

## All-pairs Shortest path

- Dado um grafo conectado ponderado (não direcionado ou direcionado), o problema dos caminhos mais curtos de todos os pares pede para encontrar as distâncias - ou seja, os comprimentos dos caminhos mais curtos - de cada vértice para todos os outros vértices

## Objetivo

- É conveniente registrar os comprimentos dos caminhos mais curtos em uma matriz  $n \times n$  chamada de matriz de distância: o elemento  $d_{ij}$  na  $i$ -ésima linha e a  $j$ -ésima coluna desta matriz indica o comprimento do caminho mais curto do  $i$ -ésimo vértice ao  $j$ -ésimo vértice. O algoritmo de Floyd gera esta matriz.

## Estratégia

# FLOYD'S ALGORITHM

## Aplicabilidade

É aplicável a grafos ponderados não direcionados e direcionados, desde que não contenham um ciclo de comprimento negativo

O algoritmo de Floyd calcula a matriz de distância de um gráfico ponderado com  $n$  vértices através de uma série de  $n \times n$  matrizes: Cada uma dessas matrizes contém os comprimentos dos caminhos mais curtos com certas restrições nos caminhos considerados para a matriz em questão. Especificamente, o elemento  $d(k)_{ij}$  na  $i$ -ésima linha e na  $j$ -ésima coluna da matriz  $D(k)$  ( $i, j = 1, 2, \dots, n, k = 0, 1, \dots, n$ ) é igual ao comprimento do caminho mais curto entre todos os caminhos do vértice  $i$  para o vértice  $j$  com cada vértice intermediário, se houver, numerado não superior a  $k$ . Em particular, a série começa com  $D(0)$ , o que não permite quaisquer vértices intermediários em seus caminhos; portanto,  $D(0)$  é simplesmente a matriz de peso do gráfico. A última matriz da série,  $D(n)$ , contém os comprimentos dos caminhos mais curtos entre todos os caminhos que podem usar todos os  $n$  vértices como intermediários e, portanto, não é nada além da matriz de distância que está sendo procurada.