



DEPARTAMENTO  
DE COMPUTACION

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA

# Trabajo Practico 1

## Especificacion y WP

18 de septiembre de 2023

Algoritmos y Estructuras de Datos

### Grupo CEFJ

Integrante	LU	Correo electrónico
Guzmán, Fernanda	756/21	mfguz22@gmail.com
Miyasaki, Camila	1063/22	camimiyasaki@gmail.com
Mastroiaco, Joel	1075/22	joelmastroiaco@gmail.com
Hung, Esteban	524/23	eh00ubaexactas@gmail.com



**Facultad de Ciencias Exactas y Naturales**  
Universidad de Buenos Aires

Ciudad Universitaria - (Pabellón I/Planta Baja)

Intendente Güiraldes 2610 - C1428EGA

Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Rep. Argentina

Tel/Fax: (+54 +11) 4576-3300

<https://exactas.uba.ar>

# 1. Especificacion

1. **proc** hayBallotage (in *escrutinio* :  $seq(\mathbb{Z})$ ) : Bool
 

*requiere* {*sonTodosDistintos*(*escrutinio*)  $\wedge$   $|escrutinio| > 0 \wedge sonTodosPositivos(escrutinio)$ }  
*asegura* {*res* = False  $\leftrightarrow (\exists i : \mathbb{Z}) (0 \leq i < |escrutinio| - 1 \rightarrow_L (porcentajeVotos(escrutinio, escrutinio[i]) > 45) \vee (segundaCondicion(escrutinio) = True))$ }  
**pred** *sonTodosDistintos* (*escrutinio* :  $seq(\mathbb{Z})$ ) {  
 $(\forall i, j : \mathbb{Z}) (0 \leq i, j < |escrutinio| \rightarrow_L (escrutinio[i] = escrutinio[j] \rightarrow i = j))$   
 }  
**pred** *sonTodosPositivos* (*escrutinio* :  $seq(\mathbb{Z})$ ) {  
 $(\forall i : \mathbb{Z}) (0 \leq i < |escrutinio| \rightarrow_L escrutinio[i] \geq 0)$   
 }  
**pred** *segundaCondicion* (*escrutinio* :  $seq(\mathbb{Z})$ ) {  
 $(\exists i, j : \mathbb{Z}) (0 \leq i, j < |escrutinio| - 1 \wedge esPrimero(escrutinio[i], escrutinio) \wedge esSegundo(escrutinio[j], escrutinio) \rightarrow_L (porcentajeVotos(escrutinio, escrutinio[i]) > 40) \wedge ((porcentajeVotos(escrutinio, escrutinio[i]) - porcentajeVotos(escrutinio, escrutinio[j])) > 10))$   
 }  
**pred** *esPrimero* (*votosPartido* :  $\mathbb{Z}$ , *escrutinio* :  $seq(\mathbb{Z})$ ) {  
 $(\forall i : \mathbb{Z}) (0 \leq i < |escrutinio| - 1 \rightarrow_L votosPartido > escrutinio[i])$   
 }  
**pred** *esSegundo* (*votosPartido* :  $\mathbb{Z}$ , *escrutinio* :  $seq(\mathbb{Z})$ ) {  
 $(\exists i : \mathbb{Z}) (0 \leq i < |escrutinio| - 1 \wedge \neg esPrimero(escrutinio[i], escrutinio) \wedge escrutinio[i] = votosPartido \wedge_L (\forall j : \mathbb{Z}) (0 \leq j < |escrutinio| - 1 \rightarrow_L escrutinio[j] < escrutinio[i]))$   
 }  
**aux** *porcentajeVotos* (*escrutinio* :  $seq(\mathbb{Z})$ , *votos* :  $\mathbb{Z}$ ) :  $\mathbb{Z} = votos / (escrutinio) * 100$  ;  
**aux** (*escrutinio* :  $seq(\mathbb{Z})$ ) :  $\mathbb{Z} = \sum_{i=0}^{|escrutinio|-1} escrutinio[i]$  ;
2. **proc** hayFraude (in *escrutinioPresidencial* :  $seq(\mathbb{Z})$ , in *escrutinioSenadores* :  $seq(\mathbb{Z})$ , in *escrutinioDiputados* :  $seq(\mathbb{Z})$ ) : Bool
 

*requiere* {*mismaLongitud*(*escrutinioPresidencial*, *escrutinioSenadores*, *escrutinioDiputados*)  $\wedge longitudMayorACero(escrutinioPresidencial, escrutinioSenadores, escrutinioDiputados)$ }  
*asegura* {*res* = False  $\leftrightarrow (escrutinioPresidencial) = (escrutinioSenadores) \wedge (escrutinioSenadores) = (escrutinioDiputados)$ }  
**pred** *mismaLongitud* (in *lista1* :  $seq(\mathbb{Z})$ , in *lista2* :  $seq(\mathbb{Z})$ , in *lista3* :  $seq(\mathbb{Z})$ ) {  
 $|lista1| = |lista2| \wedge |lista2| = |lista3|$   
 }  
**pred** *longitudMayorACero* (in *lista1* :  $seq(\mathbb{Z})$ , in *lista2* :  $seq(\mathbb{Z})$ , in *lista3* :  $seq(\mathbb{Z})$ ) {  
 $|lista1| > 0 \wedge |lista2| > 0 \wedge |lista3| > 0$   
 }
3. **proc** obtenerSenadoresEnProvincia (in *escrutinio* :  $seq(\mathbb{Z})$ ) :  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ 

*requiere* {*sonTodosDistintos*(*escrutinio*)  $\wedge sonTodosPositivos(escrutinio) \wedge |escrutinio| > 1$ }  
*asegura* {*res*<sub>0</sub> = *idPrimero*(*escrutinio*)  $\wedge res$ <sub>1</sub> = *idSegundo*(*escrutinio*)}  
**aux** *idPrimero* (*escrutinio* :  $seq(\mathbb{Z})$ ) :  $\mathbb{Z} = \sum_{i=0}^{|escrutinio|-2} \text{if } esPrimero(escrutinio[i], escrutinio) \text{ then } i \text{ else } 0 \text{ fi}$  ;  
**aux** *idSegundo* (*escrutinio* :  $seq(\mathbb{Z})$ ) :  $\mathbb{Z} = \sum_{i=0}^{|escrutinio|-2} \text{if } esSegundo(escrutinio[i], escrutinio) \text{ then } i \text{ else } 0 \text{ fi}$  ;

4. **proc** calcularDHondtEnProvincia (in cantBancas :  $\mathbb{Z}$ , in escrutinio :  $\text{seq}\langle\mathbb{Z}\rangle$ ) :  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$

**requiere**  $\{ \text{sonTodosDistintos}(\text{escrutinio}) \wedge \text{sonTodosPositivos}(\text{escrutinio}) \wedge |\text{escrutinio}| > 0 \}$

**asegura**  $\{ \text{esMatriz}(\text{res}) \wedge_L (\forall k : \mathbb{Z}) (0 \leq k < |\text{escrutinio}| - 1 \wedge \text{porcentajeVotos}(\text{escrutinio}[k]) < 3 \rightarrow_L \text{res}[k] = []) \wedge (\forall i, n : \mathbb{Z}) (0 \leq i, n < |\text{escrutinio}| - 1 \wedge (\forall j, m : \mathbb{Z}) (0 \leq j, m < \text{cantBancas} \rightarrow_L \text{res}[i][j] = \text{escrutinio}[i] \text{ div } (j + 1) \wedge \text{res}[i][j] \neq \text{res}[n][m])) \}$

**pred** **esMatriz** (m :  $\text{seq}\langle\text{seq}\langle\mathbb{Z}\rangle\rangle$ ) {

$(\forall i : \mathbb{Z}) (0 \leq i < \text{filas}(m) \rightarrow_L |m[i]| > 0) \wedge (\forall j : \mathbb{Z}) (0 \leq j < \text{filas}(m) \rightarrow_L |m[i]| = |m[j]|)$

