

Značajne tačke trougla

Marija Kostić

Matematikčki fakultet, V smer



Značajne tačke trougla

- 1 Centar opisanog kruga
- 2 Centar upisanog kruga
- 3 Težište
- 4 Ortocentar



Značajne tačke trougla

1 Centar opisanog kruga

2 Centar upisanog kruga

3 Težište

4 Ortocentar



Centar opisanog kruga



Centar opisanog kruga

Definicija

Simetrala stranice trougla je prava koja je normalna na stranicu trougla i sadrži središte te stranice.



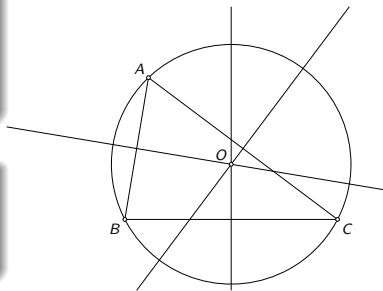
Centar opisanog kruga

Definicija

Simetrala stranice trougla je prava koja je normalna na stranicu trougla i sadrži središte te stranice.

Teorema (O centru opisanog kruga)

Simetrale stranica trougla ABC seku se u jednoj tački O .



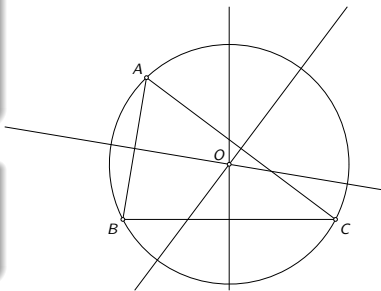
Centar opisanog kruga

Definicija

Simetrala stranice trougla je prava koja je normalna na stranicu trougla i sadrži središte te stranice.

Teorema (O centru opisanog kruga)

Simetrale stranica trougla ABC seku se u jednoj tački O .



Definicija

Tačka O iz prethodne teoreme naziva se **centar opisanog kruga** trougla ABC .

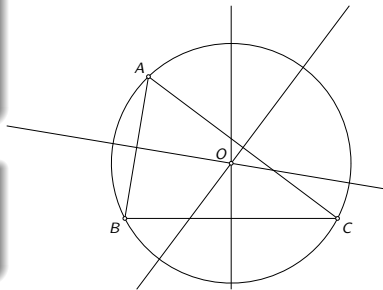
Centar opisanog kruga

Definicija

Simetrala stranice trougla je prava koja je normalna na stranicu trougla i sadrži središte te stranice.

Teorema (O centru opisanog kruga)

Simetrale stranica trougla ABC seku se u jednoj tački O .



Definicija

Tačka O iz prethodne teoreme naziva se **centar opisanog kruga** trougla ABC . Krug $k = k(O, r)$, gde je $r = OA = OB = OC$, naziva se **opisani krug** trougla ABC .

Značajne tačke trougla

- 1 Centar opisanog kruga
- 2 Centar upisanog kruga
- 3 Težište
- 4 Ortocentar



Centar upisanog kruga



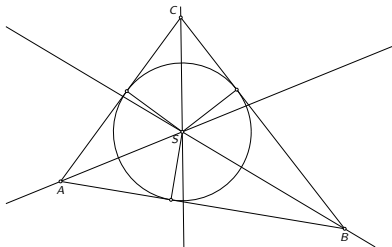
Centar upisanog kruga

Definicija

Simetrala (bisektrisa) unutrašnjeg ugla trougla je prava koja polovi taj ugao.



Centar upisanog kruga



Definicija

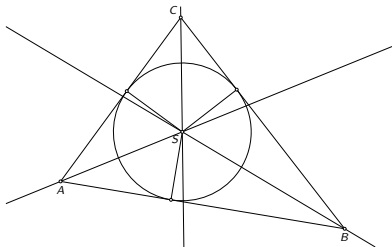
Simetrala (bisektrisa) unutrašnjeg ugla trougla je prava koja polovi taj ugao.

Teorema (O centru upisanog kruga)

Simetrale uglova trougla ABC seku se u jednoj tački S .



Centar upisanog kruga



Definicija

Simetrala (bisektrisa) unutrašnjeg ugla trougla je prava koja polovi taj ugao.

Teorema (O centru upisanog kruga)

Simetrale uglova trougla ABC seku se u jednoj tački S .

Definicija

Tačka S iz prethodne teoreme jednako je udaljena od stranica trougla ABC , pa je **centar upisanog kruga** u trougao ABC .

Značajne tačke trougla

- 1 Centar opisanog kruga
- 2 Centar upisanog kruga
- 3 Težište**
- 4 Ortocentar



Težište



Težište

Definicija

Težišna duž (medijana) je duž koja spaja jedno teme trougla sa središtem naspramne stranice.



