^i \text{escrutinioSenadores}[h] \wedge$
 $\text{totalDiputados} + \text{escrutinioDiputados}[i] = \sum_{j=0}^i \text{escrutinioDiputados}[j] \equiv E_8$

(Con cada una de las sumatorias puedo aplicar la siguiente propiedad: $x + n = \sum_{i=0}^n i \Leftrightarrow x = \sum_{i=0}^n i - n$)

- $|\text{escrutinioPresidencial}| = |\text{escrutinioSenadores}| = |\text{escrutinioDiputados}| \wedge$
 $0 \leq i + 1 < |\text{escrutinioPresidencial}| \wedge_L \text{res} = \text{True} \wedge$
 $\text{totalPresidentes} = \sum_{k=0}^i \text{escrutinioPresidencial}[k] - \text{escrutinioPresidencial}[i] \wedge$
 $\text{totalSenadores} = \sum_{h=0}^i \text{escrutinioSenadores}[h] - \text{escrutinioSenadores}[i] \wedge$
 $\text{totalDiputados} = \sum_{j=0}^i \text{escrutinioDiputados}[j] - \text{escrutinioDiputados}[i] \equiv$
 $|\text{escrutinioPresidencial}| = |\text{escrutinioSenadores}| = |\text{escrutinioDiputados}| \wedge$
 $0 \leq i + 1 < |\text{escrutinioPresidencial}| \wedge_L \text{res} = \text{True} \wedge$
 $\text{totalPresidentes} = \sum_{k=0}^{i-1} \text{escrutinioPresidencial}[k][i] \wedge \text{totalSenadores} = \sum_{h=0}^{i-1} \text{escrutinioSenadores}[h] \wedge$
 $\text{totalDiputados} = \sum_{j=0}^{i-1} \text{escrutinioDiputados}[j] \equiv E_9$

Chequeamos $I \wedge B \longrightarrow E_9$

- $|\text{escrutinioPresidencial}| = |\text{escrutinioSenadores}| = |\text{escrutinioDiputados}| \checkmark$ (I afirma esto)
- $0 \leq i + 1 < |\text{escrutinioPresidencial}| \checkmark$ (I afirma que $0 \leq i + 1 < |\text{escrutinioPresidencial}|$ y B afirma que $i \leq |\text{escrutinioPresidencial}|$)
- $\text{totalPresidentes} = \sum_{k=0}^{i-1} \text{escrutinioPresidencial}[k][i] \checkmark$ (I afirma esto)
- $\text{totalSenadores} = \sum_{h=0}^{i-1} \text{escrutinioSenadores}[h] \checkmark$ (I afirma esto)
- $\text{totalDiputados} = \sum_{j=0}^{i-1} \text{escrutinioDiputados}[j] \checkmark$ (I afirma esto)
- $\text{res} = \text{True} \checkmark$ (I afirma esto)

- e) $\{I \wedge B \wedge v_0 = |\text{escrutinioPresidencial}| - i\} \text{ S } \{|\text{escrutinioPresidencial}| - i < v_0\}$
 Veo si $I \wedge B \wedge v_0 = |\text{escrutinioPresidencial}| - i \longrightarrow \text{wp}(\dots; i := i + 1, |\text{escrutinioPresidencial}| - i < v_0)$
- 1) $\text{wp}(i := i + 1, |\text{escrutinioPresidencial}| - i < v_0) \equiv$
 $\text{def}(i + 1) \wedge_L |\text{escrutinioPresidencial}| - i - 1 < v_0 \equiv |\text{escrutinioPresidencial}| - i < v_0 + 1 \equiv E_{10}$
 - 2) $\text{wp}(\text{totalDiputados} := \text{totalDiputados} + \text{escrutinioDiputados}[i], E_{10}) \equiv$
 $\text{def}(\text{totalDiputados} + \text{escrutinioDiputados}[i]) \wedge_L |\text{escrutinioPresidencial}| - i < v_0 + 1 \equiv$
 $|\text{escrutinioPresidencial}| - i < v_0 + 1 \equiv E_{11}$
 - 3) $\text{wp}(\text{totalSenadores} := \text{totalSenadores} + \text{escrutinioSenadores}[i], E_{11}) \equiv$
 $\text{def}(\text{totalSenadores} + \text{escrutinioSenadores}[i]) \wedge_L |\text{escrutinioPresidencial}| - i < v_0 + 1 \equiv$
 $|\text{escrutinioPresidencial}| - i < v_0 + 1 \equiv E_{12}$
 - 4) $\text{wp}(\text{totalPresidentes} := \text{totalPresidentes} + \text{escrutinioPresidencial}[i], E_{12}) \equiv$
 $\text{def}(\text{totalPresidentes} + \text{escrutinioPresidencial}[i]) \wedge_L |\text{escrutinioPresidencial}| - i < v_0 + 1 \equiv$
 $|\text{escrutinioPresidencial}| - i < v_0 + 1 \equiv E_{13}$
 - 5) $\text{wp}(\text{res} := \text{True}, E_{13}) \equiv$
 $\text{def}(\text{True}) \wedge_L |\text{escrutinioPresidencial}| - i < v_0 + 1 \equiv |\text{escrutinioPresidencial}| - i < v_0 + 1 \equiv E_{14}$