}

**aux** filas (m :  $\text{seq}\langle\text{seq}\langle\mathbb{Z}\rangle\rangle$ ) :  $\mathbb{Z} = |m|$ ;

**aux** columnas (m :  $\text{seq}\langle\text{seq}\langle\mathbb{Z}\rangle\rangle$ ) :  $\mathbb{Z} = \text{if } \text{filas}(m) > 0 \text{ then } |m[0]| \text{ else } 0 \text{ fi}$ ;

5. **proc** obtenerDiputadosEnProvincia (in cantBancas :  $\mathbb{Z}$ , in dHondt :  $\text{seq}\langle\text{seq}\langle\mathbb{Z}\rangle\rangle$ ) :  $\text{seq}\langle\mathbb{Z}\rangle$

**requiere**  $\{ \text{cantBancas} > 0 \wedge \text{esMatrizValida}(\text{dHondt}) \}$

**asegura**  $\{ (\exists \text{mayoresVotos} : \text{seq}\langle\mathbb{Z}\rangle) (\text{sonLosKMayores}(\text{mayoresVotos}, \text{dHondt}, \text{cantBancas}) \wedge (\forall k : \mathbb{Z}) (0 \leq k < |\text{dHondt}| \rightarrow_L \text{res}[k] = \text{if } \sum_{i=0}^{|\text{dHondt}[0] - 1} \text{ then } 1 \text{ else } 0 \text{ fi} \wedge |\text{res}| = |\text{dHondt}|) \}$

**pred** **sonLosKMayores** (in lista :  $\text{seq}\langle\mathbb{Z}\rangle$ , in dHont :  $\text{seq}\langle\text{seq}\langle\mathbb{Z}\rangle\rangle$ , in k :  $\mathbb{Z}$ ) {

$(\exists \text{listaDHondtOrdenada} : \text{seq}\langle\mathbb{Z}\rangle) (|\text{listaDHondtOrdenada}| = |\text{dHondt}| \cdot |\text{dHondt}[0]|)$

$\wedge (\forall n : \mathbb{Z}) (0 \leq n < |\text{listaDHondtOrdenada}|$

$\rightarrow_L (\exists i : \mathbb{Z}) (0 \leq i < |\text{dHondt}|$

$\rightarrow_L \text{listaDHondtOrdenada}[n] \in \text{dHondt}[i]$

$\wedge \text{sonTodosDistintos}(\text{listaDHondtOrdenada}) \wedge \text{esDecreciente}(\text{listaDHondtOrdenada})$

$\rightarrow_L \text{lista} = \text{subseq}(\text{ordenada}, 0, k))$

}

**pred** **esDecreciente** (in s :  $\text{seq}\langle\mathbb{Z}\rangle$ ) {

$(\forall i : \mathbb{Z}) (0 \leq i < |s| - 1 \rightarrow_L s[i] \geq s[i + 1])$

}

**pred** **esMatrizValida** (in matriz :  $\text{seq}\langle\text{seq}\langle\mathbb{Z}\rangle\rangle$ ) {

$\text{noHayCoefRepetidos}(\text{matriz}) \wedge \text{matrizCoefPositivos}(\text{matriz})$

}

**pred** **noHayCoefRepetidos** (in matriz :  $\text{seq}\langle\text{seq}\langle\mathbb{Z}\rangle\rangle$ ) {

$(\forall i, n, j, m : \mathbb{Z}) (0 \leq i, n < |\text{matriz}| \wedge 0 \leq j, m < |\text{matriz}[i]| \wedge i \neq n \wedge j \neq m \rightarrow_L \text{matriz}[i][j] \neq \text{matriz}[n][m])$

}

**pred** **matrizCoefPositivos** (in matriz :  $\text{seq}\langle\text{seq}\langle\mathbb{Z}\rangle\rangle$ ) {

$(\forall i, j : \mathbb{Z}) (0 \leq i < |\text{matriz}| \wedge 0 \leq j < |\text{matriz}[i]| \rightarrow_L \text{matriz}[i][j] > 0)$

}

6. **proc** validarListasDiputadosEnProvincia (in cantBancas :  $\mathbb{Z}$ , in listas :  $\text{seq}\langle\text{seq}\langle \text{dni} : \mathbb{Z} \times \text{genero} : \mathbb{Z} \rangle\rangle$ ) : Bool

**requiere**  $\{ \text{cantBancas} \geq 2 \wedge |\text{listas}| > 0 \}$

**asegura**  $\{ \text{res} = \text{True} \Leftrightarrow (\forall j : \mathbb{Z}) (0 \leq j < |\text{listas}| \rightarrow_L |\text{listas}[j]| = \text{cantBancas} \wedge_L (\forall i : \mathbb{Z}) (0 \leq i < |\text{listas}[j]| - 1 \rightarrow_L (\text{listas}[j][i]_1 + \text{listas}[j][i + 1]_1 = 3)) \}$

## 2. Implementaciones y demostraciones de correctitud

### ■ Algoritmos

#### 1. hayBallotage

1	i := 0;
2	votosTotales := 0;
3	maxVotos := 0;
4	2doMax := 0;
5	j := 0;
6	

```

7      while (i < escrutinio.size()) do
8          votos_totales := votosTotales + escrutinio[i]
9          i := i + 1
10     endwhile;
11     while (j < (escrutinio.size()-1)) do
12         votos := escrutinio[j]
13         if (votos > maxVotos) then
14             2doMax := maxVotos
15             maxVotos := votos
16         else
17             if (votos > 2doMax) then
18                 2doMax := votos
19             else
20                 skip
21             endif;
22         endif;
23         j := j + 1
24     endwhile;

25
26     porcentajeMax := (maxVotos div votosTotales) * 100;
27     porcentaje2doMax := (2doMax div votos_totales) * 100;
28
29     if ((porcentajeMax > 45) || ((porcentajeMax > 40) && ((porcentajeMax - porcentaje2doMax) > 10)
30         )) then
31         res := False
32     else
33         res := \True
34     endif;

```

## 2. hayFraude

```

1      totalPresidentes := 0;
2      totalSenadores := 0;
3      totalDiputados := 0;
4      i := 0;
5
6      while (i < escrutinio.size()) do
7          totalPresidentes := totalPresidentes + escrutinioPresidentes[i]
8          totalSenadores := totalSenadores + escrutinioSenadores[i]
9          totalDiputados := totalDiputados + escrutinioDiputados[i]
10         i := i + 1
11     endwhile;
12
13     if (totalPresidentes == totalSenadores && totalSenadores == totalDiputados) then
14         res := False
15     else
16         res := \True
17     endif;

```

## 3. obtenerSenadoresEnProvincia

```

1      i := 0;
2      maxVotos := 0;
3      2doMax := 0;
4      idMax := 0;
5      id2doMax := 0;
6
7      while (i < (esc.size() - 1)) do
8          votos := esc[i]
9          if votos > maxVotos then
10             2doMax := maxVotos
11             maxVotos := votos
12             id2doMax := idMax
13             idMax := i
14         else

```

```

15         if votos > 2doMax then
16             2doMax := votos
17             id2doMax := i
18         else
19             skip
20         endif;
21     endif;
22     i := i + 1
23 endwhile;
24
25     res := (idMax, id2doMax)

```

4. validarListasDiputadosEnProvincia

```

1     i := 0;
2     res := \True;
3     while (i < listas.size()) do
4         lista := listas[i]
5         j := 0
6         generoAnterior := 0
7
8         while (j < lista.size()) do
9             genero := lista[i][1]
10
11             if (genero == generoAnterior || lista.size() != cant_bancas) then
12                 res := False
13             else
14                 skip
15             endif;
16             generoAnterior := genero
17             j := j + 1
18         endwhile;
19         i := i + 1
20     endwhile;
21

```

■ Correctitud de algoritmos usando WP

1. hayFraude

Definimos:

•  $P_c \equiv i = 0 \wedge totalPresidentes = 0 \wedge totalSenadores = 0 \wedge totalDiputados = 0 \wedge mismaLongitud(escrutinioPresidencial, escrutinioSenadores, escrutinioDiputados) \wedge longitudMayorACero(escrutinioPresidencial, escrutinioSenadores, escrutinioDiputados)$