Težište

Definicija

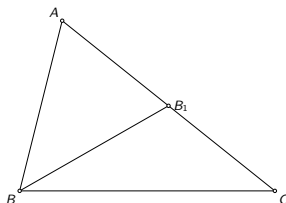
Težišna duž (medijana) je duž koja spaja jedno teme trougla sa središtem naspramne stranice. Svaki trougao ima tri težišne duži.



Težište

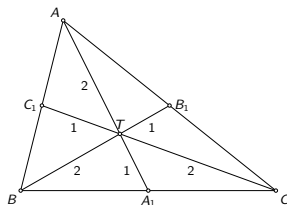
Definicija

Težišna duž (medijana) je duž koja spaja jedno teme trougla sa središtem naspramne stranice. Svaki trougao ima tri težišne duži.



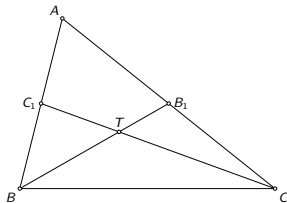
Teorema (O težištu)

Težišne duži trougla seku se u jednoj tački T koja ih delu u odnosu 2 : 1.



Teorema (O težištu)

Težišne duži trougla seku se u jednoj tački T koja ih delu u odnosu $2 : 1$.

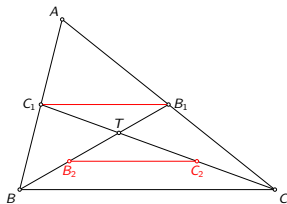


Dokaz.

- Neka se BB_1 , CC_1 seku u T ;

Teorema (O težištu)

Težišne duži trougla seku se u jednoj tački T koja ih delu u odnosu $2 : 1$.

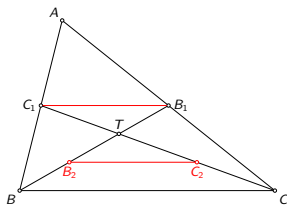


Dokaz.

- Neka se BB_1 , CC_1 seku u T ;
- Neka su C_2 i B_2 središta CT i BT ;

Teorema (O težištu)

Težišne duži trougla seku se u jednoj tački T koja ih delu u odnosu 2 : 1.

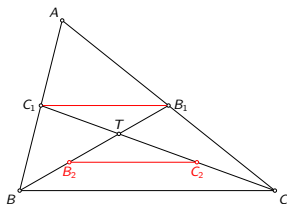


Dokaz.

- Neka se BB_1 , CC_1 seku u T ;
- Neka su C_2 i B_2 središta CT i BT ;
- Tada je $C_1B_2C_2B_1$ paralelogram. Zato je T središte B_1B_2 i C_1C_2 ;

Teorema (O težištu)

Težišne duži trougla seku se u jednoj tački T koja ih delu u odnosu $2 : 1$.

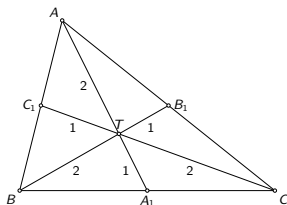


Dokaz.

- Neka se BB_1 , CC_1 seku u T ;
- Neka su C_2 i B_2 središta CT i BT ;
- Tada je $C_1B_2C_2B_1$ paralelogram. Zato je T središte B_1B_2 i C_1C_2 ;
- Dakle T deli BB_1 i CC_1 u odnosu $2 : 1$;

Teorema (O težištu)

Težišne duži trougla seku se u jednoj tački T koja ih delu u odnosu 2 : 1.



Dokaz.

- Neka se BB_1 , CC_1 seku u T ;
- Neka su C_2 i B_2 središta CT i BT ;
- Tada je $C_1B_2C_2B_1$ paralelogram. Zato je T središte B_1B_2 i C_1C_2 ;
- Dakle T deli BB_1 i CC_1 u odnosu 2 : 1;
- Slično T deli i AA_1 u odnosu 2 : 1, pa tvrdjenje važi. □

Definicija

Tačka T iz prethodne teoreme naziva se **težište trougla**.



Značajne tačke trougla

- 1 Centar opisanog kruga
- 2 Centar upisanog kruga
- 3 Težište
- 4 **Ortocentar**



Ortocentar



Ortocentar

Definicija

Duž koja spaja teme trougla sa tačkom preseka dveju normalnih pravih od kojih jedna prolazi kroz teme, a druga sadrži naspramnu stranicu trougla naziva se **visina trougla**.



Ortocentar

Definicija

Duž koja spaja teme trougla sa tačkom preseka dveju normalnih pravih od kojih jedna prolazi kroz teme, a druga sadrži naspramnu stranicu trougla naziva se **visina trougla**. Posmatrana tačka preseka normalnih pravih naziva se **podnožje visine**.