Veamos si vale la implicación:

$$I \wedge i < |\text{escrutinioPresidencial}| \wedge |\text{escrutinioPresidencial}| - i = v_0 \longrightarrow |\text{escrutinioPresidencial}| - i < v_0 + 1$$

(sí, porque $n = m \longrightarrow n < m + 1$)

De acuerdo a lo anterior, probamos:

- $\text{Pre} \longrightarrow \text{wp}(\text{código previo al ciclo}, P_c)$
- $P_c \longrightarrow \text{wp}(\text{ciclo}, Q_c)$
- $Q_c \longrightarrow \text{wp}(\text{código posterior al ciclo}, \text{Post})$

Al probar estas tres cosas, por colorario de monotonía, sabemos que $\text{Pre} \longrightarrow \text{wp}(\text{programa completo}, \text{Post})$ y, por lo tanto, el programa es correcto con respecto a la especificación.

2. obtenerSenadoresProvincia

Para que la prueba de correctitud del programa sea el correcto, hay que probar que:

- $\text{Pre} \longrightarrow \text{wp}(\text{código previo al ciclo}, P_c)$
- $P_c \longrightarrow \text{wp}(\text{ciclo}, Q_c)$
- $Q_c \longrightarrow \text{wp}(\text{código posterior al ciclo}, \text{Post})$

Elección de P_c, Q_c, B, I, f_v :

- $P_c \equiv \text{escrutinioValido}(\text{escrutinio}) \wedge m = 1 \wedge i = 0 \wedge j = 1$
- $Q_c \equiv m = |\text{escrutinio}| - 1 \wedge (\exists i, j : \mathbb{Z}) (0 \leq i, j < |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L i \neq$
 $j \wedge_L \text{idPrimero}(\text{escrutinio}, \text{escrutinio}[i], i) \wedge_L \text{idSegundo}(\text{escrutinio}, \text{escrutinio}[j], j, i))$
- $B \equiv m < |\text{escrutinio}| - 1$
- $\neg B \equiv m \geq |\text{escrutinio}| - 1$
- $I \equiv 1 \leq m < |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L i \neq j \wedge_L 0 \leq i, j < |\text{escrutinio}| - 1$
- $f_v \equiv |\text{escrutinio}| - m - 1$

Comienzo probando

- $\text{Pre} \longrightarrow \text{wp}(\text{código previo al ciclo}, P_c)$
 Para eso, hay que calcular el siguiente wp:
 $\text{wp}(S, P_c) \equiv \text{wp}(m := 1; i := 0; j := 1, P_c) \equiv \text{wp}(m := 1, \text{wp}(i := 0, \text{wp}(j := 1, P_c)))$
- a) Calculo $\text{wp}(j := 1, P_c)$:
 $\text{wp}(j := 1, P_c) \equiv \text{def}(1) \wedge_L \text{escrutinioValido}(\text{escrutinio}) \wedge m = 1 \wedge i = 0 \wedge 1 = 1 \equiv$
 $\text{escrutinioValido}(\text{escrutinio}) \wedge m = 1 \wedge i = 0 \equiv E_1$

b) Calculo $wp(i:= 0, E_1)$

$$wp(i:= 0, E_1) \equiv \text{def}(0) \wedge_L \text{escrutinioValido}(\text{escrutinio}) \wedge m = 1 \wedge 0 = 0 \equiv \\ \text{escrutinioValido}(\text{escrutinio}) \wedge m = 1 \equiv E_2$$

c) Calculo $wp(m:= 1, E_2)$

$$wp(m:= 1, E_2) \equiv \text{def}(1) \wedge_L \text{escrutinioValido}(\text{escrutinio}) \wedge 1 = 1 \equiv \\ \text{escrutinioValido}(\text{escrutinio}) \equiv E_3$$