•  $Q_c \equiv totalPresidentes = \sum_{k=0}^{|escrutinioPresidencial|-1} escrutinioPresidencial[k] \wedge$

$totalSenadores = \sum_{h=0}^{|escrutinioPresidencial|-1} escrutinioSenadores[h] \wedge$

$totalDiputados = \sum_{j=0}^{|escrutinioPresidencial|-1} escrutinioDiputados[j] \wedge$

$mismaLongitud(escrutinioPresidencial, escrutinioSenadores, escrutinioDiputados) \wedge longitudMayorACero(escrutinioPresidencial, escrutinioSenadores, escrutinioDiputados)$

•  $B \equiv i < |s|$

•  $I \equiv 0 \leq i \leq |escrutinioPresidencial| \wedge_L totalPresidentes = \sum_{k=0}^{i-1} escrutinioPresidencial[k] \wedge$

$totalSenadores = \sum_{h=0}^{i-1} escrutinioSenadores[h] \wedge totalDiputados = \sum_{j=0}^{i-1} escrutinioDiputados[j] \wedge$

$mismaLongitud(escrutinioPresidencial, escrutinioSenadores, escrutinioDiputados) \wedge longitudMayorACero(escrutinioPresidencial, escrutinioSenadores, escrutinioDiputados)$

•  $fv = |escrutinioPresidencial| - 1$

Pre  $\rightarrow_L wp(i := 0, totalPresidentes := 0, totalSenadores := 0, totalDiputados := 0, P_c)$

$wp(totalDiputados := 0, P_c) : wp(totalDiputados := 0, i = 0 \wedge totalPresidentes = 0 \wedge totalSenadores = 0 \wedge total_diputados = 0 \wedge n = 0)$

$def(0) \wedge_L i = 0 \wedge totalPresidentes = 0 \wedge totalSenadores = 0 \wedge 0 = 0 \wedge longitudMayorACero(escrutinioPresidencial, escrutinioSenadores, escrutinioDiputados)$

$$\begin{aligned}
& mismaLongitud(escrutinioPresidencial, escrutinioSenadores, escrutinioDiputados) \equiv \\
& i = 0 \wedge totalPresidentes = 0 \wedge totalSenadores = 0 \wedge longitudMayorACero(escrutinioPresidencial, escrutinioSenadores, escrutinioDiputados) \equiv E_1 \\
& mismaLongitud(escrutinioPresidencial, escrutinioSenadores, escrutinioDiputados) \equiv E_1 \\
& wp(totalSenadores := 0, E_1): wp(totalSenadores := 0, i = 0 \wedge totalPresidentes = 0 \wedge totalSenadores = 0 \wedge longitudMayorACero(escrutinioPresidencial, escrutinioSenadores, escrutinioDiputados)) \equiv \\
& mismaLongitud(escrutinioPresidencial, escrutinioSenadores, escrutinioDiputados) \equiv \\
& def(0) \wedge_L i = 0 \wedge totalPresidentes = 0 \wedge 0 = 0 \wedge longitudMayorACero(escrutinioPresidencial, escrutinioSenadores, escrutinioDiputados) \equiv E_2 \\
& mismaLongitud(escrutinioPresidencial, escrutinioSenadores, escrutinioDiputados) \equiv \\
& i = 0 \wedge totalPresidentes = 0 \wedge longitudMayorACero(escrutinioPresidencial, escrutinioSenadores, escrutinioDiputados) \wedge \\
& mismaLongitud(escrutinioPresidencial, escrutinioSenadores, escrutinioDiputados) \equiv E_2 \\
& wp(totalPresidentes := 0, E_2): wp(totalPresidentes := 0, i = 0 \wedge totalPresidentes = 0 \wedge longitudMayorACero(escrutinioPresidencial, escrutinioSenadores, escrutinioDiputados)) \equiv \\
& mismaLongitud(escrutinioPresidencial, escrutinioSenadores, escrutinioDiputados) \equiv \\
& def(0) \wedge_L i = 0 \wedge 0 = 0 \wedge longitudMayorACero(escrutinioPresidencial, escrutinioSenadores, escrutinioDiputados) \wedge \\
& mismaLongitud(escrutinioPresidencial, escrutinioSenadores, escrutinioDiputados) \equiv \\
& i = 0 \wedge longitudMayorACero(escrutinioPresidencial, escrutinioSenadores, escrutinioDiputados) \wedge \\
& mismaLongitud(escrutinioPresidencial, escrutinioSenadores, escrutinioDiputados) \equiv E_3 \\
& wp(i := 0, E_3): wp(i := 0, i = 0 \wedge longitudMayorACero(escrutinioPresidencial, escrutinioSenadores, escrutinioDiputados)) \wedge \\
& mismaLongitud(escrutinioPresidencial, escrutinioSenadores, escrutinioDiputados) \equiv \\
& def(0) \wedge_L 0 = 0 \wedge longitudMayorACero(escrutinioPresidencial, escrutinioSenadores, escrutinioDiputados) \wedge \\
& mismaLongitud(escrutinioPresidencial, escrutinioSenadores, escrutinioDiputados) \equiv \\
& longitudMayorACero(escrutinioPresidencial, escrutinioSenadores, escrutinioDiputados) \wedge mismaLongitud(escrutinioPresidencial, escrutinioSenadores, escrutinioDiputados) \equiv E_4 \\
& Pre \equiv E_4, Pre \longrightarrow E_4 \\
& Q_c \longrightarrow_L wp(if then else, Post) \\
& wp(if totalPresidentes = totalSenadores \wedge totalSenadores = totalDiputados then res := False else res := True end if, Post) \equiv \\
& def(totalPresidentes = totalSenadores \wedge totalSenadores = totalDiputados) \wedge_L ((totalPresidentes = totalSenadores \wedge \\
& totalSenadores = totalDiputados) \wedge wp(res := False, Post)) \vee ((totalPresidentes \neq totalSenadores \vee totalSenadores \neq \\
& totalDiputados) \wedge wp(res := True, Post)) \equiv \\
& ((totalPresidentes = totalSenadores \wedge totalSenadores = totalDiputados) \wedge wp(res := False, Post)) \vee \\
& ((totalPresidentes \neq totalSenadores \wedge totalSenadores \neq totalDiputados) \wedge wp(res := True, Post)) \\
& \bullet wp(res := False, Post) \equiv def(False) \wedge_L Post_{False}^{res} \equiv \\
& mismaLongitud(escrutinioPresidencial, escrutinioSenadores, escrutinioDiputados) \wedge longitudMayorACero(escrutinioPresidencial, escrutinioSenadores, escrutinioDiputados) \equiv \\
& False = False \Leftrightarrow ((escrutinioPresidencial) = (escrutinioSenadores) \wedge (escrutinioSenadores) = (escrutinioDiputados)) \equiv \\
& mismaLongitud(escrutinioPresidencial, escrutinioSenadores, escrutinioDiputados) \wedge longitudMayorACero(escrutinioPresidencial, escrutinioSenadores, escrutinioDiputados) \equiv \\
& ((escrutinioPresidencial) = (escrutinioSenadores) \wedge (escrutinioSenadores) = (escrutinioDiputados)) \\
& \bullet wp(res := True, Post) \equiv def(True) \wedge_L Post_{True}^{res} \equiv \\
& mismaLongitud(escrutinioPresidencial, escrutinioSenadores, escrutinioDiputados) \wedge longitudMayorACero(escrutinioPresidencial, escrutinioSenadores, escrutinioDiputados) \equiv \\
& True = False \Leftrightarrow ((escrutinioPresidencial) = (escrutinioSenadores) \wedge (escrutinioSenadores) = (escrutinioDiputados)) \equiv \\
& mismaLongitud(escrutinioPresidencial, escrutinioSenadores, escrutinioDiputados) \wedge longitudMayorACero(escrutinioPresidencial, escrutinioSenadores, escrutinioDiputados) \equiv \\
& ((escrutinioPresidencial) \neq (escrutinioSenadores) \vee (escrutinioSenadores) \neq (escrutinioDiputados)) \\
& wp(if ..., Post) \equiv \\
& mismaLongitud(escrutinioPresidencial, escrutinioSenadores, escrutinioDiputados) \wedge longitudMayorACero(escrutinioPresidencial, escrutinioSenadores, escrutinioDiputados) \equiv \\
& (totalPresidentes = totalSenadores \wedge totalSenadores = totalDiputados) \wedge ((escrutinioPresidencial) = (escrutinioSenadores) \wedge \\
& (escrutinioSenadores) = (escrutinioDiputados)) \vee \\
& (totalPresidentes \neq totalSenadores \vee totalSenadores \neq totalDiputados) \wedge ((escrutinioPresidencial) \neq (escrutinioSenadores) \wedge \\
& (escrutinioSenadores) \neq (escrutinioDiputados)) \equiv \\
& (aplico(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \equiv p \Leftrightarrow q) \\
& mismaLongitud(escrutinioPresidencial, escrutinioSenadores, escrutinioDiputados) \wedge longitudMayorACero(escrutinioPresidencial, escrutinioSenadores, escrutinioDiputados) \equiv E_5 \\
& Q_c \longrightarrow_L E_5 \\
& E_5 \equiv mismaLongitud(escrutinioPresidencial, escrutinioSenadores, escrutinioDiputados) \wedge longitudMayorACero(escrutinioPresidencial, escrutinioSenadores, escrutinioDiputados) \equiv \\
& Q_c \equiv totalPresidentes = \sum_{k=0}^{|escrutinioPresidencial|-1} escrutinioPresidencial[k] \wedge totalSenadores = \sum_{h=0}^{|escrutinioPresidencial|-1} escrutinioSenadores[h] \wedge totalDiputados = \sum_{j=0}^{|escrutinioPresidencial|-1} escrutinioDiputados[j] \equiv E_5
\end{aligned}$$

