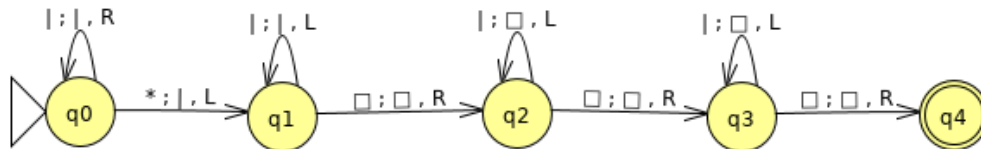


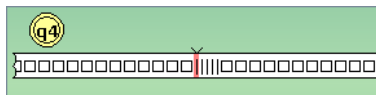
1 Máquina de Turing ejercicio 3.4

La imagen de la Máquina de Turing que realiza la función de suma es la siguiente:



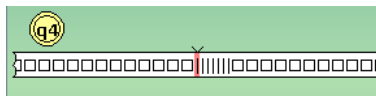
Aquí podemos comprobar su funcionalidad con varios ejemplos.

Ejemplo 1: $|| * |||$



Nos devuelve la cadena $|||$, que representa el 3 y por tanto la suma es correcta.

Ejemplo 2: $||| * |||$



Nos devuelve la cadena $|||||$, que representa el 5 y por tanto la suma es correcta.

2 Función recursiva

Utilizaremos la función g para el caso base y la función f para el caso recursivo. Ésta tomará como parámetros el paso en el que estoy ($m - 1$), el resultado de dicho paso ($h(n, m - 1)$) y un parámetro n .

Sea $K \geq 0$ y las funciones

$$g : \mathbb{N}^k \rightarrow \mathbb{N}$$

$$h : \mathbb{N}^{k+2} \rightarrow \mathbb{N}$$

Entonces, definimos la función $f : \mathbb{N}^{k+1} \rightarrow \mathbb{N}$ tal que

$$f(n, m) = \begin{cases} g(n) & \text{si } m = 0 \\ h(n, m - 1, f(n, m - 1)) & \text{si } m > 0 \end{cases}$$

De esta manera, f se obtiene por recursión primitiva de g y de h .

Ahora podemos definir la función recursiva que realice la suma de tres valores que llamaremos como *suma3*.

Sea $k = 2$ y sean las funciones

$$g : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$$

$$h : \mathbb{N}^{2+2} \rightarrow \mathbb{N}$$

$$\text{suma3} : \mathbb{N}^{2+1} \rightarrow \mathbb{N}$$

Esto es,

$$g : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$$

$$h : \mathbb{N}^4 \rightarrow \mathbb{N}$$

$$\text{suma3} : \mathbb{N}^3 \rightarrow \mathbb{N}$$

Tomamos, $g = \text{suma}(x, y)$ y $h = \sigma(\pi_4^4)$

Como hemos visto en clase, *suma* es una función recursiva tal que

$$\text{suma}(n) = \langle \pi_1^1 | \sigma(\pi_3^3) \rangle (n)$$

De esta manera, la función *suma3* queda de la siguiente manera:

$$\text{suma}(n) = \langle \langle \pi_1^1 | \sigma(\pi_3^3) \rangle | \sigma(\pi_4^4) \rangle (n)$$

Ahora sí, podemos comprobar el funcionamiento desde Octave

```
>> evalrecfunction('addition3',1,2,3)
addition3(1,2,3)
<<pi^1_1 | sigma(pi^3_3) > | sigma(pi^4_4) > (1,2,3)
<<pi^1_1 | sigma(pi^3_3) > | sigma(pi^4_4) > (1,2,2)
<<pi^1_1 | sigma(pi^3_3) > | sigma(pi^4_4) > (1,2,1)
<<pi^1_1 | sigma(pi^3_3) > | sigma(pi^4_4) > (1,2,0)
<pi^1_1 | sigma(pi^3_3) > (1,2)
<pi^1_1 | sigma(pi^3_3) > (1,1)
<pi^1_1 | sigma(pi^3_3) > (1,0)
pi^1_1(1) = 1
sigma(pi^3_3)(1,0,1)
pi^3_3(1,0,1) = 1

sigma(1) = 2
sigma(pi^3_3)(1,1,2)
pi^3_3(1,1,2) = 2

sigma(2) = 3
sigma(pi^4_4)(1,2,0,3)
pi^4_4(1,2,0,3) = 3

sigma(3) = 4
sigma(pi^4_4)(1,2,1,4)
pi^4_4(1,2,1,4) = 4

sigma(4) = 5
sigma(pi^4_4)(1,2,2,5)
pi^4_4(1,2,2,5) = 5

sigma(5) = 6
ans = 6
>>
```

3 Programa WHILE

```
while X2 != 0 do
    X1 := X1 + 1;
    X2 := X2 - 1
od
```

```
while X3 != 0 do
    X1 := X1 + 1;
    X3 := X3 - 1
od
```