Como $\text{Pre} \equiv E_3$, entonces se puede afirmar que $\text{Pre} \longrightarrow_L wp(S, P_c)$

■ $Q_c \longrightarrow wp(\text{código posterior al ciclo, Post})$

Para probarlo, hay que calcular el siguiente wp :

$$wp(S_2, \text{Post}) \equiv wp(\text{res}_0:= i; \text{res}_1:= j, \text{Post}) \equiv wp(\text{res}_0:= i, wp(\text{res}_1:= j, \text{Post}))$$

a) Calculo $wp(\text{res}_1:= j, \text{Post})$

$$wp(\text{res}_1:= j, \text{Post}) \equiv \text{def}(j) \wedge_L (\exists i, j : \mathbb{Z}) (0 \leq i, j < |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L i \neq \\ j \wedge_L \text{idPrimero}(\text{escrutinio}, \text{escrutinio}[i], i) \wedge_L \text{idSegundo}(\text{escrutinio}, \text{escrutinio}[j], j, i) \wedge_L i = \text{res}_0 \wedge_L j = j) \\ (\exists i, j : \mathbb{Z}) (0 \leq i, j < |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L i \neq \\ j \wedge_L \text{idPrimero}(\text{escrutinio}, \text{escrutinio}[i], i) \wedge_L \text{idSegundo}(\text{escrutinio}, \text{escrutinio}[j], j, i) \wedge_L i = \text{res}_0) \equiv E_4$$

b) Calculo $wp(\text{res}_0:= i, E_4)$

$$wp(\text{res}_0:= i, E_4) \equiv \text{def}(i) \wedge_L (\exists i, j : \mathbb{Z}) (0 \leq i, j < |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L i \neq \\ j \wedge_L \text{idPrimero}(\text{escrutinio}, \text{escrutinio}[i], i) \wedge_L \text{idSegundo}(\text{escrutinio}, \text{escrutinio}[j], j, i) \wedge_L i = i) \equiv \\ (\exists i, j : \mathbb{Z}) (0 \leq i, j < |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L i \neq \\ j \wedge_L \text{idPrimero}(\text{escrutinio}, \text{escrutinio}[i], i) \wedge_L \text{idSegundo}(\text{escrutinio}, \text{escrutinio}[j], j, i)) \equiv E_5$$

Como $Q_c \equiv E_5$, entonces se puede afirmar que $Q_c \longrightarrow wp(S_2, \text{Post})$

■ Probamos ahora la correctitud del ciclo

a) $P_c \longrightarrow I$

Recordar que $\text{escrutinioValido}(\text{escrutinio})$: $\text{sonTodosDistintos}(\text{escrutinio}) \wedge |\text{escrutinio}| \geq 3 \wedge \text{sonTodosPositivos}(\text{escrutinio})$

- Dado que $|\text{escrutinio}| \geq 3$ (por P_c) y $m = 1$ (por P_c), entonces se puede decir que $|\text{escrutinio}| \geq 3$ y $m = 1 \longrightarrow 1 \leq m < |\text{escrutinio}| - 1$
- Como $i = 0$ (por P_c) y $j = 1$ (por P_c) $\longrightarrow i \neq j$
- $0 \leq i, j < |\text{escrutinio}| - 1$ vale ya que la longitud del escrutinio es mayor estricta que 0

b) $\{I \wedge B\} S \{I\}$

Vemos si $(I \wedge B) \longrightarrow wp(S, I)$

Para eso hay que calcular $wp(S, I)$, es decir:

$$wp(\text{if } \text{escrutinio}[m] > \text{escrutinio}[i] \text{ then } (j = i, i = m) \text{ else } (\text{if } \text{escrutinio}[m] > \text{escrutinio}[j] \text{ then } j = m \text{ else } \\ \text{skip fi}) \text{ fi}; m = m + 1, I) \equiv$$

$$wp(\text{if } \text{escrutinio}[m] > \text{escrutinio}[i] \text{ then } (j = i, i = m) \text{ else } (\text{if } \text{escrutinio}[m] > \text{escrutinio}[j] \text{ then } j = m \text{ else } \\ \text{skip fi}) \text{ fi}, wp(m = m + 1, I))$$