$(\text{como}|\text{escrutinioPresidencial}| = |\text{escrutinioSenadores}| = |\text{escrutinioDiputados}| \text{pormismaLongitud}(\text{escrutinioPresidencial}, \text{escrutinioSenadores}, \text{escrutinioDiputados}) \wedge \text{longitudMayorACero}(\text{escrutinioPresidencial}, \text{escrutinioSenadores}, \text{escrutinioDiputados}) \wedge \text{longitudMayorACero}(\text{escrutinioPresidencial}, \text{escrutinioSenadores}, \text{escrutinioDiputados}))$   
 $\text{totalPresidentes} = (\text{escrutinioPresidencial}) \wedge \text{totalSenadores} = (\text{escrutinioSenadores}) \wedge \text{totalDiputados} = (\text{escrutinioDiputados})$   
 $\text{mismaLongitud}(\text{escrutinioPresidencial}, \text{escrutinioSenadores}, \text{escrutinioDiputados}) \wedge \text{longitudMayorACero}(\text{escrutinioPresidencial}, \text{escrutinioSenadores}, \text{escrutinioDiputados})$   
 $(\text{totalPresidentes} = \text{totalSenadores} \wedge \text{totalSenadores} = \text{totalDiputados}) \Leftrightarrow ((\text{escrutinioPresidencial}) = (\text{escrutinioSenadores}) \wedge (\text{escrutinioSenadores}) = (\text{escrutinioDiputados}))$   
 $(\text{a } Q_c \text{ verdadero, analizo } E_5, \text{reemplazo } \text{totalPresidentes}, \text{totalSenadores}, \text{totalDiputados} \text{ por equivalente en el consecuente})$   
 $\text{mismaLongitud}(\text{escrutinioPresidencial}, \text{escrutinioSenadores}, \text{escrutinioDiputados}) \wedge \text{longitudMayorACero}(\text{escrutinioPresidencial}, \text{escrutinioSenadores}, \text{escrutinioDiputados})$   
 $((\text{escrutinioPresidencial}) = (\text{escrutinioSenadores}) \wedge (\text{escrutinioSenadores}) = (\text{escrutinioDiputados})) \Leftrightarrow ((\text{escrutinioSenadores}) = (\text{escrutinioSenadores}) \wedge (\text{escrutinioSenadores}) = (\text{escrutinioSenadores}))$   
 $(\text{mismaLongitud}(\text{escrutinioPresidencial}, \text{escrutinioSenadores}, \text{escrutinioDiputados}) \wedge \text{longitudMayorACero}(\text{escrutinioPresidencial}, \text{escrutinioSenadores}, \text{escrutinioDiputados})) \text{peautología}$   
 $\text{True} \wedge \text{True} \equiv \text{True}$   
 $P_c \longrightarrow_L wp(\text{while}..., Q_c)$   
 $\bullet P_c \longrightarrow I$   
 $P_c \equiv i = 0 \wedge \text{totalPresidentes} = 0 \wedge \text{totalSenadores} = 0 \wedge \text{totalDiputados} = 0 \wedge \text{mismaLongitud}(\text{escrutinioPresidencial}, \text{escrutinioSenadores}, \text{escrutinioDiputados}) \wedge \text{longitudMayorACero}(\text{escrutinioPresidencial}, \text{escrutinioSenadores}, \text{escrutinioDiputados})$   
 $I \equiv 0 \leq i \leq |\text{escrutinioPresidencial}| \wedge_L \text{totalPresidentes} = \sum_{k=0}^{i-1} \text{escrutinioPresidencial}[k] \wedge \text{totalSenadores} = \sum_{h=0}^{i-1} \text{escrutinioSenadores}[h] \wedge \text{totalDiputados} = \sum_{j=0}^{i-1} \text{escrutinioDiputados}[j] \wedge \text{mismaLongitud}(\text{escrutinioPresidencial}, \text{escrutinioSenadores}, \text{escrutinioDiputados}) \wedge \text{longitudMayorACero}(\text{escrutinioPresidencial}, \text{escrutinioSenadores}, \text{escrutinioDiputados})$   
 $i = 0 \wedge \text{totalPresidentes} = 0 \wedge \text{totalSenadores} = 0 \wedge \text{totalDiputados} = 0 \wedge \text{mismaLongitud}(\text{escrutinioPresidencial}, \text{escrutinioSenadores}, \text{escrutinioDiputados}) \longrightarrow \text{mismaLongitud}(\text{escrutinioPresidencial}, \text{escrutinioSenadores}, \text{escrutinioDiputados}) \checkmark (\text{Trivial})$   
 $\text{longitudMayorACero}(\text{escrutinioPresidencial}, \text{escrutinioSenadores}, \text{escrutinioDiputados}) \checkmark (\text{Trivial})$   
 $0 \leq i \leq |\text{escrutinioPresidencial}| \checkmark (\text{Trivial})$   
 $\text{totalPresidentes} = \sum_{k=0}^{i-1} \text{escrutinioPresidencial}[k] \checkmark (\text{porque la es vacía y suma}(0)) \text{totalSenadores} = \sum_{h=0}^{i-1} \text{escrutinioSenadores}[h] \checkmark (\text{porque la es vacía y suma}(0))$   
 $\bullet I \wedge \neg B \longrightarrow Q_c$   
 $I \equiv 0 \leq i \leq |\text{escrutinioPresidencial}| \wedge_L \text{totalPresidentes} = \sum_{k=0}^{i-1} \text{escrutinioPresidencial}[k] \wedge \text{totalSenadores} = \sum_{h=0}^{i-1} \text{escrutinioSenadores}[h] \wedge \text{totalDiputados} = \sum_{j=0}^{i-1} \text{escrutinioDiputados}[j] \wedge \text{mismaLongitud}(\text{escrutinioPresidencial}, \text{escrutinioSenadores}, \text{escrutinioDiputados}) \wedge \text{longitudMayorACero}(\text{escrutinioPresidencial}, \text{escrutinioSenadores}, \text{escrutinioDiputados})$   
 $B \equiv i < |\text{escrutinioPresidencial}|$   
 $Q_c \equiv \text{mismaLongitud}(\text{escrutinioPresidencial}, \text{escrutinioSenadores}, \text{escrutinioDiputados}) \wedge \text{longitudMayorACero}(\text{escrutinioPresidencial}, \text{escrutinioSenadores}, \text{escrutinioDiputados})$   
 $\text{totalPresidentes} = (\text{escrutinioPresidencial}) \wedge \text{totalSenadores} = (\text{escrutinioSenadores}) \wedge \text{totalDiputados} = (\text{escrutinioDiputados})$   
 $\bullet \text{mismaLongitud}(\text{escrutinioPresidencial}, \text{escrutinioSenadores}, \text{escrutinioDiputados}) \checkmark (\text{lo afirma } I)$   
 $\bullet \text{longitudMayorACero}(\text{escrutinioPresidencial}, \text{escrutinioSenadores}, \text{escrutinioDiputados}) \checkmark (\text{lo afirma } I)$   
 $\bullet \text{totalPresidentes} = \sum_{k=0}^{i-1} \text{escrutinioPresidencial}[k] \checkmark (\text{porque segun } I \wedge \neg B \text{ se que } i = |\text{escrutinioPresidencial}| \text{ y lo aplico al de finicion de totalPresidentes})$   
 $\text{totalSenadores} = \sum_{h=0}^{i-1} \text{escrutinioSenadores}[h] \checkmark (\text{porque segun } I \wedge \neg B \text{ se que } i = |\text{escrutinioPresidencial}| \text{ y lo aplico al de finicion de totalSenadores})$   
 $\text{totalDiputados} = \sum_{j=0}^{i-1} \text{escrutinioDiputados}[j] \checkmark (\text{porque segun } I \wedge \neg B \text{ se que } i = |\text{escrutinioPresidencial}| \text{ y lo aplico al de finicion de totalDiputados})$   
 $\bullet I \wedge fv \leq 0 \longrightarrow \neg B$   
 $I \equiv 0 \leq i \leq |\text{escrutinioPresidencial}| \wedge_L \text{totalPresidentes} = \sum_{k=0}^{i-1} \text{escrutinioPresidencial}[k] \wedge \text{totalSenadores} = \sum_{h=0}^{i-1} \text{escrutinioSenadores}[h] \wedge \text{totalDiputados} = \sum_{j=0}^{i-1} \text{escrutinioDiputados}[j] \wedge \text{mismaLongitud}(\text{escrutinioPresidencial}, \text{escrutinioSenadores}, \text{escrutinioDiputados}) \wedge \text{longitudMayorACero}(\text{escrutinioPresidencial}, \text{escrutinioSenadores}, \text{escrutinioDiputados})$





