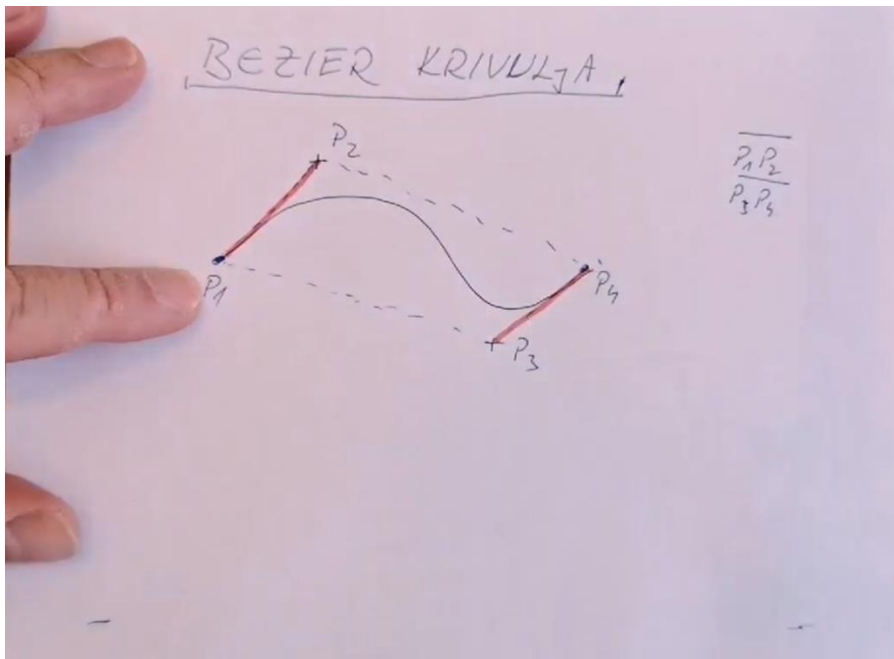


Bezier krivulja

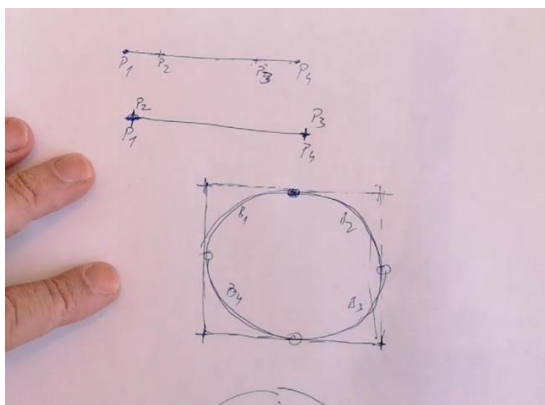
Bezier krivulja je glavna krivulja današnje vektorske grafike. Koristi se u raznim programima kao što su Fontographer ili Illustrator. Karakteristika joj je da na temelju postavljanja četiri točke možemo unaprijed predvidjeti rasprostiranje same krivulje. Postoji veza između točaka p_1 i p_2 te p_3 i p_4 .

Povezivanjem tih točaka dobivamo poligon koji označava zatvoreni prostor u kojem crtamo krivulju. Zakonitost je da će se tijelo krivulje uvijek raširiti unutar konveksnog poligona gdje će točke p_1 i p_2 činiti tangentu na točki p_1 krivulje, a točke p_3 i p_4 tangentu na p_4 krivulju. Krivulja poprima oblik kosinusoide.

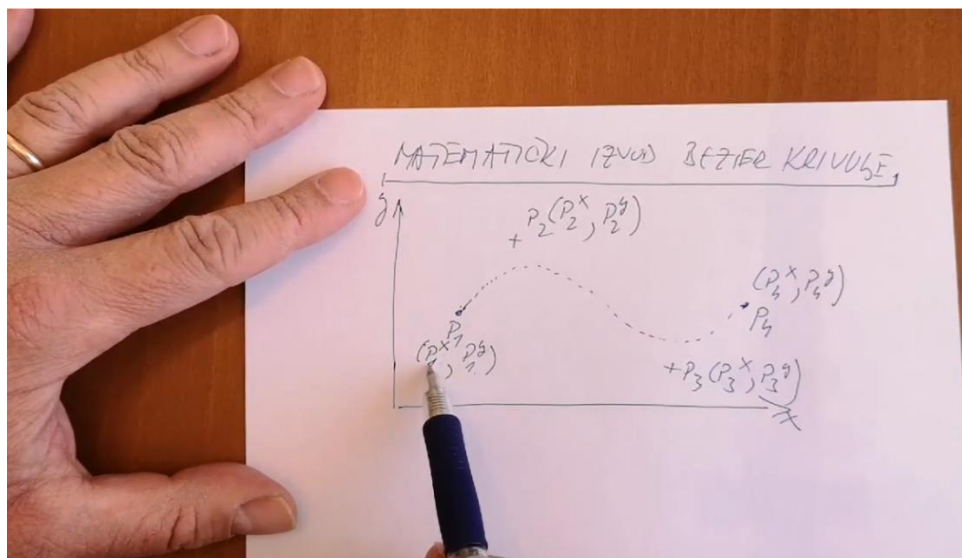


Bezierova krivulja spada pod predvidljive krivulje. Ujedno to je i prednost ove krivulje jer je unaprijed možemo dizajnirati. Promjenom indeksa točaka stvaraju se nove krivulje. Indeksacija točaka je iznimno bitna jer utječe na tok i izgled krivulje.