- Es necesario calcular $wp(m = m + 1, I) \equiv$
 $wp(m = m + 1, I) \equiv \text{def}(m + 1) \wedge_L 1 \leq m + 1 < |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L i \neq j \wedge_L 0 \leq i, j < |\text{escrutinio}| - 1 \equiv$
 $1 \leq m + 1 < |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L i \neq j \wedge_L 0 \leq i, j < |\text{escrutinio}| - 1 \equiv E_6$
- Ahora calculamos:
 $wp(\text{if } (\text{escrutinio}[m] > \text{escrutinio}[i] \dots \text{skip fi}) \text{ fi}, E_6) \equiv$
 $\text{def}(\text{escrutinio}[m] > \text{escrutinio}[i]) \wedge_L ((\text{escrutinio}[m] > \text{escrutinio}[i] \wedge_L wp(j = i; i = m, E_6)) \vee$
 $(\text{escrutinio}[m] \leq \text{escrutinio}[i] \wedge_L wp(\text{if } \text{escrutinio}[m] > \text{escrutinio}[j] \text{ then } j = m \text{ else skip fi}, E_6))$

Para eso, hay que analizar las wp por separado:

$$1) \text{ wp}(j = i; i = m, E_6) \equiv \text{wp}(j = i, \text{wp}(i = m, E_6)) \equiv$$

o Calculo:

$$\text{wp}(i = m, E_6) \equiv \text{def}(m) \wedge_L 1 \leq m + 1 < |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L m \neq j \wedge_L 0 \leq m, j < |\text{escrutinio}| - 1 \equiv \\ 1 \leq m + 1 < |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L m \neq j \wedge_L 0 \leq m, j < |\text{escrutinio}| - 1 \equiv E_7$$

o Ahora sí, calculo:

$$\text{wp}(j = i, E_7) \equiv \text{def}(i) \wedge_L 1 \leq m + 1 < |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L m \neq i \wedge_L 0 \leq m, i < |\text{escrutinio}| - 1 \equiv \\ 1 \leq m + 1 < |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L m \neq i \wedge_L 0 \leq m, i < |\text{escrutinio}| - 1 \equiv E_8$$

Entonces:

$$\text{wp}(j = i; i = m, E_6) \equiv 1 \leq m + 1 < |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L m \neq i \wedge_L 0 \leq m, i < |\text{escrutinio}| - 1 \equiv E_8$$

$$2) \text{ wp}(\text{if } \text{escrutinio}[m] > \text{escrutinio}[j] \text{ then } j = m \text{ else skip fi}, E_6) \equiv$$

$$\text{def}(\text{escrutinio}[m] > \text{escrutinio}[j]) \wedge_L ((\text{escrutinio}[m] > \text{escrutinio}[j] \wedge_L \text{wp}(j = m, E_6)) \vee \\ (\text{escrutinio}[m] \leq \text{escrutinio}[j] \wedge_L \text{wp}(\text{skip}, E_6)))$$

o Calculo:

$$\text{wp}(j = m, E_6) \equiv \text{def}(m) \wedge 1 \leq m + 1 < |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L i \neq m \wedge_L 0 \leq i, m < |\text{escrutinio}| - 1 \equiv \\ 1 \leq m + 1 < |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L i \neq m \wedge_L 0 \leq i, m < |\text{escrutinio}| - 1$$

o Calculo:

$$\text{wp}(\text{skip}, E_6) \equiv E_6$$

Entonces:

$$\text{wp}(\text{if } \text{escrutinio}[m] > \text{escrutinio}[j] \text{ then } j = m \text{ else skip fi}, E_6) \equiv$$

$$\text{def}(\text{escrutinio}[m] > \text{escrutinio}[j]) \wedge_L ((\text{escrutinio}[m] > \text{escrutinio}[j] \wedge_L \text{wp}(j = m, E_6)) \vee \\ (\text{escrutinio}[m] \leq \text{escrutinio}[j] \wedge_L \text{wp}(\text{skip}, E_6))) \equiv$$