$$\sum_{j=0}^{i-1} \text{escrutinioDiputados}[j] \checkmark (Ia \text{ firma esto})$$

$$I \wedge B \wedge v_0 = |\text{escrutinioPresidencial}| - i \text{ S } |\text{escrutinioPresidencial}| - i < v_0$$

$$\text{Ve o si } I \wedge B \wedge v_0 = |\text{escrutinioPresidencial}| - i \longrightarrow wp(\text{totalPresidentes} := \text{totalPresidentes} + \text{escrutinioPresidencial}[i]; \text{totalSenadores} + \text{escrutinioSenadores}[i]; \text{totalDiputados} + \text{escrutinioDiputados}[i]; i := i + 1, |\text{escrutinioPresidencial}| - 1 < v_0) \equiv$$

$$wp(i := i + 1, |\text{escrutinioPresidencial}| - 1 < v_0) \equiv \text{def}(i + 1) \wedge_L |\text{escrutinioPresidencial}| - i - 1 < v_0 + 1 \equiv |\text{escrutinioPresidencial}| - i < v_0 + 1$$

$$wp(\text{totalDiputados} := \text{totalDiputados} + \text{escrutinioDiputados}[i], |\text{escrutinioPresidencial}| - i \text{ i } v_0 + 1) \equiv \text{def}(\text{totalDiputados} + \text{escrutinioDiputados}[i]) \wedge_L |\text{escrutinioPresidencial}| - i < v_0 + 1 \equiv |\text{escrutinioPresidencial}| - 1 < v_0 + 1$$

$$wp(\text{totalPresidentes} := \text{totalPresidentes} + \text{escrutinioPresidencial}[i], |\text{escrutinioPresidencial}| - i \text{ i } v_0 + 1) \equiv \text{def}(\text{totalPresidentes} + \text{escrutinioPresidencial}[i]) \wedge_L |\text{escrutinioPresidencial}| - i < v_0 + 1 \equiv |\text{escrutinioPresidencial}| - 1 < v_0 + 1$$

$$\text{Vemos si vale la implicaci3n } I \wedge i < |\text{escrutinioPresidencial}| \wedge |\text{escrutinioPresidencial}| - i = v_0 \longrightarrow |\text{escrutinioPresidencial}| - i < v_0 + 1 \checkmark (\text{si, porquen} = m \longrightarrow n < m + 1)$$

De acuerdo a lo anterior probamos:

$$\bullet \text{Pre} \longrightarrow wp(\text{codigo previo al ciclo, } P_c) P_c \longrightarrow wp(\text{ciclo, } Q_c) Q_c \longrightarrow wp(\text{codigoposterioralciclo, } Post)$$

Al probar estas tres cosas, por colorario de monotonía sabemos que  $\text{Pre} \longrightarrow wp$  y, por lo tanto, el programa es correcto con respecto a la especificacion.

2. obtenerSenadoresEnProvincia Definimos:

$$\bullet P_c \equiv \text{sonTodosDistintos}(\text{escrutinio}) \wedge \text{sonTodosPositivos}(\text{escrutinio}) \wedge |\text{escrutinio}| > 0 \wedge i = 0 \wedge \text{maxVotos} = 0 \wedge 2doMax = 0 \wedge idMax = 0 \wedge id2doMax = 0$$

$$\bullet Q_c \equiv i = |\text{escrutinio}| \wedge (idMax = \sum_{i=0}^{|\text{escrutinio}|-2} \text{if } esPrimero(\text{escrutinio}[i], \text{escrutinio}) \text{ then } i \text{ else } 0 \text{ fi} \wedge id2doMax = \sum_{i=0}^{|\text{escrutinio}|-2} \text{if } esSegundo(\text{escrutinio}[i], \text{escrutinio}) \text{ then } i \text{ else } 0 \text{ fi})$$

$$\bullet B \equiv i < |\text{escrutinio}| - 1$$

$$\bullet I \equiv 0 \leq i \leq |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L (idMax = \sum_{k=0}^{i-2} \text{if } esPrimero(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \wedge id2doMax = \sum_{k=0}^{i-2} \text{if } esSegundo(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi})$$

$$\bullet fv = |\text{escrutinio}| - i$$

$$1) \text{Pre} \longrightarrow_L wp(i := 0, \text{maxVotos} := 0, 2doMax := 0, idMax := 0, P_c) \equiv wp(i := 0, wp(\text{maxVotos} := 0, wp(2doMax := 0, wp(idMax := 0, wp(id2doMax := 0, P_c))))))$$

$$\star \text{Calculowp}(id2doMax := 0, P_c) : wp(id2doMax := 0, \text{sonTodosDistintos}(\text{escrutinio}) \wedge \text{sonTodosPositivos}(\text{escrutinio}) \wedge |\text{escrutinio}| > 0 \wedge i = 0 \wedge \text{maxVotos} = 0 \wedge 2doMax = 0 \wedge idMax = 0 \wedge id2doMax = 0) \equiv$$

$$\equiv \text{def}(0) \wedge \text{sonTodosDistintos}(\text{escrutinio}) \wedge \text{sonTodosPositivos}(\text{escrutinio}) \wedge |\text{escrutinio}| > 0 \wedge i = 0 \wedge \text{maxVotos} = 0 \wedge 2doMax = 0 \wedge idMax = 0 \wedge 0 = 0 \equiv$$

$$\equiv \text{True} \wedge \text{sonTodosDistintos}(\text{escrutinio}) \wedge \text{sonTodosPositivos}(\text{escrutinio}) \wedge |\text{escrutinio}| > 0 \wedge i = 0 \wedge \text{maxVotos} = 0 \wedge 2doMax = 0 \wedge idMax = 0 \wedge \text{True} \equiv$$