Tok krivulje je uvijek od p_1 do p_2 , pa p_4 . Sa Bezierovom krivuljom moguće je napraviti i dužinu tako da se točke p_1 i p_2 stavljaju na iste koordinate kao i p_3 i p_4 . Kružnice se rade tako da imamo četiri Bezierove krivulje koje su postavljene u četverokutu.



Matematički izvod Bezier krivulje



Svaka točka Bezier krivulje određena je sa koordinatama, tj. Jedna krivulja je određena s osam brojeva.

Bazier je parametarska krivulja trećeg stupnja

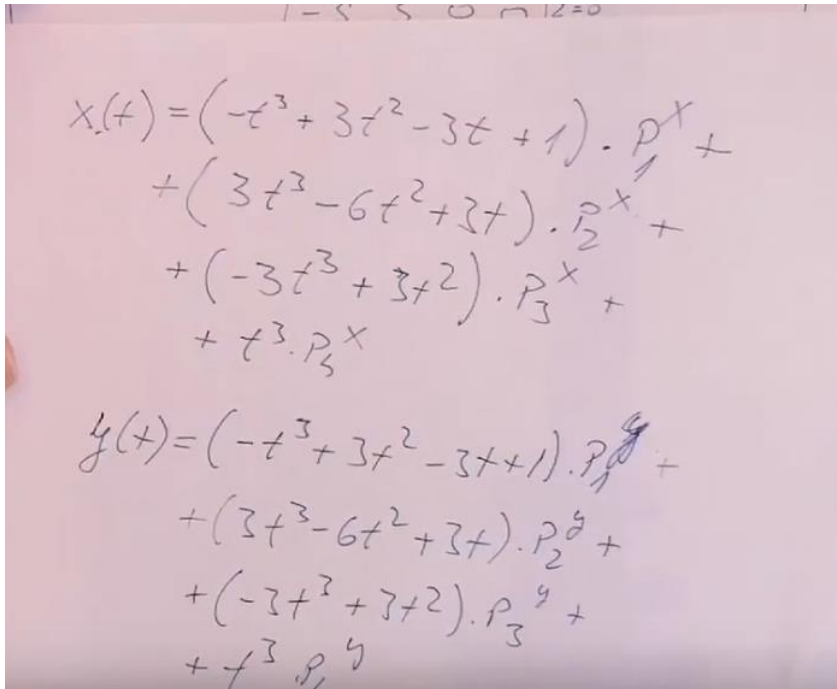
PARAMETARSKA KRIVULJA TREĆEG STUPNJA

$$C(t) = \begin{matrix} 1 \times 4 \\ [t^3 & t^2 & t & 1] \end{matrix} \times \begin{matrix} 4 \times 4 \\ B \end{matrix} \times \begin{matrix} 4 \times 1 \\ \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{bmatrix} \end{matrix}$$
$$B = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

C- krivulja u jednoj dimenziji, (t)- parametar koji crta krivulju, B-bezierova matrica

Svojstvo Bezierove matrice je suma prva tri redaka 0, a četvrtog 1, isto tako i za stupce. To se svojstvo koristi u crtanju krivulje u dvije dimenzije.

Krivulja u dvije dimenzije (x i y)



The image shows handwritten mathematical formulas for 2D Bezier curves on a piece of paper. The formulas are for the x and y coordinates of a point on the curve at a given parameter t.

$$x(t) = (-t^3 + 3t^2 - 3t + 1) \cdot P_1^x + (3t^3 - 6t^2 + 3t) \cdot P_2^x + (-3t^3 + 3t^2) \cdot P_3^x + t^3 \cdot P_4^x$$
$$y(t) = (-t^3 + 3t^2 - 3t + 1) \cdot P_1^y + (3t^3 - 6t^2 + 3t) \cdot P_2^y + (-3t^3 + 3t^2) \cdot P_3^y + t^3 \cdot P_4^y$$

Ovaj par jednađbi zajedno s parametrom t crta krivulju.

Točke se traže uvrštavanjem parametra u jednađbu x i y točke. Kako bi se na ekranu dobila kontinuirana linija potreban je određen broj točaka. Taj se broj računa pomoću Δt po formuli $t_n = t_{n-1} + \Delta t$. Drugi način jest formula $\frac{1}{\Delta t} + 1$.

Spojne Bezier točke

Njih koriste različiti softveri. Postoje tri vrste spojnih točaka:

1. Kutni spoj
2. Krivuljni spoj
3. Tangentni spoj