$$0 \leq m < |\text{escrutinio}| \wedge 0 \leq j < |\text{escrutinio}| \wedge_L ((\text{escrutinio}[m] > \text{escrutinio}[j] \wedge_L (1 \leq m + 1 < \\ |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L i \neq m \wedge_L 0 \leq i, m < |\text{escrutinio}| - 1)) \vee (\text{escrutinio}[m] \leq \text{escrutinio}[j] \wedge_L (1 \leq \\ m + 1 < |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L i \neq j \wedge_L 0 \leq i, j < |\text{escrutinio}| - 1)) \equiv E_9$$

$$\text{wp}(S, I) \equiv 0 \leq m < |\text{escrutinio}| \wedge_L 0 \leq i < |\text{escrutinio}| \wedge_L ((\text{escrutinio}[m] > \\ \text{escrutinio}[i] \wedge_L E_8) \vee (\text{escrutinio}[m] \leq \text{escrutinio}[i] \wedge_L E_9))$$

$$I \wedge B \longrightarrow \text{wp}(S, I)?$$

$$I \wedge B \equiv m < |\text{escrutinio}| - 1 \wedge 1 \leq m < |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L 0 \leq i, j < |\text{escrutinio}| - 1$$

- $m < |\text{escrutinio}| - 1 \wedge 1 \leq m < |\text{escrutinio}| - 1 \longrightarrow_L 1 \leq m < |\text{escrutinio}| - 1 \longrightarrow_L 0 \leq m < |\text{escrutinio}|$
- $0 \leq i < |\text{escrutinio}| - 1 \longrightarrow_L 0 \leq i < |\text{escrutinio}|$

1) Caso $\text{escrutinio}[m] > \text{escrutinio}[i]$:

$$\text{wp}(S, I) \equiv \text{True} \wedge_L \text{True} \wedge_L ((\text{True} \wedge_L E_8) \vee (\text{False} \wedge_L E_9)) \equiv E_8$$

- $1 \leq m + 1 < |\text{escrutinio}| - 1 \wedge 0 \leq m < |\text{escrutinio}| - 1 \longrightarrow_L 0 \leq m < |\text{escrutinio}| - 2 \longrightarrow_L 1 \leq m < |\text{escrutinio}| - 1 \checkmark$
- $0 \leq i < |\text{escrutinio}| - 1 \equiv 0 \leq i < |\text{escrutinio}| - 1 \checkmark$
- $m \neq i \equiv m \neq i \checkmark$

2) Caso $\text{escrutinio}[m] \leq \text{escrutinio}[i]$ y $\text{escrutinio}[m] > \text{escrutinio}[j]$:

$$\text{wp}(S, I) \equiv \text{True} \wedge_L \text{True} \wedge_L ((\text{False} \wedge_L E_8) \vee (\text{True} \wedge_L E_9)) \equiv E_9$$

Dentro de E_9 , vamos a focalizarnos en la primera rama, es decir en la parte verdadera según este caso:

- $0 \leq m < |\text{escrutinio}| \wedge_L 1 \leq m < |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L 0 \leq m < |\text{escrutinio}| - 1 \longrightarrow_L 1 \leq m < |\text{escrutinio}| - 1 \checkmark$
- $0 \leq i < |\text{escrutinio}| - 1 \equiv 0 \leq i < |\text{escrutinio}| - 1 \checkmark$
- $0 \leq j < |\text{escrutinio}| - 1 \longrightarrow 0 \leq j < |\text{escrutinio}| \checkmark$
- $i \neq m \equiv i \neq m \checkmark$

3) Caso $\text{escrutinio}[m] \leq \text{escrutinio}[i]$ y $\text{escrutinio}[m] \leq \text{escrutinio}[j]$:

$$\text{wp}(S, I) \equiv \text{True} \wedge_L \text{True} \wedge_L ((\text{False} \wedge_L E_8) \vee (\text{True} \wedge_L E_9)) \equiv E_9$$

Ahora, dentro del E_9 , vamos a focalizarnos en la otra parte, que para este caso sí es verdadera:

- $1 \leq m+1 < |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L 0 \leq m < |\text{escrutinio}| \longrightarrow_L 0 \leq m < |\text{escrutinio}| - 2 \longrightarrow_L 1 \leq m < |\text{escrutinio}| - 1 \checkmark$
- $0 \leq i < |\text{escrutinio}| - 1 \equiv 0 \leq i < |\text{escrutinio}| - 1 \checkmark$
- $0 \leq j < |\text{escrutinio}| - 1 \longrightarrow 0 \leq j < |\text{escrutinio}| \longrightarrow_L 0 \leq j < |\text{escrutinio}| - 1 \checkmark$
- $i \neq j \equiv i \neq j \checkmark$