Ortocentar

Definicija

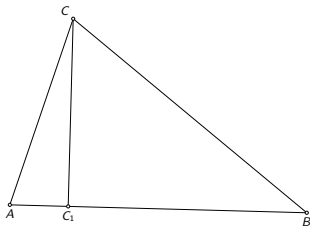
Duž koja spaja teme trougla sa tačkom preseka dveju normalnih pravih od kojih jedna prolazi kroz teme, a druga sadrži naspramnu stranicu trougla naziva se **visina trougla**. Posmatrana tačka preseka normalnih pravih naziva se **podnožje visine**. Svaki trougao ima tri visine.



Ortocentar

Definicija

Duž koja spaja teme trougla sa tačkom preseka dveju normalnih pravih od kojih jedna prolazi kroz teme, a druga sadrži naspramnu stranicu trougla naziva se **visina trougla**. Posmatrana tačka preseka normalnih pravih naziva se **podnožje visine**. Svaki trougao ima tri visine.



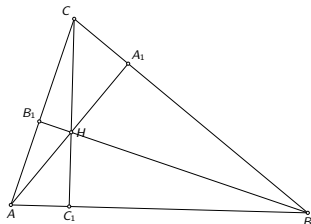
Teorema (O ortocentru)

Prave određene visinama trougla ABC seku se u jednoj tački H .



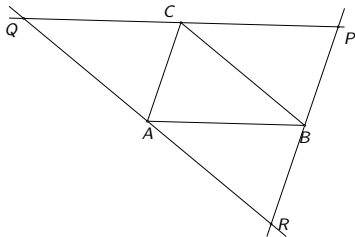
Teorema (O ortocentru)

Prave određene visinama trougla ABC seku se u jednoj tački H .



Teorema (O ortocentru)

Prave određene visinama trougla ABC seku se u jednoj tački H .

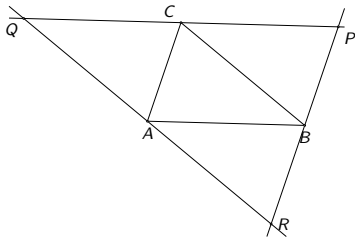


Dokaz.

- Neka su PQ , QR i RP paralelne redom stranicama AB , BC i AC ;

Teorema (O ortocentru)

Prave određene visinama trougla ABC seku se u jednoj tački H .

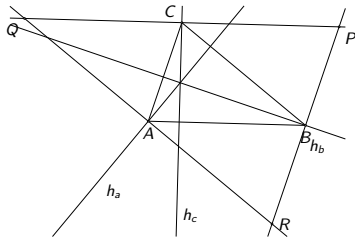


Dokaz.

- Neka su PQ , QR i RP paralelne redom stranicama AB , BC i AC ;
- Prema stavu *USU*, $\triangle ABC \cong \triangle PCB \cong \triangle CQA \cong \triangle BAR$ pa je $PC = CQ$, $QA = AR$, $RB = BF$;

Teorema (O ortocentru)

Prave određene visinama trougla ABC seku se u jednoj tački H .

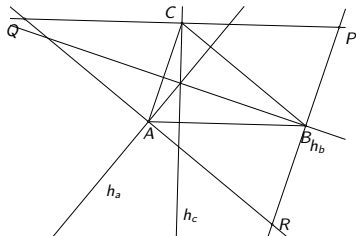


Dokaz.

- Neka su PQ , QR i RP paralelne redom stranicama AB , BC i AC ;
- Prema stavu *USU*, $\triangle ABC \cong \triangle PCB \cong \triangle CQA \cong \triangle BAR$ pa je $PC = CQ$, $QA = AR$, $RB = BF$;
- Još je $h_a \perp QR$, $h_b \perp PR$, $h_c \perp PQ$ pa su prave određene visinama $\triangle ABC$ istovremeno simetrale stranica $\triangle PQR$;

Teorema (O ortocentru)

Prave određene visinama trougla ABC seku se u jednoj tački H.

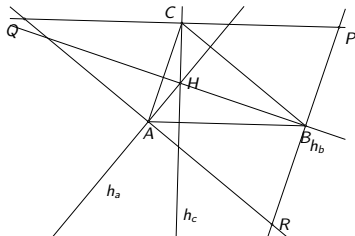


Dokaz.

- Dakle po teoremi o centru opisanog kruga oko trougla h_a , h_b i h_c se seku u jednoj tački H;

Teorema (O ortocentru)

Prave određene visinama trougla ABC seku se u jednoj tački H .



Dokaz.

- Dakle po teoremi o centru opisanog kruga oko trougla h_a, h_b i h_c se seku u jednoj tački H ;
- Tačka H je istovremeno ortocentar $\triangle ABC$ i centar opisanog kruga oko $\triangle PQR$. □

Definicija

Tačka H iz prethodne teoreme naziva se **ortocentar trougla**.