$$\equiv E_1$$

$$\star \text{Calculowp}(idMax := 0, E_1) : wp(idMax := 0, \text{sonTodosDistintos}(\text{escrutinio}) \wedge \text{sonTodosPositivos}(\text{escrutinio}) \wedge |\text{escrutinio}| > 0 \wedge i = 0 \wedge \text{maxVotos} = 0 \wedge 2doMax = 0 \wedge idMax = 0 \wedge id2doMax = 0) \equiv$$

$$\equiv \text{def}(0) \wedge \text{sonTodosDistintos}(\text{escrutinio}) \wedge \text{sonTodosPositivos}(\text{escrutinio}) \wedge |\text{escrutinio}| > 0 \wedge i = 0 \wedge \text{maxVotos} = 0 \wedge 2doMax = 0 \wedge 0 = 0 \equiv$$

$$\equiv \text{True} \wedge \text{sonTodosDistintos}(\text{escrutinio}) \wedge \text{sonTodosPositivos}(\text{escrutinio}) \wedge |\text{escrutinio}| > 0 \wedge i = 0 \wedge \text{maxVotos} = 0 \wedge 2doMax = 0 \wedge \text{True} \equiv$$

$$\equiv E_2$$

$$\star \text{Calculowp}(2doMax := 0, E_2) : wp(2doMax := 0, \text{sonTodosDistintos}(\text{escrutinio}) \wedge \text{sonTodosPositivos}(\text{escrutinio}) \wedge |\text{escrutinio}| > 0 \wedge i = 0 \wedge \text{maxVotos} = 0 \wedge 2doMax = 0 \wedge idMax = 0 \wedge id2doMax = 0) \equiv$$

$$\equiv \text{def}(0) \wedge \text{sonTodosDistintos}(\text{escrutinio}) \wedge \text{sonTodosPositivos}(\text{escrutinio}) \wedge |\text{escrutinio}| > 0 \wedge i = 0 \wedge \text{maxVotos} = 0 \wedge 0 = 0 \equiv$$

$$\equiv \text{True} \wedge \text{sonTodosDistintos}(\text{escrutinio}) \wedge \text{sonTodosPositivos}(\text{escrutinio}) \wedge |\text{escrutinio}| > 0 \wedge i = 0 \wedge \text{maxVotos} = 0 \wedge \text{True} \equiv$$

$$\equiv E_3$$

$$\star \text{Calculowp}(\text{maxVotos} := 0, E_3) : wp(\text{maxVotos} := 0, \text{sonTodosDistintos}(\text{escrutinio}) \wedge \text{sonTodosPositivos}(\text{escrutinio}) \wedge |\text{escrutinio}| > 0 \wedge i = 0 \wedge \text{maxVotos} = 0 \wedge 2doMax = 0 \wedge idMax = 0 \wedge id2doMax = 0) \equiv$$

$$\equiv f(0) \wedge \text{sonTodosDistintos}(\text{escrutinio}) \wedge \text{sonTodosPositivos}(\text{escrutinio}) \wedge |\text{escrutinio}| > 0 \wedge i = 0 \wedge 0 = 0 \equiv$$

$$\equiv \text{True} \wedge \text{sonTodosDistintos}(\text{escrutinio}) \wedge \text{sonTodosPositivos}(\text{escrutinio}) \wedge |\text{escrutinio}| > 0 \wedge i = 0 \wedge \text{True} \equiv$$

$$\equiv E_4$$

$$\star \text{Calculowp}(i := 0, E_4) : wp(i := 0, \text{sonTodosDistintos}(\text{escrutinio}) \wedge \text{sonTodosPositivos}(\text{escrutinio}) \wedge |\text{escrutinio}| > 0 \wedge i = 0) \equiv$$

$$\equiv f(0) \wedge \text{sonTodosDistintos}(\text{escrutinio}) \wedge \text{sonTodosPositivos}(\text{escrutinio}) \wedge |\text{escrutinio}| > 0 \wedge 0 = 0 \equiv$$

$$\equiv \text{True} \wedge \text{sonTodosDistintos}(\text{escrutinio}) \wedge \text{sonTodosPositivos}(\text{escrutinio}) \wedge |\text{escrutinio}| > 0 \wedge \text{True} \equiv$$

$$\equiv E_5$$

$$Y \text{ como } \text{Pre} \equiv E_5, \text{Pre} \longrightarrow E_5$$

$$2) Q_c \longrightarrow_L \text{Post}$$

$$i = |\text{escrutinio}| \wedge (idMax = \sum_{i=0}^{|\text{escrutinio}|-2} \text{if } esPrimero(\text{escru} < \text{tinio}[i], \text{escrutinio}) \text{ then } i \text{ else } 0 \text{ fi} \wedge id2doMax = \sum_{i=0}^{|\text{escrutinio}|-2} \text{if } esSegundo(\text{escrutinio}[i], \text{escrutinio}) \text{ then } i \text{ else } 0 \text{ fi})$$

$$\longrightarrow_L res_0 = \sum_{i=0}^{|\text{escrutinio}|-2} \text{if } esPrimero(\text{escrutinio}[i], \text{escrutinio}) \text{ then } i \text{ else } 0 \text{ fi} \wedge res_1 = \sum_{i=0}^{|\text{escrutinio}|-2} \text{if } esSegundo(\text{escrutinio}[i], \text{escrutinio}) \text{ then } i \text{ else } 0 \text{ fi}$$

$$res_0 \Leftrightarrow \sum_{i=0}^{|\text{escrutinio}|-2} \text{if } esPrimero(\text{escrutinio}[i], \text{escrutinio}) \text{ then } i \text{ else } 0 \text{ fi} \wedge id2doMax = res[1] \Leftrightarrow \sum_{i=0}^{|\text{escrutinio}|-2} \text{if } esSegundo(\text{escrutinio}[i], \text{escrutinio}) \text{ then } i \text{ else } 0 \text{ fi}$$

$$\star Q_c \longrightarrow wp(res := (idMax, id2doMax), \text{Post})$$

$$\equiv def((idMax, id2doMax)) \wedge idMax = \sum_{i=0}^{|\text{escrutinio}|-2} \text{if } esPrimero(\text{escrutinio}[i], \text{escrutinio}) \text{ then } i \text{ else } 0 \text{ fi} \wedge id2doMax = \sum_{i=0}^{|\text{escrutinio}|-2} \text{if } esSegundo(\text{escrutinio}[i], \text{escrutinio}) \text{ then } i \text{ else } 0 \text{ fi}$$

$$\text{Por lo tanto, } Q_c \longrightarrow_L \text{Post} \equiv \text{True}$$

$$3) P_c \longrightarrow_L wp(\text{while}..., Q_c)$$

$$\triangleright P_c \longrightarrow I$$

$$P_c \equiv \text{sonTodosDistintos}(\text{escrutinio}) \wedge \text{sonTodosPositivos}(\text{escrutinio}) \wedge |\text{escrutinio}| > 0 \wedge i = 0 \wedge \text{maxVotos} = 0 \wedge 2doMax = 0 \wedge idMax = 0 \wedge id2doMax = 0$$

$$I \equiv 0 \leq i \leq |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L (idMax = \sum_{k=0}^{i-2} \text{if } esPrimero(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \wedge id2doMax = \sum_{k=0}^{i-2} \text{if } esSegundo(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi})$$

$$\text{sonTodosDistintos}(\text{escrutinio}) \wedge \text{sonTodosPositivos}(\text{escrutinio}) \wedge |\text{escrutinio}| > 0 \wedge i = 0 \wedge \text{maxVotos} = 0 \wedge 2doMax = 0 \wedge idMax = 0 \wedge id2doMax = 0 \longrightarrow 0 \leq i \leq |\text{escrutinio}| - 2 \checkmark (trivial) idMax = \sum_{k=0}^{i-2} \text{if } esPrimero(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \wedge id2doMax = \sum_{k=0}^{i-2} \text{if } esSegundo(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi}$$

$$\sum_{k=0}^{i-2} \text{if } esSegundo(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \checkmark (\text{porque la suma}(e) \text{svaciay suma}(0))$$