Por lo tanto, la tripla de Hoare sí se cumple

c) $I \wedge \neg B \longrightarrow Q_c$

$$I \wedge \neg B \equiv m \geq |\text{escrutinio}| - 1 \wedge 1 \leq m < |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L i \neq j \wedge_L 0 \leq i, j < |\text{escrutinio}| - 1$$

- $m \geq |\text{escrutinio}| - 1 \wedge 1 \leq m < |\text{escrutinio}| - 1 \longrightarrow_L m = |\text{escrutinio}| - 1 \checkmark$
- $i \neq j \equiv i \neq j \checkmark$
- $0 \leq i, j < |\text{escrutinio}| - 1 \equiv 0 \leq i, j < |\text{escrutinio}| - 1 \checkmark$

d) $\{I \wedge B \wedge f_v = v_0\} S \{f_v \leq v_0\}$

Calculo:

$$\begin{aligned} \text{wp}(\text{if} \dots, |\text{escrutinio}| - m - 1) &\equiv (0 \leq m < |\text{escrutinio}| \wedge_L 0 \leq i < |\text{escrutinio}| \wedge_L ((\text{escrutinio}[m] > \\ \text{escrutinio}[i] \wedge_L \text{wp}(S_1, S_2, |\text{escrutinio}| - m - 1 < v_0 + 1)) \vee (\text{escrutinio}[m] \leq \text{escrutinio}[i] \wedge_L 0 \leq m < \\ |\text{escrutinio}| \wedge_L 0 \leq j < |\text{escrutinio}| \wedge_L |\text{escrutinio}| - m - 1 < v_0 + 1)) \equiv \\ (0 \leq m < |\text{escrutinio}| \wedge_L 0 \leq i < |\text{escrutinio}| \wedge_L ((\text{escrutinio}[m] > \text{escrutinio}[i] \wedge_L |\text{escrutinio}| - m - 1 < \\ v_0 + 1) \vee (\text{escrutinio}[m] \leq \text{escrutinio}[i] \wedge_L 0 \leq j < |\text{escrutinio}| \wedge_L |\text{escrutinio}| - m - 1 < v_0 + 1)) \equiv \\ (0 \leq m < |\text{escrutinio}| \wedge_L 0 \leq i < |\text{escrutinio}| \wedge_L 0 \leq j < |\text{escrutinio}|) \wedge_L (|\text{escrutinio}| - m - 1 < v_0 + 1) \equiv E_{10} \end{aligned}$$

Ahora

$$I \wedge B \wedge |\text{escrutinio}| - m - 1 = v_0 \longrightarrow_L E_{10}?$$

- $0 \leq m < |\text{escrutinio}| \wedge_L 0 \leq i < |\text{escrutinio}| \wedge_L 0 \leq j < |\text{escrutinio}| \checkmark$ (por $I \wedge B$)
- $|\text{escrutinio}| - m - 1 < v_0 + 1 \checkmark$ (por hipótesis $f_v = v_0 = |\text{escrutinio}| - m - 1$ entonces $|\text{escrutinio}| - m - 1 < |\text{escrutinio}| - m - 1 + 1$, cosa que vale ya que $-1 < 0$)

e) $I \wedge f_v \leq 0 \longrightarrow \neg B$

$$\text{Por hipótesis } f_v \leq 0 \Leftrightarrow |\text{escrutinio}| - m - 1 \leq 0$$

$$\text{Entonces } |\text{escrutinio}| - m - 1 \leq 0 \Leftrightarrow |\text{escrutinio}| - 1 \leq m$$

Como $\neg B \equiv m \geq |\text{escrutinio}| - 1$, entonces se puede afirmar que la implicación es válida.

De acuerdo a lo anterior, probamos:

- $\text{Pre} \longrightarrow \text{wp}(\text{código previo al ciclo}, P_c)$
- $P_c \longrightarrow \text{wp}(\text{ciclo}, Q_c)$
- $Q_c \longrightarrow \text{wp}(\text{código posterior al ciclo}, \text{Post})$

Al probar estas tres cosas, por colorario de monotonía, sabemos que $\text{Pre} \longrightarrow \text{wp}(\text{programa completo}, \text{Post})$ y, por lo tanto, el programa es correcto con respecto a la especificación.