

ÁRVORE GERADORA

A árvore geradora de um grafo conectado não direcionado é seu subgrafo acíclico conectado (ou seja, uma árvore) que contém todos os vértices do grafo. Se tal grafo tem pesos atribuídos às suas arestas, uma árvore geradora mínima é sua árvore geradora de menor peso, onde o peso de uma árvore é definido como a soma dos pesos em todas as suas arestas.

FUNCIONAMENTO

O algoritmo de Prim constrói uma árvore geradora mínima através de uma sequência de expandir subárvores. A subárvore inicial em tal sequência consiste em um único vértice selecionado arbitrariamente do conjunto V dos vértices do grafo. Em cada iteração, o algoritmo expande a árvore atual de maneira gananciosa, simplesmente anexando a u o vértice mais próximo que não está naquela árvore. O algoritmo para após todos os vértices do grafo sejam incluídos na árvore que está sendo construída. Como o algoritmo expande uma árvore por exatamente um vértice em cada uma de suas iterações, o número total de tais iterações é $n - 1$, onde n é o número de vértices no gráfico.

PRIM'S ALGORITHM

EFICIÊNCIA

Se um grafo é representado por sua matriz de peso e a fila de prioridade são implementadas como uma matriz não ordenada, o tempo de execução do algoritmo será em $(|V|^2)$. Se um grafo é representado por suas listas de adjacências e a fila de prioridade é implementada como um min-heap, o tempo de execução do algoritmo é $O(|E| \log |V|)$.

UTILIZAÇÕES

Tem aplicações diretas no projeto de todos os tipos de redes—incluindo comunicação, computador, transporte e eletricidade—fornecendo a maneira mais barata de obter conectividade. Ele identifica grupos de pontos em conjuntos de dados. Tem sido usado para fins de classificação em arqueologia, biologia, sociologia e outras ciências. Também é útil para construir soluções aproximadas para mais problemas difíceis como o problema do caixeiro viajante.

KRUSKAL VS PRIM

Aplicando manualmente os algoritmos de Prim e Kruskal ao mesmo pequeno grafo pode criar a impressão de que o último é mais simples que o primeiro. Essa impressão está errada porque, a cada uma de suas iterações, o algoritmo de Kruskal precisa verificar se a adição da próxima aresta às arestas já selecionadas criaria um ciclo.

FUNCIONAMENTO

O algoritmo de Kruskal analisa um árvore geradora mínima de um grafo conectado ponderado $G = V, E$ como um acíclico subgrafo com $|V| - 1$ arestas para as quais a soma dos pesos das arestas é a menor. (Não é difícil provar que tal subgrafo deve ser uma árvore.) Conseqüentemente, o algoritmo constrói uma árvore geradora mínima como uma sequência em expansão de subgrafos que são sempre acíclicos, mas não necessariamente conectados nos estágios intermediários do algoritmo. O algoritmo começa classificando as arestas do grafo em ordem não decrescente de seus pesos. Então, começando com o subgrafo vazio, ele varre esta lista ordenada, adicionando a próxima aresta na lista ao subgrafo atual se tal inclusão não não crie um ciclo e simplesmente pule a borda de outra forma.

KRUSKAL'S ALGORITHM

INTERPRETAÇÃO

Podemos considerar as operações do algoritmo como uma progressão através de uma série de florestas contendo todos os vértices de um dado gráfico e algumas de suas arestas. A floresta inicial consiste em $|V|$ árvores triviais, cada compreendendo um único vértice do grafo. A floresta final consiste em uma única árvore, que é uma árvore geradora mínima do grafo. A cada iteração, o algoritmo pega a próxima aresta (u, v) da lista ordenada das arestas do grafo, encontra as árvores contendo os vértices u e v , e, se essas árvores não forem iguais, une-as em uma árvore maior adicionando a aresta (u, v) .

DISJOINT SUBSETS/UNION FIND

O algoritmo de Kruskal é uma das várias aplicações que requerem uma dinâmica partição de algum conjunto de n elementos S em uma coleção de subconjuntos disjuntos S_1, S_2, \dots, S_k . A maioria das implementações desse tipo de dado abstrato usa um elemento de cada um dos subconjuntos disjuntos em uma coleção como o representante desse subconjunto. Aqui estão duas alternativas principais para implementar essa estrutura de dados. O primeiro, chamado de busca rápida, otimiza a eficiência de tempo da operação de busca; a segunda, chamada de união rápida, otimiza a operação de união.