$$\triangleright I \wedge \neg B \longrightarrow Q_c$$

$$Q_c \equiv i = |\text{escrutinio}| \wedge (idMax = \sum_{i=0}^{|\text{escrutinio}|-2} \text{if } esPrimero(\text{escrutinio}[i], \text{escrutinio}) \text{ then } i \text{ else } 0 \text{ fi} \wedge id2doMax = \sum_{i=0}^{|\text{escrutinio}|-2} \text{if } esSegundo(\text{escrutinio}[i], \text{escrutinio}) \text{ then } i \text{ else } 0 \text{ fi})$$

$$\bullet B \equiv i < |\text{escrutinio}| - 1$$

$$\bullet I \equiv 0 \leq i \leq |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L (idMax = \sum_{k=0}^{i-2} \text{if } esPrimero(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \wedge id2doMax = \sum_{k=0}^{i-2} \text{if } esSegundo(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi})$$

$$\sum_{k=0}^{i-2} \text{if } esSegundo(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi}$$

$$\bullet i = |\text{escrutinio}| (\text{segun } I \wedge \neg B \text{ se que } i = |\text{escrutinio}|) idMax = \sum_{k=0}^{|\text{escrutinio}|-2} \text{if } esPrimero(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \wedge id2doMax = \sum_{k=0}^{|\text{escrutinio}|-2} \text{if } esSegundo(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi}$$

$$\neg B \text{ se que } i = |\text{escrutinio}| \text{ y lo aplico al de finicion de } idMax \text{ en } I) id2doMax = \sum_{k=0}^{|\text{escrutinio}|-2} \text{if } esSegundo(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi}$$

$$\neg B \text{ se que } i = |\text{escrutinio}| \text{ y lo aplico al de finicion de } id2doMax \text{ en } I)$$

$$\triangleright I \wedge fv \geq 0 \longrightarrow_L \neg B$$

$$\bullet I \equiv 0 \leq i \leq |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L (idMax = \sum_{k=0}^{i-2} \text{if } esPrimero(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \wedge id2doMax = \sum_{k=0}^{i-2} \text{if } esSegundo(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi})$$

$$\sum_{k=0}^{i-2} \text{if } esSegundo(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi}$$

$$\bullet fv \equiv |\text{escrutinio}| - i$$

$$\bullet B \equiv i < |\text{escrutinio}| - 1$$

$$\bullet I \wedge fv \leq 0 \equiv (\text{definicion de } fv) I \wedge |\text{escrutinio}| - i \leq 0 \equiv (\text{ideambos lados de la desigualdad}) I \wedge |\text{escrutinio}| \leq i \equiv (\neg B \equiv i \geq |\text{escrutinio}| - 1) I \wedge \neg B \longrightarrow \neg B$$

$$\triangleright I \wedge BSI$$

$$\bullet B \equiv i < |\text{escrutinio}| - 1$$

$$\bullet I \equiv 0 \leq i \leq |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L (idMax = \sum_{k=0}^{i-2} \text{if } esPrimero(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \wedge id2doMax =$$

$$\sum_{k=0}^{i-2} \text{if } esSegundo(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi})$$

$$\text{Ve o si } I \wedge B \longrightarrow wp(votos := \text{escrutinio}[i]; wp(if...; wp(i := i + 1, I)))$$

$$\text{Calculo } wp(i := i + 1, I):$$

$$wp(i := i + 1, I) \equiv def(i+1) \wedge_L I_{i+1}^i \equiv 0 \leq i+1 \leq |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L idMax = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esPrimero(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi}$$

$$id2doMax = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esSegundo(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \equiv E_6$$

$$\text{Calculo } wp(\text{if}..., E_6) \equiv def(votos > maxVotos) \wedge_L ((votos > maxVotos) \wedge wp(S_1, E_6)) \vee ((votos \leq maxVotos) \wedge wp(S_2, E_6))$$

$$\text{Calculo } wp(S_1, E_6) \equiv wp(2doMax := maxVotos, wp(maxVotos := votos, wp(id2doMax := idMax, wp(idMax := i, E_6))))$$

$$\bullet wp(id_{max} := i, E_6) def(i) \wedge 0 \leq i + 1 \leq |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L i = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esPrimero(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \wedge$$

$$id2doMax = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esSegundo(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \equiv E_7$$

$$\bullet wp(id2doMax := idMax, E_7) def(idMax) \wedge_L 0 \leq i + 1 \leq |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L i = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esPrimero(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi}$$

$$idMax = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esSegundo(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \equiv E_8$$

$$\bullet wp(maxVotos := votos, E_8) def(votos) \wedge_L 0 \leq i + 1 \leq |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L i = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esPrimero(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi}$$

$$idMax = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esSegundo(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \equiv E_9$$

$$\bullet wp(2doMax := maxVotos, E_9) def(maxVotos) \wedge def(votos) \wedge_L 0 \leq i + 1 \leq |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L i = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esPrimero(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi}$$

$$idMax = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esSegundo(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \equiv E_{10}$$

$$wp(s1, E_6) \equiv E_{10}$$

$$\text{Calculo } wp(S_2, E_6) \equiv def(votos > 2doMax) \wedge_L ((votos > 2doMax) \wedge wp(2doMax := votos, wp(id2doMax := i, E_6))) \wedge ((votos \leq 2doMax) \wedge wp(skip, E_6))$$

$$\bullet wp(2doMax := votos, wp(id2doMax := i, E_6)) \equiv E_{12} wp(id2doMax := i, E_6) : def(i) \wedge 0 \leq i + 1 \leq |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L idMax = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esPrimero(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \wedge i = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esSegundo(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \equiv$$

$$E_{11} wp(2doMax := votos, E_{11}) def(votos) \wedge def(i) \wedge 0 \leq i + 1 \leq |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L idMax = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esPrimero(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \wedge i =$$

$$i = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esSegundo(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \equiv E_{12} wp(skip, E_6) \equiv E_6$$

$$\text{Entonces tenemos } def(votos \leq maxVotos) \wedge_L ((votos > maxVotos) \wedge (def(maxVotos) \wedge def(votos) \wedge_L 0 \leq i + 1 \leq |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L i = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esPrimero(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \wedge idMax = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esSegundo(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \equiv$$

$$((votos \leq maxVotos) \wedge def(votos > 2doMax) \wedge_L (((votos > 2doMax) \wedge (def(votos) \wedge def(i) \wedge 0 \leq i + 1 \leq |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L idMax = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esPrimero(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \wedge i = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esSegundo(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \equiv$$

$$((votos \leq 2doMax) \wedge (0 \leq i + 1 \leq |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L idMax = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esPrimero(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \wedge i = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esSegundo(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \equiv$$

$$\sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esSegundo(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi}))) \equiv E_{13}$$

$$\text{Calculo si } I \wedge B \longrightarrow wp(votos := \text{escrutinio}[i], E_{13}) def(\text{escrutinio}[i]) \wedge (def(\text{escrutinio}[i] > maxVotos) \wedge_L (((\text{escrutinio}[i] > maxVotos) \wedge (def(maxVotos) \wedge def(\text{escrutinio}[i]) \wedge_L 0 \leq i + 1 \leq |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L i = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esSegundo(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \equiv$$

$$(\text{escrutinio}[i] \leq maxVotos) \wedge (def(\text{escrutinio}[i] > 2doMax) \wedge_L (((\text{escrutinio}[i] > 2doMax) \wedge (def(\text{escrutinio}[i]) \wedge def(i) \wedge 0 \leq i + 1 \leq |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L idMax = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esSegundo(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \wedge i = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esPrimero(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \equiv$$

$$((\text{escrutinio}[i] \leq 2doMax) \wedge (0 \leq i + 1 \leq |\text{escrutinio}| - 1 \wedge_L idMax = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esPrimero(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \wedge i = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esSegundo(\text{escrutinio}[k], \text{escrutinio}) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \equiv$$

$$id2doMax = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esSegundo(escrutinio[k], escrutinio) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi}))))))$$

Primero resuelvo:  $\text{def}(escrutinio[i] \leq 2doMax) \wedge_L (((escrutinio[i] > 2doMax) \wedge (\text{def}(escrutinio[i]) \wedge \text{def}(i) \wedge 0 \leq i+1 \leq$

$$|escrutinio|-1 \wedge_L idMax = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esSegundo(escrutinio[k], escrutinio) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \wedge i = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esPrimero(escrutinio[k], escrutinio)$$

$$((escrutinio[i] \leq 2doMax) \wedge (0 \leq i+1 \leq |escrutinio|-1 \wedge_L idMax = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esPrimero(escrutinio[k], escrutinio) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \wedge$$

$$id2doMax = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esSegundo(escrutinio[k], escrutinio) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi}))))$$

• Divido en dos casos: • Caso  $escrutinio[i] \leq 2doMax$ :  $((escrutinio[i] \leq 2doMax) \wedge (\text{def}(escrutinio[i]) \wedge \text{def}(i) \wedge 0 \leq i+1 \leq$

$$|escrutinio|-1 \wedge_L idMax = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esPrimero(escrutinio[k], escrutinio) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \wedge i = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esSegundo(escrutinio[k], escrutinio)$$

$$((escrutinio[i] \leq 2doMax) \wedge (0 \leq i+1 \leq |escrutinio|-1 \wedge_L idMax = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esPrimero(escrutinio[k], escrutinio) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \wedge$$

$$id2doMax = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esSegundo(escrutinio[k], escrutinio) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi})))) \equiv$$

$\text{True} \vee \text{False} \equiv \text{True}$  Justificación:  $escrutinio[i] > 2doMax \equiv \text{True}$   $0 \leq i+1 \leq |escrutinio|-1 \equiv \text{True}$   $(por I \wedge B) idMax =$

$$\sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esPrimero(escrutinio[k], escrutinio) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \equiv \text{True} (Iafirmaesto) i = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esSegundo(escrutinio[k], escrutinio) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \equiv \text{True} (Iafirmaesto) id2doMax =$$

$$\text{True} (Iafirmaesto) escrutinio[i] \leq 2doMax \equiv \text{False}$$

• Caso  $escrutinio[i] \leq 2doMax$ :  $((escrutinio[i] > 2doMax) \wedge (\text{def}(escrutinio[i]) \wedge \text{def}(i) \wedge 0 \leq i+1 \leq |escrutinio|-1 \wedge_L$

$$idMax = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esPrimero(escrutinio[k], escrutinio) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \wedge i = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esSegundo(escrutinio[k], escrutinio) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \equiv \text{True} (Iafirmaesto) id2doMax =$$

$$((escrutinio[i] \leq 2doMax) \wedge (0 \leq i+1 \leq |escrutinio|-1 \wedge_L idMax = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esPrimero(escrutinio[k], escrutinio) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \wedge$$

$$id2doMax = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esSegundo(escrutinio[k], escrutinio) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \equiv \text{False} \vee \text{True} \equiv \text{True}$$
 Justificación:  $escrutinio[i] > 2doMax \equiv \text{False}$

$$2doMax \equiv \text{True}$$
  $0 \leq i+1 \leq |escrutinio|-1 \equiv \text{True}$   $(por I \wedge B) idMax = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esPrimero(escrutinio[k], escrutinio) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \equiv \text{True} (Iafirmaesto) id2doMax =$

$$\sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esSegundo(escrutinio[k], escrutinio) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \equiv \text{True} (Iafirmaesto)$$

Por lo tanto:  $\text{True} \wedge_L \text{True} \equiv \text{True}$

Luego, resuelvo:  $\text{def}(escrutinio[i] \leq maxVotos) \wedge_L (((escrutinio[i] > maxVotos) \wedge (\text{def}(maxVotos) \wedge \text{def}(escrutinio[i]) \wedge 0 \leq i+1 \leq |escrutinio|-1 \wedge_L$

$$idMax = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esSegundo(escrutinio[k], escrutinio) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \equiv \text{True} (Iafirmaesto) id2doMax = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esSegundo(escrutinio[k], escrutinio) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \equiv \text{True} (Iafirmaesto)$$

$$id2doMax = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esSegundo(escrutinio[k], escrutinio) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \equiv \text{True} (Iafirmaesto)$$

• Divido en dos casos: • Caso  $escrutinio[i] \leq maxVotos$ :  $((escrutinio[i] \leq maxVotos) \wedge (\text{def}(maxVotos) \wedge \text{def}(escrutinio[i]) \wedge 0 \leq i+1 \leq |escrutinio|-1 \wedge_L$

$$idMax = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esPrimero(escrutinio[k], escrutinio) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \wedge idMax = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esSegundo(escrutinio[k], escrutinio) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \equiv \text{True} (Iafirmaesto) id2doMax =$$

$$((escrutinio[i] \leq maxVotos) \wedge \text{True})) \equiv \text{True} \vee \text{False} \equiv \text{True}$$
 Justificación:  $escrutinio[i] > maxVotos \equiv \text{False}$   $(condición del caso) 0 \leq i+1 \leq |escrutinio|-1 \equiv \text{True}$   $(por I \wedge B) idMax =$

$$\sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esPrimero(escrutinio[k], escrutinio) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \equiv \text{True} (por I \wedge B) idMax = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esSegundo(escrutinio[k], escrutinio) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \equiv \text{True} (Iafirmaesto) id2doMax =$$

$$\sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esSegundo(escrutinio[k], escrutinio) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \equiv \text{True} (Iafirmaesto) escrutinio[i] \leq maxVotos \equiv \text{True} (condición del caso) id2doMax = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esSegundo(escrutinio[k], escrutinio) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \equiv \text{True} (Iafirmaesto)$$

$$id2doMax = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esSegundo(escrutinio[k], escrutinio) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \equiv \text{True} (Iafirmaesto)$$

• Caso  $escrutinio[i] \leq maxVotos$ :  $((escrutinio[i] > maxVotos) \wedge (\text{def}(maxVotos) \wedge \text{def}(escrutinio[i]) \wedge 0 \leq i+1 \leq |escrutinio|-1 \wedge_L$

$$idMax = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esPrimero(escrutinio[k], escrutinio) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \wedge idMax = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esSegundo(escrutinio[k], escrutinio) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \equiv \text{True} (Iafirmaesto) id2doMax = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esSegundo(escrutinio[k], escrutinio) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \equiv \text{True} (Iafirmaesto)$$

$$((escrutinio[i] \leq maxVotos) \wedge \text{True})) \equiv \text{True} \vee \text{False} \equiv \text{True}$$
 Justificación:  $escrutinio[i] > maxVotos \equiv \text{False}$   $(condición del caso) id2doMax = \sum_{k=0}^{i-1} \text{if } esSegundo(escrutinio[k], escrutinio) \text{ then } k \text{ else } 0 \text{ fi} \equiv \text{True} (Iafirmaesto)$

Por lo tanto:  $\text{True} \wedge_L \text{True} \equiv \text{True}$

Entonces, esto implica que  $\text{True} \wedge (\text{True} \vee \text{True}) \equiv \text{True}$

$$\bullet I \wedge B \wedge V_0 = |escrutinio| - i \leq |escrutinio| - i < V_0 \vee \text{es } i \wedge B \wedge V_0 = |escrutinio| - i \longrightarrow wp(i := i+1, |escrutinio| - i < V_0) wp(i := i+1, |escrutinio| - i < V_0) \equiv \text{def}(i+1) \wedge_L |escrutinio| - i - 1 < V_0 \equiv |escrutinio| - i < V_0 + 1$$

Veó si vale la implicación:  $I \wedge i < |escrutinio| - 1 \wedge |escrutinio| - i = V_0 \longrightarrow |escrutinio| - i < V_0 + 1$  (Si, porque  $n = m \longrightarrow n < m + 1$ )

De acuerdo a lo anterior probamos:

•  $\text{Pre} \rightarrow \text{wp}(\text{codigo previo al ciclo}, P_c) P_c \rightarrow \text{wp}(\text{ciclo}, Q_c) Q_c \rightarrow \text{Post}$

Al probar estas tres cosas, por colorario de monotonía sabemos que  $\text{Pre} \rightarrow \text{wp}$  y, por lo tanto, el programa es correcto con respecto a la especificacion.